



Revista de la Construcción

ISSN: 0717-7925

revistadelaconstrucion@uc.cl

Pontificia Universidad Católica de Chile
Chile

PUPO, N.; RECAREY, C.; NEGRÍN, A.; SIFONTES, R.
Formulación de un método de distribución de fuerzas horizontales en edificios con entrepisos flexibles.
Método RNA
Revista de la Construcción, vol. 10, núm. 2, abril, 2011, pp. 40-54
Pontificia Universidad Católica de Chile
Santiago, Chile

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=127622720005>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

*Formulation of a Method
of Distribution of horizontal
forces in buildings with
flexible floor diaphragms.
RNA Method.*

Formulación de un método de distribución de fuerzas horizontales en edificios con entrepisos flexibles.

Método RNA



Autores

PUPO, N. Facultad de Construcciones Universidad de Camagüey
e.mail nereyda.pupo@reduc.edu.cu

RECAREY, C. Centro de Inv. de Métodos Computacionales y Numéricos en la
Ingeniería (CIMCNI), Aula UCLV-CIMNE, Universidad Central de Las
Villas.
e.mail: recarey@uclv.edu.cu, recarey@cimne.upc.edu

NEGRÍN, A. Facultad de Construcciones Universidad Central de las Villas

SIFONTES, R. UEB Inmobiliaria Camagüey
Ministerio del Turismo
e-mail: raydel@inmobiliaria.cmg.tur.cu

Fecha de recepción 12/5/2011

Fecha de aceptación 25/7/2011

Resumen

Se formula un método de distribución de fuerzas horizontales en edificios; el cual incluye la deformación del entrepiso en combinación con las deformaciones de las estructuras resistentes verticales (pórticos, tímpanos y combinación de ambos, etc.); además este método es aplicable a edificios asimétricos ortogonales y también no ortogonales. Esta investigación es una nueva aplicación del método matricial de rigideces considerándose en el desarrollo analítico del mismo, los efectos de torsión generados por la asimetría de las plantas o por

la distribución de los rigidizadores tanto planos como espaciales y los efectos del fenómeno de la torsión y flexotorsión en rigidizadores de paredes delgadas y sección abierta. Todos estos aspectos le confieren a este método un nivel de generalización superior en relación a los enfoques publicados por diferentes especialistas y en correspondencia con las tendencias actuales a nivel internacional en el cálculo de edificios en altura. Se presentan ejemplos numéricos.

Palabras clave: análisis, entrepisos flexibles, carga de viento, rigidizadores

Abstract

A method of distribution of horizontal forces is formulated in buildings; which includes the flexibility of the floors diaphragms in combination with the deformations of the vertical resistant structures (frames, shears walls or combined of both, etc.); besides this method is also applicable to orthogonal and also nonorthogonal unsymmetrical buildings. The proposed approach is a new application of the matrix method of rigidities being considered in the analytic development of the same one, the torsion effects generated by the

asymmetry of the plants or for the distribution of the stabilizers s much plane as space and the effects of the phenomenon of the torsion and flexotorsión in stabilizers of thin walls and open section. All these aspects confer to this method a level of superior generalization in relation to the focuses published by different specialists and in correspondence with the current tendencies at international level in the calculation of buildings in height. Numeric examples are presented.

Key words: analysis, flexible floors diaphragms, wind load, stabilizers

Introducción

Cuando las plantas tienen una geometría tal que la relación entre el largo y el ancho excede de 4 y no sobrepasa de 6, si se está analizando la acción del viento, para estos casos se ha demostrado que existe influencia de la flexibilidad de los entrepisos y sucede también en plantas no monolíticas, por lo que este es otro de los aspectos que también reviste importancia en la práctica. Algunos autores lo asumen como una corrección de los resultados del modelo estudiado como entrepiso infinitamente rígido en su propio plano [Baykov y Sigalov (1980) y Drozdov (1976)].

Estos mismos autores emplean en sus formulaciones métodos continuos que no son aplicables a edificios no uniformes. Sin embargo los especialistas Goldberg (1967) y Polyakov (1974) superan esta limitante al emplear métodos discretos pero establecen restricciones en la orientación y disposición de rigidizadores en planta. Por otra parte Fernández (1993) aplica el método de las flexibilidades con mejor desarrollo analítico que los precedentes y válido además para edificios no uniformes pero no admite el análisis del efecto espacial en rigidizadores ni tampoco el esviaje.

Se constata además la presencia de diferentes tipos de modelos que consideran en mayor medida la flexibilidad de los pisos sobre todo para el estudio de respuestas sísmicas. Existe un predominio de la incidencia de plantas simétricas rectangulares y rigidizadores situados ortogonalmente en los trabajos de Tremblay y Stiemer (1996), Medhekar (1997), Ju y Lin (1999), Tremblay, Berair y Filiatral (2000), entre otros; sin embargo solo se conoce de un número limitado de publicaciones relacionadas con los diafragmas flexibles que incluye plantas asimétricas no rectangulares es decir en forma de L, C, T, etc. [de la Colina (1999), Seong y Dong (2002), Basu y Jain (2004)].

En el presente trabajo se desarrolla analíticamente un método de distribución de fuerzas laterales¹ (RNA) que constituye una nueva aplicación del método de rigideces en su forma matricial cuyo esquema de cálculo responde a la hipótesis de entrepisos flexibles. En el mismo se combina el efecto de la flexibilidad de los entrepisos con el comportamiento en rigidizadores espaciales que aportan rigidez a flexión y cortante en direcciones ortogonales y a la torsión superando las limitaciones de los enfoques precedentes.

También se incluyen los casos de rigidizadores de paredes delgadas y sección abierta con capacidad resisten-

te a la torsión y flexotorsión. Todos estos aspectos le confieren al método un mayor nivel de generalización permitiendo abordar un sinnúmero de edificios con diferentes soluciones de rigidización vertical en el marco del comportamiento elástico-lineal y la aplicación de cargas laterales cuasi estáticas.

1.1 Hipótesis

En el proceso de modelación estructural como es conocido intervienen factores que definen el comportamiento del modelo en el escenario en que se estudie del mismo. Estos factores son la geometría de los elementos y de la edificación en su conjunto, del comportamiento de los materiales y de las cargas o acción de los agentes externos y las condiciones de apoyo o de continuidad entre los elementos para así concebir y establecer una idealización del objeto lo más cercano al medio real; por tanto en este procedimiento es necesario asumir ciertas hipótesis como válidas que simplifican el fenómeno físico real.

