



Revista de la Construcción

ISSN: 0717-7925

revistadelaconstruccion@uc.cl

Pontificia Universidad Católica de Chile
Chile

Pupo, N; Recarey, C
Evaluación del Efecto Flexotorsor en Edificios Altos con la Utilización del Método de Distribución de
Fuerzas Horizontales: PPG Modificado
Revista de la Construcción, vol. 9, núm. 1, agosto, 2010, pp. 50-62
Pontificia Universidad Católica de Chile
Santiago, Chile

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=127619214006>

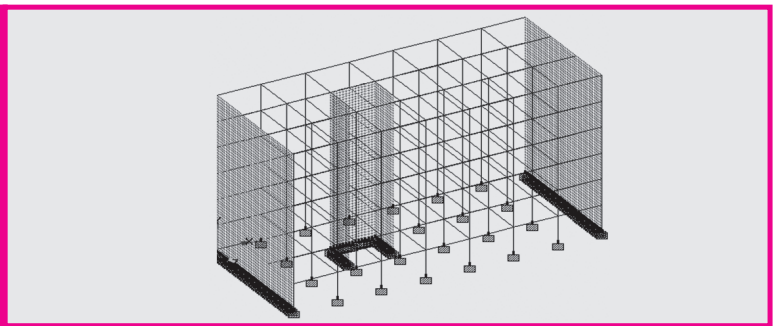
- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

*Evaluation of the Flexural-
Torsional Effect in Tall
Buildings Using the
Distribution of Horizontal
Forces Method:
Modified PPG*

Evaluación del Efecto Flexotorsor en Edificios Altos con la Utilización de Método de Distribución de Fuerzas Horizontales: PPG Modificado



Autores

PUPO, N. Facultad de Construcciones.
Universidad de Camagüey

email: nereyda.pupo@reduc.edu.cu

RECAREY, C. Facultad de Construcciones. Universidad Central de las Villas.
CIMNI. Métodos computacionales y numéricos en Ingeniería

email: recarey@uclv.edu.cu

Fecha de recepción 27/10/2009

Fecha de aceptación 01/06/2010



Resumen

Se presenta de una forma ilustrada la aplicación del método de distribución de fuerzas horizontales: Método PPG modificado en un edificio de seis niveles cuyos rigidizadores laterales están integrados por tímpanos y pórticos distribuidos en planta de forma asimétrica, los tímpanos son de sección rectangular y sección canal, de manera que este edificio resulta suficientemente sencillo en su concepción estructural. Esto posibilita que el análisis de la distribución de fuerzas laterales pueda llevarse a cabo

utilizando los modelos y la metodología de cálculo del método mencionado. Posteriormente se establecen los resultados numéricos del comportamiento plano y espacial de los rigidizadores en términos de fuerzas y desplazamientos, evaluándose la influencia del efecto del momento flexotorsor en el tímpano de sección canal. Finalmente se comparan estos resultados con los obtenidos de un análisis espacial realizado con el software STAAD.pro2006, estableciéndose las ventajas del método PPG modificado.

Palabras clave: Rigidizadores, sección canal, pórticos rígidos, carga de viento.

Abstract

The application of the distribution of horizontal forces method –Method PPG modified– is presented for a six-level building, whose lateral stabilizers are made up by sprandel walls and frames asymmetrically distributed on a ground plant sprandel walls have rectangular section and canal section, so that this building proves to be sufficiently simple in its structural conception. This makes it possible that the analysis of the lateral forces distribution may take effect by using the calculation

methodology and models of the method already mentioned. Later, the numerical results of the plane and space behaviour of stabilizers in terms of forces and displacements are set, with the influence of the flexural-torsional moment effect on the canal section's sprandel wall being thus evaluated. Finally, these results are compared with those obtained from the space analysis made with the STAAD.pro2006 software, thus the advantages of the PPG modified method being set.

Key words: Stabilizers, canal section, rigid frames, wind load.

1. Introducción

La búsqueda de modelos y métodos de análisis bajo la óptica de tomar en cuenta la mayor cantidad de aspectos que influyen en la distribución de fuerzas laterales en edificios, es un aspecto que está en constante investigación y desarrollo.

Diferentes trabajos de investigación sobre esta temática han sido realizados por destacados especialistas, [Lin (1964), Hernández (1967)]. Con posterioridad, se publican los valiosos aportes científicos relacionados con la influencia del efecto del momento flexotorsor [Ruiz, 1975] y la evaluación de la fuerza cortante del mismo autor [Ruiz, 1979].

Los trabajos mencionados se limitan a considerar solamente la rigidez del tímpano, sin embargo es conocido que los pórticos también aportan rigidez en su propio plano [Tejera, 1992], no obstante, los resultados que se obtienen de la aplicación de este método resultan muy aproximados para estructuras muy esbeltas, por tratarse de un método continuo.

Para darle solución exacta a una serie de rigidizadores que no tenían respuesta, se adecua el método de la rigidez con enfoque matricial espacial al tema de distribución de fuerzas laterales conocido como el método PPG [Pimpo, Prendes, Gregorio (1994)], con la principal limitante que solo considera rigidez de los rigidizadores en su propio plano.

Sin embargo en la práctica de la ingeniería estructural, las secciones transversales de las estructuras resistentes verticales o rigidizadores utilizadas en estructuras de edificios altos son generalmente abiertas y con unas dimensiones tales que las tres son de diferente orden y magnitud, tales como secciones I, C, T, etc., cuando las mismas se someten a torsión, desplazamientos producto del alabeo se presentan y pueden desarrollarse altas tensiones a lo largo del mismo, producto de las condiciones de constreñimiento en la cimentación, además, una importante reserva de rigidez se genera con el desarrollo de este fenómeno caracterizado como efecto flexotorsor, en estos tipos de rigidizadores.

La teoría de Saint Venant deja de ser válida y se necesitan métodos de análisis más sofisticados. La teoría de los perfiles de paredes delgadas, para barras de sección arbitraria y para el caso más general de solicitación, fue desarrollada por Vlasov (1940).

Tomando en consideración este hecho físico (alabeo seccional o efecto flexotorsor), seis grados de libertad por nudo no son suficientes, siendo por tanto una necesidad la introducción de un séptimo grado de libertad

asociado al mismo, es decir además del giro considerar también el alabeo de manera independiente.

Se estima entonces la rigidez a la flexotorsión con mayor precisión y claridad al considerar el giro y el alabeo de forma independiente [Fujitani, Y.; Fujii, D. (1998); Ruiz, S.; Bonilla, O. (2006); Vallecilla (2006)]. En estos trabajos se parte de la teoría de la torsión restringida para la obtención de coeficientes de rigidez en vigas de pared delgada y de sección abierta. El desarrollo considera la acción de un nuevo elemento mecánico, el bimomento, y su grado de libertad asociado dando como resultado una nueva matriz de rigidez, que tiene como desventaja el incremento del orden, al incrementarse el número de términos.

Debido a esta limitante que lleva implícita el incremento del orden de la matriz de los rigidizadores (r_i) con estas características y por ende el incremento de la matriz general del sistema (K), se valora en este trabajo la inclusión de este efecto tomando en consideración en un solo término el efecto de giro y del alabeo, estimándose la rigidez a la flexotorsión a partir de la solución general y particular de la ecuación diferencial de cuarto orden de la torsión restringida [Vlasov, V. (1961), Gutiérrez, P. (1964), Ruiz, S.; Bonilla, O. (2006); Vallecilla (2006)].

