



Perfiles Educativos

ISSN: 0185-2698

perfiles@unam.mx

Instituto de Investigaciones sobre la

Universidad y la Educación

México

Castañeda Alonso, Apolo; Rosas Mendoza, Alejandro; Molina Zavaleta, Juan Gabriel
La institucionalización del conocimiento en la clase de matemáticas. Un estudio sobre el discurso del
aula

Perfiles Educativos, vol. XXXIV, núm. 135, 2012, pp. 26-40

Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación

Distrito Federal, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=13223042003>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

La institucionalización del conocimiento en la clase de matemáticas

Un estudio sobre el discurso del aula

APOLO CASTAÑEDA ALONSO* | ALEJANDRO ROSAS MENDOZA**
JUAN GABRIEL MOLINA ZAVALETAA ***

A partir de un registro oral de una clase de matemáticas de nivel secundaria en condiciones reales de trabajo, se presenta un análisis de diversas formas discursivas usadas durante el proceso de institucionalización del conocimiento, describiendo, en particular, las funciones y efectos de las intervenciones del profesor en la formulación de generalizaciones, síntesis y recapitulaciones de diversas actividades desarrolladas en el aula. Este estudio permitió identificar regularidades en las formas verbales del profesor que inciden en la historia de la clase, ya sea para mantener la continuidad del discurso, coordinar la institucionalización o enfatizar conceptos o ideas. Se concluye también que la institucionalización es un proceso continuo y cíclico del trabajo del aula, y que por lo tanto no necesariamente acontece en la etapa final.

Starting from the oral registration of a high school Mathematics class in real working conditions, the authors present the analysis of different discursive forms that are used during the institutionalizing process of knowledge, and particularly by describing the functions and effects of the teacher's intervention for the formulation of generalizations, summaries and recaps of the diverse activities carried out within the classroom. This study made possible to identify patterns in the teacher's verbal forms that have an incidence in the classroom history, either to keep the continuity of the discourse, to coordinate the institutionalization or to emphasize some concepts or ideas. The authors also come to the conclusion that the institutionalization is a continuous and cyclical classroom working process and that therefore it does not necessarily occur at the final stage.

Recepción: 28 de octubre de 2010 | Aceptación: 22 de febrero de 2011

* Doctor en Matemática Educativa por el Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional (CICATA-IPN). Subdirector de Investigación, área de Matemática Educativa. Temas de investigación: discurso del aula y discurso matemático escolar. Publicaciones recientes: (2010, en coautoría con A. Rosas y G. Molina), "El discurso matemático escolar de los logaritmos en libros de texto", *Premisa*, vol. 12, núm. 44, pp. 3-18; (2009), "Aspectos que fundamentan el análisis del discurso matemático escolar", en P. Lestón (ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 22, pp. 1379-1387. CE: apcastane@gmail.com

** Doctor en Ciencias por el CICATA-IPN. Profesor-investigador de la misma institución. Temas de investigación: epistemología, historia de las matemáticas y uso de tecnología en el aula. Publicaciones recientes: (2009), "El teléfono celular como apoyo educativo", *Memorias del XXV Simposio Internacional de Computación en la Educación*, México D.F.; (2009, en coautoría con R. Pardo), "Real world Problems in the Classroom: Functions and calculus with spreadsheets", *Proceedings CIEAEM 61*, Montreal, pp. 238-241. CE: alerosas@ipn.mx

*** Maestro en Ciencias por el Instituto Politécnico Nacional. Profesor-investigador. Temas de investigación: diseño de secuencias para el estudio de conceptos matemáticos; estudios sobre concepciones de los estudiantes sobre conceptos matemáticos específicos. Publicaciones recientes: (2010), "Una formación didáctica para el profesor de matemáticas", en G. Buendía y A. Castañeda (eds.), *Publicación de aniversario. A diez años del posgrado en línea en matemática educativa en el IPN*, México, IPN, pp. 7-20; (2010, en coautoría con A. Castañeda y A. Rosas), "El discurso matemático escolar de los logaritmos en libros de texto", *Premisa*, vol. 12, núm. 44, pp. 3-18. CE: jmolinaz@hotmail.com

Palabras clave

Análisis del discurso
Enseñanza de las matemáticas
Salón de clases
Educación secundaria
Actividades del profesor

Keywords

Discourse analysis
Teaching of Mathematics
Classroom
Secondary education
Teachers' activities

INTRODUCCIÓN

El interés por acrecentar el conocimiento sobre el aula y su funcionamiento motivó el desarrollo de diversos trabajos de investigación (Brousseau, 1986; Chevallard, 1991) interesados en identificar y caracterizar las regularidades que se presentan en el aula de clase durante la enseñanza, con el objetivo de fortalecer las apreciaciones y explicaciones, y formular argumentos sobre diferentes fenómenos que acontecen en ella. La introducción del concepto de sistema didáctico para referirse a la relación básica que guardan los tres elementos que concurren en el aula: profesor, estudiante y saber a enseñar, fue una aportación teórica de Brousseau que permitió profundizar en el “estudio del aula” al ofrecer un marco para analizar la dinámica que se genera al interior de la clase, y por otra parte se profundizó en la caracterización de la naturaleza de sus componentes.

La dinámica que se genera al interior del sistema didáctico tiene asociadas al menos tres vías por las que fluye información: el ámbito de lo escrito, de lo gestual y de lo verbal (Castañeda *et al.*, 2010). En particular, nuestra investigación estudia aspectos verbales de la clase, con el propósito de obtener evidencias sobre los procesos de construcción de conocimiento a partir del análisis de todo aquello que expresan los estudiantes y los profesores durante los episodios de enseñanza en condiciones reales de trabajo escolar. Un referente de esta línea de investigación es el trabajo de Candela (1999), quien ofrece evidencias del papel que tienen las argumentaciones en el trabajo en clase, así como su trascendencia en la negociación de significados y validación de ideas. La clase que analiza Candela muestra que el conocimiento escolar convive con las experiencias culturales de los participantes, y que es observable en los diálogos que establecen los interlocutores durante períodos

de socialización de ideas, donde se expresan conjetas e ideas, se elaboran comparaciones y se establecen acuerdos. El resultado es una compleja conjunción de un discurso escolar conformado por el saber en los libros de texto (usados en clase), las explicaciones y ejemplos del profesor y los consensos a los que llegan los estudiantes.

