



EconoQuantum

ISSN: 1870-6622

equantum@cucea.udg.mx

Universidad de Guadalajara

México

Venegas-Martínez, Francisco
Impacto de una Política Fiscal incierta y del riesgo cambiario en estrategias de estabilización de
precios
EconoQuantum, vol. 2, núm. 2, 2006, pp. 3-38
Universidad de Guadalajara
Zapopan, Jalisco, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=125015198001>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Impacto de una Política Fiscal incierta y del riesgo cambiario en estrategias de estabilización de precios

FRANCISCO VENEGAS-MARTÍNEZ*

Resumen

En esta investigación se presenta un modelo estocástico de estabilización inflacionaria que utiliza el tipo de cambio como ancla nominal con credibilidad imperfecta. El modelo reconoce explícitamente factores de riesgo tanto en la dinámica del tipo de cambio como en el comportamiento esperado de la política fiscal. Se supone que el tipo de cambio es conducido por un proceso mixto de difusión con saltos. Asimismo, se supone que la tasa impositiva sobre la riqueza sigue un movimiento geométrico Browniano. Bajo este esquema, se supone que no existe un mercado de productos derivados para cubrirse contra movimientos adversos en el tipo de cambio. También, se examinan, en el equilibrio, las decisiones de consumo y portafolio cuando se implementa un plan de estabilización y, al mismo tiempo, la política fiscal es incierta. Además, se evalúan los efectos de choques exógenos tanto en las expectativas de devaluación del tipo de cambio como en la política fiscal. De la misma manera, se estudian los efectos de tales choques exógenos sobre el bienestar económico. Por último, se utiliza el modelo

* Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México y Mathematical Finance Group, Mathematical Institute, Oxford University. E-mail: fvenegas@itesm.mx, Tel: +52 (55)54832254. El autor agradece los valiosos comentarios de los participantes en el Latin American Meeting of the Econometric Society 2003, llevado a cabo en Panamá, y el 8th Latin American and Caribbean Economic Association Meeting en México. Asimismo, el autor agradece a Arnorld Zellner y Marco Avellaneda por sus sugerencias, así como a Hector Ruíz por su apoyo en la simulación estocástica. El autor es el único responsable por opiniones y errores.

propuesto para llevar a cabo una simulación Monte Carlo que explica el comportamiento del consumo en espera de que un plan de estabilización se abandone y la política fiscal es incierta para el caso Mexicano durante el periodo 1989-1994.

Abstract

In this paper, we present a stochastic model of exchange-rate-based inflation stabilization with imperfect credibility. The model explicitly recognizes uncertainty in both the expected dynamics of the exchange rate and the expected behavior of tax policy. We assume that the exchange rate is driven by a mixed diffusion-jump process and, at the same time, the tax rate on wealth follows a geometric Brownian motion. Under this setting, we suppose that derivatives for hedging against future devaluation are not available. We examine consumption and portfolio shares equilibrium dynamics when a stabilization plan is implemented and fiscal policy is uncertain. We also assess the effects of exogenous shocks of both devaluation and taxes on welfare. Finally, we use the proposed model to carry out a Monte Carlo simulation that explains the observed behavior of consumption when a stabilization plan is expected to be abandoned and a fiscal policy is uncertain for the Mexican case between 1989 and 1994.

Palabras clave: Estabilización inflacionaria, política fiscal y modelación estocástica.

Clasificación JEL: F31, F41, H31

1. Introducción

Durante mucho tiempo, el impacto de la política fiscal en los planes de estabilización inflacionaria basados en el tipo de cambio ha sido un tema de gran interés para los encargados del diseño de política económica. A diferencia de la mayor parte de la literatura que se concentra en un marco determinista, el modelo propuesto supone que los agentes tienen expectativas de devaluación conducidas por un proceso combinado de difusión con saltos. En este contexto, los pequeños movimientos del tipo de cambio, que se encuentran siempre presentes, se modelan a través de un movimiento Browniano, y una devaluación repentina (un salto en el tipo de cambio), que ocasionalmente ocurre, se modela mediante un proceso de Poisson. La mezcla de un movimiento Browniano con un proceso de saltos proporciona una distribución con colas pesadas y sesgo, lo que permite producir dinámicas más realistas en el tipo de cambio que no pueden ser generadas utilizando únicamente el movimiento Browniano. Este hecho no sólo es una sofisticación teórica, sino también un aspecto relevante que incorpora mayor realismo en el modelado del comportamiento del tipo de cambio.

En el modelo propuesto se supone que no existe un mercado de productos derivados para cubrirse contra movimientos adversos en el tipo de cambio. En un ambiente estocástico, aún más rico, se supone una tasa impositiva incierta sobre la riqueza. En particular, la tasa impositiva de la riqueza sigue un movimiento geométrico Browniano. Al considerar toda la distribución del tipo de cambio y la tasa impositiva sobre la riqueza es posible examinar aquellos eventos que, a pesar de su pequeña probabilidad de ocurrencia, podrían conducir a impactos significativos en las políticas de estabilización temporal. A diferencia del marco determinista, la presencia de incertidumbre en la tasa impositiva sobre

la riqueza puede conducir a cambios tanto cuantitativos como cualitativos sobre los efectos de política fiscal.

Bajo el supuesto de agentes adversos al riesgo, se examina la dinámica de equilibrio del consumo y la riqueza cuando la política fiscal es incierta. En este contexto, también se discuten varios temas específicos de política económica. Por ejemplo, se estudian los efectos sobre el consumo y el bienestar económico debido a cambios permanentes en los parámetros que determinan las expectativas, a saber: la tasa media esperada de devaluación, la volatilidad instantánea del tipo de cambio, la probabilidad de una posible devaluación, el tamaño medio esperado de un posible salto en el tipo de cambio, el impuesto medio esperado *ad valorem* al consumo y el impuesto medio esperado sobre la riqueza.

Los programas de estabilización inflacionaria que se llevaron a cabo en Argentina, Brasil, Chile, Uruguay, Israel y México, entre las décadas de los setentas y noventas, han sido ampliamente documentados.¹ En la literatura se encuentran investigaciones empíricas asociados con estos programas, véanse, por ejemplo: Helpman y Razin (1987), Kiguel y Liviatan (1992) y Végh (1992). También, hay un número importante de modelos que explican los resultados de dichos estudios empíricos. Estos modelos pueden ser clasificados en varias categorías, tales como: falta de credibilidad (Calvo 1986, Calvo y Végh 1993, y Reinhart y Végh 1993 y 1995); inflación por inercia (Rodríguez 1982, y Calvo y Végh 1994); efectos por el lado de la oferta (Roldos 1995, Uribe 1997, Lahiri 2001, y Rebelo y Végh 1995); y bienes duraderos de consumo (Matsuyama 1991, y De Gregorio, Guidotti y Végh 1998).

A pesar de que la incertidumbre es un elemento clave cuando un programa de estabilización inflacionario basado en el tipo de cambio es implementado, existen pocos

¹ Véase Calvo y Végh (1999).

estudios que incorporan un proceso estocástico para la dinámica del tipo de cambio. Por ejemplo, Drazen y Helpman (1988) examinan planes de estabilización inflacionaria cuando el tipo de cambio es administrado, Calvo y Drazen (1997) consideran la incertidumbre sobre la permanencia de reformas económicas, Mendoza y Uribe (1996) y (1998) modelan probabilidades de devaluación exógenas y endógenas, Venegas-Martínez (2000a), (2000b), (2001), (2004a), (2004b), (2005a) , (2005b), (2006) y (2006a), y Venegas-Martínez y González-Aréchiga (2000) estudian el papel que desempeña la incertidumbre en la dinámica del tipo de cambio, examinando las implicaciones cuantitativas. De todos estos modelos, se presentan importantes similitudes con el modelo que se desarrolla en esta investigación, tales como: 1) los mercados de productos derivados financieros son inexistentes, 2) la recaudación de impuestos no es retribuida a los agentes y 3) las variables de política económica son estocásticas.

