Perfiles Educativos
ISSN: 0185-2698
perfiles@unam.mx
Universidad Nacional Autónoma de México
México

Mato-Vázquez, Dorinda; Espiñeira, Eva; López-Chao, Vicente A.

Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas

Perfiles Educativos, vol. XXXIX, núm. 158, octubre-diciembre, 2017, pp. 91-111
Universidad Nacional Autónoma de México
Distrito Federal, México

Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas

Dorinda Mato-Vázquez* | Eva Espiñeira** | Vicente A. López-Chao***

En este trabajo se analizan las implicaciones que tiene la incorporación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje matemático con estudiantes de sexto curso de educación primaria. El estudio se desarrolló a partir de contenidos matemáticos en una investigación cuasiexperimental en la que se analizó el nivel de comprensión del alumnado a partir de la instrucción explícita del docente, su participación en una práctica guiada, trabajo cooperativo y una práctica individual para analizar su nivel de aprendizaje. Los resultados muestran, tras una prueba de diagnóstico (pretest) y otra de referencia (postest), mejoras en atención, comprensión, trabajo cooperativo, resolución de problemas, procesos de aprendizaje, confianza y motivación. Con base en los resultados podemos argumentar que la utilización de estrategias metacognitivas juega un papel importante en la formación matemática, ya que permite que el estudiante controle la comprensión, detecte errores, examine los saberes previos y explore sus propios procesos de pensamiento.

Palabras clave

Metacognición
Estrategias
Enseñanza-aprendizaje de las matemáticas
Resolución de problemas
Aprender a aprender

This article analyzes the implications of incorporating metacognitive strategies in mathematics learning with sixth grade students. This quasi-experimental study used mathematical contents to analyze the level of students' comprehension in response to explicit instructions from teachers, and students' participation in guided practice, cooperative work and individual practice, for the purpose of analyzing their level of learning. Results based on pretests and posttests indicate improvements in attention, comprehension, cooperative work, problem-solving, learning processes, confidence and motivation. On the basis of these results, the authors argue that the use of metacognitive strategies plays an important role in mathematics education, since it allows students to control their comprehension, detect errors, examine previous knowledge and explore their own thought processes.

Keywords

Metacognition
Strategies
Mathematics teaching-learning
Problem-solving
Learning to learn

Recepción: 22 de febrero de 2016 | Aceptación: 16 de mayo de 2016

* Profesora contratada doctora en el Departamento de Pedagogía y Didáctica de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de La Coruña, campus de Elviña (España). Líneas de investigación: estudio comparativo de las habilidades procedimentales que se enseñan en ciencias de la naturaleza y en matemáticas. Publicación reciente: (2014, en coautoría con E. Espiñeira y R. Chao), "Dimensión afectiva hacia la matemática: resultados de un análisis en educación primaria", *Revista de Investigación Educativa*, vol. 32, núm. 1, pp. 57-72. CE: m.matov@udc.es

** Profesora del Departamento de Filosofía y Métodos de Investigación en Educación y vicedecana de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de La Coruña, campus de Elviña (España). Forma parte del Grupo de Investigación en Evaluación y Calidad Educativa (GIACE). Publicación reciente: (2014, en coautoría con J.M. Muñoz y N. Rebollo), "Percepción de competencias en el EEES: análisis en el Grado de Educación Primaria", *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación de Profesorado (REIFOP)*, vol. 17, núm. 3, pp. 123-139. CE: eva.espineira@udc.es

*** Máster en Profesorado e investigador en formación en el Programa Interuniversitario de Equidad e Innovación en Educación en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de La Coruña (España). Forma parte del Grupo de Investigación en Evaluación y Calidad Educativa (GIACE). Línea de investigación: innovación en educación. Publicación reciente: (2016, en coautoría con J.M. Muñoz-Cantero y R. García-Mira), "Influence of Physical Learning Environment in Behavior and Social Relations. A review", *The Anthropologist*, vol, 25, núm. 3, pp. 249-253. CE: vlopezchao@gmail.com

Introducción

Tradicionalmente, la investigación sobre la enseñanza-aprendizaje de cualquier área de conocimiento se ha centrado en los procesos cognitivos y se han olvidado los factores motivacionales, afectivos, metacognitivos, evolutivos y sociales, que son importantes en el contexto real de la educación.

En el caso de las matemáticas, su enseñanza se ha realizado mediante procedimientos algorítmicos descontextualizados, sin tener en cuenta su aplicabilidad en la vida cotidiana y mediante fórmulas aprendidas memorísticamente (Calvo, 2008). Los alumnos "aprenden", pero sólo para aplicar lo asimilado en situaciones creadas por el docente, y por ese motivo los contenidos carecen de significado real para ellos. Asimismo, se priorizan los resultados sin preocuparse de los procesos mentales que desarrolla el alumno al resolver ejercicios o problemas matemáticos (Tesouro, 2005). Sin embargo, para que la enseñanza sea significativa, y para "aprender a aprender" y "aprender a pensar", el estudiante ha de ser el protagonista de su propio conocimiento de una manera consciente y reflexiva (Troncoso, 2013), y la resolución de problemas deberá ocupar un lugar importante en su proceso de enseñanza-aprendizaje (Schraw, 2001).

Como explican Osses y Jaramillo (2008), sólo se genera aprendizaje cuando las tareas están relacionadas de manera conveniente, el sujeto decide aprender, relaciona los conceptos y les da un sentido a partir de la estructura conceptual que ya posee. Dicho de otro modo, cuando el estudiante construye nuevos conocimientos a partir de los ya adquiridos, pero, además, los construye porque está interesado en hacerlo.

Nuestro trabajo parte de la revisión de diferentes autores que consideran la metacognición como el control y la regulación de la actividad cognitiva. Estos autores diferencian tres fases: la planificación antes de iniciar la resolución de una tarea; el control de la acción y la rectificación, en caso necesario, mientras se realiza la tarea; y la evaluación del resultado final de la acción (Campanario, 2000).

Los pasos seguidos en la investigación nos llevaron, en primer lugar, a realizar un análisis de la bibliografía más relevante relativa a las dificultades que se presentan en la resolución de problemas y el papel que tiene la metacognición en la formación de los alumnos (Calvo, 2008).

Además, teniendo en cuenta que las matemáticas influyen en todos los aspectos de la cultura humana, es necesario dotar a los estudiantes de capacidades para construir su conocimiento; y a los docentes, de habilidades para promover situaciones y actividades creativas y significativas de enseñanza-aprendizaje que propicien que el alumno aprenda (Moreno y Waldegg, cit. en Obando y Múnera, 2003). El maestro debe poner énfasis en que los estudiantes desarrollen capacidades y destrezas, así como estimularlos a pensar, razonar y deducir (Rigo *et al*., 2010). Es decir, proporcionarles, desde un enfoque funcionalista, utilitario y práctico, conocimientos que les permitan desenvolverse en la vida, así como habilidades que mejoren su cultura matemática y la autonomía en el aprendizaje; y lograr que todo ello influya positivamente en sus variables afectivas y actitudinales (Rigo *et al*., 2010).

Señala Mateos (2001) que la enseñanza de las habilidades metacognitivas requiere de la figura del profesor como modelo y guía, que lleve al estudiante, gradualmente, a mayores competencias y, a su vez, le permita asumir el control del proceso de la actividad cognitiva y metacognitiva también progresivamente (Osses y Jaramillo, 2008).

La presente investigación se basa en los estudios de Curotto (2010) y Buitrago y García (2011), quienes hacen evidentes las dificultades, la desmotivación y las actitudes negativas de los alumnos al trabajar las matemáticas, así como las consecuencias de poner en práctica estrategias metacognitivas novedosas, creativas y colaborativas, y utilizar problemas de la vida diaria.

En el presente artículo se analizan las implicaciones que tiene la incorporación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje matemático con estudiantes de sexto curso de educación primaria.

La metacognición en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

En 1976, Flavell asumió la metacognición como el más alto nivel de actividad mental que controla los otros niveles inferiores. Para este autor, la metacognición comprende el conocimiento que tenemos sobre lo que significa pensar, cómo funcionan los procesos de pensamiento, las habilidades o estrategias de aprendizaje con relación a diferentes tipos de tareas, así como el conocimiento o las creencias acerca de uno mismo (por ejemplo, autoconcepto, autoeficacia, motivación).

