

Artificial Neural Model based on radial basis function networks used for prediction of compressive strength of fiber-reinforced concrete mixes

González Salcedo, Luis Octavio; Guerrero Zúñiga, Aydee Patricia; Delvasto Arjona, Silvio; Ernesto Will, Adrián Luis

Artificial Neural Model based on radial basis function networks used for prediction of compressive strength of fiber-reinforced concrete mixes

Ciencia e Ingeniería Neogranadina, vol. 29, núm. 2, 2019

Universidad Militar Nueva Granada

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=91163366005>

DOI: 10.18359/rcin.3737

Research Article

Artificial Neural Model based on radial basis function networks used for prediction of compressive strength of fiber-reinforced concrete mixes

Luis Octavio González Salcedo ^a logonzalezsa@unal.edu.co

Universidad Nacional de Colombia, Colombia

Aydee Patricia Guerrero Zúñiga ^b

patricia.guerrero@correounalvalle.edu.co

Universidad del Valle, Colombia

Silvio Delvasto Arjona ^c

silvio.delvasto@correounalvalle.edu.co

Universidad del Valle, Colombia

Adrián Luis Ernesto Will ^d adrian.will@gitia.org

Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Ciencia e Ingeniería Neogranadina, vol.
29, núm. 2, 2019

Universidad Militar Nueva Granada

Recepción: 01 Noviembre 2018

Aprobación: 09 Marzo 2019

DOI: 10.18359/rcin.3737

CC BY-NC-ND

Resumen: existe una relación compleja y no lineal entre los factores que influyen en la resistencia de diseño y la compresión de hormigones reforzados con fibras de acero. La relación entre las variables de entrada, los factores y la variable de salida, y la resistencia de diseño a la compresión puede ser obtenida por un modelo neuronal artificial, cuyas características sean autoadaptación, autoestudio y mapeo no lineal. En este documento se presenta la elaboración de un modelo neuronal artificial basado en redes neuronales de funciones de base radial. La resistencia de diseño a la compresión en dosificaciones de mezclas de hormigón reforzados con fibras de acero es estimada, predicción que se analiza a partir del coeficiente de correlación R al compararse con los valores reales de la resistencia. Los resultados muestran que los valores estimados usando las redes de base radial coinciden con los valores experimentales, y la capacidad de predicción de la propiedad mecánica del modelo neuronal es mejor que la de otros modelos basados en redes multicapas desarrollados por los autores. El entrenamiento de los modelos neuronales permitió concluir que el uso de relaciones de los materiales es un indicador más adecuado para la comparación entre diferentes dosificaciones de mezclas de hormigón que llevan a similares resistencias a la compresión. Así, se potencia una agenda futura en la generación de nuevos métodos de estudio de la resistencia de diseño a la compresión en hormigones reforzados con fibras metálicas en el campo de la ingeniería.

Palabras clave: hormigón reforzado con fibras, resistencia a la compresión, predicción de propiedades, redes neuronales artificiales, funciones de base radial, inteligencia artificial.

Abstract: A complex nonlinear relationship exists between the factors influence the compressive design strength of steel fiber reinforced concrete. This relation between input variables, the factors, and the output variable as it is the compressive design strength can be obtained by using an artificial neural model, which has characteristics of self-adapting, self-study and nonlinear mapping. An application of a radial basis function artificial neural model is presented in this paper. Compressive design strengths of steel fiber reinforced concrete endured mixes with diverse proportioning was predicted and compared with the experimental measured results. The predicted values were analyzed by R lineal correlation factor. The results showed that the predicted values based on

radial basis function networks presented coincidence with the experimental values, and the predictability of the mechanical property of the neural model is better than that of the multi-layer neural models developed previously by the authors. The training of the neural models allowed us to conclude that the use of materials relationships is a better indicator for the comparison between different dosages of concrete mixtures that lead to similar compression strengths. A future agenda is opened in the generation of new methods of studying in metal fiber reinforced concretes compression design strength reinforced in the field of engineering.

Keywords: Fiber-reinforced concrete, compressive design strength, properties prediction, artificial neural networks, radial basis function, artificial intelligence.

Introducción

El hormigón —elaborado a partir de cemento, agregados, agua y adiciones minerales y químicas— es un material estructural y de construcción por excelencia, cuya propiedad mecánica de la resistencia de diseño a la compresión es una de sus principales características, y que es usada con frecuencia como especificación técnica [1]. La resistencia de diseño a la compresión, propiedad mecánica en estado endurecido, es alcanzada y determinada experimentalmente mediante pruebas estandarizadas, a la edad de 28 días, después de realizar la mezcla de la materia prima mencionada [2]. Su comportamiento frágil requiere la incorporación de fibra, lo que le permite seguir soportando esfuerzos a pesar de haber obtenido su máxima resistencia; de esta manera, experimenta un comportamiento quasi-dúctil denominado tenacidad [3].

El interés por determinar la resistencia de diseño a la compresión en un tiempo menor al que se necesita para alcanzarla, desde años atrás, ha motivado la realización de modelos matemáticos [4]-[6]; sin embargo, la complejidad y la alta relación de dependencia con frecuencia no lineal de las variables de entrada han sugerido que dicha estimación sea explorada en el campo de la inteligencia artificial [7]. De esta manera, la literatura reporta diversos desarrollos que han usado modelos neuronales artificiales para estimar principalmente la resistencia de diseño a la compresión en hormigones planos [8]; asimismo, están los que han llevado a cabo los autores de este documento para hormigones reforzados con fibras metálicas y poliméricas. En estos reportes, los modelos neuronales están basados en redes neuronales artificiales de perceptrón multicapa, cuyo desempeño en la estimación se ha evaluado con el factor de correlación entre los valores reales y los valores estimados [9]-[11].

Las tipologías y arquitecturas de las redes neuronales artificiales sugieren otras configuraciones al perceptrón multicapa, entre ellas las redes de funciones de base radial. En los últimos años, se reporta el uso exitoso de estas redes neuronales artificiales, de funciones de base radial, para diferentes áreas de la investigación científica [12]-[14]. En particular, para la estimación de la resistencia a la compresión ha sido de interés extender la predicción de la resistencia a la compresión en el hormigón a partir del uso de redes neuronales de base radial. Al respecto, la literatura muestra la elaboración de modelos neuronales basados en redes

de funciones de base radial para hacer la predicción en hormigones de alto desempeño [15] y en hormigones reforzados con fibras híbridas [16].

En estos desarrollos, por lo general se han comparado trabajos previos en los que se han usado redes neuronales de perceptrón multicapa, con el fin de evaluar el mejoramiento obtenido en la predicción. Las variables de entrada en estos modelos solo involucran cantidades de la materia prima, sin determinar algunas de sus características propias de tipo cualitativa, como son el origen de los agregados, el tipo de cemento y el tipo de adición, tanto puzolánica como química.

