



Revista de la Construcción

ISSN: 0717-7925

revistadelaconstruccion@uc.cl

Pontificia Universidad Católica de Chile
Chile

MESA, M.; ÁLVAREZ, J.

Calibración numérica de un problema de ingeniería vial

Revista de la Construcción, vol. 10, núm. 3, diciembre, 2011, pp. 52-63

Pontificia Universidad Católica de Chile

Santiago, Chile

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=127622721006>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

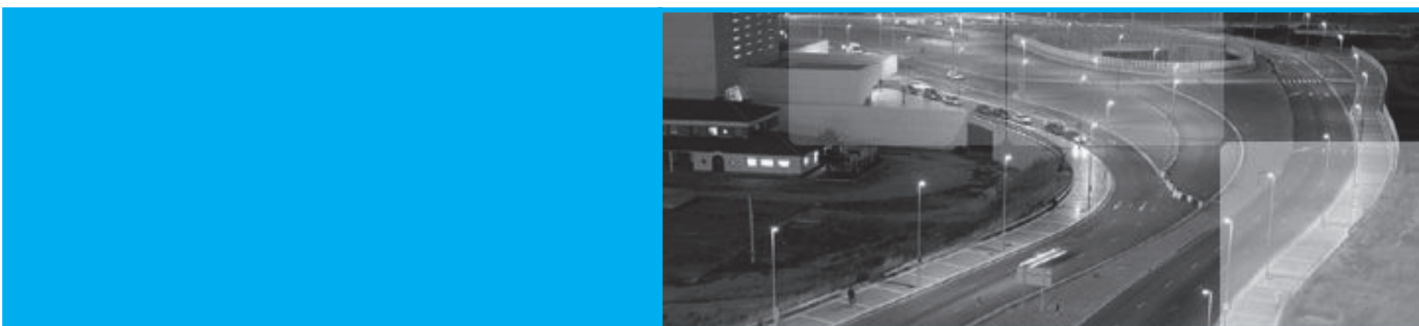
Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

*Numerical calibration
problem of road
engineering*

Calibración numérica de un problema de ingeniería vial



Autores

MESA, M. Ingeniera Civil. Profesora-Instructora.
Facultad de Ingeniería Civil. Departamento de Ingeniería Vial.
Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría ISPJAE,
Ave 114 # 11901 e/ 119 y 127, Marianao,
Ciudad de La Habana. Cuba.
Teléfono +53 7 2663479, +53 7 2663310, +53 7 7663273
E-mail: milenaml@civil.cujae.edu.cu

ÁLVAREZ, J. Ingeniero Civil. Profesor-Instructor.
Facultad de Ingeniería Civil. Departamento de Ingeniería Civil.
Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría ISPJAE,
Ave 114 # 11901 e/ 119 y 127, Marianao,
Ciudad de La Habana. Cuba.
Teléfono +53 7 2663830, +53 7 2663310 +53 7 7662421
E-mail: joseap@civil.cujae.edu.cu

Fecha de recepción 10/05/2011

Fecha de aceptación 14/10/2011

Resumen

La modelación numérica se ha convertido hoy, en nuestros días, en una herramienta primordial en la caracterización del estado tenso-deformacional de diversos problemas de ingeniería; debido a la implementación computacional de formulaciones débiles de un sinnúmero de modelos matemáticos. El presente artículo hace referencia al proceso de calibración numérica, proponiendo un método práctico de calibración matemática, el cual se ha hecho nombrar como: *calibración matemática*

simultáneamente, ya que se obtiene el Grado de Refinamiento Adecuado y el Tipo de Elemento Finito a emplear, como funciones biunívocas. Para la materialización de la técnica propuesta se ha empleado un terraplén de obra vial de doce metros de altura, donde es obtenido el Tipo de Elemento Finito y el Grado de Refinamiento Adecuado, que respondan con un criterio de aproximación deseado y se dejan planteadas las bases para la calibración plástica del modelo.

Palabras clave: Calibración numérica, ingeniería vial, modelación numérica.

Abstract

The numeric modeling has become today our days, in a primordial tool in the characterization of the state stress – strain of diverse engineering problems; due to the implementation computational of weak formulations of a without numbers of mathematical models. The present article makes reference to the process of numeric calibration, proposing a practical method of mathematical calibration, which has been made name, as: mathematical calibration simultaneously,

the Grade of Appropriate Refinement is obtained since and the Type of Finite Element to use, like biunivocal functions. For the materialization of the technique proposal an embankment of work vial twelve meters high has been used, where the Type of Finite Element is obtained to use and the Grade of Appropriate Refinement that they respond with a wanted Approach and they are left outlined the bases for the plastic calibration of the pattern.

Key words: Numerical calibration, road engineering, numerical modeling.

Introducción

Para la obtención de los estados tensionales y deformacionales que se generan en los terraplenes debido a las cargas impuestas y a la fuerza gravitacional, se han desarrollado métodos experimentales y analíticos que permiten su diseño y construcción sin que se produzcan asentamientos o fallas.

La modelación de un problema real, es caracterizada a través de un modelo físico y un modelo matemático entre los cuales existe un vínculo que interrelaciona los aspectos de cada uno de ellos (modelo geométrico, constitutivo, de cargas, vínculos o apoyos, ecuaciones de gobierno, condiciones iniciales y definición del dominio de trabajo). Cuando empleamos métodos numéricos en la solución de diversos problemas de ingeniería, la solución que se obtiene es aproximada, y para que un modelo numérico presente cierto grado de fiabilidad, debe ser sometido a un proceso de calibración numérica, la cual suele separarse en dos procesos de calibración, la matemática y la física. El objetivo del presente artículo es *realizar la calibración numérica de un terraplén de obra vial*, el cual posee una altura de 12 m, del que se desea obtener un modelo numérico que responda al fenómeno físico tenso-deformacional, que ocurre en los terraplenes en el período de explotación con un determinado grado de fiabilidad; para ello se empleó las técnicas numéricas de calibración.

