



Revista de Ingeniería

ISSN: 0121-4993

reingeri@uniandes.edu.co

Universidad de Los Andes
Colombia

Bolaños, Ricardo Andrés; Correa, Carlos Adrián; Granada Echeverri, Mauricio
Optimización por colonia de hormigas aplicada al problema de planeamiento de la transmisión
Revista de Ingeniería, núm. 30, noviembre, 2009, pp. 33-40
Universidad de Los Andes
Bogotá, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=121015710015>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Optimización por colonia de hormigas aplicada al problema de planeamiento de la transmisión

Ant Colony Optimization Applied on Transmission Planning Problem

Recibido 30 de marzo de 2009, modificado 8 de septiembre de 2009, aprobado 15 de septiembre de 2009.

Ricardo Andrés Bolaños

MSc. Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira, Colombia.
rabolanos@xm.com.co ✉

Carlos Adrián Correa

MSc. Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira, Colombia.
carlosadrianc@h-jenterprises.com ✉

Mauricio Granada Echeverri

MSc. Candidato a Ph.D. Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, Brazil. Profesor Asistente, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira, Colombia.
magra@utp.edu.co ✉

PALABRAS CLAVES

Método de puntos interiores, optimización por colonia de hormigas, planeamiento de la expansión de la transmisión, programación lineal, programación no lineal.

RESUMEN

Este artículo propone un Método de Optimización por Colonia de Hormigas para resolver el sub-problema de inversión existente dentro del Problema de Planeamiento de la Expansión de la Transmisión de Sistemas Eléctricos de Potencia. El problema operativo de Programación Lineal es resuelto mediante un Método de Puntos Interiores de Alto Orden. Adicionalmente, se implementa otro Método de Puntos Interiores para Programación No Lineal cuya solución relajada es usada como índice de sensibilidad asociado a la escogencia de una línea candidata. Estos índices de sensibilidad son calculados una única vez durante todo el proceso iterativo. Adicionalmente, dentro del Algoritmo de Optimización por Colonia de Hormigas, se propone un método de dos etapas para la construcción de una alternativa de solución. La metodología propuesta se valida con los sistemas de prueba IEEE de 24 y 6 nodos.

KEY WORDS

Ant colony optimization, interior point method, linear programming, non linear programming, transmission expansion planning.

ABSTRACT

This paper proposes an Ant Colony Optimization method to solve the investment problem for the Transmission Expansion Planning Problem for Electrical Power Systems. Operative problem of Linear Programming is solved through a High Order Interior Point Method. Moreover, the solution of a Non Linear Interior Point Method is used as a sensitivity index to initialize pheromone matrix used in the Ant Colony Algorithm, where it is proposed a method with two stages to obtain a solution. The methodology is tested on the 24 and 6 Bus IEEE systems.

INTRODUCCIÓN

El Problema de Planeamiento de la Expansión de la Transmisión (PPET) tiene como objetivo principal obtener el plan de expansión de mínimo costo que permite cumplir con los pronósticos de demandas futuras. En este caso, el PPET consiste en determinar la cantidad y ubicación de nuevas líneas de transmisión en el sistema eléctrico de potencia. Existen dos enfoques bastante utilizados conocidos como planeamiento estático [1, 2, 3, 4] y planeamiento dinámico [5]. Estos dos enfoques se diferencian en que el estático sólo considera un escenario de generación y demanda, mientras el dinámico considera varios escenarios. Los modelos comúnmente implementados para la solución del problema son: modelo de transportes [5, 6], híbridos [5, 7], DC [1, 4, 8, 9] y el modelo AC [9, 10].

En este artículo, se aborda el problema de la expansión de la transmisión estático mediante el modelo DC, que resulta en un Problema de Optimización No Lineal Entero Mixto (PNLEM) de gran tamaño y complejidad. Dicho modelo es convertido en un problema de Programación Lineal (PL) cuando alguna propuesta de inversión es conocida [1, 2, 3, 4]. Bajo este esquema, se resuelven dos sub-problemas: uno de inversión y otro de tipo operativo. El problema operativo es resuelto mediante un Método de Puntos Interiores de Alto Orden (MPIAO) para PL [11] y el de inversión es resuelto mediante Optimización por

Colonia de Hormigas (OCH) [12, 13]. Se implementa el método de colonia de hormigas debido a que se pretende explorar una técnica, que, aunque difiere de las técnicas tradicionales implementadas para la solución de este problema, permite solucionar con éxito gran variedad de problemas de optimización [13, 14]. No obstante, con base en los resultados obtenidos en este artículo para los sistemas de prueba IEEE 24 y 6 nodos [5], se observa un desempeño aceptable como una primera aproximación de la metodología implementada.