Asimismo, el modelo tiene varias características distintivas que permiten examinar los efectos de la incertidumbre en los programas de estabilización de la inflación basadas en el tipo de cambio: 1) considera todos los factores de riesgo en la dinámica del tipo de cambio, proporcionando así un ambiente estocástico más realista; 2) obtiene soluciones analíticas, haciendo más fácil la comprensión de los efectos del riesgo cambiario; y 3) examina los efectos sobre los planes de estabilización temporal de la tasa impositiva incierta sobre la riqueza; 4) explica los ordenes de magnitud observados sobre las decisiones de consumo repentino usando métodos de simulación Monte Carlo.

Esta investigación se ha organizado de la siguiente manera. En la próxima sección, se desarrolla un modelo estocástico de una economía pequeña y abierta que consume un solo bien y tiene una restricción *cash-in-advance*. En esta economía, los agentes tienen expectativas de devaluación que son conducidas por un proceso combinado de difusión con

saltos, y pagan impuestos sobre la riqueza de acuerdo con un movimiento geométrico Browniano. En la sección 3, se resuelve el problema de decisión del consumidor. En la sección 4, se llevan a cabo experimentos de estática comparativa sobre el portafolio óptimo. En la sección 5, se examinan los efectos de la incertidumbre en el bienestar económico. En la sección 6, se estudia el comportamiento dinámico de la riqueza y del consumo. En la sección 7, se lleva a cabo una simulación Monte Carlo de la respuesta de consumo a cambios permanentes en los valores de los parámetros del modelo cuando la tasa impositiva de la riqueza es estocástica. Finalmente, en la sección 8 se presentan las conclusiones y limitaciones del modelo y se sugieren investigaciones futuras. Dos apéndices contienen diversos detalles técnicos del problema del consumidor.

2. Marco teórico del modelo

Con el propósito de obtener soluciones analíticas sencillas, se mantendrá la estructura de la economía tan simple como sea posible. Los principales supuestos del modelo se establecerán de tal manera que los aspectos relevantes de los planes de estabilización temporal bajo una política fiscal incierta sean más sencillos de estudiar.

2.1 Dinámica del nivel de precios

Se considera una economía pequeña y abierta con agentes idénticos de vida infinita. La economía produce y consume un solo bien perecedero. El gobierno no hace transferencias de cualquier tipo a los agentes. Se supone que el bien es comerciable internacionalmente y el nivel general de precios domésticos, P_t , es determinado por la condición de paridad de poder de compra, a saber, $P_t = P_t^* e_t$, donde P_t^* es el precio en moneda extranjera del bien

en el resto del mundo y e_t es el tipo de cambio nominal. Se supone, por simplicidad, que P_t^* es igual a 1. También, se supone que el valor inicial del tipo de cambio, e_0 , es conocido e igual a 1.

Asimismo, se supone que el número de saltos en el tipo de cambio, por unidad de tiempo, sigue un proceso de Poisson N_t con intensidad λ , de tal manera que

$$(1) \quad \begin{aligned} \text{IP}^{(N)}\{\text{un salto unitario durante } dt\} &= \text{IP}^{(N)}\{dN_t = 1\} = \lambda dt, \\ \text{IP}^{(N)}\{\text{más de un salto durante } dt\} &= \text{IP}^{(N)}\{dN_t > 1\} = o(dt), \end{aligned}$$

mientras que

$$(2) \quad \text{IP}^{(N)}\{\text{ningún salto en } dt\} = \text{IP}^{(N)}\{dN_t = 0\} = 1 - \lambda dt - o(dt).$$

Así,

$E^{(N)}[dN_t] = \text{Var}^{(N)}[dN_t] = \lambda dt$. El número inicial de saltos se supone igual a cero, es decir, $N_0 = 0$.

Considere ahora un movimiento Browniano $(V_t)_{t \geq 0}$ definido en un espacio de probabilidad fijo equipado con su filtración aumentada $(\Omega^{(Z)}, F^{(Z)}, (F_t^{(Z)})_{t \geq 0}, \text{IP}^{(Z)})$. Se supone que el consumidor percibe que la tasa de inflación esperada, dP_t / P_t , y por lo tanto la tasa esperada de devaluación, de_t / e_t , sigue un movimiento geométrico Browniano con saltos de Poisson descrito por

$$(3) \quad \frac{dP_t}{P_t} = \frac{de_t}{e_t} = \pi dt + \sigma_p dV_t + \kappa dN_t,$$

donde π es la tasa media esperada de devaluación (o inflación) condicionada a que no se presenten saltos, σ_p es la volatilidad instantánea del nivel general de precios y κ es el tamaño medio esperado de un salto en el tipo de cambio. El proceso V_t se supone independiente de N_t . En lo que sigue, π, σ_p, λ y κ son constantes positivas.

2.2 Saldos monetarios reales

El agente mantiene saldos monetarios reales, $m_t = M_t/P_t$, donde M_t es el acervo nominal de dinero. La tasa de retorno estocástica (rendimiento estocástico) por la tenencia de saldos reales, dR_m , está dada por el cambio porcentual del precio del dinero en términos de bienes. Al aplicar el lema de Itô para procesos de difusión con saltos al inverso del nivel de precios, con (3) como el proceso subyacente (véase el apéndice A, fórmula (A.2)), se obtiene que

$$(4) \quad dR_m = d\left(\frac{M_t}{P_t}\right) \bigg/ \left(\frac{M_t}{P_t}\right) = (-\pi + \sigma_p^2)dt - \sigma_p dV_t - \left(\frac{\kappa}{1+\kappa}\right)dN_t.$$

2.3 Bonos internacionales

Se supone también que el agente tiene acceso a un bono internacional, b_t , que paga una tasa de interés real libre de riesgo, r , que es constante para todos los plazos. En este caso, se satisface

$$(5) \quad db_t = rb_t dt, \quad b_0 \quad \text{dado}$$

Los agentes toman r como dada. La ecuación (5) se puede interpretar como una cuenta bancaria, en la que se realiza un depósito inicial con valor b_0 al tiempo cero que paga a una tasa instantánea libre de riesgo, r .

2.4 Impuestos sobre la riqueza

Considere ahora un movimiento Browniano $(U_t)_{t \geq 0}$ definido en un espacio de probabilidad fijo equipado con su filtración aumentada $(\Omega^{(U)}, F^{(U)}, (F_t^{(U)})_{t \geq 0}, \mathbb{P}^{(U)})$. Se supone que el consumidor representativo percibe que su riqueza es gravada a una tasa incierta, τ_t , de acuerdo con la ecuación diferencial estocástica siguiente:

$$(6) \quad \frac{d\tau_t}{\tau_t} = \bar{\tau} dt + \sigma_\tau d\tilde{V}_t, \quad \tau_0 > 0,$$

con

$$(7) \quad \tilde{V}_t = \rho V_t + \sqrt{1 - \rho^2} U_t$$

y

$$(8) \quad \text{cov}(dV_t, d(\rho V_t + \sqrt{1 - \rho^2} U_t)) = \rho dt,$$

donde $\bar{\tau}$ es la tasa media esperada del impuesto sobre la riqueza, σ_τ es la volatilidad de la tasa impositiva a la riqueza y $\rho \in (-1, 1)$ es la correlación entre los cambios en inflación y los cambios en impuestos sobre la riqueza. Observe que un incremento en la tasa de devaluación producirá una mayor depreciación en los saldos monetarios reales. Esto, a su

vez, reducirá el valor real de los activos, situación que puede llevar a la autoridad fiscal a modificar su política fiscal. Los procesos N_t , V_t y U_t se suponen independientes entre sí.

2.5 Restricción del tipo “cash-in-advance”

En la economía se impone una restricción del tipo *cash-in-advance* de la forma:

$$(9) \quad m_t = \int_t^{t+\alpha} c_s ds,$$

donde c_t es el consumo y $\alpha > 0$ es el tiempo que se mantiene el dinero para financiar el consumo. La condición (9) es crítica para ligar la política cambiaria con el consumo.

Observe que

$$m_t = \int_t^{t+\alpha} c_s ds \approx \alpha c_t + o(\alpha).$$

En lo que sigue, se considerará que el error $o(\alpha)$ es insignificante. Por simplicidad, se supondrá que $\alpha = 1$.

3. Problema de decisión del consumidor

En esta sección, se caracterizan las decisiones óptimas de consumo y portafolio de un agente representativo mediante programación dinámica en tiempo continuo. En particular, se determinará la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman.