Definición del problema

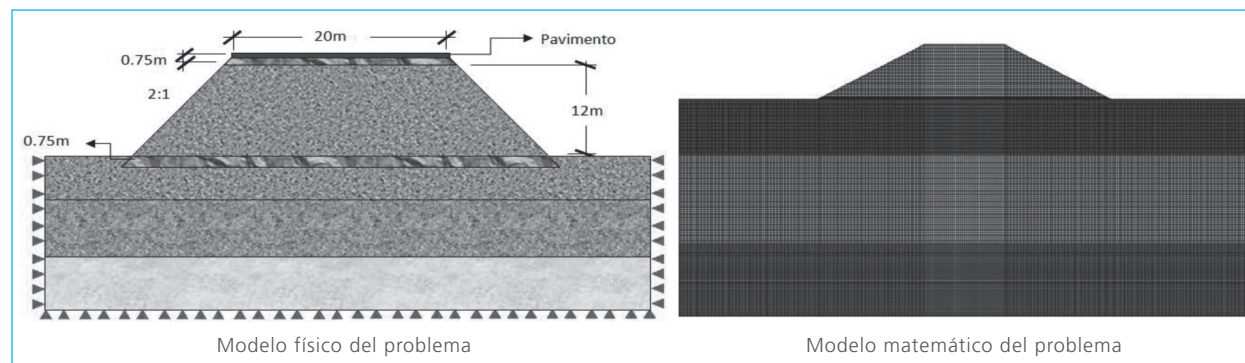
El problema en cuestión es un terraplén de 12 m de altura del cual se desea obtener el grado de discretización adecuado u óptimo (DMO) y el Tipo de Elemento Finito (TEF) de manera simultánea, como

partes integrantes de la calibración matemática. Para la conformación del modelo (Figura 1), se emplearon las normativas cubanas para la construcción de terraplenes (Ministerio-Construcción, 1981; NC-11, 1998; NC-052-042:, 1978; NC-158:, 2002), así como un grupo de recomendaciones establecidas por investigadores y textos clásicos del tema (Broche, 2005; Cobelo, 2004; Ibáñez, 2001; Oñate, 1995; Zienkiewicz & Taylor, 2004).

1.1 Modelo físico

- Modelo geométrico. En el modelo se definieron los espesores de la corona y el cimiento, según lo indican las normas técnicas de la construcción. (Ministerio-Construcción, 1981; NC-11, 1998; NC-052-042:, 1978; NC-158:, 2002)
- Modelo de vínculos o apoyos. Las condiciones de apoyo son: rígidos en los laterales de la masa de suelo (en trabajos posteriores se analizará el dominio de trabajo lateral de masa de suelo y se definirán apoyos elásticos y apoyos infinitos).
- Modelo del material. Los materiales escogidos para las zonas del terraplén cumplen con las características recomendadas por los textos clásicos (Kraemer & Uriel Romero, 1993), empleando un modelo constitutivo lineal elástico, homogéneo y estacionario en un caso (I) y elasto-plástico, homogéneo y estacionario, tipo Mohr Coulomb en otro caso (II), las propiedades mecánicas se muestran en la Tabla 1.
- Modelo de cargas. El sistema de cargas empleado para el caso I, es el del pavimento encima del terraplén, modelado como una capa de suelo complementaria (Torres Vila, 1986), cuyo espesor es de

Figura 1. Modelo del problema



50 cm, y su peso propio es un promedio del peso propio de la base, subbase y la superficie de rodadura de aproximadamente 23 kN/m³. Para el caso II el pavimento se modeló como una carga impuesta al terraplén (ver Figura 2), aplicándose por intervalos de 10 kN, hasta llegar a la carga máxima o carga de falla. Para definir la carga máxima, se tomó el peso del vehículo NK-80 (NC-53-125, 1984), de 80 kN por ejes, y se colocó en la posición más desfavorable, como lo establecen un grupo de fuentes (Jiménez Salas, 1981; Torres Vila, 1986).

1.2 Simulación del problema

Con el objetivo de lograr en la modelación un mayor acercamiento al fenómeno de estudio, se simuló el problema en una etapa inicial empleando un modelo

constitutivo lineal elástico, con el objetivo de minimizar el coste computacional en la definición de la DMO y el TEF a emplear en el modelo. Fue necesario, debido a las condiciones reales tanto de construcción como de explotación del terraplén, considerar el estado tensional acumulativo. Por tal razón las simulaciones realizadas con el empleo del modelo constitutivo lineal elástico (caso I), se emplearon para introducirlas como variables de sollicitaciones iniciales, en términos de tensiones, en el modelo numérico asumido, empleando un modelo constitutivo elasto-plástico, tipo Mohr-Coulomb (caso II).