Adicionalmente, con el fin agilizar el proceso de convergencia del método presentado, se propone obtener un punto de buena calidad (cercano al óptimo) en una fase de preprocesamiento. Para ello, se resuelve el problema de Programación No Lineal (PNL) y el resultado es una propuesta de inversión en donde el número de líneas por corredor que se deben instalar son variables continuas [3, 10]. Así, se obtiene una solución relajada del problema, la cual es aprovechada para obtener índices de sensibilidad que guían el proceso de optimización. Es importante resaltar que pueden explorarse otras propuestas, como considerar un modelo híbrido similar al propuesto en [7], que invoque de manera simultánea el PL y el PNL, y que posteriormente permita comparar con los resultados aquí obtenidos.

NOMENCLATURA

I_j Corredor entre los nodos $i - j$.

\underline{g}, \bar{g} Vectores de generaciones mínimas y máximas del sistema.

C_{ij} Costo de inversión por instalación de equipos en el corredor ij .

r_g, r_e Vectores de generadores y demandas ficticias.

F Vector de flujos f_{ij} de potencia activa entre los nodos $i - j$.

Θ Vector de los ángulos nodales θ_i .

\bar{J}_{ij} Máximo flujo de potencia activa por línea entre los nodos $i - j$.

Ω Conjunto de ramas candidatas.

γ_{ij} Susceptancia de línea entre los nodos $i - j$.

S Matriz de incidencia nodo elemento.

n_{ij}, n_{ij}^0 Número de circuitos adicionados y del caso base en el corredor ij .

g, d Vectores de generadores y demandas del sistema.

\bar{n}_{ij} Número máximo de circuitos permitidos en el corredor ij .

MODELAMIENTO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA DE PLANEAMIENTO

El modelo no lineal DC [9, 10], que considera generadores ficticios para evitar infactibilidades y que es usado para resolver el problema de planeamiento de la transmisión como un problema relajado, es mostrado en (1)-(5).

Las ecuaciones (2) y (3) representan la primera y segunda ley de Kirchhoff de la red DC, y (4) es el conjunto de restricciones de desigualdad asociada con la cargabilidad de las líneas. El modelo no-lineal (1)-(5) es convertido en uno lineal cuando los elementos n_{ij} son conocidos.

En este caso, el vector de elementos n_{ij} es entregado por el sistema de colonia de hormigas. Este vector es conocido como una propuesta de inversión o alternativa de solución y contiene la información de las líneas o circuitos que deben ser agregados a los correderos del sistema de potencia.

El problema de PL planteado en (6)-(9), corresponde al caso en que los elementos n_{ij} son conocidos. Se dice,

$$\min \sum_{i,j \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + \sum_{j \in N} r_g \quad (1)$$

$$\text{s.a. } Sf + g + r_g = d \quad (2)$$

$$f_{ij} - \gamma_{ij} (n_{ij} + n_{ji}^0) (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad (3)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ji}^0) \bar{f}_{ij} \quad (4)$$

$$\underline{g} \leq g \leq \bar{g}; 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}; 0 \leq r_g \leq d \quad (5)$$

n_{ij} entero, θ_i ilimitado, $i, j \in \Omega$

$$\min \sum_{i \in N} r_{gi} + \sum_{j \in N} r_{rj} \quad (6)$$

$$\text{s.a. } Sf + r_g - r_r = DG \quad (7)$$

$$f_{ij} - \gamma_{ij} (n_{ij} + n_{ji}^0) (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad (8)$$

$$L \leq f_{ij} \leq U; 0 \leq r_g \leq d; 0 \leq r_r \leq \bar{g} \quad (9)$$

θ_i ilimitado, $i, j \in \Omega$

entonces, que este modelo no considera redespacho, por lo que g deja de ser variable; así pues, para resolver la infactibilidad producida por posibles nodos de generación inconexos, se adicionan las denominadas demandas ficticias denotadas por r_g . Adicionalmente, $U = L = (n_{ij} + n_{ji}^0) \bar{f}_{ij}$ y $DG = d - g$. Por otro lado, las generaciones ficticias r_g representan la carga que no puede ser servida o alimentada por el sistema de potencia. La generación ficticia total del sistema se conoce con el nombre de *corte de carga* r_g .