De acuerdo con Cordero y Flores (2007), el discurso escolar es una manifestación del conocimiento que se encuentra normado por las creencias del profesor y de los estudiantes; esto modela el desarrollo de la clase y establece prioridades sobre lo que debe estudiarse: el tipo y características de actividades, la forma de evaluar, el tipo de planteamientos y los ejercicios. Buendía (2004) argumenta que otro elemento normativo en la estructuración del discurso escolar es el *contrato escolar*,¹ debido a que también define una concepción sobre la enseñanza. Por ejemplo, Eisenberg y Dreyfus (1991) evidenciaron que algunos estudiantes mostraban rechazo a las actividades matemáticas donde se involucraba la visualización; una de las justificaciones que hallaron es que los propios estudiantes argumentaban que “lo visual” carece de fundamento matemático: *lo visual no es hacer matemáticas*. La idea parece estar motivada por los programas de estudio, los libros y el discurso del profesor (Ibarra, 2008), los cuales establecen un punto de vista acerca de la matemática y de lo que significa aprender matemáticas.

Marcolini y Perales (2005) sostienen que el *discurso matemático escolar* en particular se constituye a partir de consensos sobre un saber escolar, y define aspectos relativos a su tratamiento y características, incluyendo aspectos de organización temática y profundidad expositiva de las matemáticas. El libro de texto tiene una participación importante en la formación del discurso, ya que norma las acciones de enseñanza y aprendizaje o por lo menos tiene una gran influencia en ellas

¹ Un tipo de acuerdo implícito establecido en aula de clase entre el profesor y el estudiante en torno a un saber determinado.

(Cordero y Flores, 2007). Dado que la obra escrita asume, por lo general, un paradigma (en ocasiones implícito) sobre lo que significa estudiar y aprender matemáticas, y sobre lo que son las matemáticas, su uso como referencia para la preparación didáctica del saber es trascendental, pues determina la forma en cómo se abordará, así como el tipo de actividades propuestas en clase. Díaz y Morales (2005) también advierten que la forma en que los libros de texto reflejan determinados aspectos de los conceptos puede influir en la forma en que los alumnos los aprenden y los usan.

EL DISCURSO DE AULA Y EL DISCURSO EXPOSITIVO

Cantoral y Reséndiz (2003) hacen referencia a la explicación como un recurso que utiliza el docente para hacer comprender a los estudiantes o dar sentido a una idea, una noción, un hecho, un objeto o un fenómeno. La explicación trasciende a una descripción, pues utiliza argumentos, involucra definiciones, analogías y comparaciones, incorpora síntesis y resúmenes, incluso se usan recursos nemotécnicos (Carrillo, 2006). Este discurso se construye considerando un destinatario menos experto (Castejón y España, 2004) que por su edad, sus conocimientos, intereses y necesidades impone restricciones de naturaleza semántica y conceptual, lo cual se refleja en la continua reorganización de su discurso a lo largo de la clase, donde incorpora recursos predominantemente explicativos junto con otros de carácter descriptivo, argumentativo y dialogado (Adam y Lorda, 1999), a fin de mantener la continuidad y la fluidez de las ideas en la clase.

R. Cubero *et al.* (2008), sostienen que existe una relación entre el discurso que emplea el profesor y el que adoptan los estudiantes, particularmente observable en los períodos de socialización del conocimiento donde los estudiantes, generalmente, tienden a reproducir las explicaciones y argumentaciones del docente. Sfard (2000) explica que este fenómeno

se origina por la necesidad que experimentan algunos estudiantes de sentirse incluidos o pertenecientes a un grupo o una comunidad; el uso de términos especializados, argumentos, frases y analogías, representa nuevas formas para pensar y comunicarse que les permitirán ser miembros activos en su grupo (R. Cubero *et al.*, 2008).

En el aula, el control de lo que se habla está oficialmente en manos del profesor, quien legitima el conocimiento (Edwards y Mercer, 1989) a través de un discurso estructurado, con expresiones y términos que provienen de otros discursos que Calsamiglia (1998, cit. por Cross, 2002) denomina discursos primeros, como los libros de texto, los programas de estudio, etc. Cross (2000) sostiene que estas fuentes primeras le confieren una posición relativa de poder y autoridad (Sfard, 2000) que se refleja a través del manejo de un discurso experto. Cross explica que estas manifestaciones pueden identificarse específicamente a través de formas pasivas en el lenguaje y expresiones que le permiten al docente tomar distancia y despersonalizar sus afirmaciones. El discurso se materializa en la actividad del docente a través de una serie de recursos semióticos y discursivos que mantienen una estructura y secuencia homogénea (Adam y Lorda, 1999). Particularmente el plano argumentativo es un componente fundamental en el aula, pues en opinión de Cazden (1991) cumple con dos funciones: la de convencer, consensuar e institucionalizar (argumentación retórica), y la de resolver planteamientos y problemas, para lo cual hace uso de definiciones y teoremas (tipo racional).

La identificación de estas figuras discursivas en el aula permite caracterizar los procesos de formulación y validación de ideas e identificar las funciones del discurso en el proceso de construcción del conocimiento. Mediante el análisis de la estructura discursiva y el reconocimiento de formas lingüísticas se busca identificar regularidades en el discurso, así como patrones que se presentan en el desarrollo de la clase, como rutinas, formas

de interacción y prácticas discursivas, entre otros (Sfard, 2000) evidenciando preferentemente situaciones naturales de actividad en el aula, pues estas condiciones permiten la identificación de comportamientos sistemáticos en los datos. No obstante la investigación del discurso no concierne únicamente a su estructura y su funcionamiento, también se busca determinar las reglas que configuran y gobiernan ese discurso.

Es posible identificar en el habla de los docentes y estudiantes las leyes que regulan el discurso del aula, fundamentalmente analizando patrones sistemáticos en datos empíricos y describiendo las funciones del discurso en el aula, así como sus consecuencias, particularmente sus efectos en la construcción del conocimiento, así como en la formulación de meta-reglas. Sfard (2000) sostiene la existencia de este tipo de reglas, las cuales se generan por el efecto normativo del discurso escolar e impactan las acciones o patrones de acción en el aula.