La acepción de Gutiérrez (2005) agrega que la metacognición es el control deliberado y consciente de las acciones cognitivas; las estrategias metacognitivas intervienen en la regulación y control de la actividad cognitiva del individuo y contribuyen a optimizar los recursos cognitivos disponibles. Este proceso implica reflexionar sobre cómo se aprende e implementar estrategias que mejoren el aprendizaje (Curotto, 2010). Consecuentemente, el uso de estrategias metacognitivas en matemáticas fomenta la reflexión sobre el proceso de aprender; es decir, la manera como un alumno se enfrenta a un ejercicio, los procesos de control y regulación y cómo utiliza ese conocimiento para regular la cognición (Pérez y Ramírez, 2011).

En resumen, se puede decir que un sujeto es metacognoscitivo cuando tiene conciencia sobre sus procesos (percepción, atención, comprensión, memoria), sus estrategias cognoscitivas (ensayo, elaboración, organización, estudio), y ha desarrollado habilidades para controlarlas y regularlas. Esto significa que, en forma consciente y deliberada, los planifica, organiza, revisa, supervisa, evalúa y modifica en función de los progresos que va obteniendo a medida que los ejecuta, y a partir de los resultados de esa aplicación (Pons *et al.*, 2008).

Silva (2006) asocia la metacognición a dos componentes: 1) el conocimiento que tiene (o elabora) una persona en una situación determinada sobre los propios procesos cognitivos; y 2) los procesos esenciales cuya función es regular los procesos cognitivos, tales como la planificación (previa a la ejecución de una determinada tarea), el control (desde el momento en que se inicia la ejecución de las acciones o tareas) y la evaluación (contrasta los resultados con los propósitos definidos previamente y las competencias).

Gravini e Iriarte (2008) señalan que la metacognición se puede enseñar y aprender, y se desarrolla con la edad y la experiencia, por lo que el individuo paulatinamente va logrando un mayor control sobre sus propios procesos cognitivos. Desde este punto de vista la función del maestro es reelaborar las ideas sobre cómo enseñar para que los alumnos no sólo aprendan los contenidos de la matemática, sino que aprendan a aprenderla (Lesh y Zawojewski, 2007). Esto significa que se conozcan mejor, identifiquen el origen de sus dificultades y de los errores que cometen cuando resuelven ejercicios o problemas; e implica que reconozcan sus habilidades para construir, graficar y poner en práctica procedimientos propios de la matemática para ajustar lo que saben, sus expectativas y el rendimiento que pueden obtener (Rigo *et al.*, 2010). La función del maestro sería, sobre todo, favorecer la adaptación de las actividades y ejercicios que se realizan en la clase de matemáticas a las características propias de los estudiantes (Tamayo, 2006).

Con este paradigma la educación pasa, de estar centrada en la "enseñanza", a estar centrada en el "aprendizaje"; de dar sólo respuestas, a hacer preguntas (Aguayo *et al.*, 2007) y a contar con un docente que logra promover la autonomía, la autorregulación y el control del aprendizaje de su alumnado (Farías y Pérez, 2010).

Estrategias metacognitivas para la resolución de problemas

Uno de los principales objetivos a conseguir en el área de las matemáticas es que los alumnos sean competentes en la resolución de problemas, ya que su enseñanza tiene utilidad para la vida cotidiana e incrementa significativamente el aprendizaje de los contenidos matemáticos. Sin embargo, en las escuelas, hasta hace poco tiempo, los problemas se presentaban en la parte final de algunos temas para que los estudiantes aplicaran las adquisiciones y ejercitaran su habilidad operativa. Actualmente, se está reemplazando la perspectiva conceptual por la enseñanza basada en problemas, considerada como eje integrador del proceso de enseñanza-aprendizaje (Peralta, 2005).

Resolver problemas enseña a matematizar, lo cual constituye uno de los objetivos básicos para la formación de los estudiantes. Resolver problemas aumenta la confianza de los estudiantes, los vuelve más perseverantes y creativos, mejora su afinidad investigadora y proporciona un contexto en el que los conceptos se pueden aprender, y las capacidades se pueden desarrollar (Chamorro y Vecino, 2003; Rodríguez *et al*., 2008).

Ahora bien, resolver problemas no es una tarea fácil. Para ello se requiere de habilidades y conocimientos —tanto matemáticos como cotidianos—, que permitan una mayor movilización a nivel de pensamiento, puesto que ni la operación, ni el procedimiento a seguir, se aprecian de manera explícita; es el estudiante quien debe analizar qué le sirve —su estructura conceptual— para buscar una solución, y cómo puede usarlo (Gusmão *et al*., 2005).

La resolución de problemas debe contemplarse como una práctica habitual, integrada en todas y cada una de las facetas que conforman el proceso de enseñanza-aprendizaje, desde el origen y la razón de ser de toda actividad matemática, pues permiten el desarrollo de aspectos metacognitivos, además de posibilitar la autonomía en el aprendizaje. La finalidad de la enseñanza basada en la resolución de problemas, desde esta óptica, no debe ser la obtención de soluciones concretas para problemas particulares, sino facilitar el desarrollo de las capacidades básicas, de los conceptos fundamentales y de las relaciones que pueda haber entre ellos (Kaune, 2006; Tamayo, 2006). Según Moreno y Waldegg (cit. en Obando y Múnera, 2003), se puede decir que una situación problema es el detonador de la actividad cognitiva.

Martín (2003) reconoce que lo que moviliza las estructuras mentales es el deseo de vencer un obstáculo o de resolver un problema, ya que esto lleva a la construcción de una nueva noción. Para ello, debe involucrar implícitamente los conceptos que se van a aprender, representar para el estudiante un problema verdadero y accesible, y permitirle utilizar conocimientos anteriores.

La situación problema, además de permitir el establecimiento de relaciones, asociaciones, inducciones, deducciones, representaciones, generalizaciones, etcétera, propicia niveles de estructuración simbólica y de lenguaje matemático, elementos básicos en la construcción de conceptos matemáticos (Obando y Múnera, 2003).

Lo importante es que el estudiante no debe llegar a tal generalización por la reiteración del docente, sino por su propia interacción con situaciones problema. Es muy importante que los estudiantes hallen lo general en lo particular (conceptualización a partir de una situación problema) y sean capaces de representar lo particular a través de lo general (usar los conceptos aprehendidos para la resolución de una situación problema) (Rigo *et al*., 2010).

Gaulin (2001) añade que resolver un problema es el proceso de aplicar el conocimiento previamente adquirido a situaciones nuevas y no familiares; y para lograr esta transferencia el sujeto debe disponer de los medios necesarios.

La actividad matemática es un proceso de construcción del saber; en esta disciplina, uno de los principales intereses de la resolución de problemas es la motivación que provoca el propio problema y, consecuentemente, la curiosidad que desencadena su resolución (Beltrán, 2003). Para resolver los problemas matemáticos, por otro lado, necesitamos desarrollar determinadas estrategias y aplicarlas a un gran número de situaciones. Además, es preciso que los estudiantes descubran que no existe una única estrategia, sino que se pueden utilizar varias. Al respecto, la teoría metacognitiva tiene un potencial considerable para ayudar a los maestros a crear un medioambiente en su clase enfocado a un aprendizaje estratégico que sea flexible y creativo (Campanario, 2000).

Para que el alumno desarrolle capacidades metacognitivas, relacione los conceptos entre sí —sobre todo aquellos que parecen no tener conexión—, y mejore el aprendizaje de la matemática, el docente dispone de estrategias de enseñanza y recursos como: ayudar a los alumnos a darse cuenta de sus procesos de aprendizaje; fomentar la reflexión sobre el conocimiento y las propias actitudes respecto de él; plantear problemas con soluciones contraintuitivas; emplear autocuestionarios; elaborar un diario; y usar adecuadamente la bibliografía, los diagramas V, los mapas conceptuales, etc. (Gravini e Iriarte, 2008).