Este importante aspecto en el comportamiento de estos perfiles se integra a la formulación del método PPG quedando modificado para evaluar el efecto flexotorsor en rigidizadores que por sus características geométricas pueden considerarse de paredes delgadas y sección abierta [Pupo, Recarey (2001)], [Pupo, Recarey (2003)], [Pupo, Recarey (2004)].

Dada las posibilidades que tiene la formulación anteriormente expresada, se expone la evaluación de este efecto en una estructura de edificio de seis niveles, empleándose el método PPG modificado, los rigidizadores laterales están integrados por pórticos y tímpanos de sección rectangular y de sección canal, los cuales tienen la misma altura., En el ejemplo, se consideran como cargas laterales las componentes estáticas del viento.

2. Fundamentos teóricos

Dado que los principales aspectos de la formulación inicial del método PPG y su posterior modificación (método PPG modificado) están explícitos en los trabajos precedentes de investigación de los autores [Pupo, Recarey (2001)], [Pupo, Recarey (2003)], [Pupo, Recarey (2004)] no es conveniente aquí su repetición y si hacer un recuento general de los principales pasos.

Se comenzará con las hipótesis principales:

- Se supone que el material es elástico, homogéneo e isótropo.
- Los desplazamientos son pequeños comparados con las dimensiones de la estructura de modo que puede plantearse el equilibrio en la estructura sin desplazar.
- Los pisos (entrepisos o forjados) son infinitamente rígidos en su plano, e infinitamente flexibles en la dirección normal al mismo. Se suponen conocidas las cargas actuantes de viento y/o sismo; así como otro tipo de cargas laterales.

La solución será dada sobre la base del método de la rigidez en su enfoque matricial. Al suponerse los entrepisos infinitamente rígidos y emplearse el método de la rigidez, los desplazamientos son las incógnitas y vienen dados por tres componentes: dos lineales ortogonales y una angular, como se ilustra, en el sistema base por pisos. Figura 1.

El enfoque matricial del método de la rigidez, tiene como ecuación fundamental:

$$P = KZ \quad (1)$$

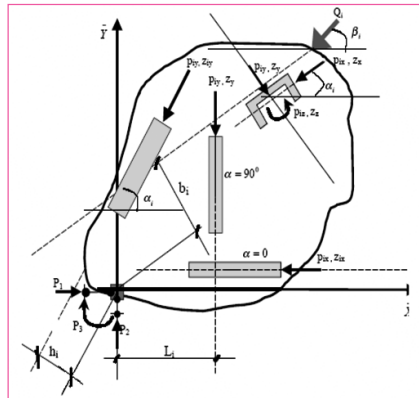
Donde:

- P Vector de los términos independientes.
K Matriz rigidez de la estructura.
Z Vector de los desplazamientos lineales y angulares por pisos.

El objetivo fundamental del método es precisamente la obtención de los desplazamientos en cada nivel (Z), por lo que se determina la matriz K que en este caso se obtiene de modo indirecto, a partir de la rigidez de los rigidizadores (r_i) que componen la edificación.

Figura 1

Sistema base de un piso cualquiera



- Obtención de la matriz K a través del método indirecto:

Con las rigideces de cada uno de los rigidizadores (r_i), se conforma la matriz por rigidizadores verticales (r). En este proceso se considera tanto los rigidizadores planos, que pueden ser pórticos o marcos rígidos o pórticos mixtos con tímpanos de sección rectangular, como los rigidizadores espaciales que aporta rigidez en direcciones ortogonales a la torsión y a la flexotorsión (diafragmas o tímpanos de sección canal, I, etc.) cuya rigidez a la flexotorsión es significativa [Gutiérrez, 1964].

Conceptualmente se expresa que la rigidez es la acción generada por un desplazamiento unitario, esta acción puede ser una fuerza o un momento; para el cálculo de la misma en los rigidizadores, debemos establecer los tradicionales sistemas bases del método de rigidez introduciendo las ligaduras lineales y angulares, según corresponda.

A continuación se presentan dos tipos de sistemas base por rigidizadores: sistema base de un rigidizador plano y el sistema base de un rigidizador espacial, como se indican en las Figuras 2 y 3 respectivamente.

Figura 2

Sistema base de un rigidizador plano

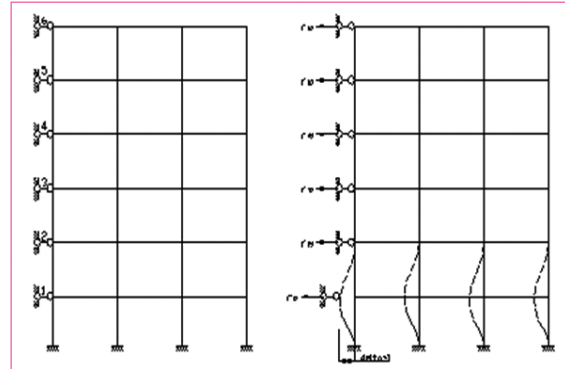
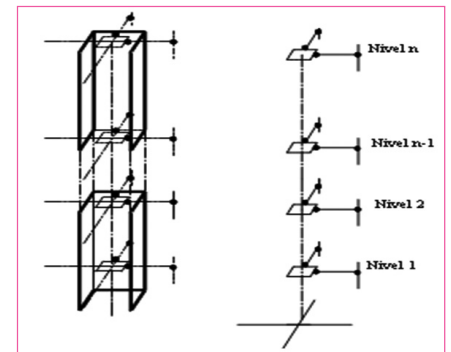


Figura 3

Sistema base de un rigidizador espacial



- Determinación de la matriz de incidencia (A) y su traspuesta (A_t), es una matriz que está compuesta por 1 y 0 y es necesaria en la obtención de la matriz k en función de r, para conformar esta matriz se ordenan los vectores desplazamientos por rigidizadores (y) y por pisos (z), la relación entre estos vectores, se establece precisamente a través de esta matriz, es decir $y = A z$, de manera que:
 $A_{ij} = 1$ si $y_i = z_j$ y $A_{ij} = 0$ en caso contrario

- Obtención de la matriz k, esta matriz se obtiene a través de la matriz r, la matriz A y A_t planteándose la expresión matricial :

$$k = A_t r A \quad (2)$$

- Obtención de la matriz conexión traspuesta (C^t). Por estática puede establecerse una relación matricial entre los sistemas de fuerzas P y p que se escribe: $P = C^t p$, como el cálculo de la rigidez es independiente de las cargas externas, se obtiene del equilibrio por pisos, las matrices conexión traspuesta (C^t) que puede expresarse matricialmente como se indica en la ecuación 3:

$$C^t = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 & 0 & \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 & 0 & \dots & \cos \alpha_n & \sin \alpha_n & 0 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 & \dots & \sin \alpha_n & \cos \alpha_n & 0 \\ h_1 & L_1 & 1 & h_1 & L_1 & 1 & \dots & h_n & L_n & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Estas matrices deben ser calculadas para cada uno de los pisos, hasta conformar la matriz C^t del sistema.

$$C^t = \begin{bmatrix} C^t_1 & & & \\ & C^t_2 & & \\ & & C^t_3 & \\ & & & C^t_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

n: número de pisos

Obtención de la matriz K del sistema. Una vez calculada la matriz k y las matrices conexión C^t y C, entonces se puede obtener la matriz K por la expresión matricial:

$$K = C^t k C \quad (5)$$

Esta matriz debe ser cuadrada, simétrica y de orden $3n$ por $3n$ donde n es el número de pisos como se planteó anteriormente. Este orden responde a la ubicación de los sistemas bases por pisos (Figura 1), donde se consideran tres ligaduras que representan dos desplazamientos lineales y uno angular, esto es consecuencia de la hipótesis de entrepisos rígidos.