En este artículo se reporta la elaboración de un modelo neuronal artificial, con la finalidad de estimar la resistencia de diseño a la compresión en hormigones reforzados con fibras de acero, cuyas mezclas incorporan aditivos químicos y adiciones minerales, en adición a una complejidad alta en la resolución del problema, al considerar atributos en sus variables de entrada. El modelo se basó en redes neuronales artificiales de funciones de base radial, y como indicador de desempeño y confiabilidad se usó el factor de correlación entre los valores reales y los valores estimados. Para tal fin, se estructuraron tres conjuntos de entrenamiento, y en dos de estos sus variables corresponden a relaciones de los materiales del diseño de la mezcla del concreto. Las variables involucradas en el problema de decisión por resolver por parte del modelo llevan a considerar en los conjuntos de entrenamiento variables cuantitativas y cualitativas.

Materiales y métodos

Resistencia de diseño a la compresión en el hormigón reforzado con fibras

La resistencia a la compresión en el hormigón depende de la resistencia a la compresión del mortero (mezcla de cemento, agua y arena) y a la influencia sobre esta propiedad mecánica que tiene el agregado grueso y la interface entre estos dos compuestos, el contenido de aire y las adiciones minerales [17]; de tal forma que, dentro de las variables involucradas en la resistencia del mortero, se consideran los contenidos de cemento y agua, y el tipo de cemento clasificado en uno de los cinco que se producen a nivel nacional [18]: uso general, moderado calor de hidratación, alta resistencia a temprana edad, bajo calor de hidratación y alta resistencia a sulfatos.

La cantidad, el tamaño, la forma, la textura de la superficie, el origen de extracción y el tipo de mineral constituyente del agregado influyen en el comportamiento de la zona de transición [17], [19] y [20].

El contenido de aire es influenciado por la cantidad del agente retenedor de aire, usado en la mezcla del hormigón; de igual forma, las cantidades de humo de sílice, cenizas volantes y escoria de alto horno utilizadas como reemplazantes del cemento influyen en la resistencia a la compresión [17]. Se manifiesta en [18] que la cantidad del agente retenedor de agua interviene en la propiedad mecánica.

El estudio de la mecánica del hormigón fibrorreforzado muestra una relación entre la propiedad mecánica y las propiedades de la fibra utilizada

y de la interface entre la matriz cementicia y la fibra, donde se resalta el volumen de fibra incorporada a la matriz y la adherencia de la fibra [3], [21]. Se muestra en [22] la variedad de tipología, geometrías y texturas de las fibras metálicas, la cual influye en la propiedad mecánica en adición a la cantidad, el diámetro y la relación de aspecto [22]-[23].

Modelo neuronal artificial

El modelo neuronal artificial es un modelo matemático basado en tipologías de redes neuronales artificiales que emulan el sistema neuronal biológico en el procesamiento de la información, y en el cual la integración de las neuronas artificiales se realiza mediante funciones que procesan y envían información entre sí [24]. Dicha información se transmite a través de las conexiones de la red que se ponderan en pesos de importancia, y de esta forma se modula la intensidad de la relación entre neuronas, como se muestra en la Figura 1.

Un conjunto del modelo matemático representado en la Figura 1 determina, en particular, las redes neuronales de perceptrón multicapa, un tipo de red alimentada hacia adelante con aprendizaje supervisado, usando un algoritmo denominado *backpropagation*, en el cual al menos se tiene una capa intermedia denominada “capa oculta”. Las conexiones entre las neuronas de la capa oculta y la neurona de la capa de salida se hacen usando una función lineal, de tal forma que se permita la comparación de la estimación y del resultado verdadero, como es descrito en el entrenamiento supervisado [25]-[27].

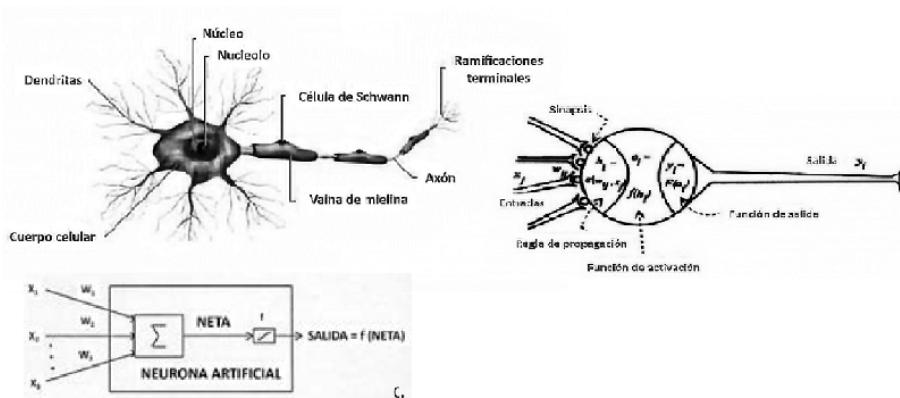


Fig. 1.
Representación gráfica del modelo matemático basado en redes neuronales artificiales: a. el modelo biológico; b. el modelo computacional, y c. el procesamiento de la información en la conexión del modelo neuronal artificial
Fuente: adaptado de [24].

El diseño de una red neuronal supervisada se puede buscar en una variedad de vías. El algoritmo de *backpropagation* para el diseño de una red perceptrón multicapa, bajo supervisión, puede ser concebido como la aplicación de una técnica recursiva conocida en estadística como aproximación estocástica. Al respecto, [28] toma un enfoque

completamente diferente al ver en el diseño de una red neuronal un problema de ajuste de curva, es decir, una aproximación; entonces, el enfoque corresponde a un espacio de alta dimensión. Desde este punto de vista, el aprendizaje es equivalente a encontrar una superficie en un espacio multidimensional que se ajuste mejor a los datos de entrenamiento, midiéndose el criterio de mejor ajuste en algún sentido estadístico.

En consecuencia, como se manifiesta en [28], la generalización es equivalente al uso de esta superficie multidimensional para interpolar los datos de prueba, lo cual es la motivación detrás del método de las funciones de base radial, en el sentido de que se basa en el trabajo de investigación sobre la interpolación estricta tradicional en un espacio multidimensional. En el contexto de una red neuronal, las unidades ocultas proporcionan un conjunto de funciones que constituyen una base arbitraria para los patrones de entrada (vector de entrada) cuando se expanden en el espacio oculto, las cuales se llaman funciones de base radial. Estas últimas se introdujeron por primera vez en la solución del problema de interpolación de variable múltiple real y los primeros trabajos acerca del tema fueron desarrollados por [29] y [30]; así, se convirtió en uno de los principales campos de investigación en el análisis numérico.

La construcción de una red de función de base radial, en su forma más básica, involucra tres capas con roles completamente diferentes. La capa de entrada está formada por nodos fuente (unidades sensoriales) que conectan la red a su entorno. La segunda capa, la única oculta en la red, aplica una transformación no lineal desde el espacio de entrada hasta el espacio oculto; en la mayoría de las aplicaciones, el espacio oculto es de alta dimensión. La capa de salida es lineal y proporciona la respuesta de la red al patrón de activación (señal) aplicado a la capa de entrada.