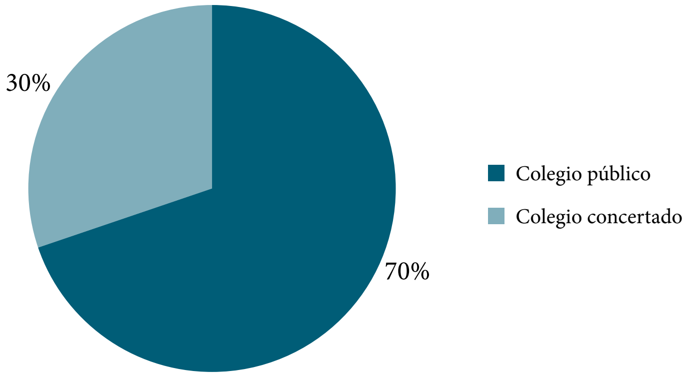
Obando y Múnera (2003) hablan de "devolución" (entendida como lo que el estudiante aprende y revierte en la construcción de nuevas situaciones), como el reto que le genera asumir su rol como protagonista del aprendizaje. A medida que se asumen, los aprendizajes son más significativos, ya que la metacognición favorece la comprensión y la resolución de problemas. Además, el estudiante es consciente de lo que sabe y de cómo lo usa, así como de sus fortalezas y debilidades en pro de perfeccionar o replantear los procesos que favorecen o dificultan sus propios aprendizajes (Troncoso, 2013). La razón por la cual el estudio de la metacognición está a la vanguardia en didáctica de la matemática, es que permite que ésta sea transferible a otras situaciones de la vida cotidiana (Pozo *et al.*, 2006).

Método

Muestra

La investigación se desarrolló con 149 alumnos de sexto curso de educación primaria de diez centros del municipio de A Coruña (Galicia, España) que accedieron a participar en el estudio durante el curso 2014-2015. Previamente se realizó, a través del Diario Oficial de Galicia (DOGA), un estudio de los centros de educación primaria existentes, tras lo cual se seleccionaron por muestreo de conveniencia 29 colegios, 18 públicos y 9 concertados. La muestra aceptante fue de 7 centros públicos y 3 concertados, lo que constituye 34.48 por ciento de la muestra invitada (Gráfica 1).

Gráfica 1. Muestra aceptante por centros



Fuente: elaboración propia.

Con el asesoramiento del profesor de matemáticas y el orientador de cada centro participante se hizo una diagnosis exhaustiva de la trayectoria escolar de todos los alumnos de 6º curso de dichos centros y posteriormente se seleccionaron aquellos que presentaban dificultades en la asignatura de matemáticas para constituir los grupos de tratamiento.

La distribución del alumnado fue la siguiente: de los 149 sujetos, 113 (75.8 por ciento) proceden de los centros públicos, y 36 (24.16 por ciento) de concertados (Tabla 1). Era de esperar que más de 70 por ciento de la muestra fueran estudiantes de centros públicos, ya que la media de los discentes que asisten a centros públicos en los países de la OECD (2012) es de casi 85 por ciento.

Tabla 1. Distribución porcentual (%) de sujetos en función de los Centros

Centros	Muestra aceptante	Muestra porcentual
P_1	15	10.06
P_2	17	11.4
P_3	12	8.05
P_4	19	13
P_5	17	11.4
P_6	19	12.75
P_7	14	9.39
C_1	19	12.75
C_2	8	5.36
C_3	9	6.04

Públicos= P; concertados= C.

Fuente: elaboración propia.

Diseño de la investigación

El proceso de estudio se enmarca en las investigaciones cuasi-experimentales que se realizan mediante intervenciones en las aulas por medio de talleres y a través de la resolución de problemas. Para cada dos sesiones de trabajo se planteó un objetivo enfocado en el uso de las estrategias metacognitivas asociadas a un contenido específico del tema "operaciones con números" (suma, resta, multiplicación y división). La distribución de los contenidos fue la siguiente: 1º, 2º, 3º y 4º semana números naturales; 5º y 6º fracciones.

Estos contenidos forman parte de la programación de cada profesor dentro del currículo de matemáticas de sexto curso de educación primaria (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, BOE 04/05/2006).

Las estrategias empleadas en la investigación se sustentan en la metodología planteada por Mateos (2001), que consta de una secuencia de cuatro pasos: instrucción explícita, práctica guiada, práctica cooperativa y práctica individual. Se realizó del siguiente modo:

Instrucción explícita. El docente les explicó a los alumnos las estrategias de trabajo que se van a utilizar, de manera directa e indirecta. En la directa se les informó sobre los pasos, condiciones, beneficios y criterios para evaluar su efectividad. En la indirecta se les explicaron verbalmente las acciones cognitivas que se iban a llevar a cabo durante la lectura; por ejemplo, las dificultades de comprensión que podrían tener cuando ejecutaran una estrategia. Se utilizó la pregunta como herramienta generadora de reflexión y reorganización de lo planteado.

Práctica guiada. Mientras se desarrollaba el taller (resolvían la tarea) los estudiantes manifestaban su pensamiento en voz alta. El investigador colaboró con ellos, creó espacios de análisis, discusión y reflexión sobre los procedimientos utilizados por él mismo y por los alumnos, y fue disminuyendo su ayuda paulatinamente.

Práctica cooperativa. Las actividades fueron cooperativas, en grupos, lo que posibilitó la confrontación de puntos de vista alternativos y exigió a los estudiantes explicitar sus procesos, en el contexto de interacción, con los de los demás.

Práctica individual. Se realizó una actividad individual, y por medio de una evaluación se verificaron los aprendizajes de los estudiantes para generar mayor responsabilidad a la hora de aplicar las estrategias.

De manera progresiva se fue cediendo el control del aprendizaje al estudiante hasta que éste poseyera la capacidad de utilizar los conocimientos adquiridos de forma autónoma y resolver problemas matemáticos por sí mismo. Se empezó con enunciados sencillos y se fueron ampliando las dificultades progresivamente. El tipo de respuesta que se pidió al alumno para solucionar los problemas combinaba la respuesta de tipo numérico (no se consideraba como un fin en sí mismo, sino como un instrumento para razonar y justificar la toma de postura del alumno ante la situación planteada en el problema) y la respuesta de tipo verbal.

Asimismo, durante todo el proceso de realización de los talleres se elaboró un diario de campo (grabaciones, diarios, videos), por parte de los investigadores, con observaciones relevantes que llamaban su atención, donde se evidenciaban los comportamientos y actitudes de los estudiantes en cada etapa; esto con el fin de poder establecer y contrastar la forma y las particularidades de cada uno, así como si se cumplían o no los objetivos de aprendizaje. En el presente artículo, sin embargo, sólo se reflejan los resultados de la prueba de diagnóstico.

El programa de intervención en cada centro tuvo una duración de 12 sesiones de 50 minutos cada una (2 sesiones semanales durante 6 semanas). Todos los talleres, distribuidos de manera conveniente, fueron guiados por los investigadores en horario escolar (Tabla 2).

Tabla 2. Distribución de los talleres por centros y días de la semana

	1° semana					2° semana					3° semana			
	L	M	M	J		L	M	M	J		L	M	M	J
I_1	P_1	C_1	P_1	C_1	I_1	P_1	C_1	P_1	C_1	I_1	P_1	C_1	P_1	C_1
I_2	P_2	C_2	P_2	C_2	I_2	P_2	C_2	P_2	C_2	I_2	P_2	C_2	P_2	C_2
I_3	P_3	C_3	P_3	C_3	I_3	P_3	C_3	P_3	C_3	I_3	P_3	C_3	P_3	C_3
I_1	P_4	P_6	P_4	P_6	I_1	P_4	P_6	P_4	P_6	I_1	P_4	P_6	P_4	P_6
I_2	P_5	P_7	P_5	P_7	I_2	P_5	P_7	P_5	P_7	I_2	P_5	P_7	P_5	P_7
	4° semana					5° semana					6° semana			
	L	M	M	J		L	M	M	J		L	M	M	J
I_2	P_1	C_1	P_1	C_1	I_3	P_1	C_1	P_1	C_1	I_1	P_1	C_1	P_1	C_1
I_3	P_2	C_2	P_2	C_2	I_2	P_2	C_2	P_2	C_2	I_2	P_2	C_2	P_2	C_2
I_1	P_3	C_3	P_3	C_3	I_1	P_3	C_3	P_3	C_3	I_3	P_3	C_3	P_3	C_3
I_2	P_4	P_6	P_4	P_6	I_3	P_4	P_6	P_4	P_6	I_1	P_4	P_6	P_4	P_6
I_3	P_5	P_7	P_5	P_7	I_2	P_5	P_7	P_5	P_7	I_2	P_5	P_7	P_5	P_7

Públicos= P; concertados= C; investigador= I.

Fuente: elaboración propia.

Con el fin de que se aprecie de mejor manera cómo se llevó a cabo el proceso investigativo mediante la implementación de estrategias metacognitivas, y favorecer la puesta en práctica de otros docentes, en el Anexo 1 se ejemplifica uno de los contenidos trabajados: el concerniente a la resta de los números naturales, realizado en el segundo taller.

