



Revista de la Construcción

ISSN: 0717-7925

revistadelaconstruccion@uc.cl

Pontificia Universidad Católica de Chile
Chile

Hernandez Santana, Juan Jose
The approach of the ACI-318 for crack control. A vision from the Cuban reality
Revista de la Construcción, vol. 13, núm. 2, agosto, 2014, pp. 15-21
Pontificia Universidad Católica de Chile
Santiago, Chile

Available in: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=127633392002>

- ▶ How to cite
- ▶ Complete issue
- ▶ More information about this article
- ▶ Journal's homepage in redalyc.org

The approach of the ACI-318 for crack control. A vision from the Cuban reality

El enfoque del aci-318 para el chequeo de la fisuración. Una visión desde la realidad cubana

Juan Jose Hernandez Santana

Universidad Central de Las Villas. Facultad de Construcciones.

Departamento de Ingeniería Civil, Cuba.

jjhernandez@uclv.edu.cu

53-42281449 / 53-42281608

Carretera de Camajuaní km 5,5 Santa Clara. Villa Clara, Cuba

Código del artículo: 0555

Fecha Recepción/Aceptación: 31jan2014 / 01aug2014

Resumen

La versión de 1999 el código ACI – 318 introdujo un nuevo enfoque para la comprobación de la fisuración en elementos de hormigón armado a flexión, que cambia radicalmente la práctica anterior de condicionar el buen funcionamiento bajo cargas de servicios a que la abertura de las grietas no sobrepasara determinados valores límites, dependientes de la características de la agresividad del medio. Para el control de la fisuración, desde la NC-53-39-97, se introduce en Cuba el enfoque del ACI para la verificación del Estado Límite de Abertura de Fisuras, por lo que estas disposiciones atañen directamente a la comunidad de profesionales dedicados al diseño estructural. Como el control de la fisuración es clave en un buen proyecto en Cuba se hace imprescindible profundizar en estas disposiciones, cuestionándose su aplicabilidad ante la agresividad de un clima tropical. Se discute sobre las ventajas de la introducción de estos nuevos procedimientos, la necesidad de que se haga a partir de un conocimiento de sus bases y se realizan diferentes propuestas prácticas para su implementación en las condiciones cubanas.

Palabras claves: Concreto reforzado, control de fisuras, espesor de fisuras.

Introducción

La fisuración en elementos de Hormigón Armado es inevitable, pues aparece cuando se sobrepasa la capacidad resistente del hormigón a tracción que es baja, aproximadamente de un 10% de su resistencia a compresión. Las grietas pueden producirse por diferentes efectos, los más importantes la acción de las cargas que provocan solicitudes de flexión o torsión de la sección, pero también debido a cambios de temperatura, la retracción del hormigón u otra deformación sobre un elemento con determinadas restricciones a los desplazamientos.

En el caso del Hormigón Armado, como regla, las solicitudes producidas por las cargas de servicio superan el Momento de Fisuración de la sección, conduciendo al inevitable agrietamiento. Se han identificado tres motivos por los cuales es necesario limitar el ancho de las fisuras en el hormigón (PCA 2002). Estos son la apariencia (estética), la corrosión y la impermeabilidad.

La apariencia es importante en el caso del hormigón a la vista y el agrietamiento por tanto tiene un papel muy importante, que justifica un riguroso control del ancho de la fisura. La corrosión es importante en el caso del hormigón expuesto a ambientes agresivos, condiciones típicas en climas tropicales, como el cubano. Se ha demostrado que para limitar este efecto las medidas mas efectivas están en la utilización de hormigones de mejor calidad y aumentando el espesor del

Abstract

The 1999 version of ACI code - 318 introduced a new approach for the verification of cracking in reinforced concrete elements in bending, which radically changes the past practice of conditioning the good performance under service loads to the opening of the cracks values exceed certain limits, dependent on the characteristics of the aggressiveness of the medium. For cracking control, since the NC-53-39-97, the ACI approach for the verification of State Limit of Crack Width was introduced in Cuba, so that these provisions are directly relevant to the community of professionals dedicated to structural design. Since crack control is a key in a good project in Cuba, it is essential to deepen in these provisions, questioning its applicability to the aggressiveness of a tropical climate. It discusses the advantages of the introduction of these news procedures, the need is made from knowledge of their bases and they are carried out different proposals practices for their implementation in Cuban conditions.

Keywords: Reinforced concrete; crack control; crack width.

recubrimiento de hormigón a las barras de refuerzo. No es la abertura de la fisura un factor decisivo, por lo que las últimas disposiciones del ACI no dirigen el control del agrietamiento a limitar el ancho de esta.

La impermeabilidad requiere una severa limitación del ancho de las fisuras, aplicable solamente a elementos que contengan líquidos o granos o que demanden otros requerimientos especiales por la agresividad del medio o por necesidades del estado de la superficie, las exigencias alrededor de la fisuración se incrementan y demandan un tratamiento particular.