En [31] se presenta una justificación matemática para la razonabilidad de una transformación no lineal seguida de una transformación lineal, en la cual explica que un problema de clasificación de patrones emitido en un espacio de alta dimensión es más probable que sea linealmente separable que en un espacio de baja dimensión; esta es la razón para hacer, frecuentemente, la dimensión del espacio oculto en una gran red de funciones de base radial.

En este mismo orden, [32]-[33] manifiestan un punto importante adicional, y es el hecho de que la dimensión del espacio oculto está directamente relacionada con la capacidad de la red de aproximar un mapeo suave de entradas-salidas, y cuanto mayor sea la dimensión del espacio oculto, más precisa será la aproximación.

Las redes neuronales de funciones de base radial tienen una arquitectura multicapa de conexiones hacia adelante que está formada por solo tres capas: de entrada, una única oculta y de salida. Se caracteriza la capa oculta porque cada una de sus neuronas posee un carácter local (funciones de base radial) y se activa en una región diferente del espacio de patrones de entrada, siendo las funciones de base radial las funciones de activación [34]. En su funcionamiento las neuronas de la capa de salida realizan una combinación lineal de las activaciones de las neuronas ocultas, la capa de entrada la componen un conjunto de neuronas que

reciben señales del exterior, y las transmiten a la siguiente capa sin ejecutar ningún procesado sobre dichas señales; de esta manera, las neuronas de la capa oculta reciben las señales de la capa de entrada y hacen una transformación local y no lineal sobre dichas señales [35].

La topología de la red neuronal de funciones de base radial se caracteriza por [36]: a. las neuronas ocultas contienen una función de base radial, la cual tiene como parámetros un centro y un ancho; b. existe un centro en cada función de base radial involucrada en la capa oculta; c. el ancho es el término empleado para identificar la amplitud de la campana de Gauss originada por la función de base radial, es decir, la desviación estándar de la función de base radial, y d. en cada neurona de la capa oculta se determina la distancia radial, que es un componente de la entrada para activar la función de base radial. La Figura 2 muestra la arquitectura de una red neuronal de funciones de base radial.

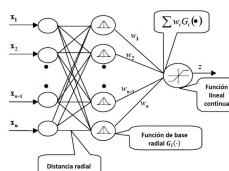


Fig. 2.
Arquitectura de una red de funciones de base radial

Fuente: adaptado de [36].

Con respecto a la distancia radial, esta es usada para la estimación de las desviaciones, que se calculan de tal manera que cada neurona de la capa oculta se active en una región del espacio de entradas con un solapamiento de las zonas de activación lo más ligero posible para suavizar la interpolación. Se aplica como distancia radial alguna de las distancias estadísticas definidas por [37] y [38], como la distancia euclídea, de Mahalanobis, de Minkowski, de K. Pearson, de Canberra, de Clark, entre otras.

Diversos estudios [39] han mostrado que, a efectos del problema de interpolación, muchas propiedades de la función de interpolación son independientes de la forma precisa de la función no lineal $\varphi_i(x)$. En la literatura se han ensayado varias posibilidades para dicha función no lineal, siendo la elección más frecuente, debido a sus propiedades analíticas, la de Gaussiana, que se presenta en la ecuación (1), de acuerdo con [40].

$$\varphi_i(x) = \exp\left(-\frac{\|x - \mu_i\|^2}{2\sigma_i^2}\right), i = 1, 2, N$$

Donde σ_i es el ancho o espaciado de la neurona oculta. La salida de este modelo de red neuronal se puede calcular aplicando la ecuación (2):

$$Y_i = \sum_{j=1}^N w_{ij} * \varphi_j(x) + B_2$$

Donde w_{ij} representa el peso sináptico entre la neurona de función de base radial y la neurona de salida N es el número de neuronas en la capa oculta y B_2 representa el sesgo para la capa de salida. Otras elecciones posibles son [41]-[45]: la función multicuadrática, multicuadráticas inversas generalizadas, la función *spline* de placa delgada, la función cúbica y la función lineal.

Para el aprendizaje de las redes neuronales de base radial se pueden dar dos casos: híbrido y totalmente supervisado. El aprendizaje híbrido es el más utilizado porque conserva las características locales de la red y consta de dos fases, una supervisada y otra no supervisada. La fase no supervisada se presenta en la capa oculta, donde se determinan los centros y las amplitudes de sus neuronas mediante un algoritmo de clasificación [46]; mientras que en la fase supervisada, que ocurre en la capa de salida, se determinan los pesos y umbrales de sus neuronas, lo que minimiza el error entre el valor de la salida de la red neuronal y el de la salida deseada que corresponde a su respectivo para de entrada, siguiendo un método de ajuste por mínimos cuadrados [47]-[49].

Base de datos y construcción del conjunto de entrenamiento del modelo neuronal

Una amplia información de diseños de mezclas de concretos reforzados con fibras metálicas y sus respectivas mezclas de control (sin fibra), a las cuales se les asocia la resistencia a la compresión a los 28 días y están disponibles en publicaciones especializadas y recopiladas por [21], es usada como base de datos por los autores del presente artículo. Cada registro de la base de datos es un vector de información completa con datos sobre las dosificaciones de la materia prima, que corresponde a las cantidades usadas en cada caso, y en adición en este mismo registro, atributos de la materia prima como el tipo de cemento, el origen de los agregados, el perfil litológico del agregado grueso y el tipo de fibra metálica incorporada. En los datos se incluyeron tres clases de adiciones minerales (humo de sílice, cenizas volantes y escoria de altos hornos) y dos tipos de aditivos químicos (agente reductor de agua y agente entrador de aire). La base de datos contiene 601 registros de diseños de mezclas de concreto reforzado con fibras metálicas y sus respectivos diseños de control (sin fibra), que están asociadas a la propiedad mecánica de la resistencia de compresión, determinada mediante ensayo normalizado a los 28 días [50].

Se construyeron tres conjuntos de entrenamiento. En el primero, 20 variables contenidas en la base de datos se agruparon así: cemento, adiciones minerales, agua total, agregados, aire incluido, fibra de acero y resistencia de diseño a la compresión (la cual corresponde a la variable de salida) (Tabla 1). En algunas de las variables de entrada las características como el tipo del material o su origen son consideradas y sus atributos (variable cualitativa) se codifican numéricamente como variables de clase, lo cual genera para el modelo neuronal un reconocimiento y aprendizaje de patrones sobre 33 campos numéricos.

Tabla 1.