Instrumento

Se utilizaron dos pruebas: una diagnóstica (pretest) y otra de referencia (postest) con el fin de examinar los progresos y la mejora de los estudiantes en la resolución de problemas utilizando estrategias metacognitivas mediante talleres.

Para evitar el sesgo derivado del aprendizaje que se produce al realizar una prueba en repetidas ocasiones, en la post-prueba se cambió el orden de las preguntas iniciales y de algunas cuestiones del mismo componente, pero se mantuvieron el nivel de resolución de los problemas y el tipo de manejo matemático.

Realizamos un primer experimento a través de un estudio piloto que contenía 10 problemas vinculados al entorno cotidiano del alumno que trataban contenidos correspondientes a su nivel. El estudio piloto tuvo un carácter exploratorio; una vez revisado por expertos, corregidas las respuestas y discutidos los resultados, se eliminaron dos preguntas y se realizó una serie de modificaciones en otras, lo que dio lugar a un nuevo instrumento formado por ocho problemas. Los primeros test se aplicaron a finales de enero, y los segundos a finales de abril de 2015.

Procedimiento

El proceso se llevó a cabo de acuerdo con los cuatro pasos de la metodología de Mateos (2001) mencionados anteriormente; en todos ellos, las preguntas planteadas a los estudiantes fueron un recurso fundamental en la implementación de las estrategias metacognitivas:

1. *Capacidad de atención de los estudiantes:* se inició con una prueba de entrada (una situación problema), en la que se les pidió a los alumnos que elaboraran una representación mental del problema planteado para identificar las dificultades que encontraban. También se les solicitó que destacaran si entendían lo que se les estaba preguntando, para asegurarnos de que podrían buscar la información y realizar las operaciones necesarias.

2. *Acompañamiento del investigador a los estudiantes* para solucionar las dificultades que se les presentaban al resolver los problemas y proporcionarles información sobre el momento en que se encontraba su aprendizaje, su conocimiento, su dominio y la planificación de su actuación y la de los compañeros. Es decir, el investigador actuaba de guía e inductor del discente, manteniéndose a su lado en todo momento, pero sin dirigir su actuación. Por su parte, los estudiantes fueron tomando el control de las actividades de manera paulatina y hacían sus propias reflexiones sobre las habilidades y los procesos que empleaban en la elaboración de los conocimientos. La técnica de "mayéutica socrática" fue fundamental en esta etapa.

3. *Trabajo cooperativo* de los estudiantes, al pedirles que se pusieran de acuerdo para responder las preguntas del taller. Se les dejó claro que ellos eran los responsables y que el investigador únicamente intervendría de manera indirecta para ayudar a que el ambiente fuera apropiado para el desarrollo del trabajo cooperativo.

4. *Aprendizaje de los estudiantes* a partir del estudio de los test inicial y final: pretest y postest. Para ello se hizo un análisis cuantitativo orientado al éxito que había conseguido cada estudiante a través de la prueba *t* de Student, que identifica la confiabilidad de los datos obtenidos. De esta manera se pudieron establecer relaciones entre los promedios del nivel de

éxito de los estudiantes al resolver problemas matemáticos. Los análisis se realizaron con el programa Excel 2014 y se obtuvieron valores significativos para la validación de los datos en lo referente al pretest y postest.

También se valoró la estrategia metacognitiva utilizada por cada alumno en la práctica individual, en la que cada estudiante realizó ejercicios en solitario y aplicó las técnicas y métodos aprendidos en las etapas anteriores del proceso (instrucción explícita, práctica guiada y práctica cooperativa).

Asimismo, se analizó la manera como desarrollaron las operaciones en las prácticas individuales (en relación con el algoritmo, el manejo de la información del taller y la manera de responder las preguntas).

Resultados

A continuación, se presentan los resultados correspondientes a las notas medias de las pruebas pretest y postest en cada uno de los centros participantes. Así mismo, se muestran las medias pretest y postest de cada centro en lo referente a los siete apartados analizados: atención (A), nivel de comprensión (NC), trabajo cooperativo (TC), resolución de problemas (RS), procesos de aprendizaje (PA), confianza en sí mismo (CM) y motivación (M).

Se exponen también las medias totales pretest y postest y las correspondientes al total de las capacidades estudiadas: (A), (NC), (TC), (RS), (PA), (CM) y (M) en función de la titularidad de los centros (públicos y concertados).

Análisis cuantitativo

El análisis comparativo inicial y final demuestra un destacable progreso en el aprendizaje de los estudiantes, en todos los centros. La prueba *t* de Student (calcula las diferencias entre los valores de las medidas pretest y postest y se contrasta si la media difiere de cero) manifiesta una confiabilidad aceptable de los datos (valor *t* de 0.035), y se ajusta al nivel de significancia (0.05). Esto quiere decir que las medias (redondeadas) entre los dos momentos, y la relación de los datos entre los centros, son confiables

En la Tabla 3 se puede ver que las puntuaciones iniciales y finales más altas atañen a los centros C2 y C3. Las medias iniciales más bajas se encuentran en los centros P1 y P6 y las finales más bajas en P4 y P6. El centro que experimentó una mejoría general significativa es P1, seguido de P2 y P7, los cuales destacan considerablemente al comparar los resultados iniciales y finales. El alumnado del P5 es, comparativamente, el que tuvo peores medias generales.

Tabla 3. Porcentajes redondeados (%) de los resultados de las pruebas pretest y postest en cada centro

Centro	M-P_1	M-P_2	M-P_3	M-P_4	M-P_5	M-P_6	M-P_7	M-C_1	M-C_2	M-C_3
Pretest	25	43	44	35	60	26	35	48	63	61
Postest	70	87	78	56	70	56	82	69	91	93

Media= M; Públicos= P; concertados= C.

Fuente: elaboración propia.

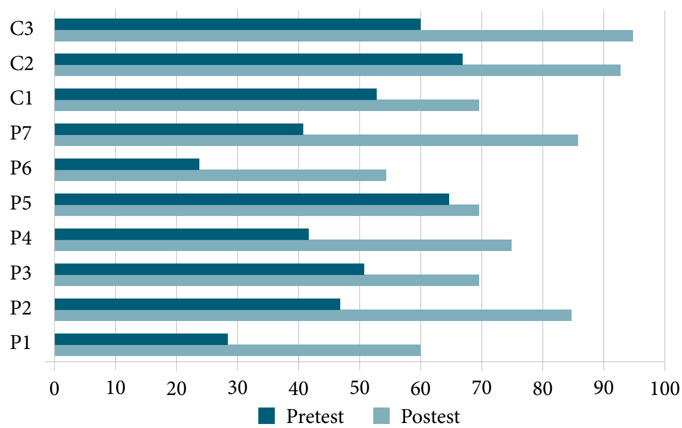
Hay centros con puntajes mínimos y máximos justificables en el rendimiento final si se toman en cuenta los porcentajes al iniciar la investigación; pero esto no se cumple en todos los casos (P1, P2, P7), pues, como apuntan Pena *et al.* (2011), existen diversos factores que justifican las diferencias de rendimiento entre los adolescentes. Además, no podemos obviar que las particularidades de los docentes en su desempeño profesional determinan la enseñanza y el aprendizaje de su alumnado. Nuestro trabajo, sin embargo, no se inscribe en esta perspectiva; las diferentes causas de esta heterogeneidad nos impulsan hacia futuras investigaciones.

Capacidad de atención (A)

Los resultados obtenidos muestran un incremento significativo en la capacidad de atención de los estudiantes. Los desaciertos y carencias metacognitivas del test inicial se superaron en la representación mental de la situación problema. Los diseños para resolverlos mejoraron su utilidad, y la información a la hora de responder las preguntas fue relevante en muchos casos. Aun así, encontramos resultados dispares: el único centro que tiene muy desarrollada esta capacidad es C3, que obtuvo una puntuación elevada (95), a mucha distancia de P1 (60) y P6 (55).

Así mismo, teniendo en cuenta los valores de partida, todos los centros reflejan en el test final mejoras en la capacidad de atención, si bien P5 obtuvo la peor puntuación en esta capacidad, al pasar de 65 a 70 (Gráfica 2).

