



Revista Facultad de Ingeniería

ISSN: 0717-1072

facing@uta.cl

Universidad de Tarapacá

Chile

Pedraja R., Llliana; Rodríguez P., Emilio; Server I., Ricardo
Modelo Estocástico Wiener Gauss: una Aplicación a la Economía Financiera en el Mercado de
Capitales de España
Revista Facultad de Ingeniería, núm. 8, julio-diciembre, 2000, pp. 37-47
Universidad de Tarapacá
Arica, Chile

Available in: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=11400805>

- How to cite
- Complete issue
- More information about this article
- Journal's homepage in redalyc.org

redalyc.org

Scientific Information System

Network of Scientific Journals from Latin America, the Caribbean, Spain and Portugal

Non-profit academic project, developed under the open access initiative

MODELO ESTOCASTICO WIENER GAUSS: UNA APLICACION A LA ECONOMIA FINANCIERA EN EL MERCADO DE CAPITALES DE ESPAÑA

Liliana Pedraja R.¹ Emilio Rodríguez P.² Ricardo Server I.³

RESUMEN

El artículo tiene por objetivo analizar si el proceso de formación de precios del índice alimentario de la bolsa de valores de Madrid se comporta según el modelo estocástico Wiener-Gauss aplicado al sector de la economía financiera, lo cual equivale a evaluar si esta bolsa de valores es eficiente, en su forma débil, en la formación de dicho activo financiero. Así, se trabaja con datos semanales de los precios de cierre del índice del sector alimentario de la bolsa de valores de Madrid en el período 1994-1998, y se verifica en qué medida el proceso de formación de precios de este índice se explica por el proceso Wiener-Gauss.

Los resultados sugieren que: el proceso de formación de precios semanales del índice del sector alimentario de la bolsa de Madrid es aleatorio; la rentabilidad semanal de dicho índice sigue una distribución normal; el proceso estocástico de formación de precios semanales se puede tipificar de acuerdo al modelo estocástico Wiener-Gauss; las estimaciones de precios generadas a partir de dicho modelo son estadísticamente significativas para explicar los precios semanales del índice estudiado; y las variaciones aleatorias que explican que las diferencias, entre los precios semanales estimados por el modelo y los precios semanales reales del índice, corresponden básicamente a una distribución normal.

ABSTRACT

The aim of this paper is to analyze if the process of price formation of the food sector index at the Madrid stock exchange behaves according to a Wiener-Gauss process applied to financial economy. That means to evaluate if the weak form of market efficiency is true, in Madrid Stock Exchange, in the formation of this financing asset. So, weekly data of closing prices of the food sector index at the Madrid Stock Exchange between 1994 and 1998 are used to verify if the process of price formation of this index can be explained through the Wiener-Gauss model.

Results suggest that the weekly price formation process of the food index at the Madrid stock exchange is random; the return has a normal distribution; the stochastic process of weekly price formation of the index can be typified according to the Wiener-Gauss process. Also, the generated price estimates – starting from a Wiener-Gauss process – are statistically significant to explain weekly prices of the index studied, and random variations that explain the differences between estimated weekly prices and real weekly prices of the index basically correspond to a normal distribution.

INTRODUCCION

La presente investigación pretende responder a la pregunta: ¿la formación de precios del índice alimentario de la Bolsa de Madrid sigue un proceso estocástico Wiener-Gauss?. Esta pregunta trata de dilucidar en qué medida la formación de precios del índice del sector alimentario de la Bolsa de Madrid responde a los requerimientos de un mercado eficiente, en su forma débil.

Ahora bien, para dar respuesta a esta interrogante se requiere: 1) establecer un marco teórico general que

brinde las bases fundamentales sobre la aplicación del modelo Wiener-Gauss al caso de los activos financieros; 2) verificar estadísticamente si la rentabilidad pasada del índice alimentario explica la rentabilidad presente de dicho índice en la bolsa de valores de Madrid; 3) comprobar estadísticamente si la rentabilidad del índice alimentario de la bolsa de Madrid sigue una distribución normal; y finalmente, 4) establecer la capacidad explicativa del modelo Wiener-Gauss respecto de la formación de precios del activo financiero en estudio.

La importancia de esta investigación estriba en que: 1) permite la aplicación del modelo Wiener-Gauss a un

¹ Universidad de Tarapacá, Facultad de Ingeniería, e-mail: erodrigu@uta.cl, Arica, Chile.

² Universidad de Tarapacá, Facultad de Cs. Sociales, Administrativas y Económicas, e-mail: erodrigu@uta.cl, Arica, Chile.

³ Universidad Politécnica de Valencia, España.

activo financiero específico, proporcionando un nuevo sustento sobre la validez de este modelo en el área de la economía financiera; 2) presenta una visión integradora para evaluar la pertinencia del modelo Wiener-Gauss; 3) proporciona evidencia empírica respecto de uno de los principales centros financieros del mundo.

Asimismo, los resultados de esta investigación deben arrojar conclusiones sobre: 1) la competitividad del mercado de capitales de España; 2) el grado de seguridad que revisten las inversiones en el sector alimentario en el mercado financiero español; y, 3) el grado de atractivo relativo que reviste el sector alimentario para los inversionistas institucionales.