3.1 Un portafolio auto-financiable

Se supone que al tiempo $t - \Delta t$ el consumidor mantiene $n_{t-\Delta t}^{(m)}$ y $n_{t-\Delta t}^{(b)}$ unidades de saldos reales y bonos, respectivamente. En consecuencia, al tiempo t , el valor real del portafolio, X_t , está dado por

$$X_t = n_{t-\Delta t}^{(m)} m_t + n_{t-\Delta t}^{(b)} b_t.$$

El consumidor desea reinvertir X_t en nuevas cantidades de activos $n_t^{(m)}$ y $n_t^{(b)}$, así como el pago de consumo e impuestos en un portafolio auto-financiable de tal manera que

$$n_{t-\Delta t}^{(m)} m_t + n_{t-\Delta t}^{(b)} b_t = n_t^{(m)} m_t + n_t^{(b)} b_t + (\tau_t X_t + (1 + \hat{\tau}) c_t) \Delta t,$$

donde τ_t es la tasa impositiva sobre la riqueza, y $\hat{\tau}$ es una tasa impositiva *ad valorem* sobre el consumo. La ecuación anterior se puede expresar como

$$\Delta n_t^{(m)} m_t + \Delta n_t^{(b)} b_t + (\tau_t X_t + (1 + \hat{\tau}) c_t) \Delta t = 0,$$

donde $\Delta n_t^{(m)} = n_t^{(m)} - n_{t-\Delta t}^{(m)}$ y $\Delta n_t^{(b)} = n_t^{(b)} - n_{t-\Delta t}^{(b)}$. Observe que, no se puede aplicar el lema de Itô a la expresión anterior ya que m_t y b_t están evaluadas al tiempo t . Con el propósito de utilizar el lema de Itô, se suma y resta, en la ecuación anterior, la cantidad $m_{t-\Delta t} \Delta n_t^{(m)} + b_{t-\Delta t} \Delta n_t^{(b)}$, a fin de obtener

$$m_{t-\Delta t} \Delta n_t^{(m)} + b_{t-\Delta t} \Delta n_t^{(b)} + \Delta n_t^{(m)} \Delta m_t + \Delta n_t^{(b)} \Delta b_t + (\tau_t X_t + (1 + \hat{\tau}) c_t) \Delta t = 0,$$

donde $\Delta m_t = m_t - m_{t-\Delta t}$ y $\Delta b_t = b_t - b_{t-\Delta t}$. Al tomar el límite cuando $\Delta t \rightarrow 0$ se encuentra que

$$m_t dn_t^{(m)} + b_t dn_t^{(b)} + dm_t dn_t^{(m)} + db_t dn_t^{(b)} + (\tau_t X_t + (1 + \hat{\tau}) c_t) dt = 0.$$

Esta condición es justamente lo que hace que el portafolio sea auto-financiable. Por otro lado, la definición de X_t conduce a

$$dX_t = n_t^{(m)} dm_t + n_t^{(b)} db_t + m_t dn_t^{(m)} + b_t dn_t^{(b)} + dm_t dn_t^{(m)} + db_t dn_t^{(b)}.$$

Debido a la condición de portafolio auto-financiable, la ecuación anterior se transforma en

$$dX_t = n_t^{(m)} dm_t + n_t^{(b)} db_t - (\tau_t X_t + (1 + \hat{r}) c_t) dt.$$

La última ecuación se puede escribir en términos de ponderaciones, $\theta_t = n_t^{(m)} m_t / X_t$ y

$1 - \theta_t = n_t^{(b)} b_t / X_t$, de tal manera que

$$dX_t = X_t \theta_t \frac{dm_t}{m_t} + X_t (1 - \theta_t) \frac{db_t}{b_t} - (\tau_t X_t + (1 + \hat{r}) c_t) dt$$

ó

$$(10) \quad \begin{cases} dX_t = X_t \theta_t dR_m + X_t (1 - \theta_t) dR_b - (\tau_t X_t + (1 + \hat{r}) c_t) dt, & a_0 = m_0 + b_0 > 0, \\ d\tau_t = \bar{\tau} \tau_t dt + \sigma_\tau \tau_t \left(\rho dV_t + \sqrt{1 - \rho^2} dU_t \right), & \tau_0 > 0, \end{cases}$$

donde $dR_b = db_t / b_t$. Se supone que $n_t^{(m)} = n_t^{(b)} = 1$. Si se sustituyen las ecuaciones (4), (5) y

(9) en la primera ecuación de (10), se obtiene que

$$(11) \quad dX_t = X_t \left[(r - \beta \theta_t - \tau_t) dt - \theta_t \sigma_p dV_t - \theta_t \left(\frac{\kappa}{1 + \kappa} \right) dN_t \right],$$

donde $\beta = (1 + \hat{r}) + r + \pi + \sigma_p^2$.

3.2 Índice de satisfacción

La función de utilidad del tipo de von Neumann-Morgenstern al tiempo t , V_t , de un agente representativo, competitivo (precio aceptante) y adverso al riesgo está dada por:

$$(12) \quad V_t = E \left\{ \int_t^\infty \log(c_s) e^{-rs} ds \middle| F_t \right\}$$

donde $F_t = F_t^{(Z)} \otimes F_t^{(U)}$ representa toda la información disponible al tiempo t . Observe que la tasa subjetiva de descuento del agente ha sido igualada a la tasa de interés, r , para evitar dificultades técnicas innecesarias en la dinámica del equilibrio. Asimismo, se considera la función de utilidad logarítmica con el propósito de obtener soluciones analíticas en forma cerrada que favorezcan un análisis más simple.

3.3 Ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman

La ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman para el problema de control óptimo estocástico asociado con la maximización de utilidad esperada, sujeto a su restricción presupuestal intertemporal, está dada por:

$$\begin{aligned}
 (13) \quad & \lambda I(X_t, \tau_t, t) - I_t(X_t, \tau_t, t) - I_\tau(X_t, \tau_t, t) \bar{\tau} \tau_t - \frac{1}{2} I_{\tau\tau}(X_t, \tau_t, t) \tau_t^2 \sigma_\tau^2 - I_X(X_t, \tau_t, t) X_t (r - \tau_t) \\
 & = \max_w \left\{ \log(X_t \theta_t) e^{-rt} - I_X(X_t, \tau_t, t) X_t \beta \theta_t + \frac{1}{2} I_{XX}(X_t, \tau_t, t) X_t^2 \theta_t^2 \sigma_P^2 \right. \\
 & \quad \left. - I_{X\tau}(X_t, \tau_t, t) X_t \tau_t \theta_t \sigma_P \sigma_\tau \rho + \lambda I \left(X_t \left(\frac{1 + \kappa(1 - \theta_t)}{1 + \kappa} \right), \tau_t, t \right) \right\},
 \end{aligned}$$

donde

$$I(X_t, \tau_t, t) = \max_w E_t \left\{ \int_t^\infty \log(X_s w_s) e^{-rs} ds \middle| F_t \right\}$$

es la función de utilidad indirecta (o función de bienestar económico) del consumidor y su derivada, $I_X(X_t, \tau_t, t)$, es la correspondiente variable de coestado.