Este tipo de trabajos permiten analizar el impacto que tiene el discurso del profesor en lo que los estudiantes construyen en clase, particularmente en lo que se refiere a dificultades y problemáticas, ya que es posible rastrear el origen y naturaleza de éstas a través de una minuciosa revisión de los argumentos y explicaciones que los estudiantes exponen en clase. Así mismo, este enfoque permite analizar lo referente a la profundidad y sentido del discurso matemático escolar, y caracterizar los usos y aplicaciones que se le dan al conocimiento matemático en clase.

En otro sentido, el análisis del discurso ofrece explicaciones sobre el papel de los argumentos en la construcción de conocimiento (Candela, 1999) a través del análisis de las

interacciones. Incluso puede evidenciar el punto de vista u opiniones de los estudiantes y profesores en relación al conocimiento.

LA INSTITUCIONALIZACIÓN

De acuerdo con Molfino (2010), el término “institucionalización”² hace referencia a todo aquello que cumple el rol de preservar el conocimiento; en él se observan también ciertas reglas o procedimientos para organizar y garantizar que los saberes trasciendan al tiempo. Específicamente en el aula, la institucionalización opera con una versión de los saberes escolares provenientes de fuentes de conocimiento escolares, tales como los libros de texto, programas de estudio y guías, así que las características del conocimiento en cuanto al tipo de actividades asociadas, problemas, ejercicios, definiciones, etc., tienen un enfoque o perspectiva muy específica, dada por el tratamiento didáctico de la matemática en las fuentes que usa el profesor para estructurar su clase.

Brousseau (1986) explica que la función de la institucionalización es la de establecer y dar un estatus oficial al conocimiento referido en una actividad didáctica; particularmente “...define las relaciones que pueden tener los comportamientos o las producciones ‘libres’ del alumno con el saber cultural o científico y con el proyecto didáctico: da una lectura de esas actividades y les da un estatuto” (Brousseau, 1986: 64).³

La institucionalización representa una síntesis o generalización de las actividades y producciones de los estudiantes, estableciendo así los objetos de saber oficiales: el estudiante toma el objeto de conocimiento cuyo aspecto y configuración ha sido normada y legitimada⁴

2 El término institucionalización lo asociamos a la acción de la institución, entendida ésta como un sistema que resguarda el orden social y cultural y que tiene funciones normativas, una característica relevante es que trasciende a las voluntades individuales ya que existe un *bien social* que debe ser preservado; en este sentido, la escuela, el profesor y el conocimiento son institución.

3 Traducción libre.

4 En relación a la legitimidad consideramos lo expresado por F. Tirado, A. Miranda y A. Sánchez (2007: 9), quienes explican que “la legitimidad de un acto se da cuando es razonable, justo y genuino; basado en hechos reales, que sean válidos y confiables, de manera tal que haya credibilidad. La toma de decisiones, para ser democrática, debe cumplir con el principio de la legitimidad”.

por el discurso del profesor, quien previamente definió las características de la actividad matemática adoptada en clase (y que es generadora de conocimiento); es decir, el tipo y la naturaleza de problemas, situaciones y actividades implementadas (Cordero, 2006), las cuales constituyen un medio para la construcción de significados en el aula (R. Cubero *et al.*, 2008). Lo que nos interesa particularmente es analizar la relación entre la acción institucionalizadora y la construcción de conocimiento y explicar esta relación a fin de establecer los efectos de la institucionalización en el aprendizaje.

El propósito de esta investigación es la caracterización de la institucionalización en la clase de matemáticas, analizando para ello las estructuras verbales empleadas en el establecimiento de los saberes oficiales; esto presupone la existencia de un proceso que culmina con la institucionalización. Precisamente la investigación busca identificar el papel de los objetos discursivos, tales como argumentos, explicaciones, analogías, etc., que permiten establecer una versión legitimada del saber escolar.

Partimos de la hipótesis de que la institucionalización es un momento de la clase que está asociado con la conclusión o cierre (Molfino, 2010), ya que en ella se exponen y sistematizan ideas que le dan sentido a todas las acciones realizadas previamente. Suele creerse que es una etapa específica en el desarrollo de la clase (momento final), aunque sostengamos que la institucionalización acontece por períodos breves de intervención del profesor y de los estudiantes durante el desarrollo de clase, de manera continua y cíclica, a través de manifestaciones verbales que tienen la función de orientar y preservar la continuidad de la clase. Esta hipótesis se sustenta en el argumento de Rousseau (1994), quien sostiene que "...las situaciones de enseñanza tradicionales son situaciones de institucionalización pero sin que el maestro se ocupe de la creación del sentido: se dice lo que se desea que el niño sepa, se le explica y se verifica que lo haya aprendido" (Brousseau, 1994: 75).

METODOLOGÍA

Sfard (2000) explica que existen tres dimensiones en el análisis del discurso: la primera es el análisis del vocabulario, en el que se identifican fórmulas lingüísticas concretas y expresiones semánticas en el habla del profesor y el estudiante, considerando además la forma en que lo hacen; la segunda corresponde al estudio de la información gráfica-visual involucrada en clase, su uso y su función en el discurso del profesor; la tercera es referida al análisis de las reglas y meta-reglas que fundamentan el discurso.

En relación a la primera dimensión, el trabajo de R. Cubero *et al.* (2008) proporciona una metodología para el análisis del discurso del aula, el cual se basa en identificar formas verbales específicas que permiten establecer la función del discurso en el aula. Un aspecto relevante que destacan estos autores es la distinción entre el andamiaje verbal que posibilita la intertextualidad, es decir, enunciados que crean el contexto de nuevos enunciados, y el recurso verbal de la invocación, que opera en el discurso cuando se cita o retoma información de las fuentes de saber (usadas en la clase) para validar o generalizar las ideas. Ambas tienen incidencia en la institucionalización del saber, ya que establecen condiciones en las que se formulan y organizan las ideas que han sido tratadas.