FUNDAMENTACION TEORICA

El Proceso Wiener-Gauss

Se dice que una variable sigue un proceso estocástico cuando cambia de valor en el tiempo, en forma aleatoria. Un proceso Markov es un tipo particular de proceso estocástico, en el cual sólo el estado presente de los procesos es relevante para predecir el futuro.

El proceso Wiener-Gauss, es un tipo de proceso estocástico Markov, el cual se ha usado en física para describir el movimiento Browniano de una partícula que está sujeta a un gran número de pequeños “shocks” moleculares.

En términos generales, el comportamiento de una variable z que sigue un proceso Wiener puede ser entendida al considerar los cambios en su valor en pequeños intervalos de tiempo.

Existen dos propiedades básicas que debe cumplir la variable z para seguir un proceso Wiener:

Propiedad 1: El cambio en z estará asociado con el cambio en t mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta z = e\sqrt{\Delta t} \quad (1)$$

Donde:

Δt = intervalo de tiempo

Δz = cambio en la variable z durante Δt

e = coeficiente aleatorio que tiende a una distribución normal $N(0,1)$

Propiedad 2: Los valores de Δz para dos intervalos diferentes del tiempo Δt son independientes.

Así de (1) se tiene que Δz sigue una distribución normal con:

$$E(\Delta z) = 0$$

$$\sigma(\Delta z) = \sqrt{\Delta t}$$

$$\sigma^2(\Delta z) = \Delta t$$

Si se considera el incremento en el valor de z durante un período relativamente largo de tiempo, T , esto se puede denotar como $z(T) - z(0)$

Extensión del proceso Wiener-Gauss al caso de los activos financieros

El proceso Wiener-Gauss, en el caso de los activos financieros asume la hipótesis de la existencia de un mercado eficiente, en su forma débil, ya que las variaciones de precio son completamente aleatorias y sólo ocurren cuando aparece nueva información. Por su parte, la aparición de nueva información en el mercado también es aleatoria.

El proceso Wiener-Gauss puede ser extendido al uso de los activos financieros a través del siguiente modelo general (Hull [11]):

$$\frac{dS}{S} = mdt + s dz \quad (2)$$

Donde:

S = precio del activo financiero

dS = cambio en los precios del activo financiero S

m = rentabilidad esperada del activo financiero S

dt = cambio en la variable tiempo.

s = volatilidad del activo financiero S

ε = variable aleatoria, se distribuye $N(0,1)$

$$dz = e \sqrt{dt}$$

De esta forma, se puede establecer que el cambio de los precios de los activos financieros obedece a un concepto de rentabilidad esperada por el diferencial de tiempo transcurrido más un factor de volatilidad de carácter aleatorio.

Ahora bien, una variable x sigue un proceso de Ito [13] si se puede expresar mediante la siguiente ecuación:

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz \quad (3)$$

Donde: a y b son funciones de x y t

Así, el Lemma de Ito [13] muestra que una función, G de x y t sigue el proceso:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dz \quad (4)$$

Dado que dz sigue el mismo proceso Wiener de la ecuación (3), entonces, G también sigue un proceso Ito. Así, empleando el Lemma de Ito en (2) y si $a = \mu S$ y $b = \sigma S$, se puede observar el proceso seguido por una función G de S y t :

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial S} \mu S + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} S^2 \sigma^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial S} S \sigma dz \quad (5)$$

Ahora bien, siguiendo a Hull [11], si $G = \ln S$, y si:

$$\frac{\partial G}{\partial S} = \frac{1}{S}; \quad \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2}; \quad \frac{\partial G}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

El proceso seguido por G , de acuerdo a la ecuación (5), es igual a:

$$dG = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz \quad (7)$$

Dado que μ y σ son constantes, la ecuación (7) indica que G sigue un proceso Wiener (ecuación 2).

Ahora bien, como $G_t = \ln S_t$ y $G_{t-1} = \ln S_{t-1}$, entonces:

$$dG = \ln G_t - \ln G_{t-1} \quad (8)$$

O bien,

$$dG = \ln \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} \right) \quad (9)$$

Luego, de (7) y (9), se tiene:

$$\ln \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} \right) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz \quad (10)$$

Bajo las condiciones establecidas, es posible seguir que:

$$\ln \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} \right) \sim N \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt, \sigma dz \right] \quad (11)$$

De lo anterior se puede desprender que los valores del activo financiero S se distribuyen en forma lognormal y el cambio en los valores del activo S , vale decir la rentabilidad $\ln(S_t/S_{t-1})$ se distribuye normalmente.

Aplicaciones del modelo Wiener Gauss en el campo de la economía financiera

Desde una perspectiva práctica, en los mercados financieros altamente desarrollados y eficientes, es posible identificar un creciente empleo de los modelos estocásticos por parte de los analistas financieros, tal como lo plantea Pitt [17].

Ahora bien, desde una perspectiva teórica, los modelos estocásticos muestran una amplia aplicación. Así, en el ámbito de la economía financiera, existen una serie de trabajos académicos de relevancia que sirven de soporte a la presente investigación.