Detalles de las variables incorporadas en el primer conjunto de entrenamiento

Grupo	Concepto	Variable	Unidad	Representación en el conjunto de entrenamiento
Cementos	Cemento	Cantidad	Kg/m ³	Numérica real
		Tipo I	-	[1 0 0 0 0]*
		Tipo II	-	[0 1 0 0 0]*
		Tipo III	-	[0 0 1 0 0]*
		Tipo IV	-	[0 0 0 1 0]*
		Tipo V	-	[0 0 0 0 1]*
Adiciones	Humo de sílice	Cantidad	Kg/m ³	Numérica real
	Cenizas volantes	Cantidad	Kg/m ³	Numérica real
	Escoria	Cantidad	Kg/m ³	Numérica real
Agua total	Agente reductor	Aqua	Cantidad	Numérica real
		Sin aditivo	-	[0 0]*
		Plastificante	-	[1 0]*
	arena	Superplastificante	-	[0 1]*
		Cantidad	Kg/m ³	Numérica real
		Canto rodado	-	[1 0]*
Agregados	grava	Triturado	-	[0 1]*
		Cantidad	Kg/m ³	Numérica real
		Canto rodado	-	[1 0]*
		Triturado	-	[0 1]*
		Tamaño máximo	mm	Numérica real
		Perfil litológico grupo 1	-	[1 0 0]*
Aire incluido	Agente entrador	Perfil litológico grupo 2	-	[0 1 0]*
		Perfil litológico grupo 3	-	[0 0 1]*
Fibra	Fibra de acero	Cantidad	Kg/m ³	Numérica real
		Cantidad	Kg/m ³	Numérica real
		Sin fibra	-	[0 0 0 0]*
		Clase 1**	-	[1 0 0 0]*
		Clase 2**	-	[0 1 0 0]*
		Clase 3**	-	[0 0 1 0]*
		Clase 4**	-	[0 0 0 1]*
		Longitud	mm	Numérica real
Variable por estimar	Propiedad por estimar	Relación de aspecto	-	Numérica real
		Resistencia de diseño a la compresión	MPa	Numérica real

Fuente: adaptado de [36].

* Variables discretas o codificadas, y para cada caso, son mutuamente excluyentes.

** Tipo y anclaje de la fibra de acero.

En el segundo conjunto de entrenamiento, los autores adaptan la información de las variables involucradas en el diseño de mezcla y la propiedad mecánica por estimar; sin embargo, las variables relacionadas con las adiciones —agua total, agregados y aire incluido— son expresadas en sus cantidades en función de diversas relaciones de los materiales, sustentadas por [21], y la cantidad de la fibra de acero se expresa en función del volumen de fibra (Tabla 2).

También las características como el tipo del material o su origen son consideradas, y sus atributos (variable cualitativa) se codifican numéricamente como variables de clase (Tabla 2); esto genera para el modelo neuronal un reconocimiento y aprendizaje de patrones sobre 33 campos numéricos.

Tabla 2.

Detalles de las variables incorporadas en el segundo conjunto de entrenamiento

Grupo	Concepto	Variable	Unidad	Representación en el conjunto de entrenamiento
Cemento	Cemento	Cantidad	Kg/m ³	Numérica real
		Tipo I	-	[1 0 0 0 0]*
		Tipo II	-	[0 1 0 0 0]*
		Tipo III	-	[0 0 1 0 0]*
		Tipo IV	-	[0 0 0 1 0]*
		Tipo V	-	[0 0 0 0 1]*
		(3)	-	Numérica real
	Adiciones	(4)	-	Numérica real
		(5)	-	Numérica real
		(6)	-	Numérica real
		(7)	-	Numérica real
		(8)	-	Numérica real
Agua total	Relación	(9)	-	Numérica real
		Sin aditivo	-	[0 0]*
		Agente reductor	plastificante	[1 0]*
		superplastificante	-	[0 1]*
		(10)	-	Numérica real
		Arena	Canto rodado	[1 0]*
			triturado	[0 1]*
		(11)	-	Numérica real
		Canto rodado	-	[1 0]*
		triturado	-	[0 1]*
Agregados	Grava	Tamaño máximo	mm	Numérica real
		Perfil litológico grupo 1	-	[1 0 0]*
		Perfil litológico grupo 2	-	[0 1 0]*
		Perfil litológico grupo 3	-	[0 0 1]*
		(12)	-	Numérica real
		Volumen de fibra	-	Numérica real
		Sin fibra	-	[0 0 0 0]*
		Clase 1**	-	[1 0 0 0]*
		Clase 2**	-	[0 1 0 0]*
		Clase 3**	-	[0 0 1 0]*
Fibra	Fibra de acero	Clase 4**	-	[0 0 0 1]*
		Longitud	mm	Numérica real
Variable por estimar	Propiedad por estimar	Relación de aspecto	-	Numérica real
		Resistencia de diseño a la compresión	MPa	Numérica real

Fuente: adaptado de [36].

* Variables discretas o codificadas, y para cada caso, son mutuamente excluyentes.

** Tipo y anclaje de la fibra de acero.

Las relaciones consideradas en el segundo conjunto de entrenamiento corresponden a las ecuaciones (3)-(12):

humo de sílice/material cementante (3)

cenizas volantes/material cementante (4)

escoria/material cementante (5)

puzolanas/material cementante (6)

agua total/material cementante (7)

agente reductor de agua/material cementante (8)

agua total/sólidos (9)

finos/agregados (10)
agregados/ material cementante (11)
agente inclusor de aire/ material cementante (12)

El tercer conjunto de entrenamiento se construye a partir de la adaptación del segundo conjunto, mediante el cambio de los atributos, los cuales no son representados como variables de clase, sino como variables jerárquicas, de acuerdo con el efecto sobre la resistencia a la compresión, como es sustentado por [21]. Este conjunto de entrenamiento se muestra en la Tabla 3, y se genera para el modelo neuronal un reconocimiento y aprendizaje de patrones sobre 26 campos numéricos.

Tabla 3.

Detalles de las variables incorporadas en el tercer conjunto de entrenamiento

Grupo	Concepto	Variable	Unidad	Representación en el conjunto de entrenamiento
Cemento	Cemento	Cantidad	Kg/m ³	Numérica real
		Tipo I	-	[1 0 0 0 0]*
		Tipo II	-	[0 1 0 0 0]*
		Tipo III	-	[0 0 1 0 0]*
		Tipo IV	-	[0 0 0 1 0]*
Adiciones	Relación	Tipo V	-	[0 0 0 0 1]*
		(3)	-	Numérica real
		(4)	-	Numérica real
		(5)	-	Numérica real
		(6)	-	Numérica real
Agua total	Relación	(7)	-	Numérica real
		(8)	-	Numérica real
		(9)	-	Numérica real
		Sin aditivo	-	[0 0]*
		Agente reductor	-	[1 0]*
Agregados	Arena	plastificante	-	[0 1]*
		superplastificante	-	[1 1]*
		(10)	-	Numérica real
		Canto rodado	-	0,5*
		triturado	-	1,0]*
Agregados	Grava	(11)	-	Numérica real
		Canto rodado	-	0,5*
		triturado	-	1,0*
		Tamaño máximo	Mm	Numérica real
		Perfil litológico grupo 1	-	1,00*
Fibra	Fibra de acero	Perfil litológico grupo 2	-	0,33*
		Perfil litológico grupo 3	-	1,00*
		(12)	-	Numérica real
		Volumen de fibra	-	Numérica real
		Sin fibra	-	0,00*
Fibra	Fibra de acero	Clase 1**	-	1,00*
		Clase 2**	-	0,75*
		Clase 3**	-	0,50*
		Clase 4**	-	0,25*
		Longitud	Mm	Numérica real
Variable por estimar	Propiedad por estimar	Relación de aspecto	-	Numérica real
		Resistencia de diseño a la compresión	MPa	Numérica real

Fuente: adaptado [36].