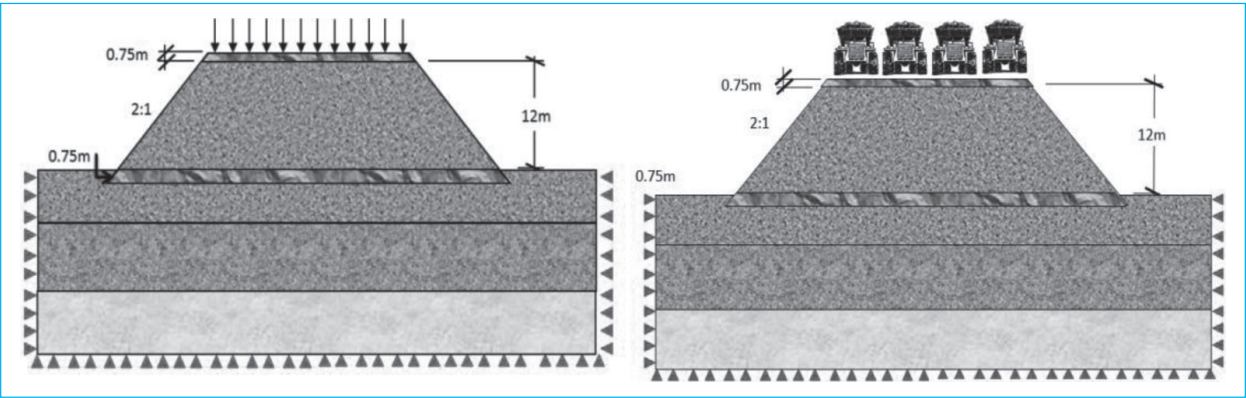
1.3 Calibración matemática simultáneamente

El modelo se implementó en el software Geo-Slope, SIGMA/W, realizándose una discretización del dominio con 4 grados de discretización diferentes (tomando la

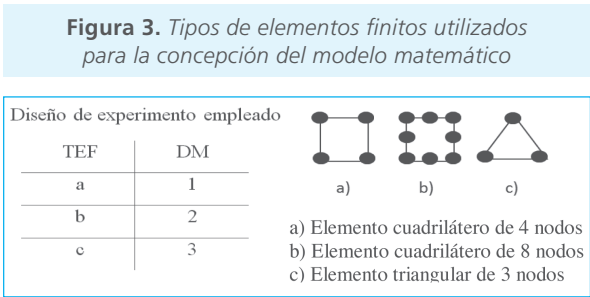
Tabla 1. Parámetros del suelo empleados para la modelación del material

Parámetros	Corona y cimentento	Núcleo y primera capa de suelo	Segunda capa de suelo	Tercera capa de suelo
Módulo de elasticidad: E (kPa)	30.000	20.000	32.000	33.000
Coefficiente de deformación transversal del suelo: μ	0,30	0,32	0,33	0,28
Densidad seca máxima del suelo: γ (kN/m ³)	19	18	17	18
Ángulo e fricción interna: \varnothing (°)	41	36	38	35
Coefficiente de cohesión del suelo: C (kPa)	0	20	0	0

Figura 2. Modelo de carga asumido



menor discretización como patrón), cumpliendo con las recomendaciones expuestas para la discretización del medio; se emplearon elementos cuadriláteros de cuatro y ocho nodos y elementos triangulares de tres nodos, quedando así definido un diseño de experimento 23 (Figura 3).



Para la calibración matemática del modelo se determinaron zonas de interés (*N*) para la obtención de las variables respuesta, para lo cual se tuvo en cuenta los lugares de cambio de geometría, cambio de las propiedades mecánicas de los materiales, y zonas de mayores valores de los desplazamientos y concentración de tensiones, de acuerdo al sistema de cargas seleccionado. Para efectuar la calibración en un punto (*M*), se tomaron dos nodos singulares de cada zona de interés, como se muestra en la Figura 4, y se emplearon las normas de error para un punto (Tabla 2), analizando las solicitaciones o tensiones como variable de respuesta, de donde se obtuvieron la DMO y el TEF.

Para la selección del DMO se realizaron los gráficos de refinamiento de la malla (@) vs Normas de error en un punto para cada TEF, donde se aplicó el criterio de

aproximación deseada y se obtuvo para cada uno su grado de refinamiento (Figura 5, Figura 6, Figura 7)

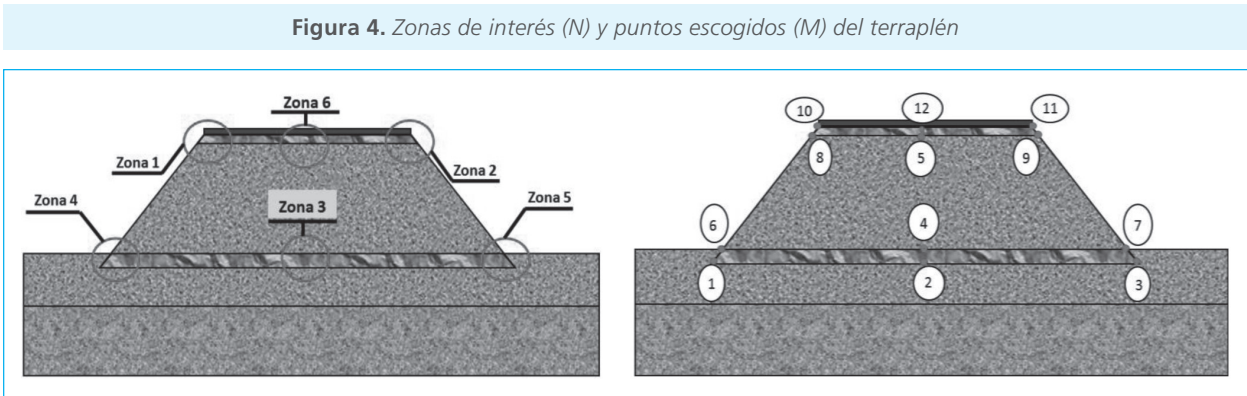
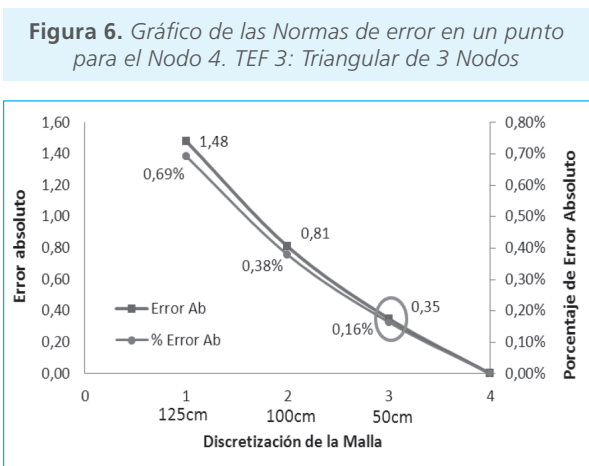
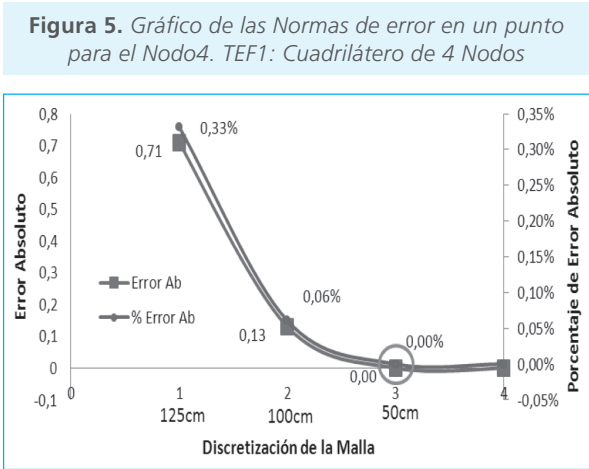