En primer término Black et al [3] realizan un importante aporte al deducir una ecuación diferencial que considera el precio de cualquier instrumento financiero derivado de una acción que no paga dividendos. Así, los autores utilizan dicha ecuación para obtener el valor de una opción europea, partiendo del análisis de un proceso Wiener.

Posteriormente, Black [2] clarifica las diferencias entre distintos tipos de instrumentos derivados, así, empleando los supuestos de la valoración original de una opción, en la cual está implícito que la formación de precios de los activos financieros sigue un modelo estocástico Wiener-Gauss, Black valora contratos forward y opciones sobre commodities.

Por su parte Geske [7] desarrolla una forma ajustada para valorar opciones europeas, cuyo monto de dividendos a pagar es estocástico.

De similar modo Hurley et al. [12] desarrollan unos modelos de valoración de dividendos que asumen que la tasa de descuento está fijada y, que los dividendos siguen un patrón de pago según un proceso del tipo Markov.

Asimismo, Ho et al. [10] desarrollan un modelo para la valoración de activos financieros en tiempo continuo, el cual explica los retornos del activo financiero en función de un conjunto de factores comunes, entre los cuales se incluye la existencia de aspectos de naturaleza aleatoria.

De igual modo, Hansen et al. [9] desarrollan una forma alternativa para comparar modelos que valoran el precio

de los activos, bajo la debida consideración de una serie de factores estocásticos.

Por su parte, Del Angel et al. [6] desarrollan un modelo discreto del tipo Markov para valorar un portafolio de créditos comerciales e industriales de un banco mexicano.

A su vez, Takriti et al [24] desarrollan un modelo estocástico que genera precios para la energía eléctrica considerando el conjunto de restricciones y regulaciones existentes en la industria eléctrica.

Asimismo, Copeland et al. [5] emplean el modelo Wiener-Gauss al plantear un enfoque para maximizar el valor de programas de crédito, minimizando las posibilidades de falta de cumplimiento de las firmas financiadas por dichos créditos.

Tradicionalmente se ha considerado que la rentabilidad de los activos financieros es estocástica, y que la distribución normal resulta ser la distribución más plausible para explicar el comportamiento de dicha variable. Connelly [4]; Hull [11].

Por otro lado, es relevante considerar que, en términos prácticos, el modelo Wiener-Gauss resulta pertinente para explicar algunos procesos de formación de precios o procesos estocásticos asociados a activos financieros. Gibson et al. [8]; Schwartz et al. [23]; Pedraja et al. [18]; Rodríguez [20]; Rodríguez et al. [21]; Bhanot [1]; Kijima et al. [14].

El modelo Wiener-Gauss asume la premisa de eficiencia en los mercados, en su forma débil. Por ello, si su aplicación resulta adecuada para el proceso de formación de precios del índice del sector alimentario, entonces se puede considerar que existe un funcionamiento eficiente, en su forma débil, de la bolsa de Madrid en la valoración de dicho activo.

Sin embargo, para ratificar esta eficiencia, es necesario que las predicciones generadas a través del modelo estocástico, se correlacionen de modo significativo con los precios reales. Peroni et al. [16].

A su vez, las estimaciones de precios generadas a partir del modelo Wiener-Gauss deben considerar la esperanza matemática de la variable. No obstante la existencia de algunas evidencias a favor de los modelos de simulación determinísticos Papageorgiou et al. [15], se requiere realizar una serie de simulaciones de Montecarlo para estimar la volatilidad estocástica de la formación de precios del activo financiero en estudio Sandmann et al. [22].

Este trabajo ofrece una visión de investigación original, pues supera el alcance de trabajos previos ya que integra en un solo estudio un conjunto de hipótesis que han sido exploradas parcialmente en investigaciones anteriores (Gibson et al. [8]; Schwartz et al.[23]; Rodríguez [20]) y presenta el caso de un activo financiero específico desarrollado por Pedraja [19] y no publicado previamente.

HIPOTESIS

Hipótesis 1: La formación de precios del índice del sector alimentario de la bolsa de valores de Madrid sigue un proceso estocástico y puede ser tipificado por el modelo Wiener-Gauss.

Esta hipótesis cuenta con un fuerte y consistente sustento teórico y empírico. Gibson et al.[8]; Schwartz et al.[23]; Rodríguez [20]; Rodríguez et al.[21]; Bhanot [1]; Pedraja et al.[18]; Kijima et al. [14].

El cumplimiento de esta hipótesis implica demostrar que la rentabilidad pasada no es apropiada para explicar la rentabilidad presente. Gibson et al. [8]; Hull [11]; Schwartz et al.[23]; Rodríguez,[20].

Si además se demuestra que la rentabilidad del índice del sector alimentario se distribuye normalmente, entonces se probaría que la bolsa de valores de Madrid es eficiente en la formación de precios de dicho índice.

Hipótesis 2: El modelo Wiener-Gauss permite realizar estimaciones de precios semanales del índice del sector alimentario de la bolsa de Madrid, correlacionadas de manera significativa, con los precios semanales reales de dicho índice.