3.4 Reducción de la dimensión del problema

Dado el factor de descuento exponencial en la utilidad indirecta, es conveniente definir a $I(X_t, \tau_t, t)$ en forma separable como

$$(14) \quad I(X_t, \tau_t, t) \equiv F(X_t, \tau_t) e^{-rt}.$$

Por lo tanto, la ecuación (14) puede ser expresada como

$$(15) \quad \begin{aligned} & (\lambda + r)F(X_t, \tau_t) - F_\tau(X_t, \tau_t)\bar{\tau}\tau_t - \frac{1}{2}F_{\tau\tau}(X_t, \tau_t)\tau_t^2\sigma_\tau^2 - F_X(X_t, \tau_t)X_t(r - \tau_t) \\ & = \max_w \left\{ \log(X_t\theta_t) - F_X(X_t, \tau_t)X_t\beta\theta_t + \frac{1}{2}F_{XX}(X_t, \tau_t)X_t^2\theta_t^2\sigma_p^2 \right. \\ & \quad \left. - F_{X\tau}(X_t, \tau_t)X_t\tau_t\theta_t\sigma_p\sigma_\tau\rho + \lambda F\left(X_t\left(\frac{1+\kappa(1-\theta_t)}{1+\kappa}\right), \tau_t\right) \right\}. \end{aligned}$$

Se postula como posible candidato de solución de (15) a

$$(16) \quad F(X_t, \tau_t) = \delta_0 + \delta_1 \log\left(\frac{X_t}{\tau_t}\right) + H(\tau_t; \delta_2, \delta_3),$$

donde δ_0, δ_1 y $H(\tau_t; \delta_2, \delta_3)$ se calculan a partir de la ecuación (15). Los coeficientes δ_2 y δ_3 deben satisfacer $H(\tau_0) = 0$ y $H'(\tau_0) = 0$. Si se sustituye la ecuación (16) en (15), se tiene

$$(17) \quad \begin{aligned} & r(\delta_0 + \delta_1 \log(X_t)) + \delta_1 \left(\bar{\tau} - r - \frac{1}{2}\sigma_\tau^2 \right) \\ & + rH(\tau_t) - H'(\tau_t)\tau_t\bar{\tau} - \frac{1}{2}H''(\tau_t)\tau_t^2\sigma_\tau^2 - r\delta_1 \log(\tau_t) + \delta_1\tau_t \\ & = \max_w \left\{ \log(X_t\theta_t) - \delta_1\beta\theta_t - \frac{1}{2}\delta_1\theta_t^2\sigma_p^2 + \lambda\delta_1 \log\left(\frac{1+\kappa(1-\theta_t)}{1+\kappa}\right) \right\}. \end{aligned}$$

3.4 Condición de primer orden y determinación de coeficientes

La condición de primer orden del problema de optimización intertemporal del agente

representativo, adverso al riesgo, conduce a $\theta_t \equiv w$ invariante en el tiempo, y

$$(18) \quad \frac{1}{\delta_1 w} - \frac{\lambda \kappa}{1 + \kappa(1 - w)} = (1 + \bar{r}) + r + \pi - \sigma_p^2 + w \sigma_p^2.$$

A continuación, se selecciona $H(\tau_t)$ como solución de

$$(19) \quad rH(\tau_t) - H'(\tau_t)\tau_t \bar{\tau} - \frac{1}{2} H''(\tau_t)\tau_t^2 \sigma_\tau^2 - r\delta_1 \log(\tau_t) + \delta_1 \tau_t = 0.$$

Los coeficientes δ_0 y δ_1 se calculan a partir de (15) al sustituir el valor óptimo θ^* . Por lo tanto, $\delta_1 = r^{-1}$. De esta manera el coeficiente de $\log(X_t)$ en (17) es cero, y

$$(20)$$

$$\delta_0 = \frac{1}{r} \log(\theta^*) - \frac{1}{r^2} \left[\left((1 + \bar{r}) + r + \pi - \sigma_p^2 \right) \theta^* + \frac{1}{2} (\theta^* \sigma_p)^2 + \bar{\tau} - r - \frac{1}{2} \sigma_\tau^2 - \lambda \log \left(\frac{1 + \kappa(1 - \theta^*)}{1 + \kappa} \right) \right].$$

La función de utilidad de tipo logarítmico implica que w dependa solamente de los parámetros que determinan las características estocásticas de la economía, y por lo tanto w es constante. Es decir, la actitud del consumidor hacia el riesgo cambiario es independiente de su riqueza, *i.e.*, el nivel de riqueza resultante en cualquier instante no tiene relevancia en las decisiones de portafolio. Más aún, debido a la utilidad logarítmica, el coeficiente de correlación, ρ , no juega papel alguno en las decisiones del consumidor, sólo importan las componentes dadas por la tendencia y la volatilidad del proceso estocástico que conducen la dinámica del tipo de cambio y la política fiscal. Por último, es importante señalar que la ecuación (18) es cúbica, por lo que tiene al menos una raíz real.

Observe, que al considerar $\delta_1 = r^{-1}$, se tiene que la solución de (19) es (véase el apéndice B)

$$(21) \quad H(\tau_t) = \delta_2 \tau_t^{\gamma_1} + \delta_3 \tau_t^{\gamma_2} - \frac{1}{\tau} \log(\tau_t) \left(1 + \frac{2}{\sigma_\tau^2 + 2\bar{\tau}} \tau_t \right) + \frac{1}{\tau} \left(1 - \frac{\sigma_\tau^2}{2\bar{\tau}} \right),$$

donde

$$\gamma_1 = \frac{4r}{(2\bar{\tau} - \sigma_\tau^2) + \sqrt{(2\bar{\tau} - \sigma_\tau^2)^2 + 8r\sigma_\tau^2}}$$

y

$$\gamma_2 = \frac{4r}{(2\bar{\tau} - \sigma_\tau^2) - \sqrt{(2\bar{\tau} - \sigma_\tau^2)^2 + 8r\sigma_\tau^2}}.$$

Los coeficientes δ_2 y δ_3 son determinados de tal manera que $H(\tau_0) = 0$ y $H'(\tau_0) = 0$.

(véase el apéndice B). La primera condición inicial, $H(\tau_0) = 0$, asegura que el bienestar económico,

$$W \equiv I(a_0, \tau_0, 0) = F_t(a_0, \tau_0) = \delta_0 + \frac{1}{r} \log\left(\frac{X_0}{\tau_0}\right),$$

sea independiente de la selección de H . La segunda condición inicial, $H'(\tau_0) = 0$, garantiza que la función de bienestar sea decreciente con respecto a la tasa impositiva de la riqueza, esto es,

$$\left. \frac{\partial I}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau_0} = -\frac{1}{r\tau_0} < 0,$$

y también asegura que H sea la única solución de la ecuación (19).

3.6 Una asignación viable del portafolio

La ecuación (18) es cúbica con raíces reales; una raíz negativa y dos raíces positivas. Esto puede verse si se intersecta la línea recta definida por el lado derecho de la ecuación (18) con la gráfica definida por el lado izquierdo de (18). En este caso, hay solamente una intersección que proporciona un estado estacionario (único) de la proporción de la riqueza que el consumidor asigna a la tenencia de saldos reales $\theta^* \in (0, 1)$.

4. Experimentos de política económica y estática comparativa

En esta sección se obtienen varios resultados relevantes del modelo propuesto. Un aumento permanente en la tasa de devaluación, da como resultado un aumento en el costo de oportunidad futuro de comprar bienes, lo cual, a su vez, conduce a una disminución permanente de la proporción de la riqueza destinada al consumo futuro. Para ver esto, se calcula la derivada de la ecuación (18) con respecto de π , lo cual conduce a

$$(22) \quad \frac{\partial \theta^*}{\partial \pi} = -M^{-1} < 0,$$

donde

$$(23) \quad M = \left[\frac{r}{(\theta^*)^2} + \frac{\lambda \kappa^2}{[1 + \kappa(1 - \theta^*)]^2} + \sigma_p^2 \right].$$

Otro resultado es la respuesta de los saldos monetarios reales de equilibrio, θ^* , a cambios permanentes en el parámetro de intensidad, λ . Un aumento en el número esperado de saltos en el tipo de cambio por unidad de tiempo ocasiona un incremento en el costo de oportunidad futuro de la compra de bienes. Esto, a su vez, disminuye permanentemente la proporción de la riqueza dedicada al consumo futuro. Efectivamente, después de calcular la derivada de la ecuación (18) con respecto de λ , se obtiene

$$(24) \quad \frac{\partial \theta^*}{\partial \lambda} = -\frac{\kappa}{M[1 + \kappa(1 - \theta^*)]} < 0.$$

Un efecto similar es obtenido por un cambio en el tamaño medio esperado de un salto:

$$(25) \quad \frac{\partial \theta^*}{\partial \kappa} = -\frac{\kappa}{M[1 + \kappa(1 - \theta^*)]^2} < 0.$$

Por último, un aumento en el impuesto *ad valorem* al consumo producirá una reducción permanente en la proporción de la riqueza asignada al consumo futuro. En efecto, observe que

$$(26) \quad \frac{\partial \theta^*}{\partial \hat{\tau}} = -\frac{1}{M} < 0.$$

5. Impacto en el bienestar económico

En esta sección se evalúan los impactos de choques exógenos en el bienestar económico. Como siempre, el criterio de bienestar, W , del individuo representativo es la maximización de la utilidad indirecta con una riqueza real inicial, X_0 , y una tasa impositiva inicial a la riqueza, τ_0 . Por lo tanto, en virtud de la ecuación (14), el bienestar está definido por

$$(27) \quad W(\pi, \lambda, \kappa, \bar{\tau}, \hat{\tau}; X_0, \tau_0) \equiv I(a_0, \tau_0, 0) = F(a_0, \tau_0) = \frac{1}{r} \left[1 + \log(X_0/\tau_0) + \log(\theta^*) \right] \\ - \frac{1}{r^2} \left[((1 + \hat{\tau}) + r + \pi - \sigma_p^2) \theta^* + \frac{1}{2} (\theta^* \sigma_p)^2 + \bar{\tau} - \frac{1}{2} \sigma_\tau^2 - \lambda \log \left(\frac{1 + \kappa(1 - \theta^*)}{1 + \kappa} \right) \right],$$

donde se ha utilizado el hecho de que $H(\tau_0) = 0$.