La Durabilidad del Hormigón y el Control de la Fisuración

Ha sido práctica en los últimos años chequear el Estado Límite de Abertura de Fisuras a partir del control del ancho característico de la fisura (a_f), calculado a nivel del centro de gravedad de las armaduras más próximas a la fibra más traccionada, el que no debe sobrepasar un valor especificado en función de las condiciones ambientales. (Park & Paulay, 1979; Nawy, 1988, NC 053-039, 1997)

Sin embargo en investigaciones desarrolladas en los últimos años y resumidas por el Comité ACI 224, (2001, p.20) sobre el "Control de la Fisuración en Estructuras de Hormigón" se establece que: "la tendencia del diseño de hormigón armado y pretensado para asegurar una fisuración aceptable bajo

cargas de servicio consiste en proveer un detallado adecuado, tal como requisitos de armadura mínimo y correcta selección de los diámetros de las barras, separación de las barras y reducción de las restricciones, antes que en tratar de aplicar métodos sofisticados para calcular las fisuras”

Bajo estos principios la NC 250-04 sobre “Durabilidad de Obras y Edificaciones de Hormigón Estructural” (2004, p.9) establece varias medidas encaminadas a la protección del acero de refuerzo, pero insiste que la principal consiste en garantizar un “diseño y prácticas de construcción que incrementen la protección proporcionada por el recubrimiento de hormigón al acero de refuerzo, denominada protección primaria”.

Según dicha normativa los criterios de durabilidad están regidos por el tipo de ambiente que definen la agresividad a la que estará sometido cada elemento estructural, que, para las condiciones cubanas, se establece en función de cuatro categorías de condiciones de agresividad del ambiente: Agresividad MUY ALTA, Agresividad ALTA, Agresividad MEDIA, Agresividad BAJA. Desde el punto de vista del proyectista estas exigencias pueden resolverse, en primera instancia, atendiendo la adecuada selección del recubrimiento del refuerzo y de la resistencia del hormigón.

Son particularmente importantes las indicaciones referidas al incremento del recubrimiento de las barras de acero, que es la distancia entre la superficie exterior de la armadura más externa (incluyendo cercos y estribos) y la superficie exterior de hormigón más cercana. En esta dirección la NC 250-04 (2004, p.12) define: “El recubrimiento constituye un parámetro de gran importancia para proveer al acero de refuerzo de la protección requerida durante el período de vida útil considerado de la estructura, siendo decisivo para esta protección, la baja permeabilidad y el espesor del mismo. El recubrimiento tiene dos funciones, una química y otra física. La química es mantener la alcalinidad suficiente (pH por encima de 9) que mantenga el acero pasivado. La física es limitar la entrada de los agentes agresivos desde el exterior. Este espesor deberá estar acorde con el buen diseño estructural, la severidad de las condiciones ambientales y el costo total que conlleva, incluyendo los costos por mantenimiento”.

Para determinar los recubrimientos se toma en cuenta las condiciones ambientales y su agresividad además de si los elementos son construidos “in situ” o prefabricados. Desde el punto de vista mecánico interesa el recubrimiento medido desde la superficie hasta el centroide del grupo de barras horizontales. A partir de entrar en vigencia la normativa anterior esos valores crecen notablemente, en alrededor de 2cm, debido al propio incremento del recubrimiento del hormigón y al considerar este al borde del estribo y no a la barra principal como era práctica en el pasado (Medina & Ruiz, 1991). Los efectos que provocan en el comportamiento estructural de una sección son considerables, reduciendo la capacidad portante debido a la disminución de los brazos de las fuerzas resistentes, del hormigón y los aceros, como también por demandar cargas mayores para que los refuerzos alcancen los esfuerzos de fluencia. Esta realidad debe ser manejada con mayor profundidad por los proyectistas en sus valoraciones sobre la racionalidad de un diseño.

Con el propósito de incrementar la durabilidad del hormigón y la protección del refuerzo se han establecido restricciones

más severas a los valores mínimos de resistencia del hormigón a emplear, las que están en dependencia de las características de la zona donde se construya el elemento y del tipo de hormigón. Estas disposiciones para piezas de hormigón se muestran en la tabla 1.

TABLA 1: Valores mínimos de resistencia del hormigón. (Fuente: NC 250 2004, p.11)

	TIPO DE HORMIGÓN	NIVEL DE AGRESIVIDAD DEL MEDIO			
		MUY ALTO	ALTO	MEDIO	BAJO
f_c' (MPa)	Simple	20	15	15	15
	Armado	30	30	25	20
	Pretensado	35	35	30	30

TABLA 2: Máxima abertura de fisura por requerimientos de durabilidad (mm) (NC 250 2004, p.20)

AGRESIVIDAD.	HORMIGÓN ARMADO
Muy alta	Tipo 1 – 0,15 Tipo 2 – 0,2
Alta	0,25
Media	0,30
Baja	0,35

Bajo estos criterios el control del ancho de la grieta se convierte en un análisis específico y diferenciado para las estructuras que requieran cumplir determinadas exigencias estéticas o de impermeabilidad. La selección del ancho permisible de la grieta se hace, según la NC 250:04 atendiendo a la tabla 2.