Estas hipótesis o suposiciones quedan delimitadas por:

- El comportamiento de la estructura se analiza en régimen lineal, elástico y dentro del entorno de las pequeñas deformaciones.
- La estructura de edificio puede presentar distintos tipos de estructuras resistentes verticales con diferentes alturas o no, lo que puede implicar el no cumplimiento del principio de deformaciones congruentes.
- La estructura se encuentra bajo un régimen de cargas estáticas, actuantes a nivel de la superficie media de cada entrepiso en la dirección de la línea de intersección de los planos medios de los rigidizadores verticales y horizontales.
- Se supone el entrepiso con tendencia a flexible en su propio plano y en la dirección ortogonal.

1.2 Alcance del método

El alcance de la presente formulación ha quedado en principio establecido de acuerdo con las hipótesis adoptadas, no obstante deben precisarse algunos aspectos:

Como se ha planteado se opera en régimen del comportamiento elástico-lineal con la aplicación de cargas laterales estáticas, por lo tanto solo se considera válida esta formulación para la actuación de la componente estática del viento y la carga estática equivalente de sismo.

¹ De los autores Carlos A. Recarey Morfa, Nereyda Pupo Sintrás y Alexis Negrín Hernández.

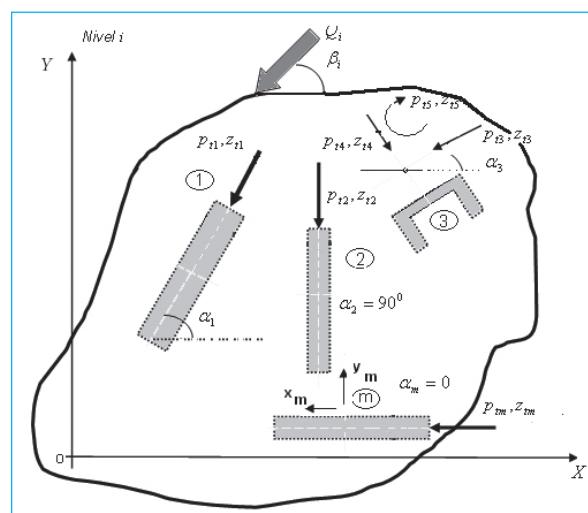
No se aborda por tanto el estudio del comportamiento de la estructura ante los cambios de temperatura, los efectos reológicos, los asientos y flexibilidad del terreno u otros tipos de acciones que no sean las horizontales especificadas.

Por tanto es válido para el análisis de edificios sujetos a cargas horizontales considerando la deformación del entrepiso, los efectos de torsión generados por la asimetría de las plantas o por la distribución de los rigidizadores tanto planos como espaciales los que a su vez producen el fenómeno de la torsión y flexotorsión en rigidizadores de paredes delgadas y sección abierta.

1.3 Exposición general del método

Se sustenta este enfoque en el método de rigideces con enfoque matricial, con esquema de cálculo de entrepiso flexible. De la aplicación de las ecuaciones de equilibrio, las ecuaciones físicas y la de compatibilidad se le da solución al problema de distribuir las fuerzas laterales en una estructura de edificio. Al suponerse los entrepisos flexibles y emplearse el método de rigideces, los desplazamientos son las incógnitas y vienen dados por tres componentes: dos lineales ortogonales y una angular en cada punto de intersección de las estructuras resistentes verticales con los entrepisos (figura 1.1), tomando en consideración las hipótesis enunciadas.

Figura 1.1 Fuerzas y desplazamientos de las estructuras resistentes verticales conjuntamente con el aporte del entrepiso



1.3.1 Obtención del sistema base

Si se parte de un edificio conformado por diferentes tipos de rigidizadores verticales dispuestos arbitrariamente en las distintas plantas estructurales flexibles la modelación estará dirigida al cálculo de las fuerzas y desplazamientos por rigidizadores que en este caso además de analizarse la influencia de los rigidizadores verticales se incluye también la del entrepiso (Ver figura 1.1). Los cambios en la definición del sistema base se ajustan por tanto a la hipótesis de partida. Se aplica el principio de subestructuración, estableciendo el sistema base por pisos y los subsistemas bases por rigidizadores verticales. El sistema base definido por pisos se representa con la inclusión de ligaduras lineales, ortogonales y al giro que se colocan en los puntos de intercepción del entrepiso con las estructuras resistentes verticales de la edificación tomando en consideración las hipótesis enunciadas (ver figura 1.2). Las incógnitas del método vienen siendo los desplazamientos lineales ortogonales y los giros generados también en los puntos señalados; el número de incógnitas es $3n$ donde n es la cantidad total nodos de intersección entre rigidizadores verticales y entrepisos.

Por lo que este sistema base por niveles se caracteriza por limitar tres grados de libertad en los puntos de intersección entre las estructuras resistentes verticales y los entrepisos. Los subsistemas base de las estructuras resistentes verticales se conforman introduciendo ligaduras lineales por cada nivel en que incide el rigidizador si es plano y tres ligaduras (dos lineales ortogonales y una al giro) si es espacial como se muestran en las figuras 1.3 y 1.4 respectivamente.

1.4 Formulación matricial del método

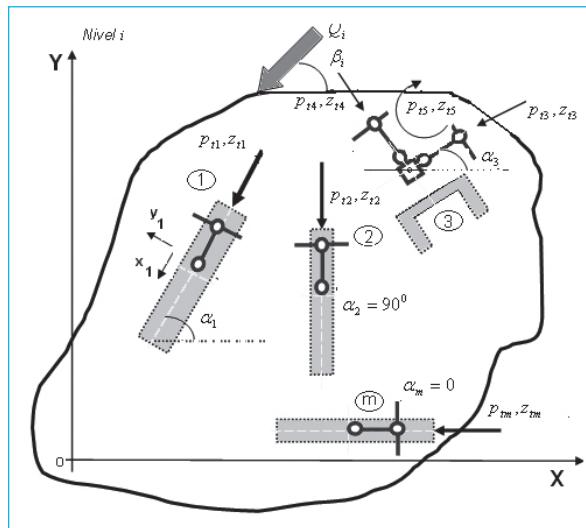
La ecuación matricial del método de rigideces en este enfoque adopta la siguiente forma:

$$P_t = K_t Z_t \dots \quad (1.1)$$

donde:

P_t : vector de las fuerzas en ejes generales en cada una de las ligaduras. Su orden es de $3n$.

Figura 1.2 Sistema base por niveles. El sistema de ejes generales se denota XYZ y el de ejes locales x' , y' , z'



Z_t : vector de los desplazamientos por rigidizadores en ejes generales en la dirección de las ligaduras (desplazamientos totales en los puntos de intersección entre los rigidizadores verticales y el entrepiso o rigidizador horizontal), del mismo orden que P_t .

K_t : matriz rigidez global de la edificación (incluye las rigideces de los rigidizadores verticales y horizontales o entrepisos). La matriz K_t es cuadrada y su orden es de $3nx3n$.