5.1 Impacto de cambios permanentes en el tipo de cambio sobre el bienestar económico

En esta sección se calculan los impactos en el bienestar económico por cambios permanentes en la tasa media esperada de devaluación, la probabilidad de devaluación, y el tamaño esperado de una devaluación. Primero, observe que bajo el supuesto de la función de utilidad de tipo logarítmico, la devaluación reduce el bienestar económico ante un incremento en la tasa de inflación. En efecto, al calcular la derivada de la ecuación (27) con respecto de π , se encuentra que

$$(28) \quad \frac{\partial W}{\partial \pi} = -\frac{\theta^*}{r^2} < 0.$$

Análogamente, un choque exógeno en la probabilidad de devaluación reduce el bienestar económico. Para ver esto, es suficiente calcular la derivada de la ecuación (27) con respecto de λ , en cuyo caso

$$(29) \quad \frac{\partial W}{\partial \lambda} = \frac{1}{r^2} \log \left(\frac{1 + \kappa(1 - \theta^*)}{1 + \kappa} \right) < 0.$$

De manera similar, un incremento permanente en el tamaño medio esperado de la devaluación reduce el bienestar económico, esto es

$$(30) \quad \frac{\partial W}{\partial \kappa} = -\frac{1}{r^2} \left[\frac{\lambda \theta^*}{(1 + \kappa)(1 + \kappa(1 - \theta^*))} \right] < 0.$$

5.2 Impacto de la política fiscal en el bienestar económico

A continuación se calculan los impactos en el bienestar económico producidos por cambios permanentes en la tasa impositiva media esperada de la riqueza y el impuesto esperado *ad valorem* al consumo. En este caso, se tiene

$$(31) \quad \frac{\partial W}{\partial \bar{\tau}} = -\frac{1}{r^2} < 0$$

y

$$(32) \quad \frac{\partial W}{\partial \hat{\tau}} = -\frac{1}{r^2} \theta^* < 0.$$

Por lo tanto, aumentos en la tasa impositiva media esperada sobre la riqueza y la tasa impositiva en el consumo siempre conducirán a una reducción en el bienestar económico.

6. Riqueza y consumo

En el transcurso de esta sección se obtiene el proceso estocástico que genera la riqueza real del consumidor cuando se aplica la regla óptima. Después de sustituir θ^* en la ecuación (11), se obtiene

$$(33) \quad dX_t = X_t \left[\left(\frac{\lambda \kappa \theta^*}{1 + \kappa(1 - \theta^*)} + (\theta^* \sigma_p)^2 - \tau_t \right) dt - \theta^* \sigma_p dV_t - \left(\frac{1 + \kappa(1 - \theta^*)}{1 + \kappa} - 1 \right) dN_t \right],$$

donde

$$(34) \quad \tau_t = \tau_0 \exp \left\{ \left(\bar{\tau} - \frac{1}{2} \sigma_\tau^2 \right) t + \varepsilon \sigma \sqrt{t} \right\}$$

y $\varepsilon \sim N(0, 1)$. Se puede verificar, de manera sencilla, que la función de densidad de probabilidad de τ_t , dado τ_0 , satisface

$$(35) \quad f_{\tau_t|\tau_0}(x|\tau_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}\sigma_\tau x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(x/\tau_0) - \left(\bar{\tau} - \frac{1}{2}\sigma_\tau^2\right)t}{\sigma_\tau \sqrt{t}}\right)^2\right\}.$$

Además, se tiene que

$$(36) \quad E[\tau_t | \tau_0] = \tau_0 e^{\bar{\tau}t}$$

y

$$(37) \quad \text{Var}[\tau_t | \tau_0] = \tau_0^2 e^{2\bar{\tau}t} (e^{\sigma_\tau^2 t} - 1).$$

La solución a la ecuación diferencial estocástica (33), condicionada por X_0 , es (véase el apéndice A, fórmula (A.3))

$$(38) \quad X_t = X_0 e^{\xi_t},$$

donde²

$$(39) \quad \xi_t = \zeta_t + \phi_t, \quad \zeta_t | \tau_t \sim N\left[\left[F(\theta^*) - \tau_t\right]t, G(\theta^*)t\right],$$

$$(40) \quad \phi_t = L(\theta^*) N_t$$

y

$$(41) \quad N_t \sim P(\lambda t).$$

Los componentes estacionarios de los parámetros de las distribuciones antes mencionadas son:

² $x \sim P(a)$ denota una variable aleatoria de tipo Poisson x con media a .

$$F(\theta^*) = \frac{\lambda \kappa \theta^*}{1 + \kappa(1 - \theta^*)} + \frac{(\theta^* \sigma_P)^2}{2},$$

$$G(\theta^*) = (\theta^* \sigma_P)^2,$$

y

$$L(\theta^*) = \log\left(\frac{1 + \kappa(1 - \theta^*)}{1 + \kappa}\right).$$

Además, observe que

$$(42) \quad E[\xi_t \mid \tau_t] = [F(\theta^*) - \tau_t + L(\theta^*)\lambda]_t$$

y

$$(43) \quad \text{Var}[\xi_t \mid \tau_t] = [G(\theta^*) + [L(\theta^*)]^2 \lambda]_t.$$

Más aún, se puede verificar que

$$(44) \quad E[\xi_t] = E\{E[\xi_t \mid \tau_t]\} = [F(\theta^*) - \tau_0 e^{\bar{\tau}t} + L(\theta^*)\lambda]_t,$$

y

$$(45) \quad \text{Var}[\xi_t] = \text{Var}\{E[\xi_t \mid \tau_t]\} + E\{\text{Var}[\xi_t \mid \tau_t]\} = t^2 \tau_0^2 e^{2\bar{\tau}t} (e^{\sigma_t^2 t} - 1) + [G(\theta^*) + [L(\theta^*)]^2 \lambda]_t.$$

Finalmente, con base en la ecuación (38), observe que las dos últimas ecuaciones determinan la media y la varianza de la tasa de crecimiento de los activos reales.

6.1 Dinámica del consumo

En virtud de las ecuaciones (9) y (38), el proceso estocástico para el consumo se puede escribir como

$$(46) \quad c_t^* = \theta^* X_0 e^{\xi_t}.$$

Esto indica que, en ausencia de mercados de productos derivados financieros, el riesgo de depreciación tiene un efecto sobre la riqueza a través de la incertidumbre en ξ_t , es decir, la incertidumbre cambia el conjunto de oportunidades que enfrenta el consumidor. Por otra parte, el riesgo de depreciación también impacta la composición del portafolio a través de sus efectos en θ^* . De este modo, un cambio en la política económica estará acompañado tanto del efecto riqueza como del de sustitución. A partir de la ecuación (46), se puede calcular la probabilidad de que, en un intervalo de tiempo dado, ocurran ciertos niveles de consumo. Es también importante observar, al considerar las ecuaciones (12) y (46), que el supuesto de que la tasa subjetiva de descuento del agente es igual a la tasa de interés mundial no asegura un nivel de estado estacionario en el consumo. Sin embargo, sí se tiene un estado estacionario de la riqueza asignada al consumo, se puede concluir que la incertidumbre es un elemento clave para racionalizar dinámicas del consumo con mayor realismo que no podrían ser producidas a través de modelos deterministas. Finalmente, en virtud de las ecuaciones (44), (45) y (46) se puede calcular la media y la varianza de la tasa de crecimiento del consumo.