Gráfica 2. Porcentajes redondeados (%) del pretest y postest en la capacitación de atención (A), por centros



Centros	Pretest	Postest
C3	60	95
C2	67	93
C1	53	70
P7	41	86
P6	24	55
P5	65	70
P4	42	75
P3	51	70
P2	47	85
P1	29	60

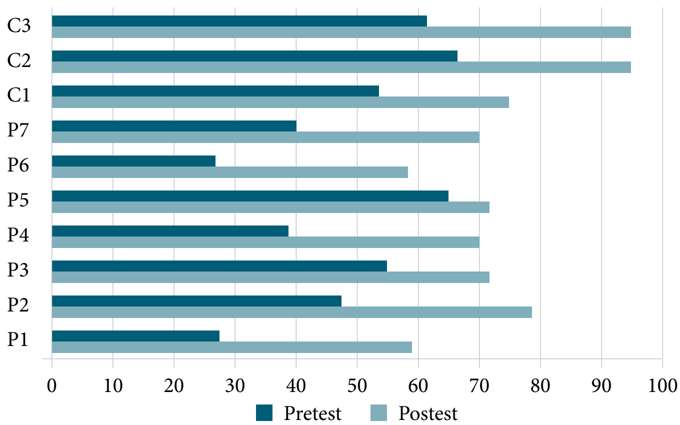
Fuente: elaboración propia.

Nivel de comprensión (NC)

Con respecto a la comprensión de lo que se les pregunta, los estudiantes manifiestan ciertas diferencias. En general, las respuestas que dan en el test inicial muestran falta de coherencia y, en consecuencia, no se entiende lo que intentan justificar con sus propias palabras; es por ello que necesitan cierto control sobre su propia comprensión para detectar los errores y explorar los saberes previos. Mediante la intervención en el aula se pretendió que, al finalizar el programa, llegaran a regular el aprendizaje y examinar sus propios procesos de pensamiento en el desarrollo de la matemática.

Los resultados (Gráfico 3) muestran que, mayoritariamente, hay un avance considerable en esta capacidad. No obstante, en algunos alumnos el nivel de comprensión textual sigue siendo escaso, ya que no son capaces de acertar en todas las operaciones ni en las explicaciones dadas. Además, en otras ocasiones se cometen errores debido a despistes, a que sus ideas no están suficientemente claras, o a que no especifican ni justifican correctamente las operaciones realizadas. En el centro P6 nos encontramos con un alumno que presentaba dificultades de lectura y escritura, así como carencias significativas en comprensión y motivación. Y a otro se le complicaba el componente argumentativo de la configuración epistémica; su respuesta errónea parece deberse, básicamente, a su configuración metacognitiva. Sin embargo, si consideramos que los alumnos que participaron en esta investigación partían del peor nivel en comprensión, podemos argumentar que la mejora fue importante, al pasar de 27 a 59 por ciento de aciertos en el centro P1, de 39 a 70 en el P4, y de 26 a 58 en el P6. Las puntuaciones más altas pertenecen a C2 y C3, y el centro que experimentó una mejoría menor fue P5.

Gráfica 3. Porcentajes redondeados (%) del pretest y postest en nivel de comprensión (NC), por centros



Centros	Pretest	Postest
C3	62	95
C2	66	95
C1	54	75
P7	40	70
P6	26	58
P5	65	71
P4	39	70
P3	55	71
P2	47	79
P1	27	59

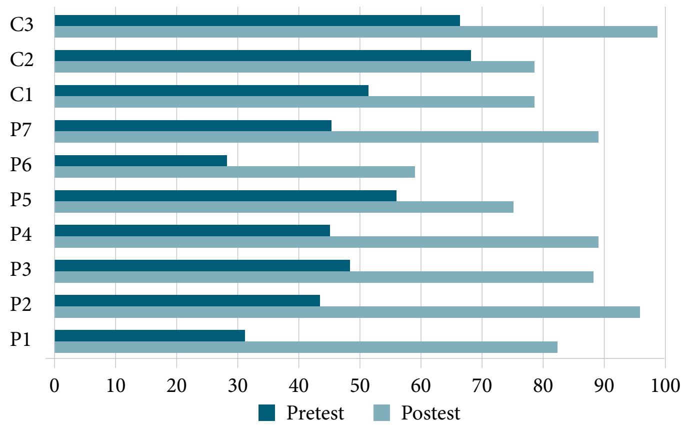
Fuente: elaboración propia.

Nivel de trabajo cooperativo (TC)

Con relación al tercer momento evaluado, *nivel de trabajo cooperativo de los estudiantes*, en el pretest las dificultades surgieron a la hora de guardar el turno, compartir y escuchar a los demás y respetar la opinión de los otros. El postest muestra un avance significativo en todos los centros. A la hora de responder las preguntas, los alumnos se expresaron con una estructura clara, pasos correctos, coherencia en la secuencia para desarrollar los talleres y elaboración de un autoinforme en el que explicaron las dificultades encontradas durante el desarrollo del taller. La mayoría valora el trabajo en equipo como una experiencia muy positiva ya que se desinhiben, se divierten y aprenden unos de los otros. Percibimos que los alumnos interaccionaron, dialogaron y se pusieron de acuerdo a la hora de redactar, argumentar y complementar en el grupo.

Como puede verse en la Gráfica 4, el centro C1 incrementó su valor de 31 a 82; P2 y C3 obtuvieron las puntuaciones más altas y la más baja le corresponde al centro P6. Los alumnos de este centro, aunque mejoraron mucho, ofrecen información menos apreciable, ya que la estructura de sus explicaciones tiene menor coherencia y esto no les permitió analizar de manera correcta las respuestas.

Gráfica 4. Porcentajes redondeados (%) del pretest y postest del nivel de trabajo cooperativo (TC), por centros



Centros	Pretest	Postest
C3	66	99
C2	68	79
C1	56	79
P7	45	89
P6	28	59
P5	56	75
P4	45	89
P3	48	88
P2	43	96
P1	31	82

Fuente: elaboración propia.

En cuanto a la importancia del autoinforme, éste resultó un instrumento altamente eficaz por su valor como regulador de la cognición y del metaconocimiento. Su elaboración les permitió a los estudiantes manifestar los beneficios de trabajar en grupo, las ventajas de las orientaciones del profesor, las dificultades halladas en los talleres a la hora de respetar el turno y el proceso de aprendizaje de cada uno. En el autoinforme se reflejan diferentes aspectos, impresiones y creencias relativas al aprendizaje, con especial referencia al comportamiento estratégico.

Aptitudes y habilidades matemáticas para resolver problemas (RS)

Es sabido que para resolver problemas necesitamos desarrollar determinadas habilidades que, en general, se aplican a un gran número de situaciones. A este respecto los alumnos mostraron carencias al iniciar los talleres, pues se sentían incapaces a la hora de realizar el análisis y de buscar elementos para solucionar algunas situaciones.

En las prácticas se hizo mucho hincapié en convencerlos de que no existe una única estrategia, ideal e infalible en la resolución de problemas, y podemos decir que el resultado fue excelente.

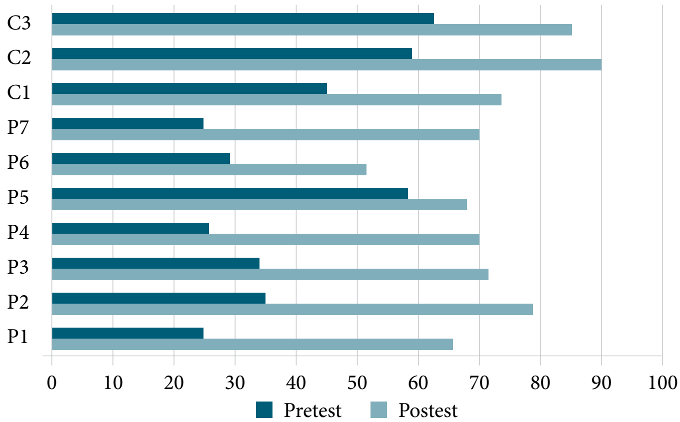
Al comparar los resultados del test inicial con los del final se hace patente un cambio significativo: en los centros P1, P2, P3, P4, P6, P7, C1, que mostraron carencias en habilidades de pensamiento como flexibilidad, generación de estrategias, comprensión del problema y estimación, sus actitudes cambiaron (Gráfica 5). Resultó beneficioso dividirlos en equipos de trabajo con el fin de poner en juego las habilidades de pensamiento y actitudinales para trabajar cada herramienta heurística. Hablar del problema, el autointerrogatorio y las estrategias metacognitivas y actitudinales fueron los pasos que favorecieron que la mayoría del alumnado aceptase el reto, se motivara, persistiera haciendo la actividad y superara los errores. Todas éstas son habilidades necesarias para aprender matemáticas.