Figura 1.3 Subsistemas bases por rigidizadores verticales planos

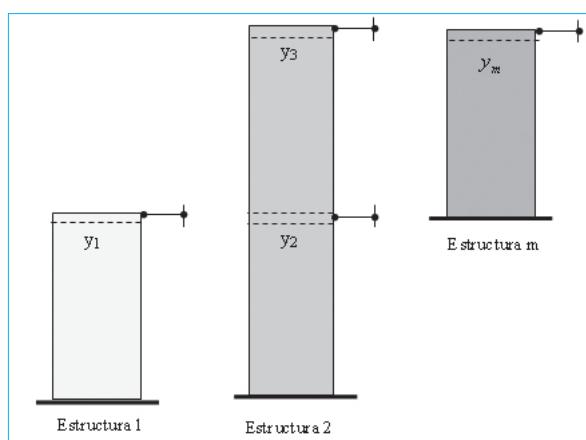
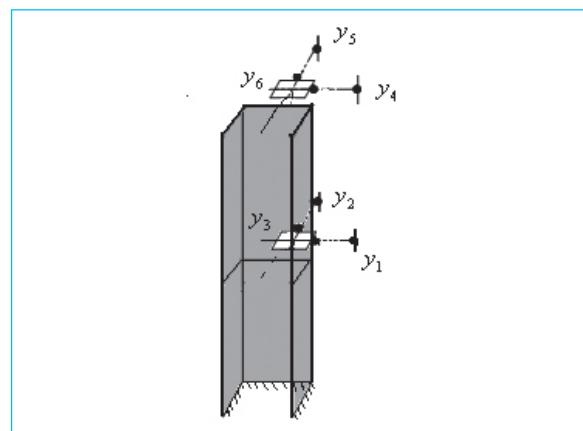


Figura 1.4 Subsistemas bases por rigidizador espacial



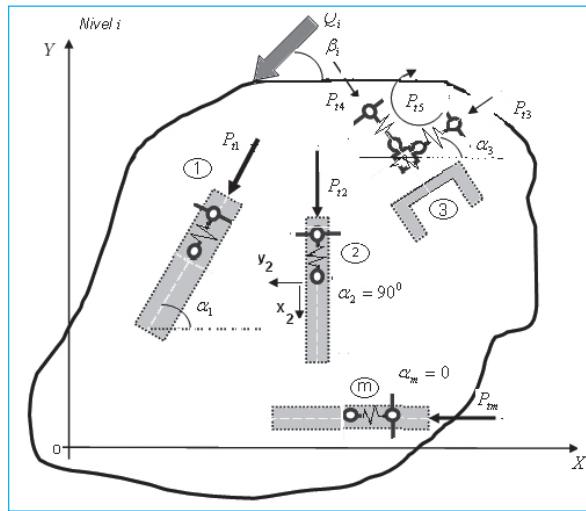
1.4.1 Obtención vector P_t y Z_t

Las componentes del vector P_t son las reacciones que se generan en las ligaduras mencionadas (ver figura 1.5) producto de la carga horizontal en cada nivel (viento y/o sismo), calculadas a partir del esquema de análisis adoptado (figura 1.5). Si la sustentación de los entrepisos lo constituyen las estructuras resistentes verticales, se puede modelar esta interacción suponiendo apoyos elásticos cuyas constantes constituyen las rigideces de las estructuras verticales en los puntos donde ocurre dicha interacción (ver epígrafe 1.4.2.1).

Este procedimiento es el mismo para cada uno de los entrepisos con que cuenta la estructura del edificio en estudio. Como el cálculo se realiza de forma independiente da la posibilidad de analizar entrepisos que difieran en su geometría y que a su vez admiten tipologías de rigidizadores diferentes con cualquier disposición arbitraria en planta.

Este proceso se puede realizar por cualquier método numérico como es el caso del método de los elementos finitos (MEF) aplicado con los softwares profesionales.

Figura 1.5 Esquema de análisis para la determinación de las reacciones totales P_i



El vector de fuerzas y desplazamientos en ejes locales quedaría definido por:

$$p_t = \begin{Bmatrix} p_{t1} \\ p_{t1} \\ p_{t1} \\ \vdots \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ p_{3n-2} \\ p_{3n-1} \\ p_{3n} \end{Bmatrix}_{3nx1} \quad ..(1.2) \quad z_t = \begin{Bmatrix} z_{t1} \\ z_{t2} \\ z_{t3} \\ \vdots \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ z_{3n-2} \\ z_{3n-1} \\ z_{3n} \end{Bmatrix}_{3nx1} \quad ..(1.3)$$

donde:

p_i : vector de las fuerzas por rigidizador en cada nivel en ejes locales, el cual queda caracterizado por una porción de la carga externa.

p_{\perp} : componentes del vector de las fuerzas.

z_t : vector de los desplazamientos por rigidizador en cada nivel en ejes locales producidos por una porción de la carga externa.

z_s , componentes del vector de las fuerzas z_s .

Para producir la transformación de ejes locales a ejes generales el vector de fuerzas p_{it} , que se genera en los puntos de intersección del rigidizador vertical con el entrepiso debido a la acción externa se multiplica por la matriz rotación R_i .

En cada punto de intersección se tiene:

$$P_{ti} = [R]_i \{p_{ti}\}$$

donde:

p_{ti} :vector de las fuerzas en ejes locales

P_{ti} : vector de las fuerzas en ejes generales

R_i : matriz rotación que transforma el vector de ejes locales p_{ti} a ejes generales P_{ti} .

$$R_i = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Por lo que el vector de las fuerzas y el de los desplazamientos en ejes generales quedaría como sigue:

$$P = \begin{pmatrix} P_{11} \\ P_{12} \\ P_{13} \\ \vdots \\ P_{3n-2} \\ P_{3n-1} \\ P_{3n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha_1 & -\sin\alpha_1 & 0 \\ \sin\alpha_1 & \cos\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ & & & \cos\alpha_2 & -\sin\alpha_2 & 0 \\ & \theta & & \sin\alpha_2 & \cos\alpha_2 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & \theta \\ & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & \cos\alpha_n & -\sin\alpha_n & 0 \\ & & & & & & & & \sin\alpha_n & \cos\alpha_n & 0 \\ & & & \theta & & & & & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

$$Z_i = \begin{bmatrix} Z_{i1} \\ Z_{i2} \\ Z_{i3} \\ \vdots \\ Z_{3n-2} \\ Z_{3n-1} \\ Z_{3n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ & & & \cos \alpha_2 & -\sin \alpha_2 & 0 \\ & & & \theta & \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 1 \\ & & & & & & \ddots \\ & & & & & & \\ & & & & & & \theta \\ & & & & & & \ddots \\ & & & & & & \\ & & & & & & \cos \alpha_n & -\sin \alpha_n & 0 \\ & & & & & & \theta & \sin \alpha_n & \cos \alpha_n & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

donde:

P_t : vector de los términos independientes en ejes generales

P_i : componentes del vector de los términos independientes (3 componentes en X , Y y giro alrededor de Z y en la interacción de los rigidizadores verticales y horizontales o entrepisos en ejes generales) de orden 3n.