Con la obtención de la matriz K y dado el vector de los términos independientes, que son las componentes de

las fuerzas actuantes y según la ecuación fundamental (1) se pueden obtener los desplazamientos lineales y angulares por pisos (Z).

- Determinación de la matriz rigidez r de la estructura. Esta matriz se determina a partir de la rigidez r_i de cada uno de los rigidizadores que componen la estructura como se expresó en el paso inicial del método. En los rigidizadores que aportan rigidez en una dirección, el orden de la matriz r_i es de orden $n \times n$ y en los rigidizadores que aportan rigidez en direcciones ortogonales y al giro el orden de la matriz r_i es de $3n \times 3n$.

En los rigidizadores que tienen aporte espacial, se introduce además el efecto del momento flexotorsor modificando la matriz r_i de cada uno de estos rigidizadores, sustituyéndose los términos múltiples de tres que representan la rigidez al giro por términos de rigidez a la flexotorsión según lo expresado en la formulación modificada del método [Pupo, Recarey (2001)] cuya rigidez se estima a partir de la interpretación del modelo matemático planteado por Vlasov (1961).

Se parte de de la ecuación diferencial de segundo orden de la torsión restringida

$$G I_t \theta - E I_\omega \frac{d^2 \theta}{dz^2} = M_{total}(z) \quad (6)$$

$$\text{Introduciendo la notación } \frac{G I_t}{E I_\omega} = \alpha_1^2$$

Se obtiene:

$$\frac{d^2 \theta}{dz^2} - \alpha_1^2 \theta = \frac{-M_{total}(z)}{E I_\omega} \quad (7)$$

La solución de esta ecuación queda delimitada por:

$$\theta = \frac{M_{total}}{G I_t} [1 + \tanh(\alpha_1 H) \operatorname{senh}(\alpha_1 Z_i) - \cosh(\alpha_1 Z_i)] = r_{3i3j} M_t$$

El desplazamiento angular máximo será:

$$\varphi = \int_0^l \alpha t z = \frac{M l}{G I_t} \left[1 - \frac{1}{\alpha_1 l} \tanh \alpha_1 l \right]$$

Lo que implica que:

$$r_{3i3j} = (r_{3i3j} + r_{3i3j}) = \frac{G I_t}{l \left[1 - \frac{1}{\alpha_1 l} \tanh \alpha_1 l \right]} \quad (8)$$

Donde:

α Parámetro torsional característico
 r_{3i3j} rigidez total considerando torsión y flexotorsión
 r_{3i3j_t} rigidez a torsión
 $r_{3i3j_{ft}}$ rigidez a flexotorsión
 G módulo de cortante
 I_t momento de inercia a torsión
 I_w momento de inercia sectorial
 E módulo de elasticidad o de Young
 l Distancia desde la base del rigidizador hasta el extremo libre según sistema base empleado por Vlasov (1961)

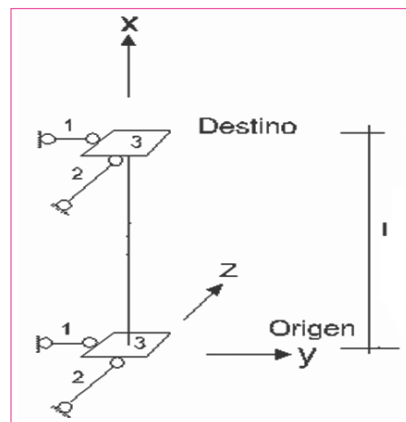
Como se plantea, en un mismo término de rigidez se tiene en cuenta el efecto conjunto de torsión y flexotorsión y este es el procedimiento que se asume en este trabajo, de forma tal que se calculan el resto de los términos de rigidez al giro realizándose el acople necesario en función de los pisos en que incida el rigidizador.

Según se muestra en la Figura 4, el esquema genérico de un rigidizador espacial asumido para el análisis está en correspondencia con el sistema base asumido en el piso.

Aunque se ha asumido el procedimiento anteriormente planteado, esto no quiere decir que sea la única vía para modelar este fenómeno, de hecho existen otros procedimientos que aparecen en publicaciones relativamente recientes para estimar la rigidez a la flexotorsión, como se expresó en la parte inicial del trabajo, donde los términos de rigidez al giro y al alabeo se calculan de forma independiente, [Fujitani, Y; Fujii, D (1998); Ruiz, S; Bonilla, O (2006); Vallecilla, (2006)].

Se presenta la matriz simplificada en el caso de una estructura resistente vertical con carga lateral (Figura 4),

Figura 4
Esquema genérico de un rigidizador espacial



según el modelo asumido por Ruiz, S; Bonilla, O (2006) y Vallecilla, (2006).

$$r_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{11} & S_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{12} & S_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} \end{bmatrix} \quad \text{SIMETRICA} \quad (9)$$

En este caso los términos que toman en cuenta el efecto flexotorsor son los términos de rigidez al giro y al alabeo, es decir, S_{11} , S_{12} , S_{22} y S_{24} .

$$S_{11} = \alpha_2 \frac{k_1}{l} \sinh k_1$$

$$\text{Donde } \alpha_2 = \frac{GI_t}{(2 + k_1 \sinh k_1 - 2 \cosh k_1)}$$

$$S_{12} = \alpha_2 (1 - \cosh k_1)$$

$$k_1 = l \sqrt{\frac{GI_t}{EI_w}}$$

$$S_{22} = \alpha_2 \frac{l}{k_1} (k_1 \cosh k_1 - \sinh k_1)$$

$$S_{24} = \alpha_2 \frac{l}{k_1} (\sinh k_1 - k_1)$$

Matriz simplificada para el caso de una estructura con carga lateral (Figura 4), considerándose el giro y el alabeo de forma fragmentada, es decir, se separa el efecto flexotorsor del efecto de torsión [Fujitani, Y; Fujii, D (1998):

$$r_{3i3j} = \frac{2EI_z}{l^3} \begin{bmatrix} 6 & 3l & 2l^2 & 0 \\ -6 & -3l & 6 & 0 \\ 3l & l^2 & -3l & 2l^2 \end{bmatrix} + \frac{GI_t}{30l} \begin{bmatrix} 36 & 3l & 4l^2 & 0 \\ -36 & -3l & 36 & 0 \\ 3l & -l^2 & -3l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad \text{SIM} \quad (10)$$

Donde:

r_{3i3j} matriz rigidez simplificada de términos de rigidez al giro

En esta formulación las funciones hiperbólicas se sustituyen por funciones parabólicas lo que genera mayor sencillez en el análisis, solo se han representado los términos de rigidez al giro y al alabeo. Este modelo de rigidez resulta equivalente al anterior, se constata que:

En la Tabla 1, se representan los valores de la carga lateral de viento como fuerza horizontal externa considerada en los cálculos y en la Tabla 2 se indican las dimensiones y propiedades del rigidizador canal. Se aplicó la normativa vigente [NC 285-2003].

Procedimiento

Se precisarán los análisis realizados para establecer la comparación entre los procedimientos empleados, es decir los modelos que se emplean según el método PPG modificado y la modelización de la estructura en su conjunto con el uso del STAAD.pro, según corresponda, son tres análisis (A, B y C) que se describen a continuación:

Análisis A. Uso del método PPG modificado para rigidizadores planos.