Se dice que el modelo considera redespacho de generación cuando g es considerada como una variable del problema. El modelo con redespacho es mostrado en (10)-(13).

El Método de Puntos Interiores (MPI) se ajusta bastante bien a la solución de problemas de PL y algunos PNL [11]. Para el caso del modelo relajado del PPET [9, 10], se utilizó el Método Primal Dual (MPD), tal como se describe en [9], y para el modelo lineal se utilizó el Método Predictor Corrector (MPC), tal como se presenta en [1, 2, 3, 4].

$$\min \sum_{i \in N} r_{gi} \quad (10)$$

$$\text{s.a. } Sf + g + r_g = d \quad (11)$$

$$f_{ij} - \gamma_{ij} (n_{ij} + n_{ji}^0) (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad (12)$$

$$L \leq f_{ij} \leq U; \underline{g} \leq g \leq \bar{g}; 0 \leq r_g \leq d \quad (13)$$

θ_i ilimitado, $i, j \in \Omega$

$$\min f(x) \quad (14)$$

$$\text{s.a. } g(x) = 0 \quad (15)$$

$$b(x) \leq 0 \quad (16)$$

$$x' \leq \hat{x} \leq x'' \quad (17)$$

OPTIMIZACIÓN POR COLONIA DE HORMIGAS

Para la solución del PPET se utiliza el algoritmo más simple usado en los sistemas de colonia de hormigas, el cual es conformado por sus módulos básicos: 1) inicialización de parámetros, 2) construcción de alternativas de solución y 3) actualización de feromonas. Una vez se inicializan los parámetros propios del algoritmo, los procedimientos 2, 3 se ejecutan iterativamente hasta cumplir con un adecuado criterio de parada. El algoritmo planteado considera al sistema como un grafo [12, 13], donde los nodos de la red corresponden a los vértices y las líneas a los arcos.

La expresión utilizada para simular la probabilidad con la cual una hormiga escoge un arco cualquiera de un grafo completo corresponde a la planteada en [14] y se muestra en la expresión (18).

$$p_{ij}^k = \frac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{l \in N_i^k} [\tau_{il}]^\alpha [\eta_{il}]^\beta} \quad \text{si } j \in N_i^k \quad (18)$$

p_{ij}^k es la probabilidad de que la hormiga k escoja el arco comprendido entre los vértices i y j . τ_{ij} corresponde a la feromona depositada por la hormiga en el arco comprendido entre los vértices i y j . η_{ij} es el valor de la importancia relativa de cada arco frente al valor de la función objetivo total y está asociado a información determinística manejada por la hormiga para la construcción de una alternativa de solución. Por lo tanto, η_{ij} es equivalente a un índice de sensibilidad S_{ij} . La expresión (18) realiza un balance entre las decisiones basadas en los índices de sensibilidad S_{ij} y las decisiones basadas en la cantidad de feromona acumulada. Así, se realiza un balance entre decisiones determinísticas y aleatorias. N_i^k corresponde al conjunto de arcos entre los cuales la hormiga k debe escoger uno, estando ubicada en el vértice i . Otros parámetros importantes en la expresión (18) son α y β , los cuales se ajustan según las particularidades de cada problema. Algunos valores típicos son $\alpha=1$ y entre 2 y 5. Si $\alpha=0$ la probabilidad de escoger un arco dependerá exclusivamente del índice de sensibilidad asociado a este arco y el algoritmo se comportará como uno

totalmente determinístico (goloso). Esto tiene como consecuencia una alta probabilidad de obtener puntos óptimos locales de baja calidad. Si $\beta=0$ el algoritmo dependerá exclusivamente de la feromona y no tendrá en cuenta algunos aspectos determinísticos que podrían acelerar el proceso de convergencia.