Figura 7. Gráfico de las Normas de error en un punto para el Nodo 4.
Tipo de Elemento Finito 2: Cuadrilátero de 8 Nodos

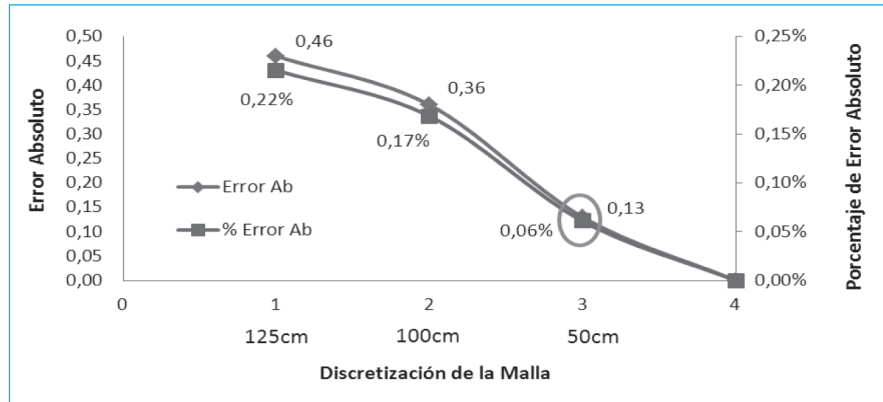


Tabla 2. Normativas de error

Normas de error en un punto (cuantifican el error cometido en un punto)			
Error absoluto (EA)	$E_A = Q_{e(i)} - Q_{n(i)} $	Error relativo (ER)	$E_R = \frac{ Q_{e(i)} - Q_{n(i)} }{Q_{e(i)}}$
Normas de error para varios puntos (cuantifican el error cometido en varios puntos)			
Error según la norma del espacio euclidiano (ENE)	$E_{ENE} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (Q_{e(i)} - Q_{n(i)})^2}$		
Error medio cuadrático (EMC)	$E_{MC} = \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{e(i)} - Q_{n(i)})^2}{n_p}$		
Desviación media absoluta (DMA)	$E_{DMA} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_{e(i)} - Q_{n(i)} }{n_p}$		
Porcentaje de error medio absoluto (PEMA)	$E_{PEMA} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_{e(i)} - Q_{n(i)}}{Q_{e(i)}} \right)}{n_p}$		
Donde:			
$Q_{e(i)}$: Es el resultado patrón.			
$Q_{n(i)}$: Es el resultado obtenido en el modelo numérico.			
n_p : Es el total de puntos analizados.			

De no haber coincidido las normas de error en la selección de la malla teniendo en cuenta el criterio de aproximación deseado, se incluye la variable tiempo para el nodo i , como influencia en la toma de decisión para la determinación de la misma. Una vez obtenida la DMO para cada TEF, es posible graficar los resultados a partir de tener en cuenta la variable tiempo, el espaciamiento o discretización del dominio, el TEF y los valores de las normativas de errores (Figura 8).

Se consideran cada uno de los factores mencionados para la selección final del TEF (ver: Figura 9, Figura 10, Figura 11), donde se realiza un análisis simultáneo del valor de las Normas de errores y el tiempo de cómputo.

Como resultado final de la calibración matemática, sin resultados experimentales por puntos se obtienen los resultados mostrados en la Tabla 3.

Posteriormente se realizó la calibración matemática por ejes teniendo en cuenta las Normas de error en varios puntos, quedando definido un eje izquierdo, central y derecho (Figura 12).

El procedimiento seguido es el mismo que se ha venido siguiendo, se construyeron las gráficas de las normativas de errores para la cuantificación del mismo en varios puntos vs densidad de malla de cada tipo de elemento finito, teniendo en cuenta el tiempo de cómputo.