Consideramos que la "intertextualidad" y el "recurso de invocación" son las fuentes directas que conducen el proceso de institucionalización del conocimiento; en cada uno de estos ámbitos se identificaron variables cuya función es la de identificar los rasgos relevantes asociados a cada ámbito. En nuestro análisis el "valor de la variable" se establece como la función o trascendencia que tiene la variable en la continuidad del discurso del aula. Cabe señalar que el valor de la variable se apoya en el argumento de "función en el aula", que representa el discurso del profesor con un propósito didáctico. Esta relación se sustenta en el hecho de que el discurso pone a la comunicación en

el centro de la clase de matemáticas (Sfard, 2001: 13) y además tiene implicaciones en los significados que se construyen.

Los indicadores son estructuras verbales cortas que se catalogaron a partir del trabajo de R. Cubero *et al.* (2008).

Tabla 1. Mecanismos discursivos para establecer la intertextualidad⁵

Dispositivos discursivos (variable)	Función en el aula	Función en el discurso (valor de la variable)	Indicadores
Recapitulación	Enunciados que resumen y llaman la atención sobre significados.	Controlar significados.	Entonces, bien, pues, continuando, nos quedamos en que... habíamos dicho que...
Formas plurales	Formas verbales en primera o segunda persona del plural.	Favorecer sentido de pertenencia.	Vamos a..., recordemos que...
Explicaciones	Secuencias de discurso que orientan y/o guían el trabajo de los estudiantes.	Establecer líneas de razonamiento.	Diversos..., observemos que... noten que..., como se puede ver...
Preguntas de continuidad	Preguntas que posibilitan la incorporación del estudiante.	Continuidad del discurso.	¿No?, ¿sí?, hasta aquí, ¿alguna duda?, ¿qué opinan de...?
Preguntas retóricas	Enunciados interrogativos.	Guiar al estudiante en una línea de razonamiento.	¿Pero qué sucede?
Contra-argumentación	Enunciados que debaten la postura del estudiante.	Reorientar un significado o definición.	Pero, vamos a ver el caso..., ¿y si ahora consideran que...?
Parafraseo reconstructivo	Reelaborar lo dicho por el estudiante.	Controlar los significados.	Mencionas que..., como dijo..., retomando la participación de..., su compañero dice que...
Repetición	Volver a expresar enunciados ya hechos.	Enfatizar aspectos relevantes (fundamentales).	Como ya dijimos..., recuerden que...

Tabla 2. Recurso de invocación en el proceso de institucionalización del conocimiento

Dispositivos discursivos (variable)	Función en el aula	Función en el discurso (valor de la variable)	Indicadores
Autoridad del texto	Enunciados que toman como referencia fuentes escritas legitimadas.	Establecer un conocimiento como una versión válida. Criterios válidos para legitimar una explicación o argumentación.	Como se dice..., se menciona en...
Autoridad del campo de conocimiento	Enunciados que toman como referencia el conocimiento de la disciplina científica.	Ofrecer elementos que apoyan y justifican una versión del conocimiento.	Usando el método...

⁵ Las tablas 1 y 2 se construyeron a partir del trabajo de R. Cubero *et al.* (2008). Se retomó parcialmente el esquema expuesto por esa autora y se adaptó para el análisis de la fase de institucionalización.

*Tabla 2. Recurso de invocación en el proceso de institucionalización del conocimiento
(continuación)*

Dispositivos discursivos (variable)	Función en el aula	Función en el discurso (valor de la variable)	Indicadores
Autoridad del experto, colectivo profesional, academia	Enunciados que se apoyan en la perspectiva de personas o colectivos de los que se reconoce el dominio de conocimiento.	Fuente legitimadora del discurso. Reorientar la actividad.	Otra forma puede ser..., mejor usemos...
Experiencia del hablante	Enunciados que se apoyan en el dominio que tiene el hablante, resultado de la práctica cotidiana.	Controlar, dirigir una actividad en el aula.	Sigamos la técnica..., para ello, usamos...
Experiencia del grupo	Enunciados que hacen referencia al conocimiento generado en la experiencia del aula.	Controlar, re-dirigir una actividad en el aula, usar criterios o técnicas.	Diversa
Experiencia cultural del hablante	Enunciados que se apoyan en experiencias o conocimientos relativos a prácticas o saberes del grupo cultural.	Controlar, dirigir una actividad en el aula. Criterios y argumentos derivados de la cultura para legitimar una idea o conocimiento.	¿Y para qué nos va a servir?, bueno, si consideramos...
Sistema cultural	Enunciados que hacen referencia a un sistema de valores, ideológicos, morales, etc.	Controlar y delimitar el tipo y característica de los ejemplos.	Es importante tener un conocimiento matemático para tomar decisiones...

ESTUDIO DE CAMPO Y OBTENCIÓN DE DATOS

El desarrollo de la investigación tuvo dos etapas: la primera corresponde al registro de toda manifestación verbal en el aula a través de medios audiovisuales y guías de observación y de registro (derivadas de las matrices diseñadas para tal efecto), detallando aspectos como el contexto en el que se produce el intercambio verbal, el saber en juego y sus características, el tipo de acciones y/o actividades que se producen resultado de la interacción, y ocasionalmente de incidentes o distracciones que afectan el desarrollo de la clase.

En una segunda etapa, el grupo de investigación integró toda la información, la sistematizó y organizó de acuerdo a los

indicadores definidos en el marco metodológico, en busca de regularidades verbales y, en general, de cualquier frase o palabra que permitiera aportar evidencias sobre la naturaleza del discurso, sus funciones y efectos en la construcción de conocimiento. Cuando un evento aparece en más de una ocasión lo consideramos constante; si aparece en diferentes momentos de la clase lo consideramos como una regularidad que puede ser definida como indicador.

La obtención de datos para su interpretación y análisis se realizó a partir de la grabación de una clase⁶ de matemáticas en el segundo grado de nivel secundaria, en un medio urbano-marginal. El observador tenía la consigna de mantenerse al margen de cualquier actividad del aula con el propósito

⁶ La institucionalización se refiere a un momento de la clase, así que la observación de un único episodio de clase nos permite tener información sobre este *proceso*. Durante el desarrollo del proyecto de investigación se grabaron 62 horas de clase; para este reporte se eligió analizar un único episodio de 50 minutos (una clase) que corresponde a un momento intermedio entre la primera y la última grabación llevada a cabo en un periodo de cinco meses.

de presenciar, y registrar, el contexto natural de la clase.

Información del tema observado

Grado: segundo

Eje: manejo de la información.

Tema: análisis de la información.

Subtema: relaciones de proporcionalidad.