OPTIMIZACIÓN POR COLONIA DE HORMIGAS (OCH) APLICADA AL PPET

En la Figura 1, los datos del sistema son usados para resolver tanto el modelo de PNL como el modelo de PL. El modelo de PNL es ejecutado una única vez durante todo el proceso a fin de obtener una propuesta de solución, conformada por variables continuas, para cada posible incorporación de una línea a partir del caso base. En la Figura 2, las líneas continuas representan el sistema de transmisión actual o *caso base*; las posibles líneas que serán instaladas están representadas por las líneas punteadas (coárbol).

Para la instalación de cada posible línea se requiere obtener un índice de sensibilidad. La matriz de sensibilidades S tiene una estructura idéntica a la de la matriz de feromonas τ , como se muestra en la Figura 2. Así, por ejemplo, para calcular la importancia relativa de instalar 3 líneas en el camino 2 (S_{23}) se adiciona al caso base la línea del coárbol que está entre los nodos 2 y 3. Posteriormente, se resuelve el problema (1)-(5) para esta topología y se obtiene el valor de la función objetivo ($F_{obj_{23}}$). Dado que el problema es de minimización, se debe garantizar que a menor valor de la función objetivo la sensibilidad sea mayor, por lo cual $S_{23}=1/F_{obj_{23}}$. Es necesario tener en cuenta que S_{30} , S_{31} y S_{32} tienen un valor de 0 porque el caso base especifica como mínimo 2 líneas en el camino 3, por lo cual no se contempla la posibilidad de colocar 0, 1 ó 2 líneas (ver Figura 2).

En la Figura 1 se muestra el proceso iterativo que comprende la solución del problema de inversión usando OCH y la solución del problema operativo usando puntos interiores para PL.

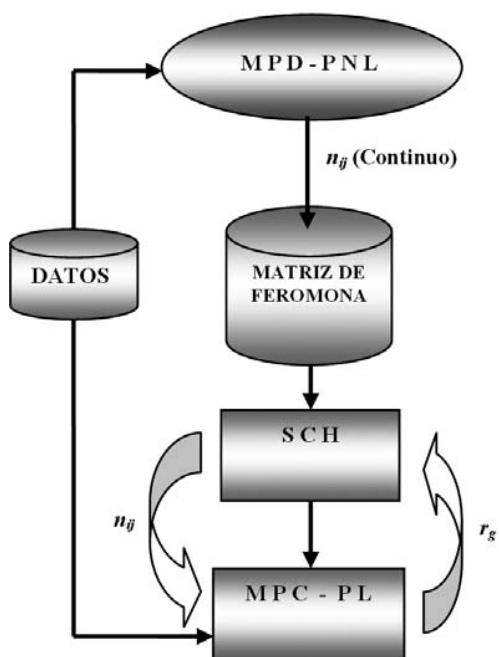


Figura 1. Diagrama esquemático del proceso de optimización.

Inicialización de parámetros

La matriz de feromonas debe ser inicializada adecuadamente, de forma que se garantice la cantidad suficiente de feromona para evitar convergencias aceleradas a óptimos locales. Por otro lado, un depósito inicial de feromona excesivo eventualmente puede producir un tiempo computacional prohibitivo. En este documento se utiliza la expresión planteada por Dorigo en [12]: $\forall(i,j) \tau_{ij} = \tau_0 = \# \text{ hormigas} / C^m = m / C^m$ en donde m es el número de hormigas usado en el proceso de optimización y C^m es la longitud de la mejor alternativa encontrada por una heurística simple.

Construcción de alternativas de solución

El primer paso consiste en ubicar una hormiga en un camino escogido aleatoriamente. El objetivo es que a partir de este camino inicial la hormiga construya una alternativa de solución visitando todos los caminos y seleccionando el número de líneas que hay que instalar en cada uno de ellos (entre 0 líneas y un máximo de

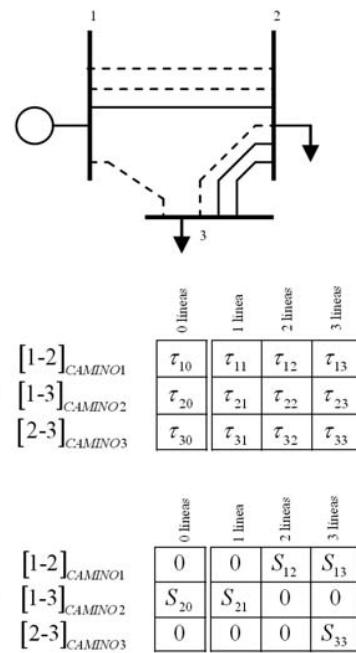


Figura 2. Sistema de 3 barras y matriz de feromonas.