Los comentarios de los estudiantes acerca de sus experiencias en el trabajo, las estrategias en la resolución de problemas, las emociones que les generaban las preguntas y las respectivas respuestas fueron motivadoras para los investigadores y reflejo de que los talleres se estaban realizando bien.

Así mismo, el hecho de evaluar el plan utilizado, revisar las soluciones y contextualizar el aprendizaje estimuló el interés del alumnado por implicarse más en la tarea, aumentó su confianza, fueron más constantes y creativos y se esforzaron por mejorar sus logros porque les resultaba útil y podían aplicar lo aprendido en la vida cotidiana.

Los valores más altos corresponden a los centros C2 y C3, y los más bajos al P6.

Gráfica 5. Porcentajes redondeados (%) del pretest y postest en habilidades matemáticas para resolver problemas (RS), por centros



Centros	Pretest	Postest
C3	62	85
C2	59	90
C1	45	73
P7	25	70
P6	29	51
P5	58	68
P4	26	70
P3	34	71
P2	35	79
P1	25	66

Fuente: elaboración propia.

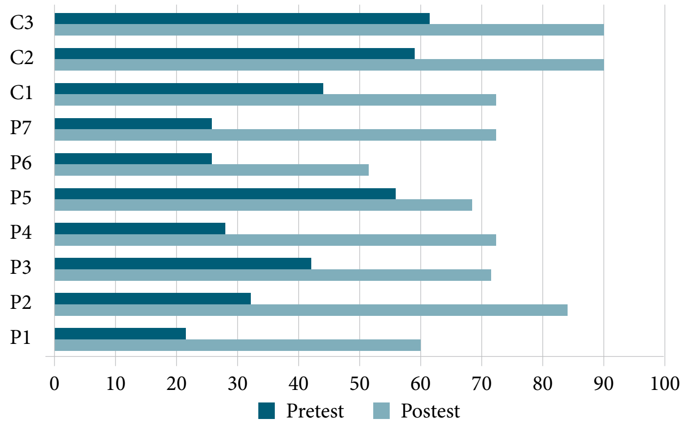
Control en los procesos de aprendizaje (PA)

En este apartado se obtuvieron los resultados más bajos en el pretest (Gráfica 6). Sólo los centros P5 y C2 mostraron valores un poco mejores, pero menores a los efectuados en los demás apartados.

En general, los sujetos de la muestra no comprendían de manera significativa, ni encontraban valor en los conocimientos matemáticos. En los centros P1, P2, P4, P6 y P7 comentaron que las actividades les parecían aburridas y que no entendían lo que tenían que hacer. Con esta perspectiva de partida se puso empeño en la utilización de estrategias cognitivas para descomponer el problema en casos simples, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, usar material manipulable, recurrir al ensayo-error, usar tablas y listas ordenadas, buscar patrones y reconstruir el problema. También se emplearon estrategias metacognitivas con respecto a la selección y ejecución de recursos y estrategias; es decir, planear, evaluar y decidir, además de atender la visión que cada alumno tenía de las matemáticas y de sí mismo (sistema de creencias).

Los valores medios de los test finales son perceptiblemente más altos en los centros C2 y C3, y más bajos en el P6. Si nos fijamos en los porcentajes iniciales podemos argumentar que, a pesar de las diferencias entre ellos, todos experimentaron mejoras significativas con relación a las puntuaciones iniciales.

Gráfica 6. Porcentajes redondeados (%) del pretest y postest en control de los procesos de aprendizaje (PA), por centros



Centros	Pretest	Postest
C3	61	90
C2	58	90
C1	43	72
P7	26	72
P6	26	52
P5	57	68
P4	28	72
P3	42	71
P2	32	84
P1	21	60

Fuente: elaboración propia.

Confianza en sí mismo (CM)

Los test iniciales revelaron que los alumnos tenían un bajo autoconcepto en cuanto a sus capacidades matemáticas, de manera que se bloqueaban, estaban inquietos, tenían miedo a equivocarse, sufrían ansiedad y había altos índices de estudiantes que no acreditaban la materia.

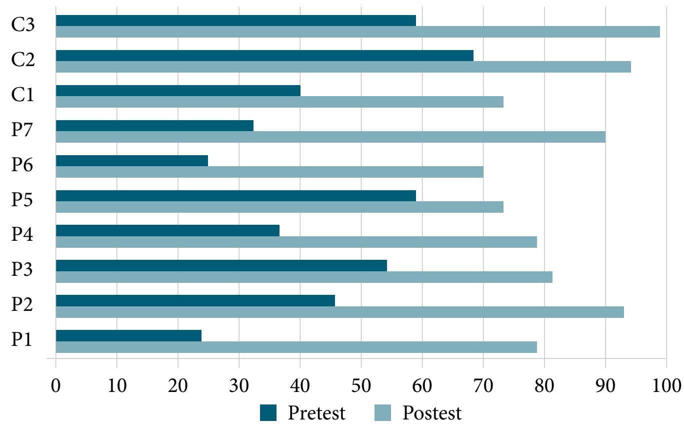
También expresaron falta de confianza al enfrentarse a los problemas y una limitada percepción de sí mismos a la hora de resolver cualquier tarea que tenga que ver con conocimientos matemáticos. Se sentían incapaces de aprobar y consideraban que la asignatura era aburrida y difícil.

Al respecto, los estudios de Aguayo *et al.* (2007) manifiestan que la seguridad en uno mismo y la confianza mejoran cuando se trabaja en equipo, y se disfruta más en las clases prácticas. Así mismo, uno se siente mejor con un profesor cercano y atento que se preocupa por ayudar.

Tras los trabajos realizados en los talleres, la percepción de los estudiantes respecto de sí mismos cambió. Ahora les gusta y quieren aprender matemáticas; tienen afán de superar los retos; han perdido el miedo a los problemas y hacen preguntas, comentan y se esfuerzan. Más aún, se dieron cuenta de que no sabían algunas cosas, se hicieron conscientes de los límites de sus conocimientos y de que debían hacer algo para salir de esa situación.

Algunos alumnos manifestaron incapacidad para elaborar el autoinforme inicial, y tuvieron que replantearse la estrategia en ciertos momentos del proceso. En este sentido, la práctica cooperativa les dio confianza; les facilitó que se organizaran de manera más rápida y que tuvieran más claro lo que debían realizar. En la Gráfica 7 podemos ver que todos los centros tienen puntuaciones altas en los tests finales en este aspecto.

Gráfica 7. Porcentajes redondeados (%) del pretest y postest en confianza en sí mismo (CM), por centros



Centros	Pretest	Postest
C3	59	99
C2	68	94
C1	40	83
P7	33	90
P6	24	70
P5	59	73
P4	37	79
P3	54	81
P2	46	93
P1	24	79

Fuente: elaboración propia.

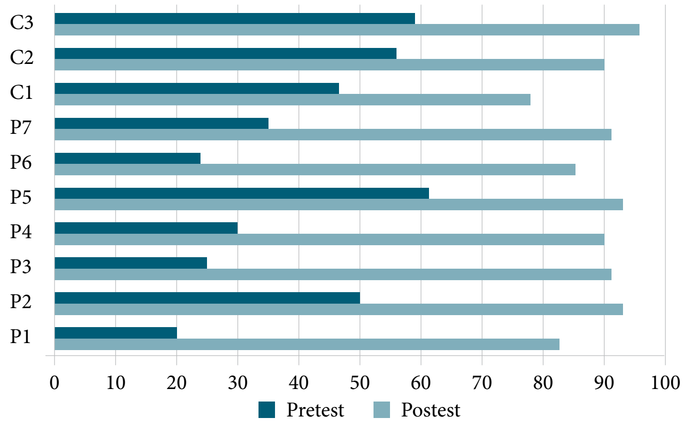
Motivación e interés por implicarse en la tarea (M)

El alumnado de todos los centros mostró, en el pretest, índices bajos en motivación y escaso interés por aprender, con cifras muy similares a las del apartado anterior sobre confianza. Al respecto, es importante resaltar que la confianza en uno mismo potencia el aprendizaje, la motivación y el interés por implicarse en la tarea (Beltrán, 2003).