Tema: proporcionalidad múltiple.

Conocimientos y habilidades descritos en el Plan de Estudios (SEP, 2006): 1.8. Elaborar y utilizar procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad múltiple.

Orientaciones didácticas. Se pueden plantear preguntas como las siguientes: ¿qué pasa con el volumen del prisma si una de sus dimensiones se duplica?; ¿qué sucede con el volumen del prisma si una de sus dimensiones se duplica y otra se triplica?; ¿qué sucede con el volumen si las tres dimensiones se duplican?

Algunos aspectos incidentales del aula. El profesor desarrolló una clase expositiva tomando como guía las tres preguntas que aparecen en el Plan de Estudios de Secundaria. Inició la clase trazando un cubo en el pizarrón. No explicó el procedimiento, ningún alumno preguntó detalles del trazo. El profesor enfatizó reiteradamente que no tenía que ser exacta su medida de cinco centímetros.

P: ...vamos a imaginarnos que tiene cinco centímetros... de cada lado... no necesariamente necesito que lo hagan de esa medida... solamente lo vamos a indicar que son cinco centímetros de cada lado...

Algunos alumnos utilizaron regla para realizar los trazos, otros lo hicieron a mano alzada. Durante el desarrollo de la clase algunos alumnos tomaban notas al mismo tiempo que el profesor iba realizando los trazos en el salón; otros sólo observaban, y otros revisaban apuntes anteriores. La participación oral incidental se muestra en todos

los momentos de la clase. Hay alumnos que se resisten a participar en el pizarrón; el profesor logra motivarlos a pasar dándoles confianza, sin embargo, termina dictándoles lo que deben escribir, como lo observamos en el siguiente extracto.

Edmundo está resolviendo un ejercicio en el pizarrón

P (profesor): *A ver Rubén*

R (Rubén): *¿Qué?*

P: *El área* (señala el cubo grande y le da el plumón a Rubén)

(Rubén continua en su lugar)

(Después de unos instantes, Rubén se acerca al pizarrón)

P: *Sería 20 por 20 por 6 caras*

(En el pizarrón Edmundo y Rubén se voltean a ver)

P: *20 x 20 x 6*

P: *¿Cuánto es 20 x 20?* (le pregunta a Rubén)

R: *40*

P: *No, multiplica 2 x 2, da 4 y le agregas dos ceros*

R: *120* (escribe en el pizarrón y se ríe)

P: *400 x 6*

G (grupo) (voices dicen): *2400* (el profesor observa a Rubén)

(Rubén escribe 240 cm en el pizarrón).

Aunque el profesor formuló preguntas durante el desarrollo de la clase para generar discusión y reflexión, los estudiantes permanecieron pasivos. Al término de la clase el profesor propuso la elaboración de una pequeña conclusión de lo visto en clase. Sólo hubo una participación y no le dio mayor importancia. La conclusión que expresa el estudiante es muy breve y no menciona nada de la condición de proporcionalidad:

P: *¿Cuál es tu conclusión José Luis? ¿Nos puedes decir?*

JL (José Luis): *que la conclusión mía, es de que, por ejemplo, se iba multiplicando las áreas, los perímetros y el volumen, se iban*

multiplicando a mayor.

P: *Y en base a qué?, con base a qué?*

JL: *Los centímetros.*

Aunque en el desarrollo de la clase hay un constante apoyo en la parte gráfica y visual, ésta pierde relevancia cuando el profesor menciona:

P: Que sea más o menos al doble...

P: Imaginen que mide...

P: Lo que me interesa es lo que sigue, no tanto el dibujo...

Institucionalización

En la siguiente tabla se presentan los dispositivos discursivos (variables) asociados a la institucionalización, el desglose de los indicadores y la función en el discurso (valor de la variable).

Tabla 3. Dispositivos discursivos asociados a la institucionalización

Dispositivos discursivos	Indicadores observados	Análisis
Autoridad del campo de conocimiento	El profesor justifica el aumento en las medidas del perímetro de las figuras trazadas en el pizarrón: <i>...esa es la razón por la cual el perímetro, área y volumen se modifican de esa manera. A ver, cópienlo por favor.</i>	Al aumentar de manera proporcional el tamaño de las figuras trazadas en el pizarrón, el perímetro, el área y el volumen guardan una relación proporcional. Este es el argumento que sustenta su clase.
Autoridad del experto	El profesor generaliza los resultados a partir de lo obtenido en cada ejemplo: <i>...si nosotros podemos asegurar lo que acabamos de decir, entonces basta con que obtengamos la primera para deducir la otra, ¿no?</i>	Bajo el argumento de que la relación proporcional de las magnitudes (área, perímetro, volumen) se conserva, el profesor expone una generalización que se sustenta en los resultados obtenidos en los ejemplos resueltos.
Contra-argumentaciones	En un momento de la clase, un estudiante ofrece una respuesta; el profesor pone en duda su afirmación preguntando al grupo: (1) <i>...el compañero dice automáticamente 10 sin hacer cuentas de nada, ¿si estará bien?</i> (2) <i>...Marcia, ¿cuánto?... (Marcia da su respuesta al profesor) su compañera dice... son automáticamente... son 120 sin hacer cuentas de nada en absoluto, ¿si estará bien?</i>	El profesor pone en duda la respuesta del estudiante, motivando al grupo a que reflexione más en su respuesta.
Parafraseo reconstructivo	El profesor retoma y re-elabora una respuesta que dio un estudiante cuando preguntó sobre el aumento de las medidas de la figura: <i>...y efectivamente lo que dijo José Luis es correcto, fue el doble. Pensó y dijo: si aumenta al doble la medida, pues aumenta al doble el perímetro también, ¿no?</i>	El profesor reconstruye la respuesta de un estudiante para justificar el aumento de medidas de una figura. El profesor toma las palabras del estudiante, reformula la explicación y valida el argumento.