líneas por camino). La selección se realiza usando la expresión (18). Para construir una alternativa de solución se propone el siguiente método de dos etapas:

Etapa horizontal: Una vez la hormiga se encuentra sobre un camino, se escoge el número de líneas por instalar en este camino usando la expresión (18) y teniendo en cuenta que $\eta_{ij} = S_{ij}$. De esta manera, la matriz de sensibilidades orienta la escogencia del número de líneas en el camino actual. Este procedimiento se aplica sobre un número de caminos predeterminado. Lo anterior implica que se obtiene un conjunto de caminos y en cada uno de ellos una sugerencia de un número de líneas por instalar. El siguiente paso consiste en escoger de este conjunto un único camino lo cual se realiza en la etapa vertical. Así, por ejemplo, para el sistema mostrado en la Figura 2, una hormiga puede sugerir instalar 1 línea adicional en el camino 1, 0 líneas en el camino 2 y 1 línea en el camino 3. De estas 3 posibilidades, la hormiga debe escoger sólo una al usar la etapa siguiente.

Etapa vertical: En esta etapa se usan, para cada uno de los caminos escogidos en la etapa anterior, los costos asociados a la instalación del número de líneas sugerido. Nuevamente se utiliza la expresión (18) haciendo η_{ij} igual a los costos de instalación de las líneas. Así, se selecciona, usando hormigas artificiales, un camino y un número de líneas por ser instalado. Se considera que este camino ya ha sido visitado por la hormiga y no participa de los siguientes procesos de selección.

La aplicación de las dos etapas se repite hasta que todos los caminos hayan sido visitados. El objetivo principal de esta estrategia es tener en cuenta 3 tipos de información. La información construida por la hormiga la cual es almacenada en la matriz de feromonas, la información almacenada en la matriz de sensibilidades y la información relacionada con los costos de instalación de las líneas.

Actualización de la matriz de feromonas

El primer paso consiste en evaporar una cierta cantidad de feromona decrementándola en un porcentaje constante, para ello se utiliza la expresión (19). La actualización de los caminos de feromona se realiza teniendo en cuenta la calidad de la función objetivo, de acuerdo a (20).

$$\tau_{ij} \leftarrow (1-\rho)\tau_{ij} \quad \forall (i,j)$$

ρ = factor de evaporación $0 < \rho \leq 1$ (19)

$$\tau_{ij} \leftarrow \tau_{ij} + 1/f_{obj}^k \quad \forall (i,j) \in \text{Alternativa}^k \quad (20)$$

PRUEBAS Y RESULTADOS

Los sistemas de prueba considerados fueron IEEE de 6 (Garver) y 24 nodos, que fueron implementados en MatLab 7.0 y corridos en un PC de 2.0 GHz. Los parámetros usados para el algoritmo OCH son: $\alpha=1$, $\beta=1$, $m=3$ y $\rho=0.95$.

A. Soluciones encontradas sin considerar redespacho: Los resultados arrojados por el MPI para PNL (solución relajada), para las propuestas de adición de circuitos sobre el caso base sin redespacho, para cada uno de los sistemas de prueba, son presentados

en la Tabla 1. Ésta muestra el número de circuitos que deben ser adicionados en el corredor ij si se considera la variable relajada n_{ij} , es decir, n_{ij} se aún no es considerada como variable entera del problema.

Para el sistema Garver el algoritmo fue ejecutado 50 veces. La solución arrojada por el PNL es tan cercana a la solución entera que la hormiga construye la alternativa óptima de solución en menos de 5 iteraciones para todos los casos.

Para el sistema IEEE de 24 nodos, se ejecutó el algoritmo en 50 ocasiones y se observó que siempre se llega al óptimo global del problema. Los diez mejores resultados obtenidos se presentan en la Tabla 2. Se debe notar que en 12 ocasiones se obtuvo el óptimo del problema en 7 iteraciones. La Tabla 3 muestra la solución óptima obtenida para cada sistema de prueba y la configuración correspondiente cuando el problema es resuelto como un PL idéntico.