6.2 Saltos inesperados en el consumo

Ahora, se analiza una política económica de la forma:

$$(47) \quad \pi_t = \begin{cases} \pi_1 & \text{para } 0 \leq t \leq T, \\ \pi_2 & \text{para } t > T, \end{cases}$$

donde T se calcula exógenamente, y $\pi_1 < \pi_2$, como en Calvo (1986). Observe que bajo el marco estocástico propuesto existe una falta de credibilidad aún si no se realizan cambios en cualquiera de los parámetros, ya que los agentes siempre asignan alguna probabilidad al evento de la depreciación cambiaria. A continuación, se examina la respuesta del consumo a la política económica dada en (47). De la ecuación (46), se tiene que

$$\frac{c_{T+\Delta}^*}{c_T^*} = \frac{\theta_2^*}{\theta_1^*} \exp\{-(\xi_T(\pi_1) - \xi_{T+\Delta}(\pi_2))\}.$$

La función de tipo exponencial anterior tiende a 1 cuando $\Delta \rightarrow 0^+$ (casi dondequiera). Esto significa que aunque las componentes estacionarias de la variable aleatoria ξ_t son diferentes antes y después del tiempo T , tal diferencia se torna insignificante cuando $\Delta \rightarrow 0^+$. Consecuentemente,

$$(48) \quad \lim_{\Delta \rightarrow 0^+} c_{T+\Delta}^* = c_T^* \frac{\theta_2^*}{\theta_1^*} \text{ casi dondequiera}$$

Además, observe que $\theta_2^*/\theta_1^* < 1$, junto con (48), implica que $c_T^* > \lim_{\Delta \rightarrow 0^+} c_{T+\Delta}^*$ casi dondequiera, lo cual indica un salto (repentino) en el consumo al tiempo T . Es decir, si se espera que el plan considerado sea temporal, entonces hay un salto en el consumo al tiempo T , como se ha mostrado anteriormente. De aquí que, el resultado determinístico de Calvo (1986) sobre la respuesta de consumo a un programa de estabilización temporal es localmente reproducido (alrededor de T casi dondequiera) en el modelo propuesto.

Observe que los resultados están relacionados y son congruentes a los modelos presentados por Calvo y Drazen (1997) sin productos derivados. Un análisis similar puede ser aplicado a cualquiera de los parámetros restantes que determinan las expectativas de depreciación, es decir, λ y κ .

7. Simulación del consumo por Monte Carlo

El siguiente experimento intenta simular *via* el método de Monte Carlo, la respuesta del consumo a cambios permanentes en los valores de los parámetros que determinan las expectativas de depreciación del tipo de cambio.

La Tabla 1 presenta dos vectores con valores de los parámetros $(\pi_j, \sigma_{p_j}^{-1}, \lambda_j)$, $j = 1, 2$, que reproducen la tendencia y el salto inesperado del consumo observado en México³ entre los años 1989 y 1994. Se seleccionó este periodo porque el boom en consumo en este tiempo fue más que evidente. La razón por la que se presentó dicho salto fue que los individuos se anticiparon a la intención que el gobierno tenía de abandonar pronto el programa de estabilización de precios, lo cual iba a generar inflación. En consecuencia, los agentes aumentaron de manera considerable el consumo de bienes durables antes de que se desatará una avalancha inflacionaria, situación que resultó cierta.

³ Con el propósito de escoger un par de vectores que repliquen hechos estilizados, se consideraron alrededor de 800 diferentes combinaciones factibles de los valores de los parámetros.

$\theta_1^* = 0.455299$	$\theta_2^* = 0.430004$
$\pi_1 = 0.200000$	$\pi_2 = 0.300000$
$\sigma_{p_1} = 0.0999$	$\sigma_{p_2} = 0.009999$
$\lambda_1 = 0.010000$	$\lambda_2 = 0.100000$
$\kappa_1 = 0.200000$	$\kappa_2 = 0.300000$
$F(\theta_1^*) = 0.001858$	$F(\theta_2^*) = 0.011026$
$G(\theta_1^*) = 0.002073$	$G(\theta_2^*) = 0.000019$
$L(\theta_1^*) = -0.000343$	$L(\theta_2^*) = -0.004539$
<hr/>	
$r = 0.085000$	
$\bar{\tau} = 0.060000$	
$\sigma_{\tau} = 0.180000$	
$a_0 = 1.849000 \times 10^{12}$ (<i>pesos de 1993</i>)	

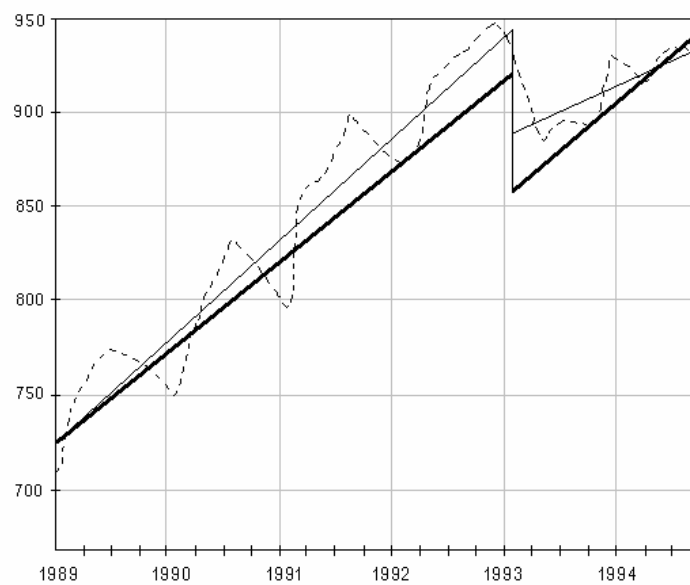
Tabla 1. Consumo óptimo y valores de los parámetros.

En la Gráfica 1, la línea continua delgada representa la tendencia simulada del consumo antes de aplicar la tasa impositiva al consumo y la riqueza, mientras que la línea continua gruesa simula la tendencia del consumo después de la tasa impositiva al consumo y a la riqueza.⁴ La línea punteada corresponde al consumo observado.⁵ Note que, con los valores de los parámetros anteriores, la simulación estocástica, con la aplicación de tasas impositivas sobre la riqueza y el consumo, replica el orden de magnitud del salto observado del consumo en el primer trimestre del año 1993, el cual corresponde a un salto de alrededor de 60 mil millones de pesos de 1993. En ausencia de impuestos, la magnitud del salto del consumo es casi preservada, mientras que la tendencia simulada con impuestos

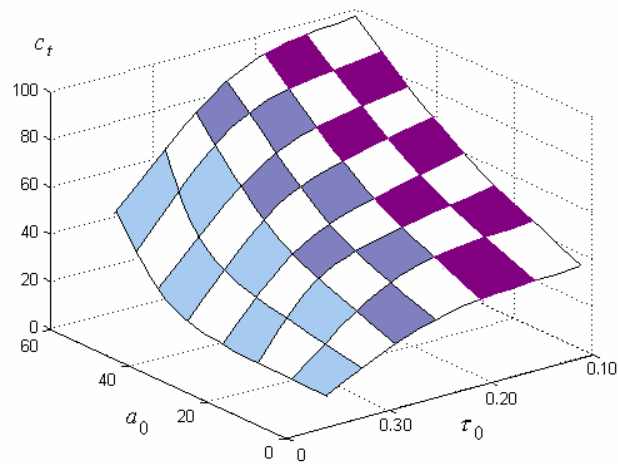
⁴ Con el propósito de realizar la simulación del consumo, se utilizó una versión discreta de (46) con una determinada unidad de tiempo, véanse, por ejemplo, Ripley (1985) y Press *et al.* (1992). En este caso, la parte crítica de la simulación Monte Carlo es simular una combinación entre un movimiento Browniano y un proceso de Poisson mediante números aleatorios generados de manera independiente. La tendencia del consumo es estimada como un promedio de las trayectorias simuladas utilizando (46) de manera repetida. Los resultados están basados en 10,000 iteraciones.