* Variables discretas o codificadas, y para cada caso, son mutuamente excluyentes.

** Tipo y anclaje de la fibra de acero

Elaboración, entrenamiento, puesta en marcha y validación del modelo neuronal

Se usaron los conjuntos de entrenamiento mencionados en la sección “Base de datos y construcción del conjunto de entrenamiento del modelo neuronal”, en los cuales se relacionan las variables de entrada con la variable de salida (la propiedad por estimar); además, se elaboran propuestas de redes neuronales de funciones de base radial, cuyas características son definidas por [32] y [43], usando como procedimiento de aprendizaje un algoritmo híbrido expuesto por [34]. Las conexiones entre las neuronas de entrada a la capa oculta se hacen por medio de la función de Gauss definida en (1), de acuerdo con [40]. Las desviaciones a los centros son calculadas usando la distancia radial Euclíadiana, definida en [37] y [38].

Para tal fin, se realizan diversas conformaciones de redes neuronales, que no se muestran en este reporte, y se evalúan a partir del factor de correlación lineal R y de la raíz media del total cuadrático (rmse). Para su funcionamiento computacional, las redes neuronales se codifican en un algoritmo usando el lenguaje de programación M, propio del software matemático MATLAB® para plataforma WINDOWS® [51], y el código usa la librería contenida en el *Neural Networks Toolbox* del mismo software [52], lo cual permite implementar los modelos del tipo de redes neuronales que se han descrito.

Los resultados de este proceso (que no se presentan en este artículo) mostraron que arquitecturas con 209, 214 y 212 neuronas en la capa intermedia oculta (Figura 3) obtuvieron desempeños adecuados y confiables ($R > 0,98$). En la Tabla 4 se exponen las configuraciones finales de las redes neuronales de funciones de base radial para la estimación de la resistencia de diseño a la compresión.

Tabla 4.

Configuraciones finales de las redes neuronales de funciones base radial para la estimación de la resistencia de diseño a la compresión

Conjunto	Mejor arquitectura de la red neuronal*	(1) R	(2) R	(3) R	(4) R
1	32-209-1	0,989	0,983	0,983	0,990
2	32-214-1	0,989	0,984	0,983	0,990
3	25-212-1	0,990	0,986	0,982	0,990

Fuente: elaboración propia.

* La arquitectura de la red neuronal referida en esta columna corresponde a la cantidad de neuronas en la capa de entrada, oculta y de salida, respectivamente.

1. fase de entrenamiento

2. fase de prueba

3. fase de validación computacional

4. fase de simulación con todo el conjunto de entrenamiento.

Resultados y discusión

A partir de un modelo neuronal artificial basado en redes neuronales con funciones de base radial, usando como base radial la función de Gauss y para la estimación de las desviaciones de la distancia euclíadiana, se hizo la estimación de la resistencia de diseño a la compresión. Se evaluaron tres modelos neuronales basados en la tipología de red neuronal mencionada: a. el primer modelo con 19 variables de entrada (de las cuales seis son de tipo cualitativa con tratamiento a variable numérica discreta de clase, ampliando el problema de decisión a 32 variables de entrada), una capa oculta con 209 neuronas (cada una representa una variable genérica) y una capa de salida con una única neurona correspondiente a la variable de salida; b. el segundo modelo con 16 variables de entrada (de las cuales seis son de tipo cualitativa con tratamiento a variable numérica discreta de clase, y uso de relaciones de materiales, ampliando el problema de decisión a 32 variables de entrada), una capa oculta con 214 neuronas (cada una representa una variable genérica), y una capa de salida con una única neurona correspondiente a la variable de salida, y c. el tercer modelo con 16 variables de entrada (de las cuales seis son de tipo cualitativa con tratamiento a variable numérica jerarquizada y uso de relaciones de materiales, ampliando el problema de decisión a 25 variables de entrada), una capa oculta con 212 neuronas (cada una representa una variable genérica) y una capa de salida con una única neurona correspondiente a la variable de salida.

La Tabla 4 muestra los resultados de desempeño de cada modelo neuronal, basado en redes de funciones de base radial, para todas las etapas o fases de entrenamiento de estas (entrenamiento, prueba, validación computacional y simulación con todo el conjunto de entrenamiento). Para las etapas se hace una comparación entre el resultado obtenido por las redes neuronales y el valor conseguido en el ensayo experimental reportado en la base de datos recopilada, para lo cual se asocia a dicha comparación el factor de correlación lineal R. De acuerdo con este indicador de desempeño, se puede observar que entre el primero y segundo modelo hubo un mejoramiento de este en el segundo modelo; y entre el segundo y tercer modelo, un mejoramiento del indicador de desempeño en el tercer modelo. Se infiere que el mejoramiento del coeficiente de correlación lineal R se debe al cambio en la forma de representación de las variables de entrada para cada caso de comparación, mediante el uso de relaciones de materiales para representar las cantidades de la materia prima en el segundo conjunto de entrenamiento, y en adición al uso de estas relaciones, la representación de las variables cualitativas como fracciones jerarquizadas en el tercer conjunto de entrenamiento.

El uso de relaciones de los materiales es un indicador más adecuado para la comparación entre diferentes dosificaciones de mezclas de concreto que llevan a resistencias de diseño a la compresión similares, como es analizado por [20] y [21]. Respecto al tratamiento de las variables cualitativas como variables numéricas, el uso de la fracción jerarquizada disminuye el espacio

de decisión que será aprendido por la red neuronal, en comparación con el tratamiento numérico de clase, lo cual permite inferir que esto produce un mejor desempeño de la red.

Para todos los modelos neuronales elaborados, el factor de correlación lineal como indicador de desempeño, en este caso de las redes neuronales, muestra que hay una relación lineal positiva fuerte entre los valores reportados experimentalmente y los obtenidos mediante la predicción, según [53], [54]. Lo anterior permite inferir que las herramientas computacionales elaboradas son adecuadas y confiables para hacer dichas estimaciones. A manera de ejemplo, se muestran en la Figura 3 los resultados de correlación para el modelo neuronal entrenado con el tercer conjunto de entrenamiento, que muestra de manera gráfica la relación lineal positiva.

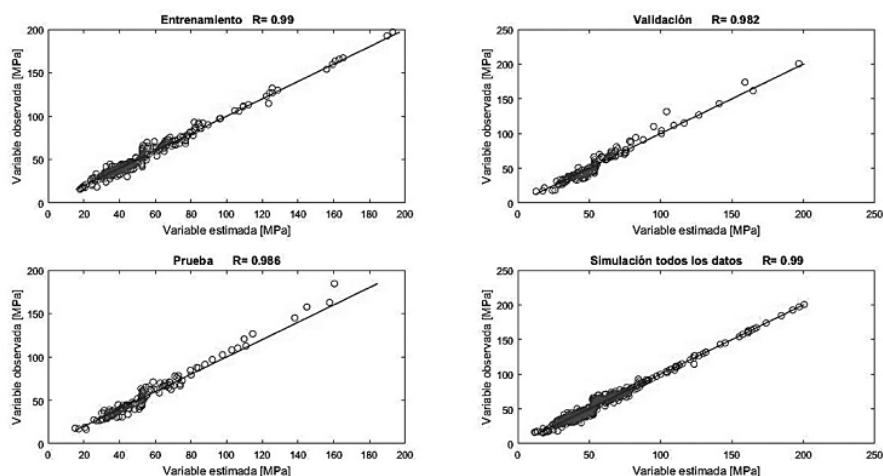


Fig. 3.