Se establece la modelización espacial de la estructura según el método PPG modificado considerándose que los rigidizadores son planos, es decir solo aportan rigidez lateral a la flexión y cortante en su plano, no se considera la torsión, estas rigideces son calculadas mediante

el programa STAAD.pro 2006 y luego es desarrollado el procedimiento matricial a través del programa MATLAB7.4 para la obtención de los desplazamientos en cada nivel, desplazamientos y fuerzas en cada rigidizador del sistema estructural analizado.

Análisis B. Uso del método PPG modificado para rigidizadores espaciales

Se establece la modelización espacial de la estructura según el método PPG modificado como en el caso anterior, pero se incorpora el rigidizador pórtico tímpano canal considerándose con comportamiento espacial en el cual sí se tiene en cuenta la rigidez en direcciones ortogonales, a la torsión y a la flexotorsión, estas rigideces también son calculadas mediante el programa STAAD.pro y luego es desarrollado el procedimiento matricial a través del programa MATLAB 7.4 para la obtención de los desplazamientos en cada nivel, desplazamientos y fuerzas en cada rigidizador del sistema estructural analizado, en este caso la matriz rigidez del rigidizador espacial se modifica incluyéndose los términos de rigidez a la flexotorsión, según ecuación 8.

Análisis C. Modelación espacial. Uso del STAAD.pro.

Se establece la modelización espacial de la estructura según el software especializado (STAAD.pro 2006) considerándose que todos los rigidizadores son espaciales, se emplea el método de los elementos finitos, lo que permitirá comparar estos resultados con el análisis espacial desarrollado a partir del empleo del método PPG modificado.

Procedimiento empleado utilizando el método PPG modificado según los análisis indicados.

Análisis A

Se determinan las siguientes matrices para el cálculo:

- a) Matriz rigidez de cada rigidizador (r_i)
- b) Matriz rigidez diagonal por rigidizadores verticales (r).
- c) Matriz de incidencia (A) y su traspuesta (A_t).
- d) Matriz rigidez de rigidizadores (k).
- e) Matriz conexión traspuesta (C^t) y (C).
- f) Matriz rigidez del sistema estructural (K)
- g) Matriz rigidez de cada rigidizador (r_i)

a) Matriz rigidez de cada rigidizador (r_i)

Matriz rigidez de los rigidizadores tipo tímpanos 1y 8 de orden 6x6.

r_{1-8}	2.84E+07	-1.20E+07	-3613.1	-2.86E+06	2.37E+06	1.91E+05
	-1.20E+07	2.30E+07	-1.27E+07	-62244	3.16E+06	-1.54E+06
	-3613.1	-1.27E+07	2.33E+07	-9.31E+06	-4.73E+06	2.91E+06
	-2.86E+06	-62244	-9.31E+06	2.17E+07	-1.31E+07	1.66E+06
	2.37E+06	3.16E+06	-4.73E+06	-1.31E+07	2.81E+07	-1.35E+07
	1.91E+05	-1.54E+06	2.91E+06	1.66E+06	-1.35E+07	9.42E+06

Tabla 1		
Fuerza del viento concentrada en cada nivel		
Nivel	Fuerza (kN)	Momento (kN-m)
1	-80.17 (2.73)	1178.50
2	-92.2 (3.14)	1355.34
3	-104.5 (3.56)	1536.89
4	-107 (3.64)	1573.19
5	-115.3 (3.92)	1694.18
6	-61.74 (2.1)	907.58

Los valores de fuerza entre paréntesis se dan en kN/m.

Tabla 2						
Datos de la geometría y propiedades de los materiales de los rigidizadores						
Ac	Av	δr	δc	Eh	μ	G
0.09	0.12	0.3	0.25	21969363	0.17	9388616.67

A_c Sección transversal de las columnas (0.3m×0.3m)
A_v Sección transversal de las vigas (0.3m x 0.4m)
δ_r Espesor del tímpano o diafragma de sección rectangular en m
δ_c Espesor del tímpano de sección canal en m
E_h Módulo de Elasticidad del hormigón en kPa.
G Módulo de Cortante en kPa

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

μ: Coeficiente de Poisson

Matriz rigidez de los rigidizadores 2, 3, 4, 5, 6 y 7 de orden 6x6.

$r_{2-7}=$	59255	-27539	2998.9	-196.06	20.807	35.292
	-27539	48115	-26840	2969	-208.23	70.042
	2998.9	-26840	48057	-26836	2948.5	-119.62
	-196.06	2969	-26836	48036	-26762	2768.2
	20.807	-208.23	2948.5	-26762	47234	-23226
	35.292	70.042	-119.62	2768.2	-23226	20445

Matriz rigidez de los rigidizadores 9, 10 y 12 de orden 6x6.

$r_{9,10,12}=$	89940	-36139	613.09	-186.09	-2.4237	53.924
	-36139	72881	-36748	502.83	-161.03	63.825
	613.09	-36748	72671	-36696	486.05	-93.165
	-186.09	502.83	-36696	72642	-36648	345.67
	-2.4237	-161.03	486.05	-36648	71864	-35558
	53.924	63.825	-93.165	345.67	-35558	35167

Matriz rigidez de rigidizador 11 de orden 6x6.

$r_{11}=$	5852900	-2850500	106260	-26504	101700	62099
	-2850500	5509800	-3113800	313490	-57573	124780
	106260	-3113800	5645100	-3069800	152500	158240
	-26504	313490	-3069800	5494300	-3161000	435560
	101700	-57573	152500	-3161000	55453000	-2581300
	62099	124780	158240	435560	-2581300	1774600

b) Matriz rigidez diagonal por rigidizadores verticales (r)

La matriz r está conformada por los r_i en la diagonal principal lo que equivale a que sea de orden 72x72.

c) Matriz de incidencia (A) y su traspuesta (A')

La matriz de incidencia (A) es una matriz de 1 y 0, para relacionar los desplazamientos ordenados por rigidizadores (y_i) con los desplazamientos ordenados por pisos (z_i), por lo que también es de orden 72x72, y su traspuesta es obvio que tiene este mismo orden.

El ordenamiento de los desplazamientos verticales se realizó comenzando por el rigidizador 1 y así sucesivamente, al igual que en cada piso, comenzando por la primera planta.

d) Matriz rigidez de rigidizadores (k)

La matriz rigidez k se obtiene pre y post multiplicando la matriz r por la matriz traspuesta de incidencia y la matriz sin trasponer respectivamente obteniéndose como es lógica, una matriz resultante de 72x72.

e) Matriz conexión traspuesta (C') y (C)

La matriz conexión traspuesta está compuesta en su diagonal por las matrices conexiones traspuesta de cada piso, que en este caso, C_i^t son iguales, por tener la misma cantidad de rigidizadores en cada piso y en la misma posición.

Matriz rigidez C_i^t correspondiente al primer piso de orden 3x12.

$$C_i^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.2 & 8.4 & 12.6 & 16.8 & 21 & 25.2 & 29.4 & 0 & 4.2 & 8.4 & 12.6 \end{bmatrix}$$

La matriz C^t compuesta por las C_i^t en su diagonal es de orden 18x72 y C es de orden 752x18.

f) Matriz rigidez del sistema estructural (K)

La matriz K se obtiene pre y post multiplicando la matriz k_i por la matriz conexión traspuesta y la matriz sin trasponer respectivamente como se muestra:

$$K = C'^t_{(18 \times 72)} k_{(72 \times 72)} C_{(72 \times 18)} = K_{(18 \times 18)}$$

Que se corresponde con el orden de 3nx3n.

Matriz rigidez del sistema ($K_{18 \times 18}$).