Los resultados del postest permiten deducir que hubo un cambio en todos los sujetos (Gráfico 8); los porcentajes se mueven alrededor del 80 y el 90 por ciento, lo que demuestra que, al finalizar los talleres, se sintieron cómodos haciendo matemáticas. Incluso los centros con niveles más bajos en otros apartados muestran una mejora significativa en interés y motivación.

Hay que decir que los talleres permitieron fomentar el conocimiento, el rendimiento y la autoconciencia en la búsqueda de actividades resolutorias integrando lo cognitivo y lo metacognitivo; y contribuyeron a valorar las emociones del alumnado como partícipe de su propio aprendizaje.

Gráfica 8. Porcentajes redondeados (%) del pretest y postest en motivación (M), por centros



Centros	Pretest	Postest
C3	58	96
C2	57	90
C1	46	78
P7	35	91
P6	24	85
P5	61	93
P4	30	90
P3	25	91
P2	50	93
P1	20	83

Fuente: elaboración propia.

Comparativa por titularidad

En cuanto al análisis cuantitativo de centros públicos y concertados, las medias entre los dos momentos, inicial y final, y la relación de los datos entre los centros por titularidad, son confiables (Tabla 4). Las puntuaciones iniciales y finales totales más altas pertenecen a los centros concertados, lo que según los estudios de Perelman y Santín (2011) se justifica porque cuentan con mejores recursos y menor número de alumnos en condiciones socioculturales vulnerables. Sobresale, sin embargo, que la diferencia entre la puntuación final y la inicial en ambas titularidades es mayor en los públicos; por lo tanto, son éstos los que experimentaron una mejoría general más significativa.

Tabla 4. Porcentajes redondeados (%) de los resultados de las pruebas pretest y postest, por titularidad

	Públicos (media)	Concertados (media)
Pretest	39	58
Postest	75	87

Fuente: elaboración propia.

Con respecto a las capacidades analizadas, en la Tabla 5 podemos observar que las puntuaciones más altas se dan en confianza y motivación, tanto en los centros públicos como en los concertados. Así mismo, las más bajas se hallan en resolución de problemas en los colegios concertados, y nivel de comprensión en los públicos. En general, al comparar los resultados del pretest y el postest se perciben mejoras significativas en todos los centros y en todas las capacidades.

Tabla 5. Porcentajes redondeados (%) de los resultados de las pruebas pretest y postest, por capacidades y titularidad

	M Pretest P	M Postest P	M Pretest C	M Postest C
(A)	48	72	60	86
(NC)	43	67	61	88
(TC)	42	83	63	86
(RS)	33	68	55	83
(PA)	33	68	54	84
(CM)	40	81	56	92
(M)	35	89	54	88

M= media; P= públicos; C= concertados.

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

A la luz de los resultados obtenidos podemos decir que las estrategias metacognitivas mejoraron significativamente el aprendizaje de los estudiantes de 6º curso de primaria que participaron en el estudio. Destaca el papel activo-participativo y responsable de la mayoría de los participantes. Su capacidad de atención mejoró, así como el nivel de comprensión, de trabajo cooperativo a la hora de responder a las preguntas del taller, los procesos de aprendizaje y la práctica individual.

También se incrementó la confianza en sí mismos y la motivación; optimizaron sus representaciones mentales, lo que les proveyó de mayores posibilidades para solucionar con éxito los problemas y elegir la información precisa y sistemática para un trabajo de calidad en matemáticas.

Por su parte, la elaboración de los autoinformes les permitió reflexionar sobre las dificultades encontradas en todo el proceso e identificar errores y aciertos; les dio la posibilidad de enfrentarse y resolver de una manera personal situaciones problemáticas, aportar información, aplicar técnicas y seleccionar estrategias.

Hay que matizar que la labor de implementación de estrategias metacognitivas no dependió sólo de los estudiantes, ya que los docentes jugaron un importante papel porque fueron los responsables de planificar y orientar el comportamiento de los estudiantes; así como realizar modificaciones en las actividades, cuidar el aspecto social y afectivo de los ambientes de aprendizaje, las habilidades comunicativas, la autonomía, la responsabilidad y el orden. Fueron los docentes, también, quienes prestaron ayuda a los alumnos a desarrollar todo su potencial y sus capacidades durante el proceso.

Otro aliciente fue el trabajo en talleres contextualizados y la incorporación de situaciones cercanas a los estudiantes, lo que permitió que relacionaran sus conocimientos con los de la vida cotidiana, desarrollaran actividades de tipo cooperativo, intercambiaran puntos de vista y establecieran acuerdos para solucionar las situaciones que se les presentaban.

Con respecto a la titularidad de los centros, a pesar de la mejoría general, los concertados obtuvieron resultados mejores que los públicos, lo cual coincide con las investigaciones realizadas por Calero *et al.* (2012).

Sin embargo, debemos ser cautos, ya que García *et al.* (2008) justifican estas diferencias por las circunstancias personales, el origen, las familias y las características socioeconómicas, entre otras causas. Es por ello que, en futuras investigaciones será nuestro objetivo analizar otros *inputs* —características personales y familiares— tan importantes en la determinación del *output* educativo.

Por otra parte, coincidimos con Curotto (2010) en que los procesos mentales que desarrollan los estudiantes al resolver los problemas matemáticos son tan importantes como los resultados, es decir, el trabajo cooperativo, la resolución de problemas, los procesos de aprendizaje, la confianza en sí mismos y la motivación son capacidades previas y prioritarias en la formación matemática de los estudiantes.

En concordancia con lo dicho podemos afirmar que la enseñanza de habilidades metacognitivas fue un gran avance en el logro de los aprendizajes; de ahí que haya sido imprescindible dar a los alumnos la posibilidad de exponer y escuchar la descripción del proceso con el que llegaron al aprendizaje, al descubrimiento y a la solución.

A este respecto, los test elaborados en el momento inicial y final del proceso, así como la práctica individual permitieron establecer que el nivel de aprendizaje alcanzado por los estudiantes, en cuanto a la temática de las operaciones básicas de números naturales y fracciones, mejoró su nivel de desempeño, no sólo con relación al algoritmo, sino también respecto del manejo de la información del taller y la manera como respondieron a las preguntas.

Evidentemente, para formar alumnos metacognitivos es necesario contar con educadores metacognitivos, es decir, que consideren el aprendizaje como el control deliberado y consciente de la propia actividad cognitiva, como un proceso de reflexión y análisis de la manera como se aprende, para potenciar el aprendizaje y disminuir los errores. Para ello, los docentes deben adaptar sus estrategias de enseñanza; tomar en cuenta las potencialidades y limitaciones del estudiante; y planificar, controlar y evaluar sus propias actuaciones docentes de manera que favorezcan la transferencia de los aprendizajes de sus alumnos a la cotidianeidad de su vida.

Al respecto, Gutiérrez (2005) señala que existe una necesidad urgente de formar a los profesores sobre cómo enseñar a través de la resolución de problemas profundizando en aspectos como el rol del docente, los comportamientos de los alumnos, sus interacciones, los procesos de pensamiento, los grupos y los ambientes de clase desde la perspectiva del aprendizaje.

Concluimos con la aportación de Gravini e Iriarte (2008) acerca de la necesidad de incluir el desarrollo de habilidades metacognitivas en la resolución de problemas dentro del currículo de matemáticas, ya que permiten mejorar la representación mental, seleccionar estrategias, elaborar los objetivos e identificar obstáculos; en resumen, contribuyen al progreso y mejora de los estudiantes, específicamente en la resolución de problemas con operaciones básicas al finalizar la intervención.

Referencias

Aguayo, María Rocío, Raquel Ramírez y Raúl Sarmiento (2007), "Comprensión lectora y la enseñanza de las matemáticas", *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo,* núm. 10, pp. 1-22.

Beltrán, Jesús (2003), "Estrategias de aprendizaje", *Revista de Educación*, núm. 332, pp. 55-73.

Buitrago, Sandra y Ligia García (2011), "Procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas", en Gloria García (ed.), *Memorias del 12° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, Armenia (Colombia), pp. 548-559.

Calero, Jorge, Josep Oriol Escardíbul y Álvaro Choi (2012), "El fracaso escolar en la Europa mediterránea a través de PISA-2009: radiografía de una realidad latente", *Revista Española de Educación Comparada*, núm. 19, pp. 69-104.

Calvo, María (2008), "Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas", *Revista Educación,* vol. 32, núm. 1, pp. 123-138.