Tabla 3. Dispositivos discursivos asociados a la institucionalización (continuación)

Dispositivos discursivos	Indicadores observados	Análisis
Preguntas retóricas	<p>El profesor plantea preguntas y él mismo se responde:</p> <p>(1) ...¿por qué cuadrados? Porque ya son 2 dimensiones, estamos hablando de superficie, entonces son 25 centímetros cuadrados, de cada cara...</p> <p>(2) ...60, ¿verdad?, 60 centímetros ¿Por qué centímetros? Porque es una medida de una sola dimensión, es una medida lineal... ¿De acuerdo? Porque fue perímetro también ¿Hasta ahí vamos bien?</p>	<p>El profesor se cuestiona durante el desarrollo de su explicación. El propósito es enfatizar un rasgo importante, tratando de que los estudiantes centren más su atención.</p> <p>El profesor no da oportunidad a que respondan los estudiantes.</p>
Formas plurales	<p>El profesor hace un llamado al grupo para dar una explicación al final de la clase:</p> <p>...¿alguien tiene otra idea, por qué aumentaría no al doble sino cuatro veces? (Tocándose la barbilla, después rascándose ligeramente la frente). Ok, vamos a tratar de dar una explicación ahorita al final...</p>	<p>El profesor pretende que los estudiantes participen en formular una explicación a partir de lo observado en cada ejercicio.</p>
Formas plurales	<p>Al final de la clase, mientras los estudiantes escriben sus conclusiones, dice al grupo:</p> <p>...y vamos a comprobar qué va a pasar con su perímetro, área y volumen, de ambas figuras... si nosotros podemos asegurar lo que acabamos de decir... entonces basta con que obtengamos la primera para deducir la otra ¿no?</p>	<p>El profesor elabora una conclusión colectiva.</p>
Repetición	<p>El profesor cita el resultado obtenido en un ejercicio previo:</p> <p>¿Cuánto creen ahora que aumente ahora acá el volumen? (señalando el cubo mayor)...ya vimos que al doble fue el perímetro, el área aumentó... (Esperando que el grupo responda, pero nadie lo hace) ...4 veces. ¿Cuánto será el volumen? ¿Aumentará? (El profesor se lleva la mano a la parte posterior de su cabeza y se rasca). ¿Cuánto Nelly, cuánto le atinas, cuánto le apuestas?</p>	<p>El profesor retoma un resultado previo para explicar el aumento proporcional de las magnitudes. Es un intento por generalizar un comportamiento al usar el término: "ya vimos..."</p> <p>El profesor trata de inducir una respuesta a partir del comportamiento observado en un ejercicio anterior.</p>
Recapitulación	<p>El profesor retoma una hipótesis inicial sobre el incremento proporcional:</p> <p>....entonces estamos comprobando que efectivamente aumenta lo que nosotros habíamos pronosticado que iba a aumentar...</p>	<p>Después de un tercer ejemplo, el profesor generaliza el resultado con base en una hipótesis inicial (generada del primer ejemplo realizado en el pizarrón).</p>
Recapitulación	<p>El profesor invita a los estudiantes a expresar una conclusión final:</p> <p>Qué podemos concluir... ¿Qué podemos concluir, muchachos?...les voy a pedir por favor, que escriban todos una pequeña conclusión de esto que acabamos de observar... con sus propias palabras.</p>	<p>El profesor trata de que los estudiantes se involucren en las conclusiones y reflexionen sobre lo realizado en clase.</p> <p>Los alumnos sólo son capaces de enunciar que si las aristas aumentan, el perímetro, el área y el volumen se multiplican.</p>

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

En la tabla observamos que las variables (dispositivos discursivos) aparecen en diferentes momentos de la clase; esto implica que la institucionalización no se manifiesta necesariamente al finalizar la clase en forma de conclusión o cierre, como lo señala Molfino (2010). De acuerdo con los registros, las variables aparecen continuamente y están asociadas a una intencionalidad didáctica del profesor de articular definiciones (descrito en los indicadores).

Otro aspecto relevante en nuestro estudio es la recurrencia con la que aparecen los dispositivos discursivos (variables definidas), los cuales son observables específicamente en los indicadores. Esto evidencia la existencia de estructuras verbales exitosas en la formulación de ideas, pues consideramos que esta repetición es una estrategia del profesor para controlar la clase.

A continuación analizamos varios episodios de clase donde se pueden observar aspectos referidos al control del profesor, su condición de líder para validar ideas y el cuestionamiento de respuestas. Estos aspectos están relacionados con la institucionalización.

Durante el desarrollo de la clase el profesor insiste en comprobar resultados a fin de verificar que efectivamente las medidas (del perímetro, área y volumen) aumentan según la razón de proporcionalidad en potencias, de acuerdo a “base exponencial” (como lo menciona el profesor). Concluimos que el profesor otorga alto valor a la evidencia empírica ya que esto le permite generalizar comportamientos (inducción). El profesor no explora otras situaciones, sino que repite el mismo tipo de ejercicios con datos diferentes. Trata de involucrar a los estudiantes y los pasa al pizarrón a resolver varios ejercicios; en algunos casos, tiene que dictar lo que hay que escribir. Otra forma de involucrar a los estudiantes es a través de preguntas directas: el profesor cuestiona a un estudiante (elegido aleatoriamente)

lo que sigue en el proceso de solución; en algunos casos el profesor se incomoda por las respuestas erradas, como observamos en el siguiente episodio.

P: ...correcto, de este cubo pequeño también vamos a obtener su área o la superficie...
¿Cómo obtengo el área de un cubo, Michelle?
M (Michelle): sumando el perímetro.
P: No... ¿qué pasó?, sumando el perímetro no (el profesor se dirige a otro alumno y comenta) ...eso sería el volumen...

El profesor reafirma su posición de líder durante toda la clase, en primer instancia, por el carácter expositivo de la sesión, y también por la autoridad como experto: él es quien *valida* y decide qué es correcto y qué idea o argumento debe replantearse. Sobre este último aspecto adopta tres posturas diferentes: las generalizaciones (y recapitulaciones), expresiones que el profesor construye a partir de comportamientos recurrentes en la solución de los ejercicios; las contra-argumentaciones, expresiones con la intención de poner en duda la respuesta, el argumento o la idea de un estudiante; y finalmente las explicaciones, que aparecen en varios momentos de la clase, principalmente a consecuencia de la forma expositiva que usa.

La autoridad del profesor le permite forzar una versión del saber al interior de la clase. En la siguiente escena observamos cómo insiste en justificar la variación de las magnitudes a partir de la proporcionalidad.