Para comprobar que el proceso de formación de precios del índice del sector alimentario de la bolsa de valores de Madrid es eficiente, en su forma débil, es necesario que las predicciones de precios generadas vía el modelo estocástico, se correlacionen significativamente con los precios reales de dicho índice. Peroni et al. [16].

Estas predicciones deben generarse a partir de la esperanza matemática que se deriva del propio modelo, como también mediante la realización de simulaciones de Montecarlo. Sandmann et al. [22].

Esta hipótesis implica demostrar que las estimaciones de precios semanales del índice del sector alimentario, generadas a partir del proceso Wiener-Gauss, ya sea mediante la esperanza matemática o por simulaciones

de Montecarlo, están correlacionadas significativamente con los precios reales.

Hipótesis 3: Las diferencias entre los precios semanales del índice del sector alimentario de la bolsa de valores de Madrid, estimados a partir del modelo Wiener-Gauss y los precios semanales reales de dicho índice, se comportan según una distribución normal.

Esta hipótesis alude específicamente a que el comportamiento de los precios del índice del sector alimentario es consistentemente eficiente en un horizonte de tiempo determinado, lo cual permite una medición más específica y no sólo una tendencia global hacia la eficiencia. Rodríguez [29]; Rodríguez et al. [21]; Pedraja et al. [18].

Por ello, esta hipótesis implica probar que las diferencias entre los precios reales y los estimados para el índice del sector alimentario pueden ser explicadas por la volatilidad implícita en los retornos de dicho índice y, por tanto, probar que dichas diferencias se encuentran dentro del rango explicado por la distribución normal.

MÉTODOS

Unidad de Análisis y Datos

La unidad de análisis está constituida por los precios semanales de cierre del índice del sector alimentario de la bolsa de valores de Madrid, correspondiente al período 1994-1998.

Ahora bien, con los datos del período 1994-1997 se pretenderá proyectar los datos del período 1998.

El índice del sector alimentario de la bolsa de Madrid corresponde a un valor cuya variación se explica por el promedio ponderado de las variaciones de cada una de las empresas del sector alimentario que cotizan en dicha bolsa de valores.

Medidas

La investigación requiere el empleo de una serie de medidas que están validadas y aceptadas ampliamente en el campo de la estadística y de la economía financiera, tales como: rentabilidad de un activo financiero; promedio de la rentabilidad de un activo financiero; volatilidad de la rentabilidad de un activo financiero.

Métodos y técnicas de análisis

La comprobación de cada una de las hipótesis requiere del empleo de técnicas estadísticas y econométricas, como sigue:

La hipótesis 1 requiere: realizar un análisis de la correlación de Pearson entre la rentabilidad pasada y la rentabilidad presente del índice estudiado para demostrar que la relación estadística entre estas variables es poco significativa; realizar un análisis de coeficientes de la regresión entre la rentabilidad presente y la rentabilidad pasada; realizar un análisis de varianza para probar que las variaciones en la rentabilidad presente no se explican por variaciones en la rentabilidad pasada; realizar una prueba Kolmogorov-Smirnov para probar que la rentabilidad del índice del sector alimentario se comporta de acuerdo con una distribución normal.

La hipótesis 2 requiere: realizar un análisis de correlación de Pearson para probar la existencia de correlación entre los precios estimados y los precios reales; realizar un análisis de los coeficientes de regresión para probar que los precios estimados son significativos para explicar las variaciones en los precios reales; realizar un análisis de varianza para demostrar que las variaciones en los precios estimados permiten explicar las variaciones en los precios reales del índice del sector alimentario.

La hipótesis 3 requiere: calcular la magnitud de los "shocks" aleatorios que explican las diferencias entre los precios estimados y los precios reales del índice del sector alimentario; clasificar la magnitud de estos "shocks" aleatorios en diversos intervalos de confianza de la función de distribución de la rentabilidad esperada; realizar una prueba Kolmogorov-Smirnov para demostrar que las variaciones entre los precios estimados y los precios reales del índice del sector alimentario siguen una distribución normal.

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Comprobación de la Hipótesis 1

Analizando los resultados de la correlación de Pearson (ver cuadro N°1) entre la rentabilidad presente y la rentabilidad pasada en el período 1994-1997, del activo financiero objeto de estudio, no se encuentra evidencia estadística de correlación trabajando con un nivel de significancia del 5%.

Cuadro N°1.- Correlaciones de Pearson entre rentabilidad presente y rentabilidad pasada.

	Rentabilidad presente	Rentabilidad pasada
Correlación de Pearson rentabilidad presente	1.000	0.092
Significancia estadística	0.094	0.094
Número de observaciones	205	205

De modo similar, si consideramos la siguiente ecuación de regresión:

$$\ln\left(\frac{S_{t+1}}{S_t}\right) = A + B \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) \quad (12)$$

Donde:

$$\ln\left(\frac{S_{t+1}}{S_t}\right) = \text{rentabilidad del índice en la semana } t+1.$$

A = constante.

B = coeficiente Beta.

$$\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \text{rentabilidad del índice en la semana } t.$$

El análisis de los coeficientes de regresión (ver cuadro N°2), muestra que la rentabilidad pasada no es relevante para explicar la rentabilidad presente ya que el coeficiente beta es cero estadístico, con un nivel de significancia del 5%.