Figura 8. Determinación del Tipo de Elemento Finito del Nodo 4

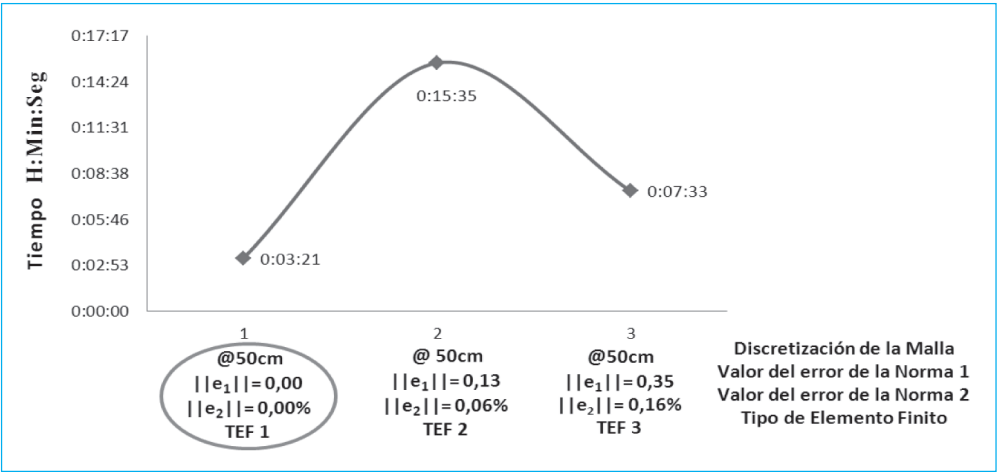


Figura 9. Determinación del TEF del Nodo 6

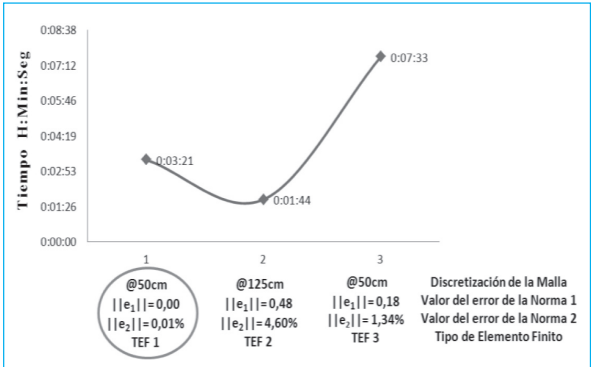


Figura 10. Determinación del TEF del Nodo 8

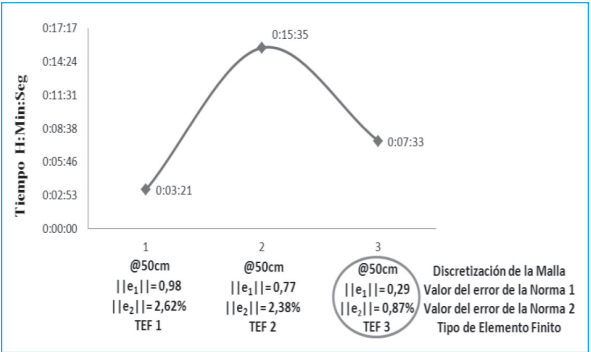


Figura 11. Determinación del TEF del Nodo 9

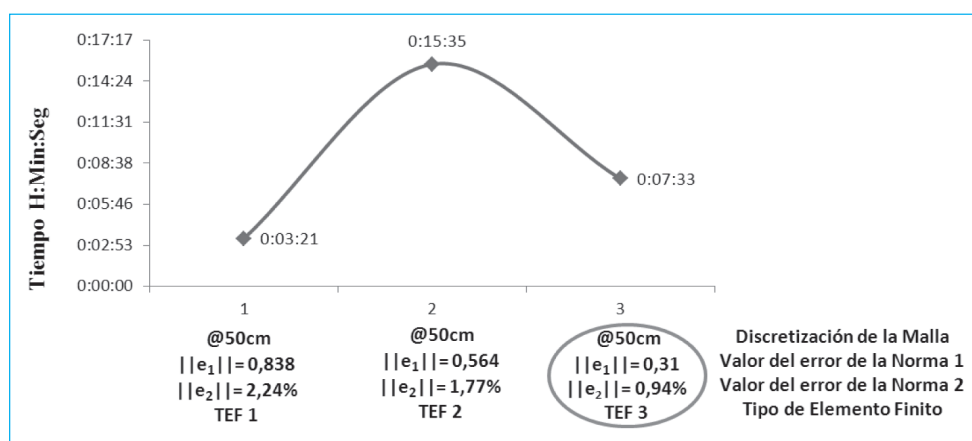
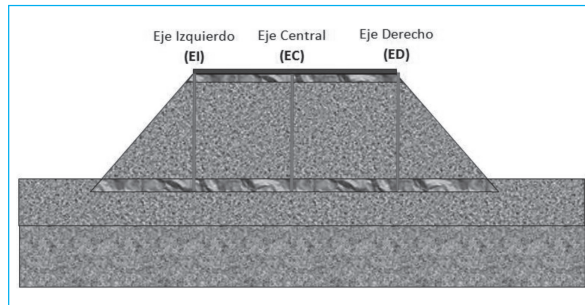