En consonancia con lo expresado anteriormente, la tabla 2 se convierte en una guía general para el proyectista en el diseño de elementos a flexión y un complemento de los análisis globales considerados para garantizar la correcta protección del refuerzo y durabilidad de la estructura, conocido que el ancho de fisura no siempre es un indicador confiable en el control de la corrosión del acero. Estos valores de abertura máxima se compararán con los obtenidos por las expresiones recomendadas en las normativas, con la certeza que en la estructura ocurrirán grietas superiores a las estimadas y que crecerán en el tiempo.

Cálculo de la Abertura de Fisura

Aunque la forma actual de garantizar el cumplimiento del Estado Límite de Aberturas de Fisuras, propio de elementos de hormigón armado, no parte directamente del cálculo del ancho de las grietas, a continuación se abordan diferentes enfoques para su cálculo, con vistas a dotar al proyectista de estas herramientas, siempre útiles en el análisis integral de las estructuras y para elevar la compresión de su comportamiento.

Las indicaciones del ACI, hasta ACI 318-95, establecían que la verificación del estado límite de abertura de fisura, consistía en comprobar que el ancho máximo más probable que se puede presentar en la superficie de una pieza sometida a flexión (a_f) sea menor que el ancho permisible a_{fk} : $a_f \leq a_{fk}$ (Park & Paulay, 1979; Nawy, 1988, NC 053-039, 1997). Estas disposiciones se basan en los trabajos de Gergely y Lutz que pueden simplificarse, para la flexión, en la (Ecación 1). Dónde: β Factor de profundidad. Relación entre la distancia del eje neutro a la fibra más fraccionada y la distancia entre

el eje neutro y el centroide del refuerzo (ver ecuación 2), como se muestra en la figura 1. Para vigas es aproximadamente 1,2 y para losas 1,35. f_s tensión de trabajo del acero en MPa. El valor de la tensión podrá obtenerse por la ecuación 3.

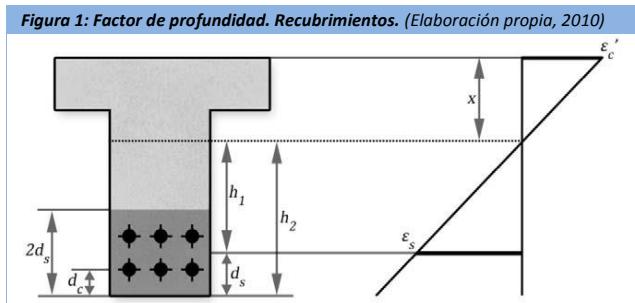
$$a_f = 1,1 \cdot 10^{-5} \beta f_s \sqrt[3]{d_c A_k} \quad (\text{Ec 1})$$

$$\beta = \frac{h_2}{h_1} = \frac{h-x}{d-x} \quad (\text{Ec 2})$$

$$f_s = \frac{M_k}{A_s(d-\frac{x}{3})} \quad (\text{Ec 3})$$

$$A_k = \frac{2d_s b}{n_b} \quad (\text{Ec 4})$$

De una forma aproximada se puede asumir $f_s = 0,6f_y$. Sin embargo es reconocido que la aplicación de los nuevos coeficientes de carga a partir de ACI 318-2002, provocan un incremento en la tensión del acero bajo cargas de servicio hasta aproximadamente $f_s = 0,67f_y$. Por tanto mantener la recomendación del código conducirá a calcular anchos de fisuras entre un 12 y un 13% menor que las reales. (PCA 2002). d_c distancia del borde de la fibra más traccionada al centroide de la barra o cable más cercano a ella en mm. A_k área efectiva de hormigón en tracción que rodea al acero traccionado, dividido entre el número de barras (n_b) en mm^2 . En la ecuación 4.



La fórmula de Gergely y Lutz refleja que la distribución del refuerzo influye en el ancho de las fisuras de los elementos sometidos a flexión, a través de los parámetros d_c y A_k . Esta expresión no es aplicable a losas armadas en dos direcciones. Sin embargo esta expresión fue validada con experimentos en que el recubrimiento de las barras, d_c , era, como regla, menor que 2,5 pulgadas (6,3cm), lo que hace poco confiable para valores mayores donde se sitúan la mayoría de las vigas más solicitadas (FROSCH 1999). Desde este ángulo el procedimiento de Gergely y Lutz es muy conservador para recubrimientos altos, lo que lo hace poco recomendable en las actuales normativas que obligan a incrementar estos como medida fundamental para la protección del refuerzo (PCA 2002). Basado en un modelo físico del agrietamiento de vigas y losas en una dirección, Frosch revaluó el fenómeno de la fisuración y propuso una nueva expresión para el cálculo del ancho de las grietas (FROSCH 1999), el que se obtendrá por la ecuación 5. Donde: β Relación entre la distancia del eje neutro a la fibra más fraccionada y la distancia entre el eje neutro y el centroide del refuerzo (factor de profundidad). Se admite calcular aproximadamente por: $\beta = 1+0,0031d_c$