$K_{18 \times 18}$	6.12E+05	0	5.07E+07	2.90E+05	0	2.48E+07	1.00E+05	0	9.00E+05	-27002	0	2.28E+05	1.00E+05	0	8.54E+05	62091	0	5.02E+05
	0	5.12E+07	4.41E+05	0	2.42E+07	3.58E+05	0	10017	1.50E+05	0	4.77E+05	6.42E+07	0	4.71E+05	6.97E+07	0	3.10E+05	6.02E+05
	5.07E+07	4.41E+05	2.91E+10	2.48E+07	3.58E+05	9.07E+05	1.50E+05	0	3.30E+05	2.20E+05	8.42E+07	2.80E+05	6.54E+05	6.97E+07	3.80E+05	1.02E+05	1.70E+05	0
	2.90E+05	0	2.42E+07	5.77E+05	0	4.73E+07	3.22E+05	0	2.80E+07	3.92E+05	0	2.64E+05	-58805	0	4.80E+05	1.02E+05	0	1.00E+05
	0	2.42E+07	3.58E+05	0	4.83E+07	6.91E+05	0	2.55E+07	3.70E+05	0	1.07E+05	1.57E+05	0	6.03E+05	6.30E+07	0	3.00E+05	4.02E+07
	2.48E+07	3.58E+05	1.00E+10	4.73E+07	6.91E+05	2.84E+10	2.80E+07	3.70E+05	1.02E+10	2.64E+05	1.57E+05	2.80E+07	2.80E+05	3.92E+07	2.70E+05	1.00E+05	4.02E+07	1.02E+05
	1.00E+05	0	9.00E+05	1.22E+05	0	2.80E+07	5.98E+05	0	4.80E+07	1.90E+05	0	2.64E+07	1.54E+05	0	3.00E+05	1.00E+05	0	1.10E+05
	0	10017	1.50E+05	0	2.55E+07	3.70E+05	0	4.80E+07	6.90E+05	0	1.00E+07	2.70E+05	0	6.04E+05	3.90E+05	0	3.00E+05	8.91E+07
	9.07E+05	1.50E+05	9.30E+05	2.80E+07	3.70E+05	1.12E+10	4.80E+07	6.90E+05	2.80E+10	2.64E+07	2.70E+05	6.31E+05	1.02E+05	1.00E+05	4.07E+05	1.03E+05	8.91E+05	2.33E+05
	-27002	0	2.28E+05	3.10E+05	0	2.84E+07	3.70E+05	0	2.54E+07	5.77E+05	0	4.74E+07	3.27E+05	0	2.72E+07	1.37E+05	0	3.00E+05
	0	4.77E+05	6.42E+07	0	1.07E+05	1.57E+05	0	1.80E+07	2.70E+05	0	4.30E+07	5.65E+05	0	2.64E+07	3.00E+05	0	3.34E+05	4.91E+07
	2.80E+05	6.42E+07	0	2.64E+05	2.80E+07	2.84E+05	2.80E+07	2.70E+05	6.31E+05	4.74E+07	6.42E+05	1.00E+10	2.72E+07	3.00E+05	1.00E+10	2.80E+05	4.91E+07	1.01E+05
	1.02E+05	0	9.34E+05	-58805	0	4.80E+05	1.54E+05	0	1.02E+05	3.27E+05	0	2.72E+07	5.77E+05	0	4.67E+05	2.80E+05	0	2.22E+05
	0	4.74E+05	6.97E+07	0	6.03E+05	6.30E+07	0	9.44E+05	1.90E+05	0	2.64E+07	3.90E+05	0	5.60E+07	4.30E+05	0	2.70E+07	4.00E+05
	8.54E+05	6.97E+07	2.80E+05	4.80E+05	9.34E+07	2.72E+05	1.90E+05	2.72E+07	3.90E+05	1.00E+10	4.67E+05	9.30E+05	1.00E+10	2.72E+07	4.30E+05	0	2.70E+07	4.00E+05
	0	5.02E+05	1.22E+05	0	1.00E+05	1.00E+05	0	1.10E+05	4.97E+05	0	3.00E+05	2.80E+05	0	2.02E+07	1.80E+05	0	1.00E+07	1.00E+05
	0	3.00E+05	6.02E+05	0	3.00E+05	4.50E+07	0	5.00E+05	6.57E+07	0	3.34E+05	4.91E+07	0	2.72E+07	4.00E+05	0	1.90E+07	2.70E+05
	5.02E+05	6.02E+05	1.70E+05	1.00E+05	4.50E+07	1.32E+05	1.32E+05	6.57E+07	2.53E+05	3.34E+05	4.91E+07	1.47E+05	2.22E+07	4.00E+05	4.91E+05	1.50E+07	2.70E+05	8.91E+05

Con la obtención de esta matriz y el vector de los términos independientes P, se pueden obtener los desplazamientos por pisos aplicándose la ecuación (1) a su vez con el vector $Z_{(18 \times 18)}$ se obtienen los desplazamientos en cada rigidizador, $z_{(72 \times 72)}$ y finalmente se obtienen las fuerzas en cada rigidizador, $p_{(72 \times 72)}$, estos resultados se muestran en las tablas resúmenes 3, 4, 5, 6 y 7.

Análisis B

a) Matriz rigidez de cada rigidizador (r_i)

Se modifica la matriz del rigidizador 11 por considerarse aporte espacial con efecto flexorotorsor considerado, que ahora pasa a ser de orden 18x18.

Matriz rigidez del rigidizador 11.