⁵ Fuente: INEGI.

presenta menor pendiente. La Gráfica 2 muestra, en vista de la ecuación (46), al consumo como una función de a_0 y τ_0 . Como puede observarse en esta gráfica, a medida que la tasa inicial del impuesto sobre la riqueza aumenta, τ_0 , la riqueza real disponible disminuye, lo cual, a su vez, reduce el consumo. De la misma manera, un incremento en la riqueza real inicial, a_0 , del individuo, tiene un efecto positivo sobre el consumo.



Gráfica 1. Tendencia simulada: la línea continua delgada representa el consumo antes de impuestos, la línea continua gruesa representa el consumo después de impuestos. La línea punteada corresponde al consumo observado (miles de millones de pesos de 1993) .



Gráfica 2. Consumo como una función de a_0 y τ_0 .
(a_0 en 10^{11} pesos de 1993).

8. Conclusiones

En la “literatura” especializada se encuentra una amplia clase de modelos determinísticos que explican los efectos de la política fiscal en la instrumentación de planes de estabilización inflacionaria. Sin embargo, los modelos existentes no consideran incertidumbre en la política fiscal. Cabe señalar que lo que produce temporalidad en los programas de estabilización es justamente la incertidumbre. En esta investigación se ha desarrollado un modelo estocástico de estabilización inflacionaria basado en el tipo de cambio con credibilidad imperfecta, en el cual hay credibilidad imperfecta aún si no se presentan cambios en los parámetros que determinan las expectativas de devaluación.

En este trabajo, dos formas de impuestos fueron consideradas: una tasa impositiva estocástica sobre el bienestar económico y una tasa *ad valorem* sobre el consumo. Se muestra que una tasa impositiva incierta sobre la riqueza puede conducir a cambios cuantitativos de manera significativa en los efectos de la política fiscal, a diferencia de los resultados obtenidos en ambientes deterministas. La consideración de impuestos conduce a

modelos más complejos de manejar, sin embargo con resultados aun más enriquecedores. En particular, la incertidumbre ha permitido generar dinámicas en el consumo más ricas en presencia de los planes de estabilización intertemporal.

El modelo estocástico propuesto considera una mezcla de un movimiento Browniano y un proceso de Poisson en la formación de expectativas de devaluación, así como, la tasa impositiva sobre la riqueza gobernada por un movimiento geométrico Browniano, da origen a nuevos elementos para llevar a cabo experimentos utilizando simulación Monte Carlo y realizar investigaciones empíricas sobre algunas irregularidades observadas y que aún no han sido explicadas. El modelo estocástico propuesto permite explicar los órdenes de magnitud observados en saltos repentinos del consumo en presencia de un plan de estabilización temporal y de una política fiscal incierta para el caso de México en el periodo 1989-1994.

Apéndice A

En el presente apéndice, se establecen sin demostración dos resultados de gran utilidad en esta investigación⁶:

1) El lema de Itô para una combinación de un proceso de difusión con saltos de Poisson establece que dada una ecuación diferencial lineal homogénea de la forma

$$(A.1) \quad dx_t = x_t(\mu dt + \sigma dV_t + \kappa dN_t), \quad V_t \sim N(0, t), \quad N_t \sim P(\lambda t).$$

y $g(x_t)$ dos veces diferenciable y continua, entonces la ecuación diferencial estocástica de $g(x_t)$ está dada por

⁶ Para un seguimiento de las demostraciones, véase Gihman y Skorohod (1972, capítulo 2).

(A.2)

$$dg(x_t) = \left[g_x(x_t) \mu x_t + \frac{1}{2} g_{xx}(x_t) \sigma^2 x_t^2 \right] dt + g_x(x_t) \sigma x_t dV_t + [g(x_t(1+\kappa)) - g(x_t)] dN_t.$$

2) La solución de (A.1) está dada por

$$(A.3) \quad x_t = x_0 \exp \left\{ \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t + \sigma \int_0^t dV_u + \log(1+\kappa) \int_0^t dN_u \right\}.$$

Es importante recordar, cuando se usa (A.3), la validez de las siguientes propiedades para

V_t y N_t :

$$E \left[\int_0^t dV_u \right] = 0, \quad E \left[\left(\int_0^t dV_u \right)^2 \right] = \int_0^t du = t, \quad \text{y} \quad E \left[\int_0^t dN_u \right] = \lambda t$$

para todo $t \geq 0$.

Apéndice B

En este apéndice, se resuelve la ecuación diferencial ordinaria de segundo orden dada en (20). Sea $H = H(\tau)$ y considere la ecuación no homogénea del tipo de Euler-Cauchy

$$(B.1) \quad \tau^2 H'' + \frac{2\bar{\tau}}{\sigma^2} \tau H' - \frac{2r}{\sigma^2} H = -\frac{2}{\sigma^2} \log(\tau) + \frac{2}{r\sigma^2} \tau,$$

donde r y σ son constantes positivas. Con el propósito de escribir (B.1) como una ecuación diferencial con coeficientes constantes, se aplica el método de Euler a través del cambio de variable dado por $\tau = e^t$. De esta manera, si $t = \log(\tau)$, entonces

$$(B.2) \quad \frac{\partial H}{\partial \tau} = \frac{1}{\tau} \frac{\partial H}{\partial t}$$

y

$$(B.3) \quad \frac{\partial^2 H}{\partial \tau^2} = \frac{1}{\tau^2} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - \frac{\partial H}{\partial t} \right).$$

Si se sustituyen (B.2) y (B.3) en (B.1), se obtiene

$$(B.4) \quad \frac{\partial^2 H}{\partial \tau^2} + \left(\frac{2\bar{\tau}}{\sigma^2} - 1 \right) \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{2r}{\sigma^2} H = -\frac{2}{\sigma^2} t + \frac{2}{r\sigma^2} e^t.$$

La solución general de esta ecuación es de la forma:

$$(B.5) \quad H(t) = H_c(t) + H_p(t),$$

donde H_c es la función complementaria asociada con la ecuación homogénea, y H_p es una solución particular de la ecuación no homogénea. Para determinar H_c , primero se considera la siguiente ecuación característica:

$$\gamma^2 + \left(\frac{2\bar{\tau}}{\sigma^2} - 1 \right) \gamma - \frac{2r}{\sigma^2} = 0.$$

De aquí, que la función complementaria sea

$$(B.6) \quad H_c(t) = \delta_2 e^{\gamma_1 t} + \delta_3 e^{\gamma_2 t},$$

donde las dos raíces están dadas por

$$\gamma_1 = \frac{4r}{(2\bar{\tau} - \sigma^2) + \sqrt{(2\bar{\tau} - \sigma^2)^2 + 8r\sigma^2}}$$

y

$$\gamma_2 = \frac{4r}{(2\bar{\tau} - \sigma^2) - \sqrt{(2\bar{\tau} - \sigma^2)^2 + 8r\sigma^2}}$$

Para determinar H_p , se utiliza el método de coeficientes indeterminados. Suponga que la

solución es de la forma

$$(B.7) \quad H_p(t) = At + B + Cte^t,$$

así $H'_p(t) = A + C(t+1)e^t$ y $H''_p(t) = C(t+2)e^t$. Ahora, se sustituye (B.7) en la ecuación

(B.4), lo cual conduce a

$$\left(\frac{2\bar{\tau}}{\sigma^2} - \frac{2r}{\sigma^2}\right)Cte^t + \left(1 + \frac{2\bar{\tau}}{\sigma^2}\right)Ce^t - \frac{2r}{\sigma^2}At + \left(\frac{2\bar{\tau}}{\sigma^2} - 1\right)A - \frac{2r}{\sigma^2}B = \frac{2}{\sigma^2}t + \frac{2}{r\sigma^2}e^t.$$

Al resolver para los coeficientes A , B y C , se obtiene

$$A = \frac{1}{r}, \quad B = \frac{1}{2r^2}(2\bar{\tau} - \sigma^2) \quad \text{y} \quad C = \frac{2}{r(\sigma^2 + 2\bar{\tau})},$$

y se encuentra que para una solución particular, se tiene $\bar{\tau} = r$. Por lo tanto,

$$(B.8) \quad H_p(t) = \frac{1}{\bar{\tau}}t - \frac{\sigma^2}{2\bar{\tau}^2} + \frac{1}{\bar{\tau}} + \frac{2}{\bar{\tau}(\sigma^2 + 2\bar{\tau})}te^t.$$