donde d_c en mm, f_s tensión de trabajo del acero en MPa, E_s módulo de deformación del acero en MPa, d_c distancia del borde de la fibra más traccionada al centroide de la barra más cercano a ella en mm, s separación entre los centros de las barras de la armadura principal por flexión más cercana a la cara más traccionada, en mm.

$$a_f = 2 \frac{f_s}{E_s} \beta \sqrt{d_c^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2} \quad (\text{Ec 5})$$

Como se aprecia la abertura de fisura depende de la tensión en el acero, la separación entre las barras y el recubrimiento de estas. Este modelo de predicción de las fisuras es tomado como referencia para las normativas del ACI a partir de 1999, pues se ha admitido que refleja mejor la realidad, al demostrarse que el de Gergely Lutz se aleja de esta sobre todo para recubriendo mayores de 2,5 pulgadas (6,3cm). (ACI 224 2001) Partiendo de la base de que el cálculo del ancho de una grieta se convierte para el proyectista en un análisis complementario, indicado solo para casos especiales o cuando se estime la necesidad de una mejor comprensión del comportamiento del elemento, a continuación se comparan, de forma muy sencilla, ambas expresiones con vistas a brindar más elementos de juicio en la selección de un procedimiento u otro. La comparación se realiza para losas, donde no hay estribos y por tanto la separación de las barras para la expresión de Gergely Lutz puede plantearse como (Ec 6).

$$s = \frac{\left(\frac{a_f}{1,1 \cdot 10^{-5} \beta}\right)^3}{2d_c^2} \quad (\text{Ec 6})$$

La de Frosch será (Ec 7).

$$s = 2 \sqrt{\left(\frac{a_f}{2 \frac{f_s}{E_s} \beta}\right)^2 - d_c^2} \quad (\text{Ec 7})$$

En la figura 2 se comparan ambas expresiones variando la tensión del acero y para un recubrimiento de 4cm, para una edificación situada en una zona con agresividad media. En la figura 3 la comparación se produce variando el recubrimiento entre 3 y 8cm, considerando que $f_s = 280 \text{ MPa}$, aproximadamente 0,67f_y cuando se emplea el acero G-60. El análisis de estas figuras permite ratificar algunas conclusiones:

- Las regulaciones del ACI-95 (Gergely y Lutz) son muy conservadoras, pero se hacen compatibles con un rigor bajo en las exigencias de las aberturas de fisuras máximas; 0,4mm para ambientes interiores y 0,3mm para ambientes exteriores, valores máximos establecidos en los reglamentos norteamericanos. Las normativas cubanas son más exigentes en este campo obligando a aberturas máximas entre 0,35 y 0,15mm. Esto hace que el cumplimiento del reglamento se dificulte en vigas con refuerzo de mayor calidad y ductilidad. Indudablemente estas disposiciones no responden a las condiciones en Cuba.

- La expresión de Frosch, reconocida por el Comité ACI 224, responde mejor a los rangos de recubrimientos más empleados en elementos a flexión, sobre todo para vigas que requieren estribos y diámetros mayores en las barras del refuerzo principal, por lo que hace que los valores de d_c superen los 6cm. En la figura 3 puede apreciarse como para

estos recubrimientos la expresión de Gergely y Lutz es mucho más conservadora y alejada de la realidad.

- En la figura 2, donde se compara la influencia de la tensión en el acero principal, se muestra como para los anchos máximos más comunes en Cuba siempre es más conservadora la expresión del ACI - 95. Si a esto se une que en el país se emplean habitualmente refuerzos $G - 40$, se confirman las conclusiones anteriores.

Figura 2: Comparación de expresiones para el cálculo del ancho de fisura. Variación de f_s . (Elaboración propia, 2010)

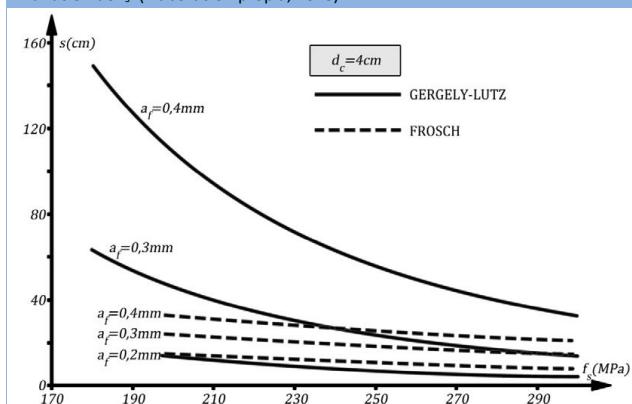


Figura 3: Comparación de expresiones para el cálculo del ancho de fisura. Variación de d_c . (Elaboración propia, 2010)