Cuadro N°2.- Coeficientes de la regresión.

Modelo	Coefficiente	Error Estándar	Beta estandarizado	t	Significancia	D.W.
Constante	3.356E-03	0.002	-	1.88	0.062	-
Rentabilidad pasada	3.191E-02	0.070	0.092	1.32	0.189	1.791

De manera consistente, el análisis de varianza (ver cuadro N°3) refleja que el modelo de regresión no es satisfactorio para explicar las variaciones en la rentabilidad presente (variable dependiente), trabajando con un nivel de significancia del 5%.

Cuadro N° 3.- Análisis de Varianza.

Modelo	Suma de cuadrados	Df	Media de Cuadrados	F	Significancia
Regresión	1.109E-03	1	1.109E-03	1.737	0.189
Residual	0.130	203	6.384E-04	-	-
Total	0.131	204	-	-	-

Adicionalmente, la prueba Kolmogorov Smirnov (ver cuadro N°4) rechaza la hipótesis que la rentabilidad no se distribuye normal, demostrando así que la rentabilidad semanal del índice del sector alimentario se distribuye en forma normal.

Cuadro N°4.- Prueba Kolmogorov-Smirnov.

	Rentabilidad
Número de observaciones	206
Media	3.834E-03
Desviación estándar	2.531E-02
Extremo máximo	0.048
Diferencia positiva	0.048
Diferencia negativa	-0.046
Kolmogorov-Smirnov	0.693
Significancia	0.723

Por lo tanto, de los resultados recién descritos en la correlación de Pearson, el análisis de los coeficientes de regresión, el análisis de varianza, y la prueba Kolmogorov-Smirnov, es posible señalar que la hipótesis 1 cuenta con un fuerte soporte estadístico para el set de datos con el cual se ha trabajado. Asimismo, se puede afirmar que la formación de precios del índice del sector alimentario de la bolsa de valores de Madrid obedeció a un comportamiento aleatorio del tipo Wiener-Gauss en el período 1994-1997 y, de los resultados obtenidos, se puede tipificar el proceso de formación de precios semanales del índice del sector alimentario de acuerdo con el siguiente modelo:

$$\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = 0.003711 dt + 0.02531 dz \quad (13)$$

Asimismo, los resultados obtenidos son consistentes con una serie de investigaciones previas, en las cuales se ha comprobado que la formación de precios de determinados activos financieros tales como el petróleo, el cobre o el oro se asocian a procesos estocásticos. Gibson et al. [8]; Schwartz et al. [23]; Rodríguez [20].

A su vez, el resultado es consistente con lo que se espera para el caso de los activos financieros y proporciona mayor evidencia respecto al hecho que la distribución de la rentabilidad semanal de los activos financieros tiende a ser normal. Hull [11].

Comprobación de la Hipótesis 2

A partir del modelo Wiener-Gauss es posible estimar los precios semanales de cierre del índice del sector alimentario, considerando la esperanza matemática de la ecuación (13), de tal forma que:

$$E(S_t) = S_{t-1} e^{0.003711} \quad (14)$$

Donde:

$E(S_t)$ = precio esperado del índice del sector alimentario en la semana t.

S_{t-1} = precio del índice del sector alimentario en la semana t-1

Luego, analizando la correlación de Pearson (ver cuadro N°5), se puede establecer que existe una correlación positiva y significativa al 5% entre los precios semanales reales y los precios semanales estimados por el modelo Wiener-Gauss.

Cuadro N°5.- Correlaciones de Pearson entre precios estimados y precios reales (esperanza matemática)

	Precio estimado	Precio real
Correlación de Pearson precio estimado	1.000	0.958
Significancia estadística	0.000	0.000
Número de observaciones	52	52

Ahora bien, si consideramos la siguiente ecuación de regresión:

$$S_t = A + B E(S_t) \quad (15)$$

Donde:

A = constante de la ecuación de regresión.

B = coeficiente beta de la ecuación de regresión.

S_t = precio del índice alimentario en el período t.

$E(S_t)$ = precio estimado por el modelo Wiener-Gauss.

El análisis de los coeficientes de la regresión (ver cuadro N°6) sugiere que el precio estimado por el modelo Wiener-Gauss es significativo para explicar la formación de precios reales ya que el coeficiente beta es estadísticamente significativo con un nivel de significancia del 5%.

Cuadro N°6.- Coeficientes de la regresión (esperanza matemática).

Modelo	Coeficiente	Error estándar	Beta estandarizado	Test t	Significancia
Constante	59.11	22.17	-	2.66	0.01
Precio estimado	0.90	0.038	0.958	23.74	0.00

El análisis de varianza (ver cuadro N°7) establece que las variaciones en los precios estimados permiten explicar las variaciones en los precios semanales de cierre reales del índice en estudio, por lo que el modelo es estadísticamente relevante para explicar dichas variaciones de la variable dependiente, considerando un nivel de significancia del 5%.

Cuadro N°7: Análisis de Varianza (esperanza matemática).