Z_t : vector de los desplazamientos totales en ejes generales orientados en la intersección de las estructuras resistentes verticales con los entrepisos (3 componentes: en X , Y y giro alrededor de Z) constituyen las incógnitas del método y son del mismo orden que P_t .

1.4.2 Cálculo de la matriz rigidez de la edificación aplicando método indirecto

El cálculo de la matriz rigidez queda caracterizado por la obtención de las rigideces de las estructuras resistentes verticales y la de los entrepisos.

$$K_t = K_{\text{avg}} + K_a$$

donde:

K_{erv} : matriz rigidez de las estructuras resistentes verticales en ejes generales

K_g : matriz rigidez del entepiso en ejes generales

Entonces para la determinación de la matriz rigidez global (K) es necesario obtener la matriz rigidez de

cada componente estructural (entrepiso y estructura resistente vertical)

Para comenzar el cálculo de K_t , se plantea la ecuación:

$$p_t = k_t \cdot z_t \dots \quad (1.6)$$

donde:

p_t : vector de las acciones de los rigidizadores verticales y horizontales en los puntos de intersección del rigidizador vertical con el entrepiso en ejes locales.

\mathbf{z}_t : vector de los desplazamientos en las direcciones de p_t .

k_i : matriz rigidez ordenada por piso, que incluye los términos de rigidez de las estructuras resistentes verticales y los entrepisos.

El cálculo de la matriz K_t , se hace de forma indirecta y con la utilización del concepto de subestructuración (Ver figuras 1.6, 1.7 y 1.8), para ello es necesario la aplicación del Principio del Contragradiente que implica que:

$$P_t = R \ p_t \dots \quad (1.7)$$

donde: R y R^t matriz rotación y su transpuesta.

Figura 1.6 Cálculo de la matriz rigidez de forma indirecta de una estructura resistente vertical plana

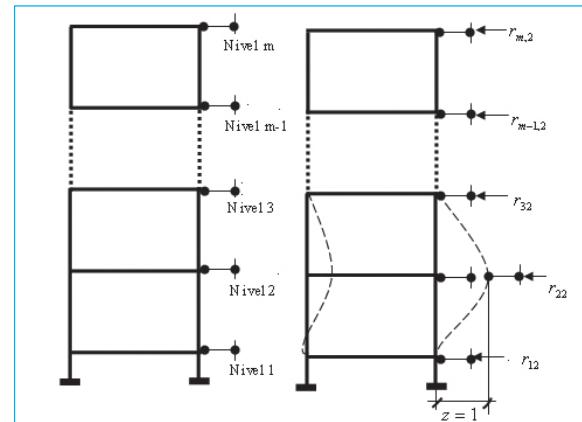
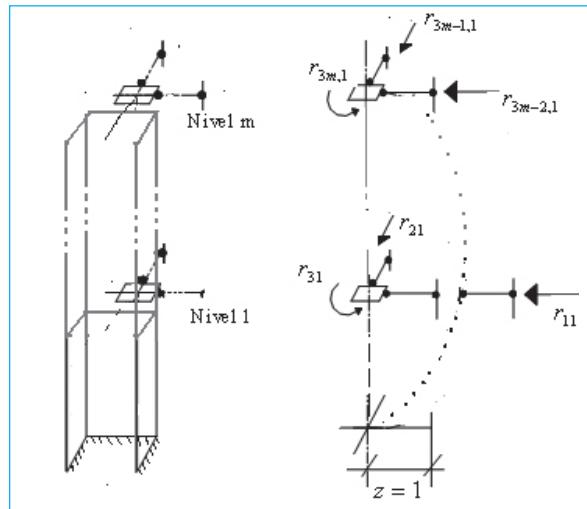


Figura 1.7 Cálculo de la matriz rigidez de forma indirecta de una estructura resistente vertical espacial



Para cada entrepiso y en función del número de nodos de intercepción de las estructuras resistentes verticales con los entrepisos se tiene el ensamblaje de la matriz rotación en la siguiente expresión 1.8:

$$R_i = \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 & -\operatorname{sen}\alpha_1 & 0 \\ \operatorname{sen}\alpha_1 & \cos\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha_2 & -\operatorname{sen}\alpha_2 & 0 \\ \operatorname{sen}\alpha_2 & \cos\alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} \cos\alpha_j & -\operatorname{sen}\alpha_j & 0 \\ \operatorname{sen}\alpha_j & \cos\alpha_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Expresiones similares a la (1.8) pueden plantearse en los restantes niveles. Como todas estas expresiones son independientes entre sí, es decir, como el equi-

librio se plantea por pisos o niveles individuales, la matriz rotación de toda la estructura se escribe como:

$$R = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ \vdots \\ R_m \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

R_1, R_2, \dots, R_m : matriz rotación de los niveles 1, 2, ..., m.

m: número de niveles

Por el principio de contragradiente se deduce que:

$$K_t = R \cdot k_t \cdot R' \quad (1.10)$$

donde:

R y R' : matriz rotación y su traspuesta de la estructura

La matriz k_t se define como:

$$k_t = k_{erv} + k_e$$

k_t : matriz rigidez en ejes locales que se compone de la suma de la matriz rigidez de rigidizadores verticales (k_{erv}) con la matriz rigidez de rigidizadores horizontales o entrepisos (k_e).

Por tanto para calcular K_t por la expresión (1.10) debe entonces calcularse la matriz rigidez por estructuras resistentes verticales o rigidizadores (k_{erv}) y la matriz por entrepisos (k_e).