JL (José Luis): *que la conclusión mía, es de que, por ejemplo, se iba multiplicando las áreas, los perímetros y el volumen, se iban multiplicando a mayor*
P (profesor): *y ¿en base a qué?, ¿con base a qué?*
JL: *Los centímetros.*
P: *¿Qué tomas en consideración en primer momento?*
JL: *Las medidas de cada lado del cubo.*

P: *Las medidas originales y las medidas que se van a modificar proporcionalmente, ¿no?*

JL: Sí.

Una regularidad observada es la insistencia del profesor en no darle importancia a la “exactitud” en las medidas de las figuras geométricas, probablemente para que los estudiantes no se detuvieran demasiado en trazarlas. Otro aspecto recurrente son las preguntas retóricas que plantea a lo largo de sus explicaciones, en las que observamos un énfasis sobre el método o procedimiento usado. Finalmente, los contra-argumentos aparecen constantemente. Estas figuras discursivas se derivan de la insistencia del profesor por hacer que los estudiantes participen. El profesor no dicta ninguna conclusión o reflexión, únicamente les pide a los estudiantes copiar los ejercicios resueltos. Para concluir la clase el profesor trata de organizar un cierre de sesión colectivo para recordar las principales ideas tratadas, sin embargo, hay poca participación y no insiste demasiado.

Lo anterior podría considerarse como la única institucionalización explícita, sin embargo, en el desarrollo de la clase observamos que el profesor continuamente organiza ideas, generaliza resultados, re-estructura definiciones y argumentos, cuestiona resultados equivocados y le da sentido a las actividades realizadas. Se trata de un proceso continuo que conduce a la validación de ideas; así, el profesor establece una versión “oficial” del conocimiento matemático escolar, el cual será evaluado posteriormente.

Un efecto que suele aparecer con la validación, y en consecuencia con la institucionalización, es la restricción en el uso de estrategias, rutinas y soluciones alternativas: los estudiantes pueden inhibir estas rutas ante la falsa creencia de una “única forma correcta” de proceder. Observemos en este episodio la indicación del profesor para realizar un

producto: el estudiante no puede interpretar la técnica de “eliminar los ceros” y reducir las cantidades que se multiplican, pero aun así intenta obtener un resultado.

P (profesor): *falta el área del grande, ¿quién me ayuda?... A ver, Rubén*

R (Rubén): *¿qué?*

P: *el área (señala el cubo grande y le da el pluma al alumno)*

(Rubén continúa en su lugar)

...

P: *Sería 20 por 20 por 6 caras*

...

(Rubén voltea a ver a su compañero que resuelve otro ejercicio en el pizarrón)

(Rubén escribe en el pizarrón: $20 \times 20 \times 6$)

P: *¿Cuánto es 20×20 ?*

R: *40*

P: *No, multiplica 2×2 , 4, y le agregas dos ceros*

(Rubén escribe 120, se ríe)

P: *400×6*

G (grupo): *dos voces dicen: dos mil cuatrocientos*

(El profesor observa a Rubén, quien escribió 240 cm)

Otro efecto del discurso legitimador del profesor, relacionado con el planteamiento anterior, es la inducción explícita o implícita a memorizar procedimientos, técnicas y definiciones que se desarrollan en clase, lo cual genera certeza y reduce ansiedad en los alumnos cuando estudian para un examen. De hecho, se ha observado en algunos trabajos de investigación (Valero, 2000; Serna, 2007) que los estudiantes exigen al profesor que precise y ordene los conceptos que se trabajan en clase con el fin de concluir con un concepto o idea concreta.⁷

Observamos así una relación que se establece entre el discurso del profesor y el proceso de institucionalización del conocimiento: los argumentos, explicaciones y analogías que usa el docente en la *institucionalización*,

⁷ Se han observado estas inquietudes en estudiantes que resuelven actividades didácticas que en apariencia no conducen a nada en específico.

inducen en los estudiantes usos y criterios, incluso puntos de vista sobre el conocimiento matemático. Este efecto lo observó Sánchez (2009: 25), quien argumenta ampliamente que “[las prácticas del profesor]... transforman e impactan las concepciones de los estudiantes al momento de impartir su clase mediante procedimientos y actividades en el aula”.

IDEAS FINALES

¿Qué expresan los profesores y estudiantes durante la construcción de ideas? Para responder a esta pregunta usamos el concepto de institucionalización, ya que está asociado a la definición y sistematización de las ideas trabajadas en clase. Fue así que nos propusimos analizar este “proceso de institucionalización” a través de la identificación y caracterización de las estructuras verbales empleadas en el establecimiento de los saberes oficiales, pues consideramos que las palabras empleadas en clase, así como su sentido y énfasis, impactan la manera en que se definen y estructuran las ideas y, como lo hemos discutido, en la forma en que se validan y justifican los argumentos.

La metodología que usamos se sostiene en el hecho de que los dispositivos discursivos (definidos) se identifican a partir de indicadores observados en una clase, y en que éstos tienen una función explícita en el discurso del profesor. Una vez que identificamos esta función podemos asegurar la existencia de estos dispositivos (variables). Estas variables se convierten en indicadores para el proceso de institucionalización pues, como se ha explicado en la parte teórica, la institucionalización está asociada con la sistematización, conclusión o síntesis de ideas expuestas en la clase.

Consideramos necesario situar este estudio en un escenario real de trabajo escolar, fundamentalmente para observar el discurso cotidiano del profesor y de los estudiantes durante el proceso de institucionalización del conocimiento. En el trabajo sustentamos la idea de que este proceso tiene asociados

recursos discursivos muy específicos (su propia semántica), por lo que nos dimos a la tarea de analizar los registros de la oralidad del aula para identificar las figuras discursivas que indicaran la existencia de un proceso de institucionalización. Esto no sólo implicó identificar frases o palabras, sino también los efectos que produce el discurso del profesor en la construcción del conocimiento. En particular nos referimos a las implicaciones que tuvieron las intervenciones del profesor en la conducción de la clase.