Modelo	Suma de cuadrados	Df	Media de cuadrados	F	Significancia
Regresión	197529.9	1	1976299	563.7	0.000
Residual	175528.4	50	350.569	-	-
Total	215158.3	51	-	-	-

No obstante, a partir del modelo Wiener-Gauss también es posible estimar el valor esperado del precio de cierre semanal del índice del sector alimentario, considerando el empleo de simulaciones de Montecarlo, según la siguiente ecuación:

$$E(S_t) = S_{t-1} e^{[0.003711 + (0.02531 * \epsilon)]} \quad (16)$$

Empleando esta simulación también se verifica que existe una alta correlación entre los precios semanales de cierre reales del índice y los precios semanales de cierre estimados a través del modelo Wiener-Gauss (ver cuadro N° 8), considerando un nivel de significancia del 5%.

Cuadro N°8.- Correlaciones de Pearson entre precios estimados y precios reales (simulación de Montecarlo).

	Precio estimado	Precio real
Correlación de Pearson precio estimado	1.000	0.925
Significancia estadística precio estimado	0.000	0.000
Número de observaciones	52	52

De similar modo, empleado la misma ecuación de regresión (15), pero ahora considerando los precios estimados a partir de la ecuación (16), (ver cuadro N°9) es posible señalar que los precios estimados por el modelo Wiener-Gauss a través de simulaciones de

Montecarlo, son relevantes estadísticamente para explicar el precio real de cierre semanal del índice del sector alimentario de la bolsa de valores de Madrid ya que el coeficiente beta es estadísticamente significativo al 5%.

Cuadro N°9.- Coeficientes de la regresión (simulación de Montecarlo).

Modelo	Coeficiente	Error estándar	Beta estandarizado	T	Significancia	Durbin-Watson
Constante	73.57	29.79	-	2.46	0.017	-
Precio estimado	0.87	0.051	0.925	17.18	0.000	1.694

El análisis de varianza (ver cuadro N°10) muestra que las variaciones en los precios estimados por el modelo Wiener-Gauss son estadísticamente significativas para explicar las variaciones en los precios reales de cierre semanal del índice alimentario por lo que el modelo es estadísticamente relevante para explicar las variaciones de la variable dependiente considerando un nivel de significancia del 5%.

Por lo tanto, de los resultados descritos para la correlación de Pearson, el análisis de coeficientes de regresión y el análisis de varianza obtenidos empleando la esperanza matemática o simulación de Montecarlo, se verifica que existe un fuerte soporte estadístico a favor de la hipótesis N°2. Es decir, los precios semanales del índice del sector alimentario de la bolsa de Madrid estimados por el modelo de Wiener – Gauss se correlacionan de manera significativa con los precios reales y dichas estimaciones resultan plausibles estadísticamente para explicar el proceso de formación de precios semanales reales de dicho activo financiero.

Cuadro N°10.- Análisis de Varianza (simulación de Montecarlo).

Modelo	Suma de cuadrados	Df	Media de cuadrados	F	Significación
Regresión	183997.9	1	183997.9	295.2	0.000
Residual	31160.4	50	623.21	-	-
Total	21515.8	51	-	-	-

En efecto, al considerar la esperanza matemática o simulaciones de Montecarlo, se pueden estimar precios que explican en más de un 92.5% las variaciones de los precios reales, lo cual proporciona evidencia estadística significativa respecto de la pertinencia del modelo Wiener-Gauss para explicar el proceso estocástico de formación de precios del índice estudiado. Este resultado es consistente con investigaciones previas. Peroni et al.[16]; Sandmann et al. [22].

Comprobación de la Hipótesis 3

En el modelo Wiener-Gauss, cuando se analizan cambios de una semana (dt =1) en la rentabilidad del activo financiero, es posible establecer que:

$$\varepsilon = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) - \mu}{\sigma} \quad (17)$$

Luego, tomando en consideración los datos reales se puede calcular la magnitud de ε para cada semana analizada y, por lo tanto, es posible verificar en qué medida la diferencia entre los precios semanales estimados por el modelo Wiener-Gauss y los precios semanales reales del índice del sector alimentario caen dentro de rangos normales.

En este sentido existe un respaldo relevante para la hipótesis 3 ya que en el 92.31% de los casos las diferencias entre los precios semanales estimados y los precios reales del índice estudiado se explican por shocks aleatorios que caen dentro de rangos normales (ver cuadro N°11).

Cuadro N°11.- Magnitud de las variaciones aleatorias de estimaciones de rentabilidad semanal vía la esperanza matemática.

Magnitud de variaciones aleatorias	Casos	Porcentaje
Var. Aleatorias en intervalo de confianza al 90%	41	78.85%
Var. Aleatorias en el intervalo de confianza al 95%	4	7.69%
Var. Aleatorias en el intervalo de confianza al 99%	3	5.77%
Var. Aleatorias fuera del rango normal	4	7.69%
Total	52	100.00%

Por lo tanto, existe una evidencia estadística relevante que refleja una tendencia hacia la eficiencia, en su forma débil, en la formación de precios del índice del sector alimentario en la bolsa de valores de Madrid. Sin embargo, existe un porcentaje de casos (7.69%) que cae fuera de un comportamiento normal, lo cual implica que en períodos de alta incertidumbre la conducta de los inversionistas, altamente optimista o pesimista, rompe los cánones de normalidad.