r_{11}	6.40E+05	29704	1.90E+05	3.04E+05	49141	5.03E+05	-1.97E+05	1.10E+05	-6.89E+05	2.19E+05	44045	7.07E+05	32270	-70912	39030	1.00E+05	7693	49141
	29704	1.74E+06	1.40E+05	-1.22E+05	4.02E+05	1.02E+06	1.13E+05	6.40E+05	9.00E+05	6.9300	9.90E+05	-4.07	47000	1.00E+05	7221	91712	49141	49141
	1.90E+05	1.40E+05	3.02E+07	2.54E+05	-1.30E+05	3.01E+07	4.20E+05	1.20E+05	6.72E+05	1.30E+05	-1.80E+05	6.20E+05	7.80E+05	2.20E+05	1.00E+07	4.30E+05	6370	4.91E+06
	3.04E+05	-1.22E+05	2.54E+05	1.02E+06	2.43E+05	5.91E+05	3.03E+05	-1.30E+05	4.30E+05	1.10E+05	1.90E+05	15967	81100	40200	30700	1.90E+05	-20801	3.04E+05
	49141	4.02E+05	-1.30E+05	2.43E+05	6.00E+05	2.10E+05	-1.80E+05	4.01E+05	-1.43E+05	40005	5.71E+05	6.00E+05	94652	91707	6.00E+05	-3040	52407	3.70E+05
	5.03E+05	1.02E+06	3.01E+07	5.91E+05	1.02E+06	4.20E+07	3.04E+05	-1.43E+05	2.71E+07	8.30E+05	2.52E+05	8.94E+05	5.60E+05	3.70E+05	4.00E+05	4.20E+05	2.10E+05	2.10E+05
	1.97E+05	1.40E+05	1.30E+05	-1.30E+05	-4.91E+05	-1.43E+05	-1.04E+05	1.01E+05	2.00E+05	2.32E+05	81147	4.30E+05	7.54E+05	57022	2.30E+05	6.80E+05	6.80E+05	6.80E+05
	2.19E+05	4.40E+05	3.00E+05	3.70E+05	3.00E+05	-1.43E+05	2.71E+07	6.97E+05	1.01E+05	4.20E+05	4.30E+05	5.64E+05	2.71E+07	2.80E+05	6.10E+05	4.97E+05	7.40E+05	8.14E+05
	44045	99000	-1.80E+05	1.030	5.71E+05	2.20E+05	2.10E+05	-3.03E+05	5.64E+05	-3.30E+05	6.30E+05	-1.80E+05	2.22E+05	3.30E+05	4.70E+05	2.90E+05	1.90E+05	1.90E+05
	7.07E+05	3.20E+05	4.20E+05	1.02E+06	6.02E+05	8.94E+05	4.44E+05	2.32E+05	2.71E+07	4.30E+05	-1.80E+05	4.02E+07	1.60E+05	5.94E+05	2.80E+05	5.60E+05	3.57E+05	5.92E+05
	32270	47000	-1.30E+05	15967	39612	5.60E+05	1.30E+05	81147	2.00E+05	3.32E+05	2.22E+05	-1.92E+05	5.70E+05	2.80E+05	1.94E+05	2.00E+05	66625	8.34E+05
	-70912	47000	-2.20E+05	81100	91707	3.70E+05	16911	4.30E+05	6.10E+05	1.34E+05	3.02E+05	5.94E+05	2.80E+05	5.60E+05	-1.92E+05	1.44E+07	4.93E+05	5.02E+05
	39030	1.00E+05	1.01E+07	40200	30700	4.91E+05	2.71E+05	7.54E+05	4.97E+05	-1.50E+05	4.70E+05	2.45E+07	1.94E+05	-1.92E+05	1.44E+07	4.93E+05	5.02E+05	-1.30E+07
	1.00E+05	7221	4.30E+05	30700	3040	4.20E+05	2.80E+05	81012	7.40E+05	1.34E+05	2.90E+05	3.04E+05	2.60E+05	8.9402	6.93E+05	1.84E+05	5.02E+05	3.30E+05
	7693	91712	63707	1.90E+05	52407	3.20E+05	7699	2.34E+05	6.90E+05	-20801	7.07E+05	3970	66625	2.54E+05	5.90E+05	32200	1.47E+05	3.71E+05
	49141	49141	4.91E+05	-20801	3.70E+05	2.10E+05	4.90E+05	6.90E+05	1.04E+05	49107	10704	5.02E+05	8.34E+05	5.92E+05	-1.30E+07	5.30E+05	3.71E+05	7.40E+05

Los términos $r_{3(i)}$ son modificados con la inclusión del efecto flexotoror según ecuación 8, realizándose el acople correspondiente para la determinación de todos los términos múltiplos de tres en los seis niveles de la estructura en que este rigidizador incide.

b) Matriz rigidez diagonal por rigidizadores verticales (r)

La matriz r pasa a ser de orden 84×84 , por adicionarse dos componentes de rigidez por piso.

c) Matriz de incidencia (A) y su traspuesta (A^t)

Ambas matrices también tienen el mismo orden que r como en el caso anterior, el orden de 84×84 .

d) Matriz rigidez de rigidizadores (k)

Esta matriz como es lógico también tiene el orden de 84×84 .

e) Matriz conexión traspuesta (C^t) y (C)

Las matrices C_i^t pasan a ser de orden 3×14 , de manera que la matriz C^t tiene orden 18×84 y C de 84×18 .

Matriz de rigidez C_i^t del primer piso

$$C_i^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 42 & 84 & 126 & 168 & 210 & 252 & 294 & 0 & 42 & 84 & 126 & 1 & 25 \end{bmatrix}$$

f) Matriz rigidez del sistema estructural (K)

$$K = C^t_{(18 \times 84)} k_{(84 \times 84)} C_{(84 \times 18)} = K_{(18 \times 18)}$$

K	6.92E+05	1.81E+05	5.10E+07	8.80E-12	2.01E+08	5.59E+06	6.89E+05	3.00E+07	3.04E+06	2.15E+05	-1.81E+07	53.84	4.43E-12	2.00E+06	3.20E+06	7.01E+05	1.11E+05	
	1.81E+05	6.41E+07	6.42E+08	1.22E+05	2.42E+07	3.54E+08	4.20E+05	6.90E+06	2.00E+08	3.43E+06	8.37E+05	6.90E+07	-1.80E+05	1.90E+06	6.52E+07	3.94E+06	4.00E+06	
	5.10E+07	4.40E+08	3.10E+10	3.40E+06	3.34E+08	-1.04E+10	2.76E+07	2.00E+08	6.10E+08	1.32E+09	2.90E+07	6.94E+06	6.20E+05	4.30E+07	2.17E+09	-1.20E+08	-1.70E+08	
	8.80E-12	1.20E+05	3.40E+06	6.40E+05	8.50E+07	3.51E+05	9.00E+05	2.90E+07	1.20E+05	8.10E-12	2.51E+06	4.04E+06	9.90E-12	3.10E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	
	2.01E+08	2.42E+07	3.54E+08	6.40E+05	5.50E+07	4.00E+06	1.20E+07	3.90E+08	1.10E+05	1.10E+05	8.00E+05	4.01E+06	2.40E+05	2.40E+08	1.40E+06	3.94E+06	3.97E+07	
	5.59E+06	6.89E+05	1.04E+09	8.00E+05	2.00E+07	2.00E+08	4.00E+07	3.90E+08	1.10E+08	7.90E+06	6.90E+07	1.50E+08	3.10E+08	3.00E+07	9.80E+07	4.00E+07	-1.00E+09	
	3.00E+07	3.04E+06	2.76E+07	9.00E+05	6.70E+07	6.70E+08	6.70E+08	2.00E+08	1.00E+08	9.77E+06	1.30E+06	1.30E+06	1.70E+07	3.00E+07	3.00E+06	4.40E+08	-1.10E+09	
	2.15E+05	1.81E+05	2.00E+08	6.10E+08	3.00E+07	3.00E+08	6.00E+08	2.00E+08	1.22E+08	1.43E+06	4.00E+06	1.40E+08	2.70E+07	3.10E+07	3.10E+07	-1.10E+08	1.10E+08	
	6.42E+08	6.42E+08	6.10E+10	2.00E+07	3.90E+08	-1.00E+10	6.72E+08	6.10E+08	6.40E+10	1.27E+09	1.10E+08	-1.20E+10	6.41E+07	1.54E+08	-1.10E+09	8.01E+08	3.27E+10	
	3.54E+08	3.00E+08	-1.00E+10	-1.00E+05	-1.00E+05	-6.00E+06	2.60E+06	-3.50E+08	-1.27E+09	6.34E+06	4.00E+05	6.00E+07	1.33E+05	1.10E-12	1.00E+06	1.00E+08	7.70E+07	
	2.76E+07	4.40E+06	2.00E+08	6.40E+05	8.50E+07	3.51E+05	9.00E+05	2.90E+07	1.20E+05	8.10E-12	2.51E+06	4.04E+06	9.90E-12	3.10E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	
	3.51E+05	9.00E+05	1.20E+05	8.10E-12	2.51E+06	4.04E+06	9.90E-12	3.10E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	
	4.04E+06	9.90E-12	3.10E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07
	9.90E-12	3.10E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05
	3.10E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05
	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07
	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05
	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05
	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07
	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05	3.00E+05	-1.00E+07	1.00E+05

Tabla 5
Desplazamientos lineales y angulares en los rigidizadores componentes. Análisis B