Tabla 3. Tipo de Elemento Finito y Espaciamiento de la Malla por Nodo Notable

Nodos	Malla	TEF	Error de la Norma 1	Error de la Norma 2	Tiempo
1	@50cm	TEF 1	$\ e_1\ = 0,001$	$\ e_2\ = 0,01\%$	0:03:21
2	@50cm	TEF 1	$\ e_1\ = 0,00$	$\ e_2\ = 0,00\%$	0:03:21
3	@50cm	TEF 1	$\ e_1\ = 0,001$	$\ e_2\ = 0,01\%$	0:03:21
4	@50cm	TEF 1	$\ e_1\ = 0,00$	$\ e_2\ = 0,00\%$	0:03:21
5	@100cm	TEF 1	$\ e_1\ = 0,16$	$\ e_2\ = 0,69\%$	0:00:32
6	@50cm	TEF 1	$\ e_1\ = 0,00$	$\ e_2\ = 0,01\%$	0:03:21
7	@50cm	TEF 1	$\ e_1\ = 0,00$	$\ e_2\ = 0,01\%$	0:03:21
8	@50cm	TEF 3	$\ e_1\ = 0,29$	$\ e_2\ = 0,87\%$	0:07:33
9	@50cm	TEF 3	$\ e_1\ = 0,31$	$\ e_2\ = 0,94\%$	0:07:33
10	@50cm	TEF 1	$\ e_1\ = 1,43$	$\ e_2\ = 3,04\%$	0:03:21
11	@50cm	TEF 1	$\ e_1\ = 1,24$	$\ e_2\ = 2,65\%$	0:03:21
12	@50cm	TEF 1	$\ e_1\ = 0,66$	$\ e_2\ = 1,52\%$	0:03:21

Figura 12. Ejes definidos para la calibración



1.4 Proceso de homogeneización del modelo numérico

Como resultado final del proceso de calibración matemática tanto por Nodos como por Ejes, se realizó un análisis global de todos los resultados.

De los resultados por Nodos se tiene que solo un nodo se diferencia del resto (Nodo 5) al resultar que el grado de discretización adecuado para el mismo resultó ser de 100 cm. No obstante, se le puede asignar al nodo 5 el grado de refinamiento adecuado de 50 cm, ya que atendiendo al TEF empleado los niveles de aproximación numérica aumentan para ese nodo en particular (Figura 14).

Figura 13. Gráfico de las Normas de Error en un punto. Para los Nodos 8 y 9 TEF 1: Cuadrilátero de 4 Nodos

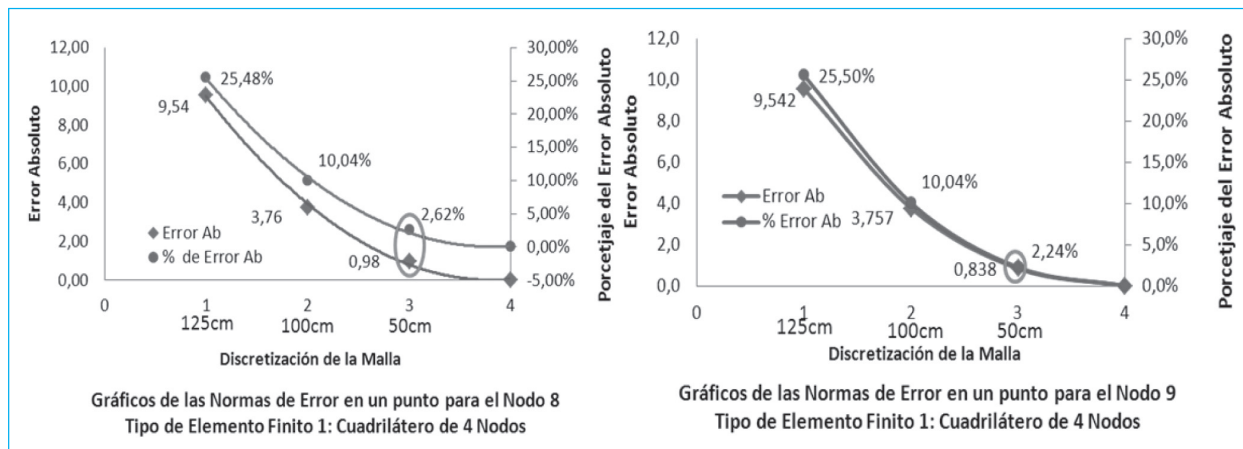
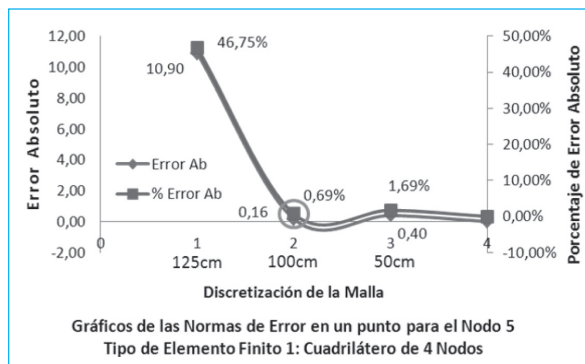


Figura 14. Gráfico de las Normas de Error en un punto. Para el Nodo 5. TEF 1: Cuadrilátero de 4 Nodos



De los nodos 8 y 9, que discreparon del resto en cuanto al Tipo de Elemento Finito, es realizado un análisis del valor numérico de las normativas de errores, encontrándose en un entorno de dispersión aceptado, inferiores al 5% en cuanto a dispersión en la aproximación numérica deseada, por lo que se le confiere el TEF 1 a los nodos en cuestión (Figura 13).

De los resultados de la calibración matemática por ejes, se obtuvo que para los ejes izquierdo y derecho la DMO y el TEF son de 50 cm y cuadrilátero de 4 nodos, respectivamente, no sucediendo así para el eje central, no obstante, en el análisis de homogeneización, siguiendo un procedimiento similar que en los nodos 5, 8 y 9, es aceptado emplear que para el eje central el TEF sea del tipo 1: cuadrilátero de 4 nodos.