1.4.2.1 Cálculo de la matriz por rigidizadores verticales (k_{erv}).

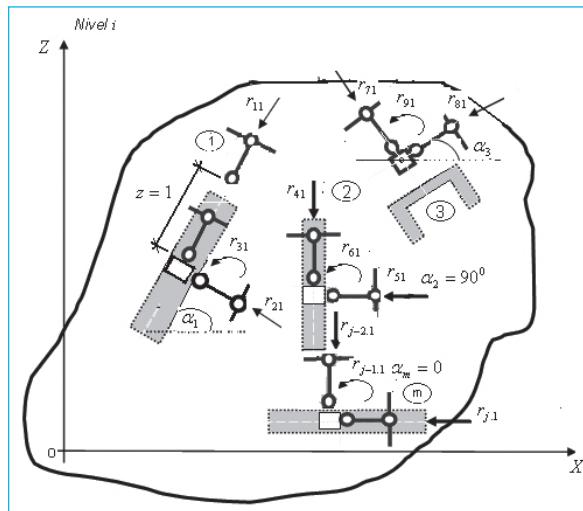
La matriz de rigidez por estructuras verticales resistentes o rigidizadores k_{erv} se calcula a partir de las submatrices k_{ri} que constituyen las rigideces individuales de cada rigidizador componente del edificio, las mismas se obtiene de forma automatizada, tomando como referencia los subsistemas base de estas estructuras indicados en las figuras 1.3 y 1.4. El procedimiento que se sigue es conocido; se imprimen desplazamientos unitarios en cada punto de intersección de los rigidizadores con el entrepiso y las fuerzas elásticas resultantes por la aplicación de estos desplazamientos unitarios constituyen las rigideces buscadas según se

muestra en las figuras 1.6 y 1.7. [Hernández, Prendes y Altuzarra (1994), Recarey y Pupo (2003) (2004), Pupo y Recarey (2009) y Pupo (2010)].

1.4.2.2 Obtención de la matriz rigidez del entrepiso (k_e).

El sistema base adoptado genera un esquema de cálculo para el entrepiso que es estáticamente indeterminado (Ver figura 1.8), por lo que el análisis de la rigidez puede concebirse con diferentes modelos, algunos procedimientos consideran el entrepiso como vigas isostáticas, también hiperestáticas o sistemas de vigas continuas, etc. Sin embargo para ganar en precisión numérica, las componentes de rigidez de este elemento deben calcularse a partir de métodos numéricos como es el caso del MEF (Método de los Elementos Finitos) asistido por herramientas computacionales que es precisamente la solución dada en este caso.

Figura 1.8 Esquema de cálculo para la determinación de la rigidez del entrepiso.



La matriz rigidez de un entrepiso queda como sigue:

$$k_{ei} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & \dots & k_{1,3n-3} & k_{1,3n-2} & k_{1,3n-1} & k_{1,3n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & \dots & k_{2,3n-3} & k_{2,3n-2} & k_{2,3n-1} & k_{2,3n} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & \dots & k_{3,3n-3} & k_{3,3n-2} & k_{3,3n-1} & k_{3,3n} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & \dots & k_{4,3n-3} & k_{4,3n-2} & k_{4,3n-1} & k_{4,3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{3n-3,1} & k_{3n-3,2} & k_{3n-3,3} & k_{3n-3,4} & \dots & k_{3n-3,3n-3} & k_{3n-3,3n-2} & k_{3n-3,3n-1} & k_{3n-3,3n} \\ k_{3n-2,1} & k_{3n-2,2} & k_{3n-2,3} & k_{3n-2,4} & \dots & k_{3n-2,3n-3} & k_{3n-2,3n-2} & k_{3n-2,3n-1} & k_{3n-2,3n} \\ k_{3n-1,1} & k_{3n-1,2} & k_{3n-1,3} & k_{3n-1,4} & \dots & k_{3n-1,3n-3} & k_{3n-1,3n-2} & k_{3n-1,3n-1} & k_{3n-1,3n} \\ k_{3n,1} & k_{3n,2} & k_{3n,3} & k_{3n,4} & \dots & k_{3n,3n-3} & k_{3n,3n-2} & k_{3n,3n-1} & k_{3n,3n} \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

donde:

k_{ei} : matriz rigidez espacial de un entrepiso

k_{ij} : términos de rigidez de la matriz

Se repite este proceso y se conforma la matriz general de rigidez de los entrepisos k_e acoplando en la diagonal principal las submatrices k_{ei} previamente calculadas en función del número de entrepisos o niveles (m) que forman parte de la edificación, los restantes términos son ceros según se muestra:

$$k_e = \begin{bmatrix} k_{e1} & & & & \\ & k_{e2} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & k_{em} & \\ \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

1.4.2.3 Cálculo de la matriz de rigidez por rigidizadores verticales y horizontales

Obtenida la matriz de rigidez k_{erv} (estructuras resistentes verticales) y la matriz rigidez del entrepiso k_e , para obtener k_T , ambas matrices se suman, quedando definida la matriz k_t :

$$k_T = k_{erv} + k_e \quad (1.13)$$

donde:

k_t : matriz rigidez de la edificación definida en ejes locales

k_{erv} : matriz rigidez de las estructuras resistentes verticales en ejes locales

k_e : matriz rigidez de las estructuras resistentes horizontales o entrepisos en ejes locales

1.4.2.3 Cálculo de la matriz K_t del sistema

Si se parte de la ecuación física o constitutiva para un sistema de rigidizadores verticales y horizontales dada en la expresión (1.6) cuyos términos ya fueron definidos. Si se premultiplica ambos términos de esta ecuación (1.6) por la matriz de rotación R_i , reflejada en la expresión (1.9) y se hacen las sustituciones correspondientes se obtiene que:

$$K_t = R_i k_t R_i' \quad (1.14)$$

Conocida la matriz rigidez global del edificio por la expresión (1.14) se resuelve el sistema de ecuaciones que caracterizan al método de las rigideces (expresión 1.1). Con la solución del sistema de ecuaciones (expresión 1.1) se obtienen los desplazamientos Z_t , en cada nodo de intersección de cada estructura resistente vertical con el entrepiso, despejando se obtiene:

$$Z_t = K_t^{-1} P_t \quad (1.15)$$

y con estos los desplazamientos z_t , de cada estructura resistente vertical con el entrepiso en ejes locales como sigue:

$$z_t = R' Z_t \quad (1.16)$$

donde:

z_t : desplazamientos de las estructuras resistentes verticales con el entrepiso en ejes locales

R' : matriz de rotación traspuesta

Z_t : desplazamientos totales de cada estructura resistente vertical con el entrepiso en ejes generales

En función de los desplazamientos z_t , se pueden determinar las fuerzas que toma cada estructura resistente vertical en fusión con el entrepiso empleando la expresión (1.6) que ya se ha definido.