Correlación entre los valores observados y los estimados por el tercer modelo neuronal basado en redes neuronales de funciones de base radial

Fuente: elaboración propia.

Para este mismo modelo neuronal, la Figura 4 representa de manera simultánea los valores estimados por el modelo y los obtenidos experimentalmente reportados en la base de datos recopilada, con el fin de verificar la bondad del ajuste en la predicción, a partir de la comparación gráfica entre los dos resultados [55]. En la Figura 4 la corroboración para cada registro en la aproximación del resultado obtenido por predicción permite inferir que el modelo computacional propuesto y basado en redes neuronales de base radial puede ser usado como herramienta computacional para predecir la resistencia de diseño a la compresión en dosificaciones de mezclas de concreto fibrorreforzado con acero.

La literatura reporta el uso de redes neuronales artificiales en la predicción de la resistencia de diseño a la compresión para hormigones sin reforzamiento y con reforzamiento de fibras, mencionados por [8]; asimismo, los desarrollados por los autores, en los cuales el modelo neuronal se basó en redes neuronales multicapa de *backpropagation*. En dicha predicción, usando redes de funciones de base radial, los resultados obtenidos en el indicador de desempeño (el factor de correlación lineal R)

son mejores a los conseguidos por [9] ($R = 0,9678$), [10] ($R= 0,9787$), [11] ($R = 0,9829$).

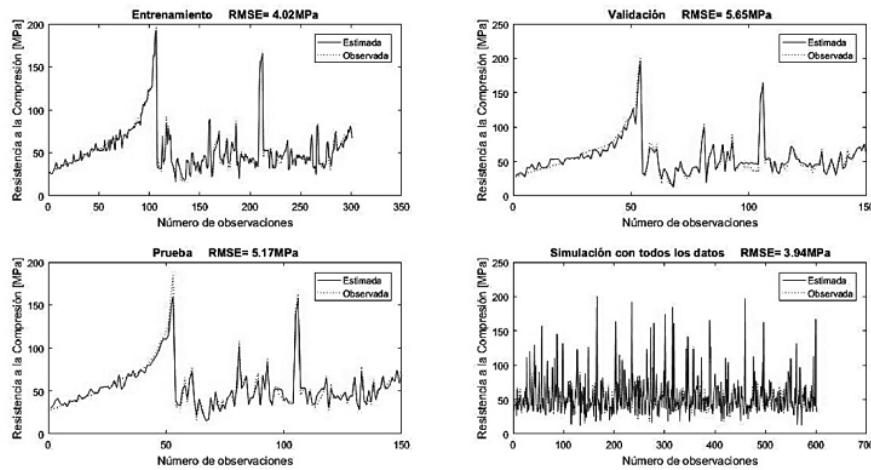


Figura 4.

Comparación gráfica de los resultados estimados y los observados experimentalmente Fuente: elaboración propia.

De igual manera, la literatura reporta en [15] la predicción de la resistencia de diseño a compresión, en hormigones de alta resistencia sin fibra, usando modelos neuronales basados en redes de funciones de base radial ($R = 0,993$) y en redes de regresión generaliza ($R = 0,985$); también se reporta en [16] la predicción de la resistencia de diseño a la compresión para hormigones reforzados con fibras metálicas y poliméricas, usando modelos neuronales basados en redes neuronales multicapa de *backpropagation* y en redes de funciones de base radial, donde se muestra un mejoramiento en la predicción a partir de la medición del error, usando el segundo modelo.

Los resultados en la evaluación del desempeño de los modelos neuronales basados en redes de funciones de base radial, presentados en este documento y en los reportes de [15] y [16], muestran que se obtuvieron mejores predicciones que aquellas logradas por otro tipo de redes neuronales para resolver el mismo problema de predicción. Se infiere que esta mejoría obedece a las características y los *modus operandi* propios de las redes de funciones de base radial, como el uso de una estructura simple, robustez, rápida velocidad de convergencia, menor carga de trabajo y alta precisión [56]. En particular, para los conjuntos de entrenamiento de este trabajo, con un número alto de patrones, estos son más adaptables a las redes de funciones de base radial [57], aspecto que potencia el indicador de desempeño.

Conclusiones

En la dosificación de las mezclas para la elaboración de hormigón reforzado con fibras metálicas, se usan diversos componentes y la relación entre sus cantidades y sus características cualitativas influyen en el

resultado de la resistencia de diseño a la compresión. Con esto, la utilización de fórmulas empíricas y fórmulas y modelos matemáticos tradicionales dificultan la predicción de la propiedad mecánica en mención, especificación por excelencia del material, lo que lleva el procedimiento al campo de la inteligencia artificial. De forma análoga, las redes neuronales artificiales simulan el mecanismo de procesamiento de información del córtex del cerebro humano, y la formación de redes de funciones de base radial es una manera de hacerlo.

El modelo neuronal artificial basado en redes neuronales de funciones de base radial que se ha presentado en este trabajo puede hacer la predicción de la resistencia de diseño a la compresión en dosificaciones de mezclas de hormigón reforzado con fibras metálicas, y en la cuales se tienen en cuenta consideraciones cualitativas sobre el tipo de cemento y de agente retenedor de agua, el origen geológico y la procedencia de la explotación del agregado, además de la tipología de la fibra metálica que genera una diferencia en el anclaje entre este refuerzo y la matriz cementicia.

El indicador de desempeño basado en el coeficiente de correlación lineal R , que establece el ajuste entre el valor estimado por el modelo neuronal y el valor real obtenido experimentalmente a partir del ensayo estandarizado de resistencia a la compresión, muestra que esta predicción se hace de manera confiable y rápida. Esto significa que el modelo neuronal es un adecuado prospecto de aplicación en futuros desarrollos que permitan establecer nuevos métodos de estudio sobre esta clase de hormigón.

El trabajo encontró, en la solución particular de predecir la resistencia de diseño a la compresión en este tipo de hormigón, que la aplicación de redes neuronales de funciones de base radial es mejor que la aplicación de redes neuronales multicapa de *backpropagation* desarrollada en trabajos previos por los autores. Lo anterior se debe a su estructura simple, robustez, rápida velocidad de convergencia, menor carga de trabajo y alta precisión.