Análisis	Análisis B											
Rigid.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Desplaz.	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5	δ_6	δ_7	δ_8	δ_9	δ_{10}	δ_{11}^1	δ_{12}^2
Nivel 1	1.64E-05	1.83E-05	2.03E-05	2.22E-05	2.42E-05	2.61E-05	2.81E-05	3.00E-05	-4.82E-06	-2.87E-06	-9.2E-07	-2.7E-06
2	3.89E-05	4.39E-05	4.89E-05	5.39E-05	5.89E-05	6.39E-05	6.89E-05	7.39E-05	-1.11E-05	-6.05E-06	-1.1E-06	3.8E-06
3	6.31E-05	7.18E-05	8.05E-05	8.92E-05	9.79E-05	1.06E-04	1.15E-04	1.24E-04	-1.82E-05	-9.52E-06	-8.4E-07	2.4E-06
4	8.80E-05	1.01E-04	1.12E-04	1.24E-04	1.36E-04	1.48E-04	1.61E-04	1.73E-04	-2.61E-05	-1.40E-05	-1.9E-06	3.2E-06
5	1.11E-04	1.27E-04	1.42E-04	1.58E-04	1.73E-04	1.89E-04	2.04E-04	2.2E-04	-3.38E-05	-1.83E-05	-2.8E-06	3.69E-06
6	1.32E-04	1.51E-04	1.69E-04	1.87E-04	2.07E-04	2.26E-04	2.44E-04	2.63E-04	-3.94E-05	-2.06E-05	-1.9E-06	4.4E-06

Gráfico 2
Desplazamientos por cada rigidizador en los distintos niveles en correspondencia con el Análisis B

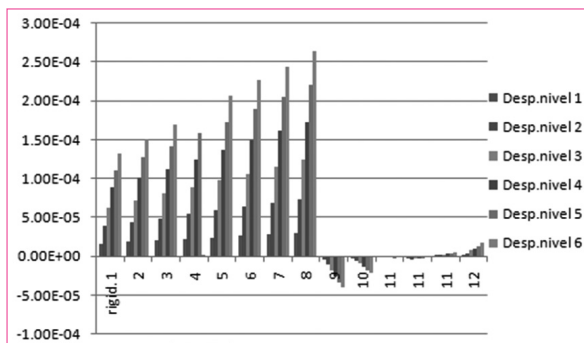


Tabla 6
Fuerzas que se distribuyen a cada rigidizador del sistema. Análisis A

Análisis	Análisis A											
Rigid.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Fuerzas.	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}^1	P_{12}^2
Nivel 1	3.98E-01	0.0914	9.14E-02	9.14E-02	9.14E-02	9.14E-02	0.091381	39.911	5.00E-08	2.35E-08	-4.4E-08	-2.97E-08
2	46.349	-0.0829	-0.0829	-0.0829	-0.0829	-0.0829	-0.0829	46.349	2.26E-07	1.11E-07	-2.2E-07	-1.20E-07
3	52.21	0.0228	0.0228	0.0228	0.0228	0.0228	0.0228	52.206	-2.06E-07	-1.03E-07	2.07E-07	1.02E-07
4	53.405	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	53.405	3.67E-07	1.80E-07	-3.5E-07	-1.94E-07
5	57.611	0.0045	0.0045	0.0045	0.0045	0.0045	0.0045	57.612	-2.94E-07	-1.54E-07	3.24E-07	1.24E-07
6	29.035	0.612	0.612	0.612	0.612	0.612	0.612	29.035	-1.06E-06	-5.17E-07	1.01E-06	5.65E-07

Observaciones: Los signos de las fuerzas se interpretan de acuerdo al convenio asumido en el método PPG modificado y las unidades vienen dadas en el SIU, es decir las fuerzas se expresan en kN y los momentos de fuerzas en kN-m.

Gráfico 3
Fuerzas que se distribuyen en cada uno de los rigidizadores en correspondencia con el Análisis A

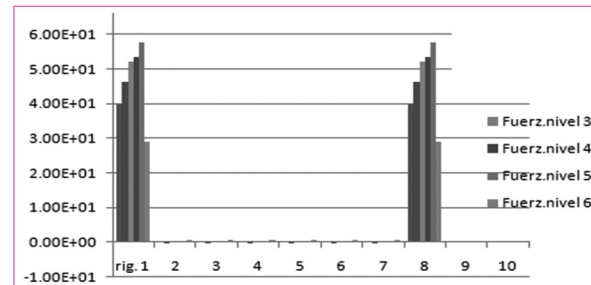
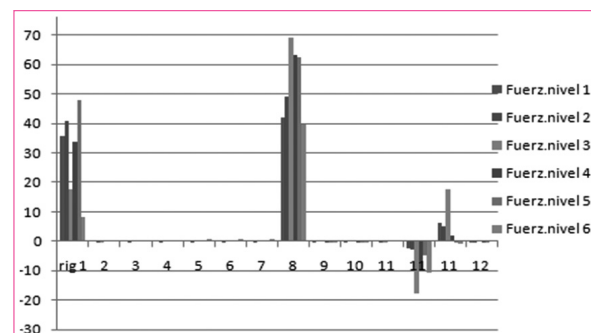
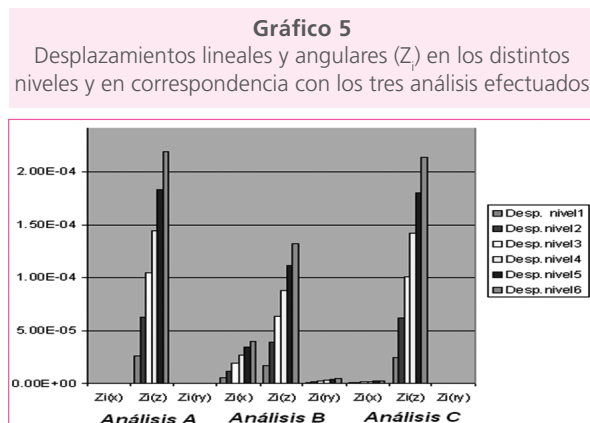


Tabla 7
Fuerzas que se distribuyen a cada rigidizador del sistema. Análisis B

Análisis	Análisis B											
Rigid.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Fuerzas.	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}^1	P_{12}^2
Nivel 1	35.57	0.0815	0.0837	0.0861	0.0883	0.0906	0.0929	41.835	-0.0404	-0.0441	0.1336	-2.23
2	40.96	-0.0398	-0.0516	-0.0635	-0.0753	-0.0872	-0.0991	48.919	0.02731	0.0073	-0.0019	-2.73
3	17.56	-0.0029	0.0039	0.0109	0.0179	0.0248	0.0318	69.262	0.02615	0.0353	-0.1153	17.43
4	33.71	0.0229	0.0334	0.0339	0.0344	0.0349	0.0355	63.221	-0.0096	-0.0075	0.0203	-9.88
5	47.75	0.0137	0.0112	0.0087	0.0062	0.0036	0.0011	62.525	-0.0775	-0.0701	0.2031	-4.93
6	8.035	0.4075	0.4634	0.5193	0.5752	0.6311	0.6870	39.702	-0.1917	-0.0803	0.1295	-10.7

Gráfico 4
Fuerzas que se distribuyen en cada uno de los rigidizadores en correspondencia con el Análisis B





4. Evaluación de los resultados

Los desplazamientos lineales por niveles (Z_i) tienen signos negativos, esto significa que ocurren en la dirección positiva de los ejes de referencia en correspondencia con el convenio asumido para la fuerza actuante, pues la misma se considera negativa si está en la dirección positiva de dichos ejes como se muestra en el sistema base por pisos (Figura 5), en el caso de los desplazamientos angulares el positivo significa que el giro es antihorario, estos resultados aparecen en la Tabla 3.