Si se sustituyen (B.6) y (B.8) en (B.5), se tiene que

$$H(t) = \delta_2 e^{\gamma_1 t} + \delta_3 e^{\gamma_2 t} + \frac{1}{\bar{\tau}}t - \frac{\sigma^2}{2\bar{\tau}^2} + \frac{1}{\bar{\tau}} + \frac{2}{\bar{\tau}(\sigma^2 + 2\bar{\tau})}te^t.$$

En vista de que $\tau = e^t$, la solución general de (B.1), en términos de τ , está dada por

$$(B.9) \quad H(\tau) = \delta_2 \tau^{\gamma_1} + \delta_3 \tau^{\gamma_2} + \frac{1}{\bar{\tau}} \log(\tau) \dots \left(1 + \frac{2}{\sigma^2 + 2\bar{\tau}} \tau\right) + \frac{1}{\bar{\tau}} \left(1 - \frac{\sigma^2}{2\bar{\tau}}\right).$$

Los valores de δ_2 y δ_3 que satisfacen las condiciones iniciales $H(\tau_0) = H'(\tau_0) = 0$ son,

respectivamente,

$$\delta_2 = \frac{\tau_0^{-\gamma_1}}{\bar{\tau}(\gamma_1 - \gamma_2)} \left[\gamma_2 \left(\log(\tau_0) + 1 - \frac{\sigma^2}{2\bar{\tau}} \right) - \frac{2\tau_0}{\sigma^2 + 2\bar{\tau}} (1 + \log(\tau_0)(1 - \gamma_2) + 1) \right]$$

y

$$\delta_3 = \frac{\tau_0^{-\gamma_2}}{\bar{\tau}(\gamma_1 - \gamma_2)} \left[-\gamma_1 \left(\log(\tau_0) + 1 - \frac{\sigma^2}{2\bar{\tau}} \right) - \frac{2\tau_0}{\sigma^2 + 2\bar{\tau}} (1 + \log(\tau_0)(1 - \gamma_1) + 1) \right].$$

Bibliografia

- Calvo, G. A. (1986). Temporary stabilization: predetermined exchange rates. *Journal of Political Economy*, 94(6), 1319-1329.
- Calvo, G. A, and Drazen, A. (1997). Uncertain duration of reform: dynamic implications. *Macroeconomic Dynamics*, 2, 443-455.
- Calvo, G. A., and Mendoza, E. G. (1996a). Mexico's balance of payments crisis: a chronicle of a death foretold. *Journal of International Economics*, 41, 235-264.
- Calvo, G. A., and Mendoza, E. G. (1996b). Petty crime and cruel punishment: lessons from the Mexican debacle. *American Economic Review*, 86(2), 170-175.
- Calvo, G. A., and Végh, C. A. (1993). Exchange rate based stabilization under imperfect credibility. In H. Frisch and A. Worgotter (eds.). *Open Economy Macroeconomics*, MacMillan, London, pp. 3-28.
- Calvo, G.A., and Végh, C. A. (1994). Stabilization dynamics and backward-looking contracts. *Journal of Development Economics*, 43, 59-84.
- Calvo, G. A., and Végh, C. A. (1999). Inflation stabilization and balance-of-payments crises in developing countries. In J. Taylor and M. Woodford (eds.). *Handbook of Macroeconomics*, North Holland, vol. 1C, part 7, chap. 24.
- De Gregorio, J., Guidotti, P. E., and Végh, C. A. (1998). Inflation stabilization and the consumption of durable goods. *Economic Journal*, 108 (446), 105-131.

- Drazen, A., Helpman, E. (1988). Stabilization with exchange rate management under uncertainty. In E. Helpman, A. Razin, and E. Sadka (eds.). *Economic Effects of the Government Budget*, MIT Press, Cambridge, MA.
- Gihman, I. I., Skorohod, A. V. (1972). *Stochastic Differential Equations*, Springer-Verlag, Berlin.
- Helpman, E., and Razin, A. (1987). Exchange rate management: intertemporal trade-offs. *American Economic Review*, 77(1), 107-123.
- Kiguel, M., and Liviatan N. (1992). The business cycle associated with exchange-rate-based stabilization. *The World Bank Economic Review*, 6(2), 279-305.
- Lahiri, A. (2001). Exchange rate based stabilization under real frictions: the role of endogenous labor supply. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 25, 1157-1177.
- Matsuyama, K., 1991. Devaluation: on exchange-rate stabilization. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 15, 7-26.
- Mendoza, E. G., and Uribe, M. (1996). The syndrome of exchange-rate-based stabilization and uncertain duration of currency pegs. International Finance Discussion Paper No. 548. Board of Governors of The Federal Reserve System.
- Mendoza, E. G., and Uribe, M. (1998). The business cycles of currency speculations: a revision of a Mundellian framework. International Finance Discussion Paper No. 617. Board of Governors of the Federal Reserve System.
- Press, W. H., Teukolski, S. A., Vetterling, W. T., and Flannery B. P. (1992). *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2nd ed.

- Rebelo, S., and Végh, C. A. (1995). Real effects of exchange rate based stabilization: an analysis of competing theories. Working paper no. 5197. National Bureau of Economic Research.
- Reinhart, C. M., and Végh, C. A. (1993). Intertemporal consumption substitution and inflation stabilization: an empirical investigation. Mimeo, International Monetary Fund, Washington, D C.
- Reinhart, C. M., Végh, C. A. (1995). Nominal interest rates, consumption booms and lack of credibility: a quantitative examination, *Journal of Development Economics*, 46, 357-378.
- Ripley, B. D., 1987. Stochastic Simulation. Wiley, New York.
- Rodríguez, C. A. (1982). The Argentine stabilization plan of December 20th, World Development 10, 801-811.
- Roldos, C. A. (1995). Supply-side effects of disinflation programs, International Monetary Fund Staff Papers, 42, 158-183.
- Uribe, M. (1997). Exchange-rate-based inflation stabilization: the initial real effects of credible plans, *Journal of Monetary Economics*, 39(2), 197-221.
- Végh, C. A. (1992). Stopping high inflation: an analytical overview, International Monetary Fund Staff Papers, 39, 26-695.
- Venegas-Martínez, F. (2000a). On consumption, investment, and risk. *Economía Mexicana, Nueva Epoca*, 9(2), pp. 227-244.
- Venegas-Martínez, F (2000b). Utilidad, aprendizaje y estabilización . *Gaceta de Economía*, 5(10), pp. 153-169.

- Venegas-Martínez, F y B. González-Aréchiga (2000). Mercados financieros incompletos y su impacto en los programas de estabilización de precios: el caso mexicano. *Momento Económico*, 111, pp. 20-27.
- Venegas-Martínez, F. (2001). Temporary stabilization: a stochastic analysis, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 25(9), 1429-1449.
- Venegas-Martínez, F. (2004a). Reforma fiscal incierta y sus efectos en las decisiones de consumo y portafolio: impacto en el bienestar económico. *Problemas del Desarrollo, Revista Latinoamericana de Economía*, 35(136), pp. 137-150.
- Venegas-Martínez, F. (2004b). Política fiscal, estabilización de precios y mercados incompletos. *Estudios Económicos*, 20(1), pp. 3-18.
- Venegas-Martínez, F. (2005a). A stochastic model of endogenous growth: the Mexican case 1930-2002. *Análisis Económico*, 20(43), pp. 83-100.
- Venegas-Martínez, F. (2005b). Bayesian inference, prior information on volatility, and option pricing: a maximum entropy approach. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 8(1), pp. 1-12.
- Venegas-Martínez, F. (2006). Stochastic temporary stabilization: undiversifiable devaluation and income risks. *Economic Modelling*, 23(1), pp 157-173.
- Venegas-Martínez, F. (2006b). Fiscal Policy in a Stochastic Temporary Stabilization Model: Undiversifiable devaluation risk. *Journal of World Economics Review*, 1(1), pp 87-106.