En cualquier caso las diferencias entre los precios semanales estimados y los precios reales del índice del

sector alimentario siguen una distribución normal como lo demuestra la prueba Kolmogorov-Smirnov (ver cuadro N° 12), ya que se rechaza la hipótesis que la rentabilidad no se distribuye normal a favor de la hipótesis que la rentabilidad se distribuye normal.

Cuadro N°12.- Prueba Kolmogorov-Smirnov

	Datos
Número de observaciones	52
Media	0,2138
Desviación estándar	3.5091
Extremo máximo	0.096
Diferencia positiva	0.081
Diferencia negativa	-0.096
Kolmogorov-Smirnov	0.690
Significación	0.728

De los resultados expuestos para el análisis de la magnitud de los shocks aleatorios y la prueba Kolmogorov-Smirnov se puede afirmar que existe soporte estadístico para aceptar la hipótesis 3, es decir, que las diferencias entre precios semanales estimados y reales siguen una distribución normal.

Ciertamente, en el 92.31% de las semanas estudiadas correspondientes al año 1998, las variaciones entre precios estimados y precios reales se asocian a shocks aleatorios que caen en rangos de normalidad. Un 7.69% de los casos cae en variaciones de precios que no pueden ser explicadas por el modelo Wiener-Gauss.

Lo anterior sugiere que en períodos de incertidumbre de alto optimismo o alto pesimismo, como los que existieron en mayo, septiembre y diciembre de 1998, el comportamiento de los agentes económicos lleva a que prevalezcan precios de cierre que no son consistentes con el valor teórico del índice ni con variaciones normales de precio.

IMPLICANCIAS DE LA INVESTIGACION

La investigación proporciona una serie de implicancias científicas y prácticas. En efecto, a nivel científico la investigación contribuye al acervo de conocimiento sobre el tema en varios aspectos:

- Proporciona evidencia empírica sobre la bolsa de valores de Madrid.
- Verifica la pertinencia del modelo Wiener-Gauss para explicar la formación de precios del índice del sector alimentario.

- Proporciona una visión que permite integrar una serie de contribuciones anteriores en un trabajo único y completo.

A nivel de aplicación, las principales implicancias son:

- El hecho que el modelo Wiener-Gauss sea plausible estadísticamente para tipificar el proceso de formación de precios del índice del sector alimentario de la bolsa de Madrid, conlleva a que los analistas bursátiles y los inversores profesionales requieran del empleo de modelos estocásticos para su trabajo, tal y como ocurre en los principales centros económicos y financieros.
- El modelo Wiener-Gauss proporciona una valiosa herramienta para el análisis de precios del índice en análisis semana a semana, lo cual permite evaluar las estrategias de inversión seleccionadas por los analistas bursátiles y por los inversores profesionales, para adoptar decisiones que tiendan a un mejor rendimiento de sus inversiones.
- La bolsa de valores de Madrid para el caso de la formación de precios del índice del sector alimentario tiende a un comportamiento eficiente, en su forma débil, ya que las desviaciones entre los precios semanales reales y los estimados a partir del modelo Wiener-Gauss, se distribuyen en forma normal. En cualquier caso, en ocasiones de mucha incertidumbre y ante la evidencia de crisis o excesivo optimismo el comportamiento de pánico o euforia puede conducir a variaciones fuera de los rangos normales.
- El modelo Wiener-Gauss, realimentado permanentemente con nueva información, genera un valor teórico del índice del sector alimentario que ha de servir como valor de referencia ante situaciones de variaciones anormales de precio, y que puede evitar compras o ventas inadecuadas.

LIMITACIONES DE LA INVESTIGACION

La limitación principal de esta investigación es equivalente a la de cualquier otro trabajo aplicado al campo de la economía financiera, asociada a la variable tiempo; dado que se ha trabajado con un conjunto de datos del período 1994-1997 para explicar el comportamiento del índice del sector alimentario en el año 1998. Ello conlleva a que el alcance de las conclusiones sea válido y pertinente básicamente para el horizonte temporal estudiado. En cualquier caso esta es una limitación inherente al trabajar con modelos que

simplifican el mundo real. Gibson et al. [8]; Schwartz et al. [23]. Sería deseable que futuras investigaciones trabajasen con varios períodos de estudio para evaluar la consistencia de los resultados.

CONCLUSIONES

La investigación permite establecer un conjunto de conclusiones asociadas al activo financiero analizado y referidas al funcionamiento de la bolsa de valores de Madrid. Entre las principales conclusiones se pueden enunciar:

- El proceso de formación de precios semanales del índice del sector alimentario es aleatorio y, desde un punto de vista estadístico, la información pasada es irrelevante. Sólo la información presente incide en las variaciones de precios.
- La rentabilidad semanal del índice estudiado sigue una distribución normal, lo cual implica que la bolsa de valores de Madrid presenta un comportamiento esencialmente eficiente en la formación de precios de este activo financiero.
- El proceso de formación de precios semanales del índice del sector alimentario de la bolsa de valores de Madrid se puede tipificar según el modelo Wiener-Gauss para el período 1993-1997.
- Las estimaciones de precios semanales generadas a través del modelo Wiener-Gauss son estadísticamente significativas para explicar los precios semanales de cierre del índice del sector alimentario en el período 1998.
- Las variaciones aleatorias que explican las diferencias entre los precios semanales estimados por el modelo Wiener-Gauss, y los precios semanales reales del índice del sector alimentario del año 1998 tienden a comportarse según una función de distribución normal.