Así, pues, el trabajo desarrollado potencia una agenda futura en la generación de nuevos métodos de estudio de la resistencia de diseño a la compresión en hormigones reforzados con fibras metálicas en el campo de la ingeniería, a partir de la exploración en la estructura y el funcionamiento de estas redes neuronales, como el ajuste del número de nodos de la capa de entrada y oculta, la modificación de los métodos de normalización y la consideración de métodos de agrupación e híbridos como algoritmos genéticos y algoritmos de enjambres sobre la conformación del modelo neuronal.

Referencias

- A. Fernández-Jiménez y A. Palomó, "Propiedades y aplicaciones de los cementos alcalinos," Revista Ingeniería de Construcción, vol. 24, no. 3, pp. 213-232, 2009.

- A. M. Neville, Properties of Concrete. 5th. ed. Harlow, Inglaterra: Pearson Education Limited, 2011.
- L. O. González-Salcedo, A. P. Guerrero Zúñiga, S. Delvasto Arjona y A. L. E. Will, "Estimación del índice de tenacidad flexural I5 en concretos fibro-reforzados, usando redes neuronales artificiales," Revista Colombiana de Materiales, no. 5, pp. 24-29, 2014.
- S. E. Chidiac, F. Moutassem y F. Mahmoodzadeh, "Compressive strength model for concrete," Magazine of Concrete Research, vol. 65, no. 9, pp. 557-572, 2013.
- M. Aminul Haque y Md. Rasel-Ul-Alam, "Non-linear models for the prediction of specified design strengths of concretes development profile," HBRC Journal, vol. 14, no. 2, pp. 123-136, 2018.
- M. F. M. Zain y S. M. Abd, "Multiple regressions model for compressive strength prediction of high performance concrete," Journal of Applied Sciences, vol. 9, no. 1, pp. 155-160, 2009.
- P. Chopra, R. Kumar S. y M. Kumar, "Artificial Neural Networks for the Prediction of Compressive Strength of Concrete," International Journal of Applied Science and Engineering, vol. 13, no. 3, pp. 187- 204, 2015.
- L. O. González-Salcedo, A. P. Guerrero-Zúñiga y S. Delvasto-Arjona, "Aplicación de la Inteligencia Artificial en el diseño de mezclas de concreto. Estado del Arte," Cuaderno Activa, no. 4, pp. 55-56, 2012
- L. O. González-Salcedo, A. P. Guerrero Zúñiga, S. Delvasto- Arjona y A. L. E. Will, "Red Neuronal Artificial para estimar la resistencia a la compresión, en concretos fibro-reforzados con polipropileno," Ventana Informática, no. 26, pp. 11-28, 2012
- L. O. González-Salcedo, A. P. Guerrero Zúñiga, S. Delvasto- Arjona y A. L. E. Will, "Exploración con Redes Neuronales Artificiales para estimar la resistencia a la compresión, en concretos fibroreforzados con acero," Ciencia e Ingeniería Neogranadina, vol. 22, no. 1, pp. 19- 41, 2012.
- L. O. González-Salcedo, A. P. Guerrero Zúñiga, S. Delvasto-Arjona y A. L. E. Will, "Redes neuronales artificiales para estimar propiedades en estado fresco y endurecido, para hormigones reforzados con fibras metálicas," Cuaderno Activa, no. 9, pp. 95-107, 2016.
- G. S. Bhunia, P. K. Shit y Maiti, "Spatial variability of soil organic carbon under different land use using radial basis function (RBF)," Modeling Earth Systems and Environment, no. 2, pp. 1-8, 2016. DOI: 10.1007/s40808-015-0070-X.
- S. Heddam, "Simultaneous modelling and forecasting of hourly dissolved oxygen concentration (DO) using radial basis function neural network (RBFNN) base approach: a case study from the Klamat River, Oregon, USA," Modelling Earth Systems and Environment, vol. 2, no. 3, pp. 135-153, 2016. DOI: 10.1007/s40808-016-0197-4.
- S. Pal, S. Manna, B. Chattopadhyay y S. K. Mukhopadhyay, "Carbon sequestration and its relation with some soil properties of East Kolkata Wetland (a Ramsar Site): a spatio-temporal study using radial basis functions," Modeling Earth Systems and Environment, vol. 2, no. 2, pp. 80-92, 2016. DOI: doi.org/10.1007/s40808-016-0136-4.
- X. Chen, J. Fei y X. Yuan, "High-performance Concrete Strength Prediction Model Based on the Radial Basis Function Neural Network of Human

- Cerebral Cortex," NeuroQuantology, vol. 16, no. 5, pp. 862-869, 2018. DOI: 10.14704/nq.2018.16.5.1404
- N. Li, J. H. Zhao, J. Wang y Q. Zhu, "Prediction of Hybrid Fiber Reinforced Concrete Strength on Base of RBF & BP. Proceedings of 2014 International Conference on Material Science and Engineering," Advanced Materials Research, vol. 1035, pp. 180-185, 2014. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.1035.180
- C. Hu y Z. Li, "A review on the mechanical properties of cement-based materials measured by nanoindentation," Construction and Building Materials, no. 90, pp. 80-90, 2015.
- J. R. Niño H. Tecnología del Concreto. Tomo I: Materiales, propiedades y diseño de mezcla. Bogotá, Colombia: Asociación Colombiana de Productores de Concreto (Asocreto), 2010.
- L. Hong, X. Gu y F. Lin, "Influence of aggregate surface roughness on mechanical properties of interface and concrete," Construction and Building Materials, vol. 65, pp. 338-349.
- L. O. González-Salcedo, A. P. Guerrero Zúñiga, S. Delvasto-Arjona y A. L. E. Will, "Elaboración de un modelo evolutivo híbrido de algoritmos genéticos y redes neuronales artificiales para dosificaciones de mezclas de concretos reforzadas con fibras metálicas," Revista de Ingeniería, vol. 43, pp. 46-54, 2015.
- L. O. González-Salcedo, "Diseño de mezclas de concreto reforzado con fibras metálicas y de polipropileno, usando Inteligencia Artificial", Tesis doctoral, Universidad del Valle, Cali, Colombia, 2014.
- C. Mendoza, C. Aire y P. Dávila, "Influencia de las fibras en las propiedades del concreto en estados plásticos y endurecido," Concreto y Cemento. Investigación y Desarrollo, vol. 2, no. 2, pp. 35-47, 2011.
- R. Robayo, P. Mattey y S. Delvasto-Arjona, "Comportamiento mecánico de un concreto fluido adicionado con ceniza de cascarilla de arroz (CCA) y reforzado con fibras de acero," Revista de la Construcción, vol. 12, no. 2, pp. 139-151, 2013.
- O. S. Eluyode y D. T. Akomolafe, "Comparative Study of Biological and Artificial Neural Networks," European Journal of Applied Engineering and Scientific Research, vol. 2, no. 1, pp. 36-46, 2013.
- K. Das y R. N. Behera, "A survey on Machine Learning: Concept, Algorithm and Applications," International Journal of Innovative Research in Computer and Communication Engineering, vol. 5, no. 2, pp. 1301-1309, 2017.
- O. I. Abiodun, A. Jantan, A. E. Omolara, K. V. Dada, N. A. Mohamed y H. Arshad, "State-of-Art in Artificial Neural Network Applications: A survey," Heliyon, vol. 4, no. 11, pp. 1-4, 2018.
- F. Gunther y S. Fritsch, "NEURALNET: Training of Neural Networks. The R Journal, vol. 2, no. 1, pp. 30-38, 2010.
- M. K. S. Alsmadi, K. Bin Omar y S. S. Noah, "Back Propagation Algorithm: The Best Algorithm among the Multi-Layer Perceptron Algorithm," International Journal of Computer Science and Network Security, vol. 9, no. 4, pp. 378-383, 2009.
- M. J. D. Powell, "Radial basis functions for multi-variable interpolation: A review," en Algorithms for the Approximation, J. C. Mason y M. G. Cox, Eds. Shrevenham, Reino Unido: Royal Military College of Science, 1985, pp. 143-167.