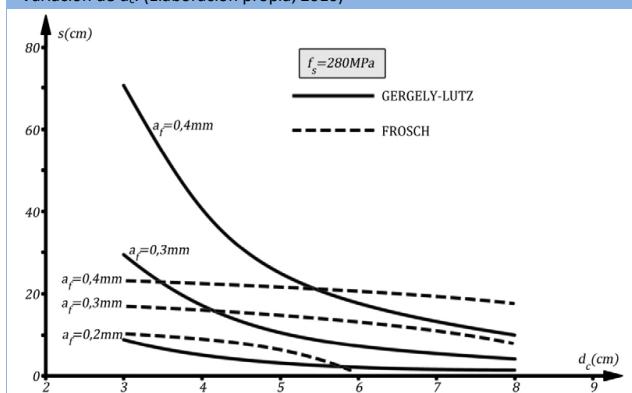
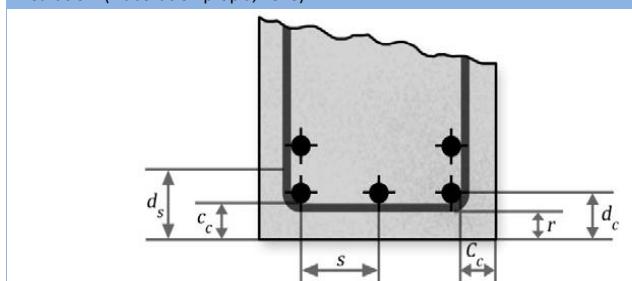


Figura 4: Espaciamiento entre barras y recubrimientos para el control de la fisuración. (Elaboración propia, 2010)



Disposiciones del ACI 318-99 para el chequeo de la fisuración.(ACI 2008; PCA 2002; Nilson, 2004)

En la edición 1999 del Código del ACI se introdujo un cambio significativo en el chequeo de la fisuración bajo el concepto de que el mejor control de grieta se obtiene cuando el refuerzo está bien distribuido en la zona de máxima tracción del hormigón. Por tanto las expresiones están dirigidas fundamentalmente a limitar la separación entre las barras más próximas a la cara traccionada de la sección. Así se sustituyen las disposiciones anteriores, que controlaban la abertura de grieta, por un nuevo método que intenta controlar la fisuración superficial a un ancho que sea aceptable en la práctica, pero que puede variar ampliamente dentro de una estructura dada.

Esta separación máxima de la armadura depende solamente de la tensión en el acero f_s bajo cargas de servicio, y del recubrimiento libre c_c de la armadura de flexión a partir de la superficie traccionada más próxima y viene dada por la ecuación 8. Donde: s separación entre los centros de las barras de la armadura principal por flexión más cercana a la cara más traccionada, en mm. f_s tensión en la armadura calculada para las cargas de servicio (MPa). Se permite adoptar esta tensión igual a 66,7 por ciento de la tensión de fluencia especificada de la armadura. Este cambio se introdujo a partir del 2005 considerando lo expuesto anteriormente. c_c espesor del recubrimiento libre, medido desde la barra a la superficie más traccionada, en mm. Ver figura 4

$$s = 380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2,5c_c \quad (\text{Ec 8})$$

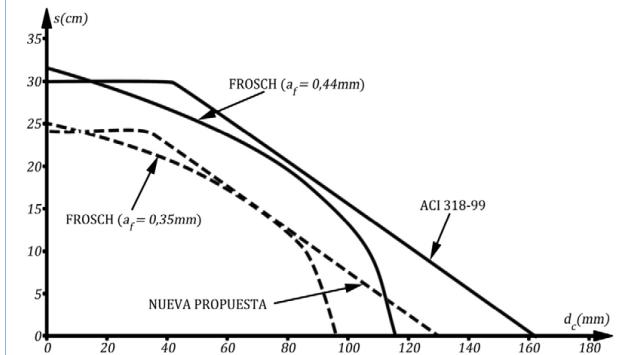
Pero no mayor que:

$$s = 300 \left(\frac{280}{f_s} \right)$$

Aunque no se indica expresamente en el código el origen de estas expresiones, se ha podido determinar que esta expresión es una simplificación de la propuesta por Frosch, evaluada para $f_s = 280 \text{ MPa}$ y $a_f = 0,4 \text{ mm}$ (OSPIÑA 2006). Después del 2002 al introducirse nuevos coeficientes de seguridad, que reducen el factor global de seguridad para vigas en tracción controlada, en la etapa de servicio se produce incremento de la tensión del refuerzo a $0.67f_y$, por lo que el ancho de la grieta aceptable se toma como $0,44 \text{ mm}$, como se ilustra en la figura 5. Si bien se considera una tensión del refuerzo alta, propia del acero $G-60$, es muy poco exigente en el control del ancho de la grieta, en total correspondencia con el criterio de que este no es un factor clave en el control de la fisuración, al considerar que dicho ancho es *"generalmente aceptado por la práctica"* (ACI 2008, p.125)