Campanario, Juan Miguel (2000), "El desarrollo de la metacognición en el aprendizaje de las ciencias: estrategias para el profesor y actividades orientadas al alumno", *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 18, núm. 3, pp. 369-380.

Chamorro, Mary Carmen y Francisco Vecino (2003), "El tratamiento y la resolución de problemas", en Mary Carmen Chamorro (coord.), *Didáctica de las Matemáticas*, Madrid, Prentice Hall, pp. 273-299.

Curotto, María (2010), “La metacognición en el aprendizaje de la matemática”, *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología,* vol. 2, núm. 2, pp. 21-39.

Farías, Deninse y Javier Pérez (2010), “Motivación en la enseñanza de las matemáticas y la administración”, *Formación Universitaria,* vol. 3, núm. 6, pp. 33-40.

Flavell, John (1976), “Metacognitive Aspects of Problem Solving”, en Lauren Resnik (ed.), *The Nature of Intelligence,* Hillsdale, Erlbaum, pp. 231-235.

García, Francisco Javier, María Rubio y Ouafa Bouachra (2008), “Población inmigrante y escuela en España: un balance de la investigación”, *Revista de Educación,* núm. 345, pp. 23-60.

Gaulin, Claude (2001), “Tendencias actuales de la resolución de problemas”, *SIGMA*, núm. 19, pp. 51-63.

Gusmão, Tania, José Antonio Cajaraville y Pedro Antón Labraña (2005), “Metacognitive Processes and Mathematical Competencies of Junior High School Students”, ponencia presentada en el Congresso Ibero-americano de Educação Matemática, Porto (Portugal), 17-22 de julio de 2005.

Gutiérrez, Dolores (2005), “Fundamentos teóricos para el estudio de las estrategias cognitivas y metacognitivas”, *Investigación Educativa Duranguense*, núm. 4, pp. 21-28.

Gravini, Marbel y Fernando Iriarte (2008), “Procesos metacognitivos de estudiantes con diferentes estilos de aprendizaje”, *Psicología desde el Caribe*, núm. 22, pp. 1-24.

Kaune, Christa (2006), “Reflection and Metacognition in Mathematics Education – Tools for the Improvement of Teaching Quality”, *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, vol. 38, núm. 4, pp. 350-360.

Lesh, Richard y Judith Zawojewski (2007), “Problem Solving and Modeling”, en Frank Lester (ed.), *The Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, National Council of Teachers of Mathematics*, Charlotte, Information Age Publishing, pp. 763-804.

Martín, Juan Francisco (2003), “Enseñanza de procesos de pensamiento: metodología, metacognición y transferencias”, *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, vol. 7, núm. 2, pp. 17.

Mateos, Mar (2001), *Metacognición y educación*, Buenos Aires, Aique.

Obando, Gilberto y John Jairo Múnera (2003), “Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática”, *Educación y Pedagogía*, vol. 15, núm.35, pp. 183-200.

Osses, Sonia y Sandra Jaramillo (2008), “Metacognicion: un camino para aprender a aprender”, *Estudios Pedagógicos*, vol. XXXIV, núm. 1, pp. 187-197.

Peralta, Javier (2005), “Sobre los automatismos en la resolución de problemas”, *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, vol. 12, núm. 1, pp. 87-103.

Perelman, Sergio y Daniel Santín (2011), “Measuring Educational Efficiency at Student Level with Parametric Stochastic Distance Functions: An application to Spanish PISA results”, *Education Economics*, vol. 19, núm. 1, pp. 29-50.

Pérez, Yenny y Raquel Ramírez (2011), “Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos”, *Revista de Investigación,* vol. 73, núm. 35, pp. 169-194.

OECD (2012), *PISA 2009 Technical Report*, París, PISA OECD Publishing.

Pena, Mario, Natalio Extremera y Lourdes Rey (2011), “El papel de la inteligencia emocional percibida en la resolución de problemas sociales en estudiantes adolescentes”, *Revista Española de Orientación y Psicopedagogía*, vol. 22, núm. 1, pp. 69-79.

Pons, Rosa María, Elena González y José Manuel Serrano (2008), “Aprendizaje cooperativo en matemáticas: un estudio intracontenido”, *Anales de Psicología,* vol. 24, núm. 2, pp. 253-261.

Pozo, Juan Ignacio, Nora Scheuer, María del Puy Pérez, Mar Mateos, Elena Martín y Monserrat Cruz (2006), *Nuevas formas de pensar la enseñanza y el aprendizaje: las concepciones de profesores y alumnos,* Barcelona, Graó.

Rigo, Mirela, David Páez y Bernardo Gómez (2010), “Prácticas metacognitivas que el profesor de nivel básico promueve en sus clases ordinarias de matemáticas. Un marco interpretativo”, *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 28, núm. 3, pp. 405-416.

Rodríguez, Esther, Marianna Bosch y Josep Gascón (2008), “A Networking Method to Compare Theories: Metacognition in problem solving reformulated within the anthropological theory of the didactic”, *Mathematics Education,* vol. 40, núm. 2, pp. 287-301.

Schraw, Gregory (2001), “Promoting General Metacognitive Awareness”, en Hope Hartman (ed.), *Metacognition in Learning and Instruction: Theory, research and practice,* Nueva York, Kluwer Academic Publishers, pp. 3-16.

Silva, Carlos (2006), “Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje”, *Revista del Centro de Investigación de la Universidad de la Salle,* vol. 7, núm. 26, pp. 81-91.

Tamayo, Óscar Eugenio (2006), “La metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias”, en Alberto Martínez Boom (ed.), *Los bordes de la Pedagogía: del modelo a la ruptura*, Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional, pp. 275-306.

Tesouro, Montse (2005), "La metacognición en la escuela: la importancia de enseñar a pensar", *Educar,* vol. 35, pp. 135-144.
Troncoso, Óscar Mauricio (2013), "Estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas: una intervención en el aula para determinar las implicaciones de la implementación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas", 2º Congreso Internacional de Educación Abrapalabra "Educación, emprendimiento y desarrollo humano", Ibagué, 19 al 21 de septiembre de 2013, en: www.cie.fundacionabrapalabra.org (consulta: 20 de enero de 2016).

Anexo 1

Estrategia metodológica en el 2º taller; centro P_1; I_1. Concepto: resta de números naturales.

1º. Instrucción explícita. El investigador les explicó a los estudiantes los procesos para resolver los problemas, las dificultades de comprensión que podrían tener cuando ejecutaran una estrategia, de qué forma abordarían un ejercicio…

Se hizo hincapié en que entendieran que el propósito del aprendizaje era la utilidad para su vida cotidiana, no la resolución de la operación sin más.

Se solicitó que elaborasen una tabla con la información del problema y se les plantearon preguntas para que reflexionaran y reorganizaran lo planeado, guiando sus razonamientos.

2º. *Práctica guiada.* El investigador orientó a los alumnos, creó espacios de análisis, discusión y reflexión mientras se desenvolvía el taller y expresaba en voz alta su pensamiento al realizar las restas de números naturales, y sobre los procedimientos utilizados.

Esta colaboración del I_1 fue disminuyendo paulatinamente para dejar el control del aprendizaje a los estudiantes, de manera progresiva, para que fueran desarrollando su autonomía.

3º. *Práctica cooperativa.* Los estudiantes se agruparon de cuatro en cuatro para realizar el taller. El primer día, por falta de práctica, fueron lentos a la hora de organizarse y resolver las preguntas; sin embargo, en esta sesión tuvieron menos dificultades para identificar los aciertos, las formas de abordar el problema y descubrieron la utilidad de su trabajo para la vida diaria.

4º. *Práctica individual.* Los alumnos resolvieron los problemas matemáticos por ellos mismos, y el investigador comprobó los aprendizajes adquiridos, así como la responsabilidad propia a la hora de aplicar las estrategias y poseer capacidad de utilizar los conocimientos adquiridos de forma autónoma.

En cada etapa, el investigador hizo grabaciones y videos en distintos momentos del proceso: cuando los alumnos hacían preguntas para evidenciar los comportamientos, sus actitudes y comprobar si se cumplían o no los objetivos de aprendizaje.

Los estudiantes realizaron un autoinforme que resultó muy enriquecedor como estrategia de reflexión y regulación para establecer los errores o los aciertos, los apoyos recibidos del investigador, las dificultades que tuvieron en el trabajo cooperativo y como modalidad evaluativa para que el investigador tuviera conocimiento del proceso metacognitivo de cada alumno.