- M. J. D. Powell, "The theory of radial basis function approximation in 1990", en *Advances in Numerical Analysis II: Wavelets, Subdivision Algorithms and Radial Functions*, W. Light Ed. Oxford, Reino Unido: Oxford University Press, 1992, pp. 105-201.
- H. G. Han y J. F. Qiao, "Adaptive Computation Algorithm for RBF Neural Network," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 23, no. 2, pp. 342-347.
- T. Poggio, F. Anselmi y L. Rosasco, "I-theory on depth vs width: Hierarchical Function Composition," *Center for Brains, Minds & Machines*, no. 041, pp. 1-29.
- X. Li y L. C. Huang, "Radial Basis Function Neural Network method of determining functional relationship for Quality Function Deployment," en *International Conference on Management Science and Engineering. 16th Annual Conference Proceedings*, IEEE. H. Lan y Y. H. Yang, Eds. Moscú, Rusia: IEEE, 2009, pp. 176-182.
- J. Nong, "Conditions for radial basis function networks to universal approximators and numerical experiments," en *The 25th Chinese Control and Decision Conference*. IEEE. G. H. Yang y H. Wang, Eds. Guiyang, China: IEEE, 2013, pp. 2193-2197.
- Y. Wu, H. Wang, B. Zhang y K. L. Du, "Using Radial Basis Function Networks for Function Approximation and Classification," *International Scholarly Research Network ISRN Applied Mathematics*, vol. 2012, pp. 1-34, 2012.
- B. M. Wilamowski, "Neural Network architectures and Learning Algorithms," *IEEE Industrial Electronics Magazine*, vol. 3, no. 4, pp. 59-63, 2009.
- W. Y. Yao, X. Chen, M. V. Tooren y Y. Wei, "Euclidean Distance and Second Derivative Based Widths Optimization of Radial Basis Function Neural Networks," en *Proceedings of the 2010 International Joint Conference on Neural Network*, Barcelona, España: IEEE, 2010, pp. 1-8.
- W. Y. Yao, X. Chen, Y. Zhao y M. V. Tooren, "Concurrent subspace width optimization method for RBF Neural Network modeling. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*," vol. 23, no. 2, pp. 247-259, 2012.
- H. Hoang Xuang, D. T. T. Hien y T. Huynh, "Efficient Algorithm for training interpolation RBF Networks with equally spaced nodes," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 22, no. 6, pp. 982-988, 2011.
- G. A. Montazer, D. Giveki, M. Karami y H. Rastegar, "Radial Basis Function Neural Networks: A Review," *Computers Reviews Journal*, vol. 1, no. 1, pp. 52-74, 2018.
- M. E. Chenoweth, "A numerical study of generalized multiquadratic radial basis function interpolation," *SIAM Undergraduate Research Online*, no. 2, pp. 58-70, 2009.
- A. Alipanah, "Multiquadratic Radial Basis Function Method for the solution of Brachistochrone Problem," *Romanian Journal of Mathematics and Computer Science*, vol. 6, no. 2, pp. 126-133, 2016.
- C. S. K. Dash, A. K. Behera, S. Dehuri y S. B. Cho, "Radial Basis Function Neural Networks: A topical state-of-art survey," *Open Comput Science*, vol. 6, no. 1, pp. 33-63, 2016.
- C. García V., "Redes neuronales de funciones de base radial," *Tesis de grado*, Universidad de La Laguna, La Laguna, Tenerife, España, 2017.

- R. Tinós y L. O. M. Junior, "Use of the q-Gaussian Function in Radial Basis Function Networks," en Foundations of Computational Intelligence, Volume 5: Studies in Computational Intelligence, A. Abraham, A. E. Hassanien y V. Snasel, Eds. Berlín, Alemania: Springer, 2009, pp. 127-145.
- B. M. Wilamowski y H. Yu, H. "Neural Network Learning without back propagation," IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 5, no. 6, pp. 989-993, 2010.
- W. Ji, L. Sun, K. Wang y L. Lv, "Learning Methods of Radial Basis Function Neural Network," Journal of Chemical and Pharmaceutical Research, vol. 8, no. 4, pp. 457-461, 2016.
- F. Tusell. Análisis de regresión. Introducción teórica y práctica basada en R. Bilbao, España: Universidad del País Vasco, 2011.
- N. D. Díaz Toro, "La pseudoinversa en el proceso de aprendizaje del asociador lineal," Tesis de maestría, Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia, 2014.
- NTC 673. Concretos. Ensayo de resistencia a la compresión de especímenes cilíndricos de concreto. Norma Técnica Colombiana NTC 673, Bogotá, Colombia: Instituto Técnico Colombiano de Normas Técnicas y Certificación (Icontec), 2010.
- The Mathworks Inc., "MATLAB® & SIMULINK® Release 2008a, Installation Guide for Windows". The Math Works Inc., 2008. [En línea]. Disponible en: <https://www.mathworks.com/help/doc-archives.html>
- M. H. Beale, M. T. Hagan y H. B. Demuth. Neural Networks Toolbox: User's Guide, Version 7. Natick, Estados Unidos: The Math Works Inc., 2000.
- P. Arteaga, C. Batanero, J. M. Contreras, G. R. Cañadas, "Understanding Statistical Graphs: A Research Survey," Boletín de Estadística e Investigación Operativa, vol. 28, no. 3, pp. 262-277, 2012.
- L. L. Nathans, F. L. Oswald y K. Nimon, "Interpreting Multiple Linear Regression: A Guidebook of Variable Importance," Practical Assessment, Research & Evaluation, vol. 17, no. 9, pp. 1-19, 2012.
- C. L. Cheng, S. Shalab y G. Garg, "Coefficient of determination for multiple measurement error models," Journal of Multivariate Analysis, vol. 126, pp. 137-152, 2014.
- M. F. Bouami, "Desarrollo y optimización de nuevos modelos de redes neuronales basadas en funciones de base radial," Tesis doctoral, Universidad de Granada, Granada, España.
- A. Heryudono, E. Larsson, A. Ramage y L. Von Sydow, "Preconditioning for basis radial function partition of unity methods," Journal of Scientific Computing, no. 67, pp. 1089-1109, 2016.