Como conclusión de la calibración matemática del problema presentado, y el análisis global de la calibración por puntos notables tomados en las zonas de interés, así como de la calibración por los ejes principales definidos en el análisis, se obtuvo que el TEF a emplear y el grado de refinamiento adecuado para el modelo numérico, resultó ser el elemento finito cuadrilátero de cuatro nodos con un grado de refinamiento adecuado de 50 cm.

1.5 Calibración física

Debido a que es muy usual sea cual sea la expresión constitutiva, separarla en una zona de comportamiento mecánico del tipo elástico y otra zona de comportamiento del tipo plástico, es de vital importancia la obtención de los intervalos de confianza para cada zona, así como de su ajuste o calibración de sus parámetros mecánicos. Por tal razón es separado el proceso de calibración física en dos etapas: la calibración elástica y la calibración plástica.

En correspondencia con el modelo físico definido en el problema, el modelo constitutivo escogido para la simulación de las características de los materiales fue el modelo de Mohr-Coulomb, ya que es el que menor dificultad presenta para poder simular adecuadamente el comportamiento de los suelos bajo cualquier condición de sollicitación (Rojas Gonzales & Romo Organista, 2005).

Según datos de las Empresas de Investigaciones Aplicadas de la República de Cuba (ENIA) y otros trabajos de referencia nacional (ENIA-Cienfuegos, 2009; ENIA-CH, 2010; ENIA-VC, 2000; Quevedo, 2001), la caracterización estadística de las propiedades mecánica del suelo del núcleo del terraplén, son las mostradas en la Tabla 4.

Tabla 4. Media y desviación de los parámetros constitutivos del suelo del núcleo

E	S _E	μ	S _μ
20000	± 4761	0.35	± 0.042

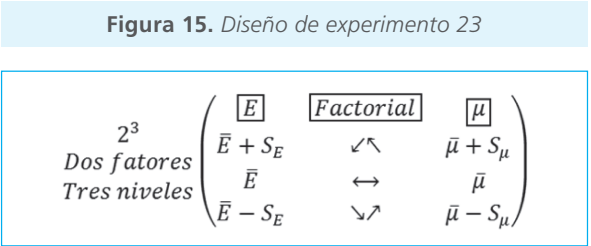
Vale destacar que la calibración física se debe realizar con los parámetros constitutivos de todos los materiales empleados en la definición del problema, para que el modelo numérico presente un mayor grado de fiabilidad. Producto de que los materiales utilizados

en el núcleo son los de menor calidad, por el gran volumen que se debe cubrir con el mismo, este, en la mayoría de los casos, es el que mayor atención hay que prestarle, por tal motivo fue el seleccionado para la calibración física del modelo.

1.5.1 Calibración elástica

Obtención de la superficie de respuesta

Para la obtención de la superfie de respuesta como herramienta para la calibración física del modelo, es empleado un modelo de regresión múltiple, a partir de las simulaciones resultantes del diseño de experimento (Figura 15).



Para la obtención de la variable respuesta a partir de las simulaciones sobre la base del diseño de experimento 23, se tomó un punto de control *J*, en una zona del núcleo donde el modelo presenta un comportamiento elástico, es decir, un punto de control que no plastificó (Figura 16); los resultado se muestran en la Tabla 5.

Para la obtención de un modelo analítico, que nos describa la superficie de respuesta a partir del empleo de la regresión multiple [tensión=*f_m*(*E*,*μ*)], fue empleado una interpolación polinomial de tercer orden, con el objetivo de minimizar las oscilaciones en el dominio. Para la obtención del polinomio interpolador de tercer orden, el cual describe la superficie de respuesta, es empleado como asistente matemático el software matchad 14.0, que tiene implementado funciones polinómicas de grado *n*, como solución al problema de la regresión múltiple, y devuelve, a partir de los valores de entrada, una superficie interpolada de los valores de las variables independientes, la variable de salida con carácter dependiente (Figura 17).

Por lo tanto, ya se tiene una representación gráfica de la aleatoriedad de la respuesta en términos de tensiones o sollicitaciones de la parte elástica, en cuanto

a las propiedades mecánica del suelo del núcleo del terraplén, por lo que atendiendo a los resultados, es posible realizar un proceso de ingeniería inversa, con el objetivo de obtener E y μ calibrados.

Es importante destacar que esos valores deben presentar una correcta sincronización con los nodos J, no

influyendo tanto en la posición como en su comportamiento mecánico.

Homológamente y atendiendo a las recomendaciones y criterios expuestos a lo largo del trabajo, pueden ser obtenidos los parámetros constitutivos calibrados para la zona plástica.

Tabla 5. Matriz de los valores resultantes de las simulaciones para la zona elástica en el punto J Zona amarilla a Zona de plastificación del suelo debido al modelo de cargas

Simulación	E (kPa)	u	Tensión (kN/m ²)
1	15239	0,308	37,774
2	20000	0,308	37,856
3	24761	0,308	37,929
4	15239	0,330	37,756
5	20000	0,330	37,847
6	24761	0,330	37,914
7	15239	0,352	37,735
8	20000	0,352	37,821
9	24761	0,352	37,898

Figura 16. Nodo J escogido para la obtención de la superficie de respuesta en la zona elástica