REFERENCIAS

[1] Bhanot Karan; "Stochastic volatility functions implicit in Eurodollar futures options", Journal of Futures Markets, Vol 18, Nº 6, pp. 605-627, 1998.

[2] Black Fisher; "The pricing of commodity contracts", Journal of Financial Economics, Vol. 3, 167-179, 1976.

[3] Black Fisher and Scholes, Myron; "The pricing of options and corporate liabilities", Journal of Political Economy, Vol 81, pp. 637-654, 1973.

[4] Connelly Thomas, J.; "Is non-normal normal", Journal of Financial Planning, Vol. 11, Nº 4, pp.30-35, 1998.

[5] Copeland Tom and Copeland Maggie; "Managing corporate, FX risk: A value-maximizing approach", Financial Management, Vol 38, Nº 3, pp. 68-75, 1999.

[6] Del Angel Gabriela F. and Diez-Canedo Javier M.; "A discrete Markov chain model for valuing loan portfolios: The case of Mexican loan sales", Journal of Banking&Finance, Vol 22, Nº 10-11, pp.1457-1480, 1998.

[7] Geske Robert; "The pricing of options with stochastic dividend yield", Journal of Finance., Vol. 31, Nº 4, pp 125-147, 1976.

[8] Gibson Rajna and Schwartz Eduardo; "Stochastic convenience yield and the pricing of contingent claims", Journal of Finance, Vol.45 , Nº3, pp.225-256, 1990.

[9] Hansen Lars Peter and Jagannathan Ravi; "Assessing specification errors in stochastic discount factor models", Journal of Finance, Vol 52, Nº 2, pp.557-590, 1997.

[10] Ho Mun s., Perraudin William, R.M. and Sorensen, Bent, e.; "A continuous-time arbitrage-pricing model with stochastic volatility and jumps", Journal of Business & Economic Statistics, Vol 14, Nº 1, pp. 31 -43, 1996.

[11] Hull John; "Options, futures, and other derivatives", Prentice Hall. 3th edition, 1997.

[12] Hurley William and Johnson Lewis D.;"A realistic dividend valuation model", Financial Analytic Journal, Vol 50, Nº 4, pp. 50-54, 1994.

[13] Ito, K.; "On stochastic differential Equations", Memoirs, American Mathematical Society, Vol. 4, pp. 1-51, 1951.

[14] Kijima Masaaki and Komoribayashi Katuska; "A markov chain model for valuing credit risk derivatives",Journal of Derivates, Vol 6, Nº 1, pp.1074-1240, 1998.

[15] Papageorgiou Anargyros and Paskov Spassimir, "Deterministic simulation for risk management", Journal of Portfolio Management, Special Theme: Derivates & Risk Management, pp. 122-127, 1999.

- [16] Peroni, Emilio and MC Nown Robert; "Non-informative and informative tests of efficiency in three energy futures markets", *Journal of Futures Markets*, Vol. 18, N°8, pp. 939-964, 1998.
- [17] Pitt, John; "When your investment horizon is minutes", *Global Finance*, Vol 9, N°6, pp. 38-42, 1995.
- [18] Pedraja Liliana M. and Rodríguez Emilio R.; "Commodities-Bonds: A review", *Proceedings of International Business Association*, pp. 28-35, Los Angeles-California, Estados Unidos, 1996.
- [19] Pedraja Liliana M.; "La eficiencia económica del mercado de valores en el sector alimentario de España: una aplicación del modelo estocástico Wiener-Gauss", Tesis de Master. Universidad Politécnica de Valencia. España, 1999.
- [20] Rodríguez Emilio R.; "Stochastic Wiener-Gauss processes: An application at the case of gold's price", *Proceedings of International Business Association*, pp. 18-24, Acapulco-México, 1995.
- [21] Rodríguez Emilio R. and Muñoz Gonzalo; "Modelamiento del proceso estocástico de formación de precios de la plata: Su aplicación en la valoración de commodity-bonds", *Revista del Instituto Chileno de Investigación Operativa*, Vol 5; N° 2, pp. 43-49, 1996.
- [22] Sandmann Gleb and Koopman Siem Jan; "Estimation of stochastic volatility model via Monte Carlo maximum likelihood", *Journal of Econometrics*, Vol. 87, N° 2, pp. 271-301, 1998.
- [23] Schwartz Eduardo and Cortázar Gonzalo; "Valuation of commodities contingent claims", *Journal of Derivatives Securities*, Vol 8, N°2, pp. 2576-291, 1994.
- [24] Takriti Samer and Krasenbrink, Benedikt; Wu Lilian; "Incorporating fuel constraints and electricity spot prices into the stochastic unit commitment problem", *Operations Research*, Vol. 48, N° 2, pp. 268-280.2, 2000.