Después de determinar las fuerzas p_t , que toman las estructuras resistentes verticales con la inclusión del aporte de los entrepisos, el equilibrio se verifica si se cumple que:

$$T = R \cdot p_t \quad (1.17)$$

donde T es equivalente a P_t siendo el vector de fuerzas en las ligaduras ya definido anteriormente.

de modo que:

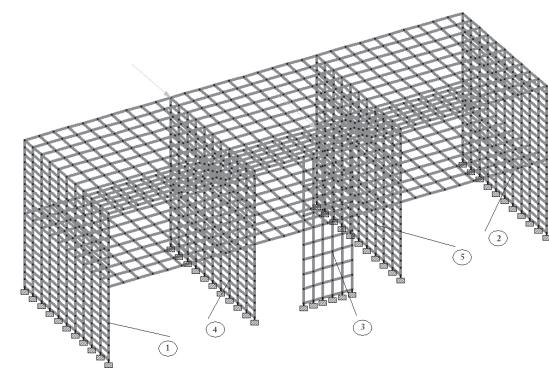
$$P_t - T = 0 \quad (1.18)$$

Una vez que son calculadas las fuerzas por cada estructura resistente vertical se pueden obtener las solicitudes por los métodos para el análisis de fuerzas interiores conocidos o por vía computacional.

1.5 Ejemplo ilustrativo

La edificación objeto de estudio cuenta con dos niveles conformada a base de paneles rectangulares de hormigón armado dispuestos ortogonalmente en planta, con cargas laterales aplicadas en los nudos, las losas de entrepiso también son rectangulares y de hormigón armado (Ver figura 1.7).

Figura 1.7 Edificación objeto de estudio



Los espesores de las losas y paneles son de 25 cm y los puntales son de 3m. Las losas son de 6m x 6m. Las cargas nodales tienen magnitud de 50kN y se encuentran aplicadas con simetría en planta.

Los rigidizadores extremos se nombran como 1 y 2, los intermedios son el 4 y 5 y el rigidizador ortogonal es el 3 (Ver figura 1.7).

Los procedimientos que se utilizan son los del autor Fernández (M.R.F), el método propuesto (RNA) para entrepisos rígidos y flexibles y la modelación en 3D a través del STAADpro.

1.5.1 Análisis comparativo en términos de desplazamientos y fuerzas en correspondencia con hipótesis de entrepiso infinitamente rígido

A continuación se muestran los resultados obtenidos analíticos y gráficamente en relación a los desplazamientos y fuerzas por cada rigidizador componente de la estructura en estudio considerando hipótesis de entrepiso infinitamente rígido en su propio plano. Las magnitudes de los desplazamientos por rigidizadores se muestran analítica y gráficamente en la tabla 1 y los gráficos 1, 2, 3 y 4 respectivamente.

Tabla 1 Desplazamientos lineales z(x) en dirección de la carga aplicada (10-4m).

Rigidizador	Nivel I			Nivel II		
	M.R.F	STAADpro	RNA	M.R.F	STAADpro	RNA
1.0000	0.9170	1.1900	1.2000	2.8750	2.8700	2.8500
2.0000	0.5420	0.9700	1.0500	1.5000	1.6700	1.6500
4.0000	0.7920	1.1100	1.1500	2.4170	2.4700	2.4500
5.0000	0.6670	1.0400	1.1000	1.9580	2.0700	2.0500

Gráfico 1 Desplazamientos Z(y) en rigidizadores (RF)

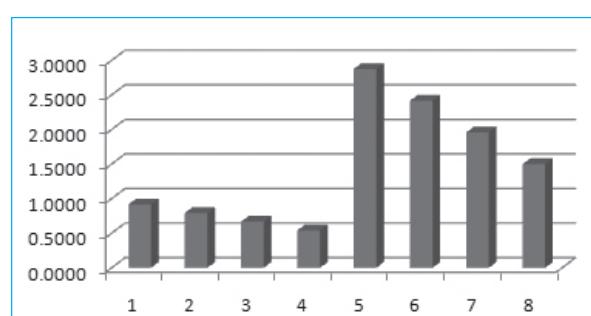


Gráfico 2 Desplazamientos Z(y) en rigid. (STAADpro).

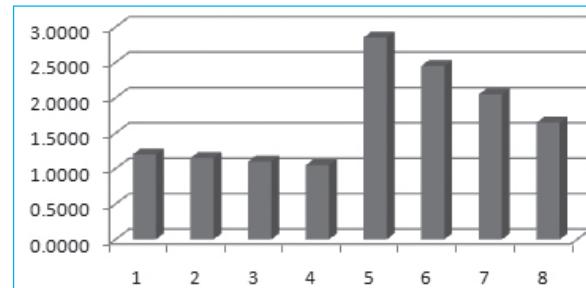
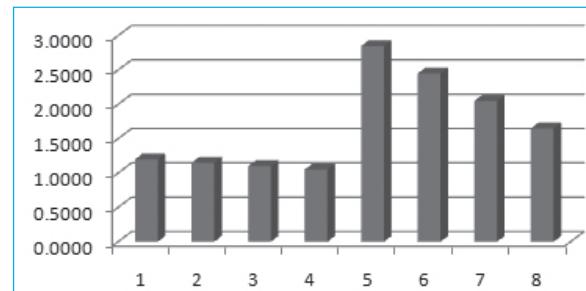
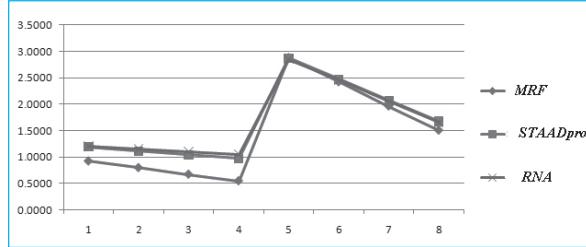


Gráfico 3 Desplazamientos Z(y) por rigidizadores (RNA)



Los resultados obtenidos se pueden resumir como sigue: se observa en los gráficos 1, 2 y 3 que hay coincidencia en las deformadas de cada rigidizador y en el gráfico 4 se constata que hay correspondencia en cuanto a las magnitudes de los desplazamientos sobre todo en el segundo nivel, notándose que en el primer nivel el método de R.F da valores por debajo del RNA y el STAADpro. Debe comentarse que los tres procedimientos tienen enfoque espacial y para el caso en estudio se ajustan perfectamente al comportamiento del edificio, en el caso del rigidizador 3 por ser ortogonal a la carga su desplazamiento es despreciable.

Gráfico 4 Desplazamientos por rigidizadores (cm) por los tres enfoques



Las magnitudes de las fuerzas por cada rigidizador considerando hipótesis de entrepiso rígido se obtienen del método de R.F y el RNA. Estos resultados se ilustran analíticamente y gráficamente en la tabla 2 y en los gráficos 5, 6 y 7 respectivamente.

En los resultados obtenidos en términos de fuerzas considerando entrepiso infinitamente rígido por los procedimientos indicados, se observa que en los gráficos 5 y 6 hay total coincidencia en cuanto a las fuerzas que toma cada rigidizador en función de sus rigideces y disposición en planta mientras que en el gráfico 7 se aprecia mejor esta relación. Debe comentarse que por los resultados obtenidos a través de estos tres procedimientos los mismos resultan fiables en el marco de las hipótesis asumidas.