En la situación cubana la aplicación de esta recomendación provoca que resulte poco probable que un elemento a flexión no cumpla esta restricción, dada para un ancho de fisura tan elevado. Cabría preguntarse si en Cuba puede considerarse que una abertura de fisura de $a_f = 0,44 \text{ mm}$ es *"generalmente aceptado por la práctica"* y adecuado a la agresividad del medio. Si se evalúa la tabla 2 se concluye que podría considerarse como el ancho de grieta que se corresponde con este criterio el de $a_f = 0,35 \text{ mm}$ para agresividad baja o preferiblemente el de $a_f = 0,3 \text{ mm}$ para agresividad media

Figura 5: Disposiciones ACI 318-99. Ajustes a las condiciones cubanas (Elaboración propia, 2010)



Tratando de aprovechar la enorme ventaja de la sencillez de las expresiones del ACI 318-99 y adecuándolas a las exigencias de ancho de grietas planteadas para las condiciones cubanas por la NC 250:04, podrían establecerse expresiones similares partiendo de plantear un criterio más exigente en cuanto al ancho de la fisura “generalmente aceptado por la práctica”. Esta práctica se ha seguido por otros autores para que el enfoque actual responda a los requerimientos de elementos armados con FRP. (OSPIÑA 2006).

PROPIUESTA 1: Para una abertura de fisuras de $a_f = 0,35\text{mm}$. Esta simplificación se ilustra en la figura 5 y quedaría como:

$$s = 300 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2,5c_c \quad (\text{Ec 9})$$

Pero no mayor que:

$$s = 240 \left(\frac{280}{f_s} \right)$$

PROPIUESTA 2: Para una abertura de fisuras de $a_f = 0,3\text{mm}$:

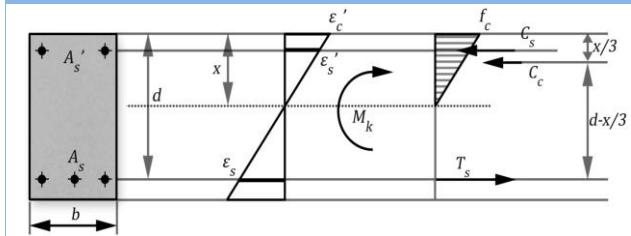
$$s = 260 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2,5c_c \quad (\text{Ec 10})$$

Pero no mayor que:

$$s = 200 \left(\frac{280}{f_s} \right)$$

Con vistas a enfatizar en los aspectos señalados se desarrollará un EJERCICIO DEMOSTRATIVO: Una viga prefabricada de sección de $40 \times 60\text{cm}^2$ está sometida a un momento de cálculo de 367kN.m y a un momento de servicio de 270kN.m . El resultado del diseño fue 2 barras Nº16 a compresión ($3,98\text{cm}^2$) y 2 barras Nº36 a tracción ($20,12\text{cm}^2$), estas últimas satisfacen los $19,98\text{cm}^2$ requeridos por cálculo. Está situada en una zona de agresividad MEDIA y se emplearon estribos Nº10, acero G-60 y resistencia de 25MPa en el hormigón. Compruebe si esta sección cumple los requisitos normados ante la fisuración.

Figura 6: Sección fisurada. Diagrama de esfuerzos y fuerzas (Elaboración propia, 2010)



1. Cálculo de la tensión en el acero traccionado: f_s

Calculando la tensión del refuerzo bajo cargas de servicio, de la ecuación de fuerzas, como el apoyo de la figura 6

$$C_c + C_s = T_s$$

$$\frac{1}{2}b c \cdot x + A_s f_s' = A_s f_s$$

Donde: $f_c = \varepsilon_c' E_c$, $f_s' = \varepsilon_s' E_c$, $f_c = \varepsilon_s E_s$

Y por las ecuaciones de compatibilidad

$$\frac{\varepsilon_c'}{x} = \frac{\varepsilon_s'}{x - d'} = \frac{\varepsilon_s}{d - x}$$