B. Soluciones encontradas considerando redespacho:

Los resultados arrojados por el MPI para PNL, ejecutado sobre el sistema de Garver con redespacho, se presentan en la Tabla 4.

Cuando el sistema Garver es usado como caso base, la solución arrojada por el PNL es tan cercana a la solución entera que la hormiga construye en menos de 5 iteraciones, para todos los casos, la configuración óptima reportada en la literatura. Para el caso en que la topología base es considerada un sistema aislado (ninguna línea existente), el método de colonia de hormigas encuentra el óptimo global en menos de 8 iteraciones para todos los casos. Los resultados obtenidos para las soluciones óptimas se presentan en la Tabla 5.

Para el sistema IEEE de 24 nodos considerando redespacho, también se ejecutó el algoritmo de optimización en 50 oportunidades. En todos los casos la hormiga encontró la solución óptima del problema. La Tabla 6 muestra las diez mejores soluciones encontradas.

Sistema Garver costo = 180.313 [10 ³ USD]	Sistema IEEE 24 Nodos costo = 87.428 [10 ³ USD]
$n_{2,6}=3.5062$	$n_{01,05}=0.1413$
$n_{3,5}=0.8406$	$n_{03,24}=0.0622$
$n_{4,6}=1.9438$	$n_{06,10}=0.6034$
	$n_{07,08}=2.0000$
	$n_{10,12}=0.3025$
	$n_{14,16}=0.4524$

Tabla 1. Resultados obtenidos mediante el modelo relajado sin redespacho.

	Solución ₁	Solución ₂	Solución ₃	Solución ₄	Solución ₅	Solución ₆	Solución ₇	Solución ₈	Solución ₉	Solución ₁₀
# Iteraciones	7	11	16	18	31	32	42	54	61	119
# PL resueltos	7	11	16	18	31	32	42	54	143	206
t (s)	1.27	1.95	2.73	3.05	5.23	5.64	7.14	9.28	23.54	25.16

Tabla 2. Resultados obtenidos para el sistema de 24 nodos.

Sistema Garver costo = 200 [10 ³ USD]	Sistema IEEE 24 Nodos costo = 152 [10 ³ USD]
$n_{2,6}=4$	$n_{06,10}=1$
$n_{3,5}=1$	$n_{07,08}=2$
$n_{4,6}=2$	$n_{10,12}=1$
	$n_{14,16}=1$

Tabla 3. Solución óptima de los sistemas de prueba sin redespacho.

Garver considerando topología base costo = 99.0 [10 ³ USD]	Garver sin considerar topología base costo = 153.0 [10 ³ USD]
$n_{2,6}=0.1818$	$n_{1,5}=0.700$
$n_{2,6}=1.0273$	$n_{2,3}=1.500$
$n_{3,5}=1.0182$	$n_{2,6}=0.900$
$n_{4,6}=1.4727$	$n_{3,5}=1.700$
	$n_{4,6}=1.600$

Tabla 4. Resultados obtenidos mediante el modelo relajado con redespacho

Garver considerando topología base costo = 110 [10 ³ USD]	Garver sin considerar topología base costo = 190 [10 ³ USD]
$n_{3,5}=1$	$n_{1,5}=1$
$n_{4,6}=3$	$n_{2,3}=2$
	$n_{2,6}=1$
	$n_{3,5}=2$
	$n_{4,6}=2$

Tabla 5. Solución óptima de los sistemas de prueba con redespacho

	Solución ₁	Solución ₂	Solución ₃	Solución ₄	Solución ₅	Solución ₆	Solución ₇	Solución ₈	Solución ₉	Solución ₁₀
# Iteraciones	11	17	38	34	43	85	65	113	127	185
# PL resueltos	11	17	38	34	43	85	111	146	195	283
T (s)	0.56	0.97	1.73	1.75	2.11	4.09	4.30	6.81	8.19	11.70