Tabla 2 Fuerzas por rigidizadores $f(x)$ en kN y en sus respectivos planos de deformación.

Rigidizador	Nivel I			Nivel II	
	M.R.F.	STAADpro	RNA	M.R.F.	RNA
1.0000	5.0000	5.0000	5.0000	20.0000	20.0000
2.0000	20.0000	20.0000	20.0000	5.0000	5.0000
4.0000	10.0000	10.0000	10.0000	15.0000	15.0000
5.0000	15.0000	15.0000	15.0000	10.0000	10.0000

Gráfico 5 Fuerzas $f(x)$ en kN por rigidizadores según R.F.

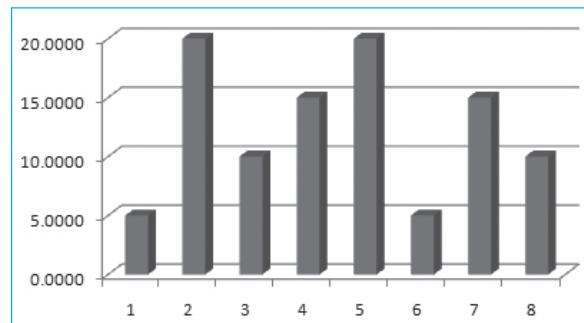


Gráfico 6 Fuerzas $f(x)$ en kN por rigidizadores según STAADpro.

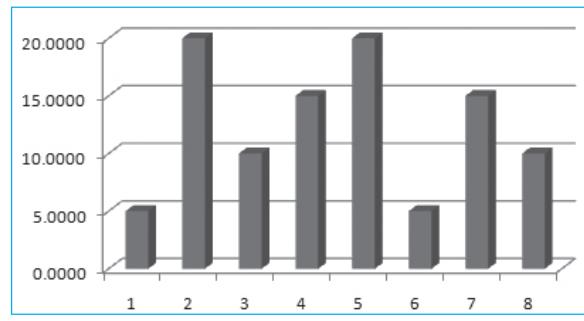
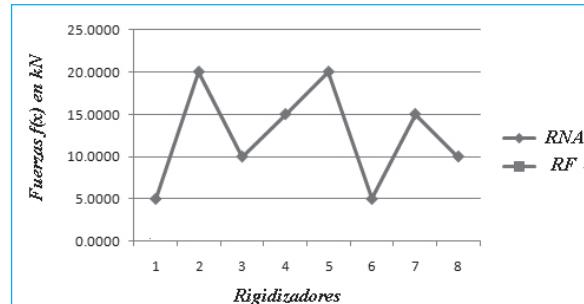


Gráfico 7 Fuerzas por rigidizadores en kN según los procedimientos considerados.



1.5.2 Análisis comparativo en términos de desplazamientos y fuerzas en correspondencia con hipótesis de entrepiso flexible en su propio plano

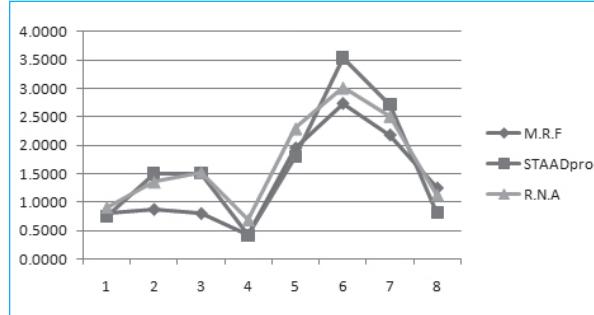
A continuación se muestran los resultados obtenidos analíticos y gráficamente en relación a los desplazamientos y fuerzas por cada rigidizador componente de la estructura en estudio considerando hipótesis de entrepiso flexible en su propio plano.

Las magnitudes de los desplazamientos por cada rigidizador considerando hipótesis de entrepiso flexible se obtienen de la aplicación del método de R.F, el RNA y la modelación en 3D a través del STAADpro. Estos resultados se ilustran analítica y gráficamente en la tabla 3 y en el gráfico resumen 11 respectivamente.

Tabla 3 Desplazamientos lineales $z(x)$ en dirección de la carga aplicada (10-4m).

Rigidizador	Nivel I			Nivel II		
	M.R.F	STAADpro	RNA	M.R.F	STAADpro	RNA
1.0000	0.8160	0.7500	0.9100	2.9520	1.8000	2.3000
2.0000	0.4230	0.4200	0.6900	1.2500	0.8200	1.1300
4.0000	0.8740	1.5000	1.3600	2.7300	3.5400	3.0200
5.0000	0.8040	1.5100	1.5300	2.1780	2.7200	2.5200

Gráfico 11 Desplazamientos por rigidizadores según los procedimientos considerados.



De los resultados obtenidos en términos de desplazamientos considerando entrepiso flexible por los procedimientos indicados, en el gráfico 11 se puede observar claramente que existe cierta relación en cuanto a la deformada de cada rigidizador por nive-

les acentuándose más en el segundo nivel, de modo que en el primer nivel el método de R.F da valores por debajo del RNA y el STAADpro, por lo que no se aprecian coincidencias. Por otra parte, las deformadas obtenidas por los métodos RNA y del análisis espacial a través del STAADpro sí guardan mejor relación, por lo que se puede concluir que los resultados obtenidos con la aplicación del método RNA son aceptables y fiables. Debe comentarse que los tres procedimientos tienen enfoque espacial y para el caso en estudio se ajustan perfectamente al comportamiento del edificio.

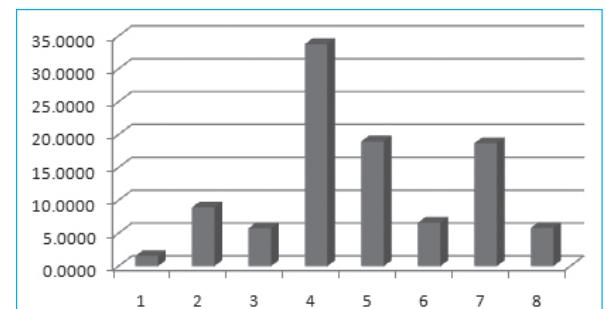
Las magnitudes de las fuerzas por cada rigidizador considerando hipótesis de entrepiso flexible se obtienen del método de R.F y el RNA. Estos resultados se ilustran analítica y gráficamente en la tabla 4 y en los gráficos 12, 13 y 14 respectivamente.