Sustituyendo en la ecuación de fuerzas

$$\frac{1}{2}\varepsilon_c' E_c b \cdot x + A_s \varepsilon_c' E_s \frac{x - d'}{x} = A_s \varepsilon_c' E_s \frac{d - x}{x}$$

$$\frac{1}{2}b x^2 + [n A_s + (n - 1) A_s'] x - n A_s d - (n - 1) A_s' d' = 0$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \cdot 10^5}{4700 \sqrt{25}} = 8,51$$

$$d_s = \frac{d_b}{2} + r + d_{be}$$

$$d_s = \frac{35,6}{2} + 35 + 9,5 = 62,4\text{mm}$$

$$d' = \frac{d_b}{2} + r + d_{be}$$

$$d_s = \frac{15,9}{2} + 35 + 9,5 = 52,6\text{mm}$$

$$d = h - d_s$$

$$d = 60 + 6,24 = 53,76\text{cm}$$

$$\frac{1}{2}40x^2 + [8,51 \cdot 20,12 + (8,51 - 1)3,98]x - 8,51 \cdot 20,12$$

$$\cdot 53,76 - (8,51 - 1)3,98 \cdot 5,26 = 0$$

$$x = 16,83\text{cm}$$

Entonces de la ecuación de momentos y considerando el aporte del acero comprimido:

$$f_s = \frac{M_k}{A_s \left(d - \frac{x}{3} \right) + A_s' \frac{(x - d')(\frac{x}{3} - d')}{d - x} 27000}$$

$$f_s = \frac{M_k}{20,12 \left(53,76 - \frac{16,83}{3} \right) + 3,98 \frac{(16,83 - 5,26) \left(\frac{16,83}{3} - 5,26 \right)}{53,76 - 14,45}}$$

$$f_s = 278,51\text{MPa}$$

Si se desprecia el papel del refuerzo comprimido:

$$\frac{1}{2}b x^2 + n A_s x - n A_s d = 0$$

$$\frac{1}{2}40x^2 + 8,51 \cdot 20,12x - 8,51 \cdot 20,12 \cdot 53,76 = 0$$

$$x = 17,6\text{cm}$$

$$f_s = \frac{M_k}{A_s \left(d - \frac{x}{3} \right) 27000}$$

$$f_s = \frac{M_k}{20,12 \left(53,76 - \frac{17,6}{3} \right)} = 280,13\text{MPa}$$

Resultado muy similar al anterior y que por su menor complejidad resulta recomendable.

2. *Chequeo de la fisuración. Aplicación de las expresiones del ACI 318-99.*

Entonces se obtiene:

$$s_{max} = 380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2,5c_c$$

$$c_c = r + d_{be}$$

$$c_c = 35 + 9,5 = 44,5 \text{ mm}$$

$$s_{max} = 380 \left(\frac{280}{278,51} \right) - 2,5 \cdot 44,5 = 270,8 \text{ mm}$$

Pero no debe ser mayor que: $s_{max} = 300 \left(\frac{280}{f_s} \right)$

$$s_{max} = 300 \left(\frac{280}{278,51} \right) = 301,5 \text{ mm} = 30,15 \text{ cm}$$

Predominando el 1er cálculo, por lo que $s_{max} = 27,08 \text{ cm}$. A continuación se calcula el espaciamiento real entre las barras:

$$s_{real} = \frac{b - 2c_c - d_b}{n_b - 1}$$

$$s = \frac{40 - 2 \cdot 4,45 - 3,56}{2 - 1} = 23,98 \text{ cm}$$

Valor que está por debajo del máximo permitido, por lo que se concluye que la sección satisface los requerimientos del ACI 318-99. Según la NC 250.2002, ver tabla2, la abertura de fisura permisible es de $0,3 \text{ mm}$. Si se emplearan las expresiones propuestas para las condiciones cubanas y se utiliza la que restringen el ancho de fisura a este valor, el espaciamiento máximo será:

$$s_{max} = 260 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2,5c_c$$

$$s_{max} = 300 \left(\frac{280}{278,51} \right) - 2,5 \cdot 44,5 = 150,1 \text{ mm}$$

Pero no mayor que:

$$s_{max} = 200 \left(\frac{280}{f_s} \right) = 250 \left(\frac{280}{278,51} \right) = 201,4 \text{ mm}$$

Predominando $s_{max} = 15,01 \text{ cm}$ que como se aprecia es menor que el real, por lo que no cumple esta condición, que es mucho mas exigente.

3. *Cálculo de a_f . Utilizando la expresión de Frosch*

$$a_f = 2 \frac{f_s}{E_s} \beta \sqrt{d_c^2 + \left(\frac{s}{2} \right)^2}$$

$$d_c = d_s = 6,24 \text{ cm}$$

$$\beta = \frac{h_2}{h_1} = \frac{h - x}{d - x}$$

$$\beta = \frac{60 - 16,83}{53,76 - 16,83} = 1,17$$

$$a_f = 2 \frac{278,51}{200000} 1,17 \sqrt{62,4^2 + \left(\frac{239,8}{2} \right)^2} = 0,44 \text{ mm}$$

Como se esperaba la abertura de la fisura no cumple con el ancho de grieta permisible por un amplio margen.

4. *Solución alternativa.*

Buscando alternativas que mejoren el comportamiento de la sección a la fisuración, deben evaluarse variantes con un mayor número de barras, respetando el valor del área de cálculo, $A_{real} = 19,98 \text{ cm}^2$. Se escoge una solución con 4 barras Nº25 ($20,4 \text{ cm}^2$). En la tabla 3 se reflejan los cálculos, comparándolos con la solución anterior.