Tabla 6. Resultados obtenidos para el sistema de 6 nodos con redespacho

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- La propuesta presentada se acopla fácilmente a la técnica de optimización por colonia de hormigas debido a la representación del sistema de potencia como un grafo.
- El esfuerzo computacional, realizado por el método de optimización, es reducido debido a la utilización de información determinística proporcionada por los índices de sensibilidad, la cual orienta el proceso de búsqueda de la hormiga. Estos índices son calculados una única vez al inicio del proceso.
- La utilización de dos etapas en la construcción de la alternativa de solución permite explotar información de vital importancia relacionada con los índices de sensibilidad y con los costos de instalación de las líneas.
- El número de iteraciones, y por lo tanto el número de soluciones de problemas de PL, es reducido significativamente. Esto representa una disminución del esfuerzo computacional necesario para resolver el PPET. La solución óptima de los dos sistemas de prueba fue encontrada por el algoritmo propuesto en todos los casos.

- El sistema de colonia de hormigas usado corresponde al algoritmo más simple. Algoritmos más sofisticados basados en sociedades de insectos pueden ser adaptados a este mismo problema.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] **R. Bolaños, A. Correa y A. Garcés.**
 “Planeamiento de la transmisión considerando contingencias mediante el algoritmo multiobjetivo NSGA-II”. *Revista Scientia et Technica*. ISSN 0122-1701. Año XIII, No. 37, 2007. pp. 13 – 18.
- [2] **A. Correa, R. Bolaños y A. Garcés.**
 “Modelo multiobjetivo para el planeamiento de la transmisión usando una técnica evolutiva y puntos interiores”. *Revista Scientia Et Technica*. ISSN 0122-1701. Año XIII, No. 35, 2007. pp. 43 – 48.
- [3] **R. Bolaños, A. Correa y M. Granada.**
 “Solución del problema de planeamiento de la expansión de redes de transmisión de energía eléctrica mediante un algoritmo genético y programación lineal y no lineal”. *Ingeniería y Competitividad*. Vol. 10, No. 1, 2008, pp. 31 – 41.
- [4] **L. Gallego.**
Planeamiento de la expansión de redes de transmisión de energía eléctrica considerando contingencias. Tesis de Maestría. Universidad Tecnológica de Pereira, Noviembre de 2005.
- [5] **A. Escobar.**
Planeamiento dinámico de la transmisión en sistemas de transmisión usando algoritmos combinatoriales. Tesis de Maestría, Universidad Tecnológica de Pereira, Febrero de 2002.
- [6] **L. Garver.**
 “Transmission Network Estimation Using Linear Programming”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 89, Sep./Oct. 1970. pp. 1688-1697.
- [7] **R. Villasana, L. L. Garver and S. J. Salon.**
 “Transmission Network Planning Using Linear Programming”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. Vol. PAS-104, No. 1, Feb. 1985, pp. 349–356.
- [8] **I. G. Sánchez, R. Romero, J. R. S. Mantovani and M. J. Rider.**
 “Transmission–Expansion Planning Using the DC Model and Nonlinear–Programming Technique”. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*. Vol. 152, No. 6, Nov. 2005, pp. 763–769.
- [9] **M. Rider, L.A. Gallego, R. Romero and A. García.**
 “Heuristic Algorithm to Solve the Short Term Transmission Network Expansion Planning”. Conference Record, Industry Applications Society, *IEEE-IAS Annual Meeting*, Vol. 2007, p. 1-8, 2007
- [10] **M. Rider.**
Planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión usando los modelos DC y AC y técnicas de programación no lineal. Tesis Doctoral, Universidad Estadual de Campinas, Brasil, 2005.
- [11] **M. Rider.**
 “Método de Puntos Interiores para Optimización en Sistemas Eléctricos”. Presentado en: *Seminario de optimización en sistemas de potencia*. Pereira, Nov. 2004.
- [12] **M. Dorigo, V. Maniezzo and A. Colorni.**
 “The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents”. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics–Part B*, Vol. 26, No.1, 1996, pp. 1-13.
- [13] **M. Dorigo and L. Gambardella.**
 “Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem”. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. Vol. 1 N° 1, 1997b, pp. 53-66.
- [14] **A. Colorni, M. Dorigo, F. Maffioli, V. Maniezzo, G. Righini, M. Trubian.**
 “Heuristics From Nature for Hard Combinatorial Optimization Problems”. *International Transactions in Operational Research*. Vol. 3 No. 1, 1994, pp. 1-21.