El esfuerzo del profesor de involucrar a los estudiantes en la institucionalización condujo también a una ilusión sobre los elementos conceptuales que aportaban las actividades a los estudiantes. Como observamos en varios episodios, el profesor tenía que indicarles a los estudiantes lo que debían de responder; a pesar de que los ejercicios planteados en clase podían insinuar la existencia de un algoritmo (con pasos bien definidos), fue complicado para varios estudiantes lograr resolver las actividades planteadas y más aún reconocer que había un argumento que le daba sentido a todo lo que realizaban: la proporcionalidad múltiple. Esto significa que la acción institucionalizadora del profesor no puede ser homogénea, pues las evidencias empíricas nos muestran la existencia de ciertos grupos de estudiantes con bases conceptuales frágiles que no pueden seguir un proceso de institucionalización. La conclusión al respecto es la necesidad de establecer acciones de institucionalización en dos o más niveles, que consideren el trabajo de los estudiantes menos avanzados.

Observamos que otros elementos como la intensidad y modulación de voz, los gestos, ademanes o el énfasis en las palabras que emplea el profesor le dan contexto a sus frases; esto puede enriquecer la descripción de la oralidad en el aula, permitiendo establecer vínculos entre las afirmaciones, las especulaciones y las conclusiones que se vierten en ese espacio.

REFERENCIAS

- ADAM, Jean y Clara Lorda (1999), *Lingüística de los textos narrativos*, Barcelona, Ariel.
- BROUSSEAU, Guy (1986), “Fondements et méthodes de la didactique des Mathématiques”, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 7, núm. 2, pp. 33-11.
- BROSSEAU, Guy (1994), “Los diferentes roles del maestro”, en C. Parra e I. Saiz (comp.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*, Buenos Aires, Paidós Educador.
- BUENDÍA, Gabriela (2004), *Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de prácticas sociales*, Tesis de Doctorado, México, IPN-Cinvestav-Departamento de Matemática Educativa.
- CANDELA, A. (1999), *Ciencia en el aula. Los alumnos entre la argumentación y el consenso*, México, Paidós.
- CANTORAL, Ricardo y Evelia Reséndiz (2003), “El papel de la variación en las explicaciones de los profesores: un estudio en situación escolar”, *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 6, núm. 2, pp. 133-154.
- CARRILLO, Hugo (2006), *Recursos nemotécnicos de las funciones trigonométricas básicas*, Tesis de Maestría, México, IPN-CICATA.
- CASTAÑEDA, Apolo, Alejandro Rosas y Gabriel Molina (2010), “El discurso matemático escolar de los logaritmos en libros de texto”, *Premisa*, vol. 12, núm. 44, pp. 3-18.
- CASTEJÓN, Luis y Yolanda España (2004), “El discurso expositivo en el aula como acto de comunicación y como texto para ser comprendido”, *Aula Abierta*, núm. 83, pp. 107-126.
- CAZDEN, Courtney (1991), *El discurso en el aula. El lenguaje de la enseñanza y el aprendizaje*, Barcelona, Paidós.
- CHEVALLARD, Yves (1991), *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*, Buenos Aires, Aique Grupo Editor.
- CORDERO, Francisco (2006), “La institucionalización del conocimiento matemático y el rediseño del discurso matemático escolar”, en G. Martínez Sierra (ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 19, México, Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, pp. 824-830.
- CORDERO, Francisco y Rebeca Flores (2007), “El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto”, *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 10, núm. 1, pp. 7-38.
- CROSS, Alavedra (2000), “El discurso docente: entre la proximidad y la distancia”, *Discurso y Sociedad*, vol. 2, núm. 1, pp. 55-76.
- CROSS, Alavedra (2002), “Elementos para el análisis del discurso de las clases”, *Cultura y Educación*, vol. 14, núm. 1, pp. 81-97.
- CUBERO, Rosario, Mercedes Cubero, Andrés Santamaría, Manuel Luis de la Mata Benítez, María José Ignacio-Carmona y María del Mar Prados (2008), “La educación a través de su discurso. Prácticas educativas y construcción discursiva del conocimiento en el aula”, *Revista de Educación*, núm. 364, mayo-agosto, pp. 71-104.
- DÍAZ, José Luis y Lina Morales (2005), “El concepto de variable en los libros de texto”, en H. Leyva, H. Carrillo y L. Díaz (eds.), *Publicación de la XV Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas (I)*, México, Universidad de Sonora, pp. 39-45.
- EDWARDS, Derek y Neil Mercer (1989), “Reconstructing Context: The conventionalization of classroom knowledge”, *Discourse Processes*, vol. 12, pp. 91-104.
- EISENBERG, Theodore y Tommy Dreyfus (1991), “On the Reluctance to Visualize in Mathematics”, en W. Zimmerman y S. Cunningham (eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, Washington D.C., Mathematical Association of America, pp. 25-38.
- IBARRA, Silvia (2008), *La transposición didáctica del álgebra en la ingeniería. El caso de los sistemas de ecuaciones*, Tesis de Doctorado, México, IPN-CICATA.
- MARCOLINI, Marta y Francisco Javier Perales (2005), “La noción de predicción: análisis y propuesta didáctica para la educación universitaria”, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 8, núm. 1, pp. 25-68.
- MOLFINO, Verónica (2010), *Procesos de institucionalización del concepto de límite: un análisis socioepistemológico*, Tesis de Doctorado, México, IPN-CICATA.
- SÁNCHEZ, Bertha (2009), *El concepto de función matemática entre los docentes a través de representaciones sociales*, Tesis de Doctorado, México, IPN-CICATA.
- Secretaría de Educación Pública (SEP) (2006), *Plan de estudios secundaria. Educación básica*, México, SEP.
- SERNA, Luis Arturo (2007), *Estudio socioepistemológico de la tangente*, Tesis de Maestría, México, IPN-CICATA.
- SFARD, Anna (2000), “On Reform Movement and the Limits of Mathematical Discourse”, *Mathematical Thinking and Learning*, vol. 2, núm. 3, pp. 157-189.

SFARD, Anna (2001), "There is More to Discourse than Meets the Ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning", *Educational Studies in Mathematic*, núm. 46, pp. 13-57.

TIRADO, Felipe, Alejandro Miranda y Andrés Sánchez (2007), "La evaluación como proceso de legitimidad: la opinión de los alumnos. Reporte de experiencia", *Perfiles Educativos*, vol. XXIX, núm. 118, pp. 7-24.

VALERO, Socorro (2000), *La derivada como organización de las derivadas sucesivas*, Tesis de Maestría, México, ITESM-Universidad Virtual.