Los desplazamientos lineales $Z(z)$ referidos a la dirección Z (sentido de la carga) predominan sobre los desplazamientos lineales en $Z(x)$ y el ángulo de torsión $Z(ry)$ que son prácticamente nulos, esta ley de variación se manifiesta en los tres procedimientos indicados.

Como tendencia los desplazamientos que se generan del análisis espacial B resultan ser menores en magnitud que los obtenidos del análisis A y del análisis C, esto se fundamenta por considerarse en el análisis B mayor rigidez, con la introducción del efecto flexotorsor en el tímpano de sección canal, según se muestra en el Gráfico 5.

Se observa que los desplazamientos en cada rigidizador generados del análisis A son iguales en cada nivel, sobre todo para los rigidizadores transversales que se encuentran convenientemente ubicados en la dirección de la carga, los rigidizadores longitudinales no se desplazan, según se muestra en el Gráfico 1.

No ocurre lo mismo cuando el enfoque es espacial, como es lógico el tímpano de sección canal ubicado en el sentido longitudinal, también aporta rigidez en el sentido transversal y a la torsión, lo que genera que los rigidizadores no se desplacen uniformemente. Se puede observar este comportamiento en el Gráfico 2.

En el Gráfico 3 se representan las fuerzas que toman los rigidizadores considerando el análisis plano (A), se observa, que los máximos valores de fuerzas se distribuyen en los tímpanos rectangulares (1 y 8) ubicados en los extremos, para cada nivel, los restantes rigidizadores la fuerza que toman es despreciable.

Sin embargo cuando el enfoque es espacial (B), no ocurre lo mismo, justamente el aporte en rigidez a la flexotorsión del tímpano canal es significativo, lo que genera cambios en la distribución de las fuerzas por cada rigidizador, como se observa en el Gráfico 4.

En el comportamiento espacial, los tímpanos 1 y 8 toman valores diferentes de fuerzas en función de su ubicación en planta. Esto es lógico debido a la incorporación en el equilibrio de la planta, del aporte en rigidez del tímpano canal en esa dirección, aspecto este que no se consideró en enfoque plano (A).

Estos resultados fundamentan la importancia que tiene la tipología y posición en planta de rigidizadores de paredes delgadas y de sección abierta en relación al resto de los rigidizadores, de manera que se garantice reducciones significativas del ángulo de torsión y distribución racional de las fuerzas actuantes entre los rigidizadores que participan como estructuras verticales resistentes.

5. Conclusiones

Se constata la influencia que tiene en el comportamiento espacial de un sistema estructural, la presencia de un rigidizador de pared delgada y de sección abierta, pues se produce una disminución significativa en la magnitud de los desplazamientos, así como, se manifiesta la distribución de la carga externa de forma racional entre los rigidizadores que participan en el sistema.

Las ventajas de la aplicación del método PPG modificado para considerar este efecto es evidente en relación al análisis espacial en 3D realizado a través del STAAD.pro, pues este último no da posibilidad de introducir este efecto en toda su magnitud pues no dispone en su pronuntuario de elementos que garanticen este tratamiento, igual sucede con la mayoría de los software de análisis de estructuras, esto se justifica dado que el fenómeno de la flexotorsión es detectado por las ecuaciones de equilibrio, cuestión esta que constituye la principal limitante desde el punto de vista físico y matemático.

El procedimiento empleado, en correspondencia con las características del método PPG modificado, para evaluar el efecto flexotorsor puede ser aplicado a cualquier sistema estructural con simetría o asimetría y compuesto por diferentes tipos de rigidizadores, que pueden tener cualquier posición en planta y la estructura no tiene que ser monótona.

6. Referencias

1. Ruiz, S. (1975). "Efecto del momento flexo-torsor en los diafragmas de Sección I". Revista Ciencias Técnicas. Serie Ingeniería Civil, No 6, 511-533.
2. Brizuela, Y.(2004). "Análisis de la distribución de fuerzas horizontales en los sistemas mixtos empleados en los edificios altos II"; MSc Ing. Nereyda Pupo Sintras, tutor. -TD; UC. (Const). 133 pág.
3. Vallecilla, C. (2005). "La torsión en las construcciones". Ediciones Unisalle.
4. Hernández; J, (1994). "Métodos de distribución de fuerzas horizontales en edificios con pórticos y tímpanos". Revista Ciencias Técnicas. Ingeniería estructural y vial, Vol. XV, No. 2.
5. Hernández; et al. (1994). "Distribución de fuerzas laterales en edificios de hormigón armado." Revista Ciencias Técnicas. Ingeniería estructural y vial, Vol. XV, No. 2.
6. NC-205-2003. "Cargas de viento: Métodos de cálculo".
7. Pupo, N. (2001). "Análisis de edificios altos. Método de distribución de fuerzas horizontales". Dr. Carlos A. Recarey Morfa, tutor. -TM; UC. (Const). 76 pág.
8. Pupo, Recarey, (2003). "Análisis de estructuras edificios altos". Revista de Ingeniería No. 17. Universidad de los Andes. Colombia. 2003.
9. Pupo, N; Recarey, C. (2003) "Método de distribución de fuerzas laterales en edificios". Revista Ingeniería civil. Barcelona. CEDEX No. 132/2003.
10. Pupo, N; Recarey, C. (2004) "Formulación de un método de distribución de fuerzas horizontales en edificios altos". Revista internacional de métodos numéricos para cálculo y diseño en ingeniería. Vol. XX, 1, pág 61-76 2004.
11. Ruiz, S; Gonzales, J (1979) "Influencia de de la fuerza cortante en la carga horizontal tomada por cada tímpano de un sistema cualquiera". Revista de Ciencias técnicas. Ingeniería estructural. 1979.
12. Ruiz, S; Bonilla, O. (2006) "A stiffness coefficients proposal for thin walled open beams". Revista Técnica Ingeniería Universidad de Zulia Vol. 29 No. 3 Maracaibo.
13. Vlazov, V. (1961) "Thin Wallet Elastic Beams". National Technical Information Service, U.S. Department of Commerce. 1961.
14. Ruiz, S; Bonilla, O. (1996) "Coeficientes de rigidez para vigas de pared delgada". X Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Mérida, Yucatán, México.
15. Bonilla, O. (2003) "Análisis de la influencia del alabeo en estructuras ensambladas con elementos de pared delgada". -TG; Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, Instituto Politécnico Nacional, México.
16. Hernández, J. (1967) "Fuerzas laterales en edificios con tímpanos". Revista de Ingeniería Civil (Habana) (12).1967.
17. Gutiérrez, P. (1964) "Flexión y torsión de perfiles de paredes delgadas de sección abierta". Revista Ciencias Técnicas. Serie Ingeniería Civil, No.1.
18. Lin, T. (1964) "Distribución de fuerza lateral en un edificio de hormigón". Revista Ingeniería Civil.
19. González, J. (2004) "Fenómeno de la flexo-torsión en elementos considerados perfiles abiertos de paredes delgadas". Trabajo para I Congreso de Ingeniería estructural. Stgo. de Cuba.
20. González, J. (1985) "Aplicación del método de la matriz transferencia al análisis de tímpanos con hueco". Revista de Ingeniería Estructural y Vial.
21. Tejera, P. (1992) "Análisis de edificios esbeltos con distribución general de los rigidizadores en planta, sometidos a la acción de cargas laterales". -TD. Ciencias Técnicas.
22. Fujitani, Y; Fujii, D. (1998) "A structural analysis method of framed structures with thin-walled open section members based on the bending-torsional theory of beams". Computational Mechanics. CIMNE, Barcelona, Spain. 1998.