De los resultados obtenidos por los procedimientos indicados, se observa en los gráficos 12 y 13 que existe cierta relación en cuanto a las fuerzas que toma cada rigidizador en función de sus rigideces y disposición en planta. En el gráfico 14 se aprecia mejor esta relación. Debe comentarse que por los resultados obtenidos a través de estos tres procedimientos los mismos resultan fiables en el marco de las hipótesis asumidas.

Tabla 4 Fuerza por rigidizadores $f(x)$ en sus respectivos planos de deformación (kN).

Rigidizador	Nivel I		Nivel II	
	M.R.F	MR.N.A	M.R.F	MR.N.A
1.0000	1.5400	1.2100	18.9600	12.4950
2.0000	8.9200	7.8960	6.5900	4.9500
4.0000	5.7400	10.3160	18.6800	25.2060
5.0000	33.7500	32.9990	5.7900	12.1040

Gráfico 12 Fuerzas $f(x)$ en kN por rigidizadores (RF).



Conclusiones

Después de ser abordados los diferentes aspectos teóricos correspondientes a este trabajo se puede arribar a las siguientes conclusiones:

Se formula el método de distribución de fuerzas horizontales (RNA) como una nueva aplicación del método de rigideces en forma matricial con hipótesis de entrepiso flexible estableciéndose una analogía de las subestructuras con las barras. El mismo es apropiado para darle solución a una gran variedad de casos de edificios.

Este procedimiento permite considerar el aporte en rigidez a flexión y cortante en direcciones ortogonales y a la torsión (torsión uniforme o de Saint Venant) en rigidizadores que contribuyan estructuralmente en este sentido e incluye los casos particulares de estructuras resistentes verticales planas.

Se extiende también este análisis al caso de rigidizadores de paredes delgadas y sección abierta al considerar los aportes estructurales en rigidez a la flexión y cortante en direcciones ortogonales, a la torsión (torsión mixta), que comprende a su vez la torsión uniforme y la no uniforme o alabeo.

Se establecen las ventajas de la formulación propuesta (RNA) desde el punto de vista teórico (método de rigidez en forma matricial) en relación al método de RF que fue desarrollado analíticamente mediante el método de las fuerzas o de las flexibilidades con las correspondientes limitaciones de este enfoque de no presentar un sistema base único.

En general, se tiende a usar un modelo de elemento finito tridimensional para realizar análisis refinados en estructuras de varios pisos para las cargas laterales incluyendo la deformación de la losa en su propio plano, pero el análisis tridimensional de una estructura de varios pisos usando el modelo de elemento finito tiene sus inconvenientes, como la preparación tediosa de datos, largo tiempo computacional y un gran espacio en memoria se requiere. Para vencer estos defectos del modelo del elemento finito tridimensional este método RNA contribuye a simplificar este análisis con el uso del concepto de subestructuración lo que permite al mismo tiempo el cálculo indirecto de la matriz global del sistema y reducir en gran medida los costos computacionales con independencia de la complejidad estructural del edificio en estudio.

Con buena perspectiva futura este método RNA ha sido automatizado y los detalles serán expuestos en próximas publicaciones.

Gráfico 13 Fuerzas $f(x)$ en kN por rigidez. (STAAD.pro).

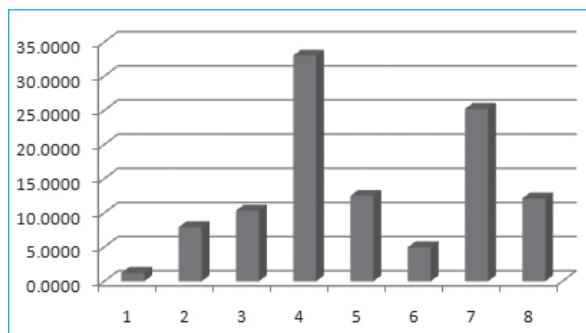
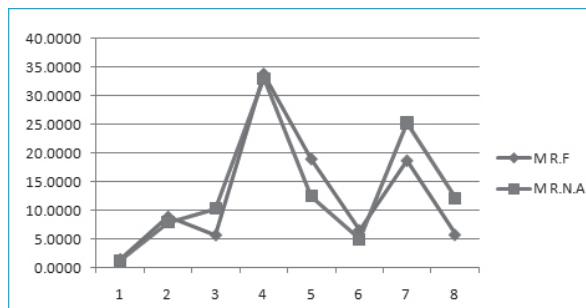


Gráfico 14 Fuerzas por rigidizadores según los procedimientos indicados.



Bibliografía

1. Basu, D; Jain, S. (2004): "Seismic Analysis of Asymmetric Buildings with Flexible Floor Diaphragms," *Journal of the Structural Engineering*, ASCE, p 1170-1176.
2. Fernández, R. (1993): "Método de análisis de edificios sometidos a cargas laterales considerando la deformación del forjado" –Tesis Doctorado Ciencias Técnicas, ISPJAE, 103 p.
3. Hernández, J; Prendes, R; Altuzarra, G. (1994): "Métodos de distribución de fuerzas horizontales en edificios con pórticos y tímpanos." *Revista Ciencias Técnicas, Ingeniería Estructural y Vial*, 15(2), p 34-45.
4. Ju, S; Lin, M. (1999): "Comparisons of Building Analyses Assuming Rigid or Flexible Floors" *J. Struct. Eng.*, 125 (1), p 25–31.
5. Pupo, N; Recarey, C (2009): "Método de análisis plano con contribución espacial". *Revista de la Construcción*, Escuela de Construcción Civil, Pontificia Univ. Católica de Chile, 8 (1), p 91-102.
6. Pupo, N; Recarey, C (2009): "Evaluación del efecto flexotorso en edificios en edificios altos con la utilización del método de distribución de fuerzas horizontales: PPG modificado". *Revista Ingeniería de Construcción*, Escuela de Ingeniería, Pontificia Univ. Católica de Chile, 25 (1).
7. Pupo, N; Recarey, C (2010): "Evaluación del efecto flexotorso en edificios altos con la utilización del método de distribución de fuerzas horizontales: PPG modificado". *Revista de la Construcción*, 9 (1), Chile.
8. Pupo, N. (2010): "Contribuciones al análisis de edificios y sus estructuras resistentes verticales ante el efecto de cargas laterales" –Tesis Doctorado Ciencias Técnicas, UCLV, 130 p. Tutor: Dr. Ing. Carlos A. Recarey Morfa.
9. Recarey, C. Pupo, N. (2003): "Análisis de estructuras de edificios altos." *Revista de Ingeniería* No. 17. Universidad de los Andes. Colombia, p 27-38.
10. Recarey, C. Pupo, N Pupo. (2004): "Formulación de un método de distribución de fuerzas horizontales en edificios altos," *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 20(1), p 61-76.