TABLA 3: Variantes de armado de la sección, Ejercicio demostrativo. (Elaboración propia, 2010)

VARIANTE	1	2
$d_c (\text{mm})$	62,4	57,2
n_b	2	4
$x (\text{cm})$	16,83	17,03
$f_s (\text{MPa})$	278,51	272,17
$s_{real} (\text{cm})$	23,98	6,98
$s_{máximo} (\text{cm})$ para $a_f = 0,44 \text{ mm}$	27,08	27,97
$s_{máximo} (\text{cm})$ para $a_f = 0,3 \text{ mm}$	15,01	17,53
B	1,17	1,154
$a_f (\text{mm})$ (Frosch)	0,44	0,21

Se aprecia que esta variante es mucho mejor que la anterior en su respuesta a la fisuración. El ancho de fisura calculado cumple con los requerimientos de grietas admisibles para condiciones ambientales más rigurosas. Estos resultados confirman lo expuesto con antelación que puede resumirse en: La sección del ejercicio, que tiene un comportamiento muy desfavorable ante la fisuración, cumple con las exigencias de la ACI 318-99. Esta situación se debe a que se considera una abertura de fisura muy alta, $0,44 \text{ mm}$, que si puede considerarse "generalmente aceptado por la práctica" en los EEUU, está lejos de serlo para las condiciones del trópico.

- Por otra parte se aprecia que la expresión simplificada es aun menos exigente que su "original" de Frosch, pues admite un espaciamiento máximo superior en casi 3 cm . Esta realidad se muestra con claridad en la figura 5. La abertura de fisura calculada sobrepasa todos los límites establecidos por la NC 250, incluso para edificaciones situadas en zonas de agresividad BAJA.
- Obviamente si se utilizara la expresión simplificada para $a_f = 0,3 \text{ mm}$ la sección no cumpliría con los requisitos de distribución de las armaduras, situación mucho más acorde con la necesidad de convocar a los proyectistas a atender la protección del refuerzo, no solo garantizando altas resistencias del hormigón y recubrimientos, sino además logrando una disposición de las barras más exigente.
- Como se ha planteado, la utilización de las expresiones del ACI 318-99 conduce a que se declaren como cumplidoras de los requerimientos de agrietamiento bajo cargas de servicio a prácticamente todas las vigas, independientemente de la distribución del refuerzo y se desplace a un plano muy secundario la problemática de la fisuración debido a la flexión.

Conclusiones

1. Se recomienda el uso de la expresión de Frosch para el cálculo de la abertura de fisuras en vigas y losas en una dirección, cuanto se haga necesario una comprobación más rigurosa de la fisuración en elementos de flexión.
2. Es necesario definir que se considera para las condiciones cubanas como "*ancho de grieta generalmente aceptado por la práctica*"; definición que rige las expresiones simplificadas del ACI-318. El valor de $a_f = 0,44mm$ asumido por la normativa norteamericana no resulta aconsejable para un clima tan agresivo como el cubano.
3. Consecuente con la práctica en Cuba y la política de protección de las edificaciones adoptada en los últimos años, deben transformarse las expresiones del ACI-318 y estipularse en la norma cubana el criterio derivado de asumir $a_f = 0,3mm$, que son:

$$s = 260 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2,5c_c$$

Pero no mayor que:

$$s = 200 \left(\frac{280}{f_s} \right)$$

Referencias

- American Concrete Institute. (2008). Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-08) and Commentary, Detroit, Michigan.
- Comité ACI 224 (2001) Control de la Fisuración en Estructuras de Hormigón, ACI 224R-01.
- Frosch Robert J. (1999) Another Look at Cracking and Crack control in Reinforced Concrete, ACI Structural Journal. 96 (3) doi: 10.14359/679
- Medina Torri F.; Ruiz Alejo L. (1991) Hormigón Estructural 1. La Habana: Editorial Pueblo y Educación
- Nawy, E. (1988). Concreto Reforzado. Un enfoque básico. México: Ed. Prentice-Hall Inc.
- N.C. 053-039-1997. Obras de Hormigón Armado. Principios Generales y Métodos de Cálculo. Cuba.
- N.C. 250-2004. Requisitos de durabilidad para el diseño y construcción de Edificios y Obras Civiles de hormigón estructural. Cuba.
- Nilson, H. A., Darwin, Dolan. (2004) Design of Concrete Structures. 13rd edición. New York: Ed. McGraw Hill.
- Ospina, C y C, Bakis. (2006) Indirect crack control procedure for FRP- reinforced concrete beams and one-way slabs. Trird International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE 2006).
- Park, R. y T, Paulay. (1979). Estructuras de Concreto Reforzado. México: Ed. Limusa.
- Portland Cement Association. Notas al ACI 318 02 (2002) Requisitos para Hormigón Estructural. PCA 2002.