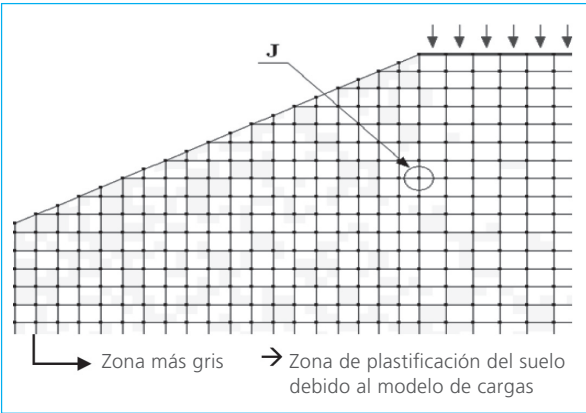
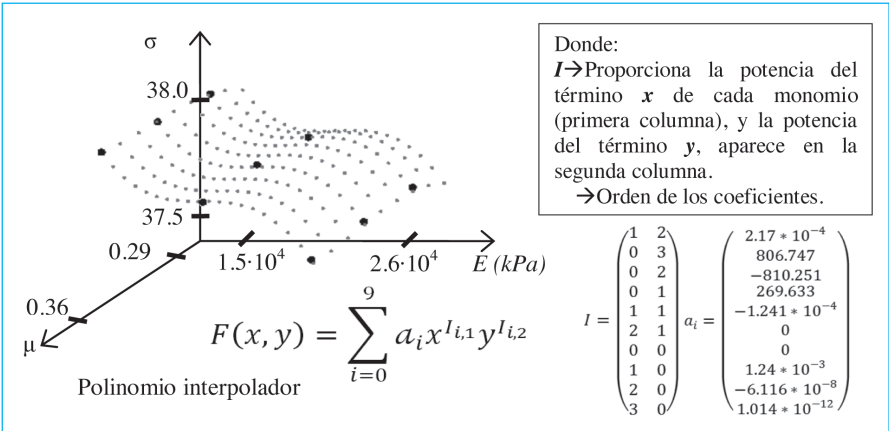


Figura 17. Superficie respuesta para la zona elástica



Resultados y conclusiones

La finalidad del trabajo ha estado dirigida a presentar, a través de un problema práctico, un grupo de conceptos, y obtener a través de la calibración numérica el grado de discretización adecuado y el tipo de elemento finito a emplear en un problema de este tipo.

Uno de los resultados prácticos alcanzados referente al objeto de estudio, lo brindó la calibración matemática simultánea, la cual arrojó que el grado de refinamiento adecuado global del modelo numérico es de 50 cm,

con el empleo de elementos finitos cuadriláteros de 4 nodos.

Otro resultado práctico alcanzado fue la obtención de la aleatoriedad de la variable respuesta como vínculo de salida en el proceso de calibración física del problema presentado. Tal problema brinda una secuencia para la correcta calibración matemática de un problema ingenieril determinado, ya que se obtiene simultáneamente la DMO y el TEF asociado al mismo, tal como una relación eficaz muestra su validez y eficiencia en el problema planteado.

Referencias bibliográficas

Broche, J. L. (2005). *Conceptualización del comportamiento estructural de las cimentaciones superficiales aisladas desde una óptica integral, aplicando técnicas de modelación numérica.* Universidad Central "Marta Abreu" de las Villas, Santa Clara.

Cobelo, W. (2004). *Contribución al análisis estructural y al diseño geotécnico de cimentaciones tronco cónicas bajo carga axial simétrica en estructuras tipo torre.* Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, La Habana.

ENIA-Cienfuegos. (2009). *Informe Preliminar.* Cienfuegos: EMPRESANACIONALDEINVESTIGACIONES APLICADAS. INVESCONS. UNIDAD DE INVESTIGACIONES PARA LA CONSTRUCCIÓN CIENFUEGOS.

ENIA-CH. (2010). Informe Mariel.

ENIA-VC. (2000). Informe.

Ibáñez, L. O. (2001). *Análisis del comportamiento geotécnico de las cimentaciones sobre pilotes sometidas a carga axial mediante la modelación matemática.* Universidad Central "Marta Abreu" de las Villas, Santa Clara.

Jiménez Salas, J. A. e. a. (1981). Geotecnia Vial. *Geotecnia y cimientos III* (2 ed., Vol. 1). Madrid, España: Editorial Rueda.

Kraemer, C. & Uriel Romero, S. (1993). Explanaciones y drenaje I. In V. Escario Ubarri (ed.), *Los Materiales para terraplenes. Construcción de terraplenes.* Universidad Politécnica de Madrid: E. T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

RC-3013. Movimiento de Tierra. Terraplenes para obras viales (1981).

NC-11. (1998). Geotecnia. Métodos de ensayo de carga sobre placa en suelos, *Norma Cubana* (1ª ed., pp. 22).

NC-052-042: (1978). Terraplenes. Especificaciones Constructivas. In C. E. d. I. Construcción (ed.) (p. 8). Ciudad de La Habana, Cuba.

NC-53-125. (1984). Puentes y Alcantarillas.

NC-158: (2002). Geotecnia. Terraplén de Prueba. In O. N. d. Normalización (ed.), *Norma Cubana* (1ª ed., p. 9). Ciudad de La Habana, Cuba.

Oñate, E. (1995). *Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos* (Segunda edición). Barcelona, España: CIMNE.

Quevedo, G. E. A. (2001). Anteproyecto de norma cubana de diseño geotécnico de cimentaciones superficiales. In UCLV (eds.)

Rojas Gonzales, E. y Romo Organista, M. P. (2005). Modelos Constitutivos utilizados en Geotecnia. *Instituto de ingeniería UNAM.*

Torres Vila, J. A. (1986). La estructura de la explanación. In L. J. L. L. Matamoros (ed.), *Diseño y Construcción de Explanaciones* (Vol. 1, pp. 168-204). La Habana, Cuba: Avenida del Boque.

Zienkiewicz, O. C. y Taylor, R. L. (2004). El Método de los Elementos Finitos (Quinta edición, Vol. 1, 2 y 3). Barcelona, España: CIMNE.