



Revista EIA

ISSN: 1794-1237

revista@eia.edu.co

Escuela de Ingeniería de Antioquia  
Colombia

Galindres Guancha, Diego Armando; Soto Mejía, Jose Adalberto; Estrada Mejía, Sandra  
ASIGNACIÓN DE FRECUENCIAS ÓPTIMAS, A TRAVÉS DE UN MODELO  
MULTIOBJETIVO, PARA UN SISTEMA BRT

Revista EIA, vol. 13, núm. 26, julio-diciembre, 2016, pp. 141-152

Escuela de Ingeniería de Antioquia  
Envigado, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=149250081010>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

# ASIGNACIÓN DE FRECUENCIAS ÓPTIMAS, A TRAVÉS DE UN MODELO MULTIOBJETIVO, PARA UN SISTEMA BRT

 DIEGO ARMANDO GALINDRES GUANCHA<sup>1</sup>

JOSE ADALBERTO SOTO MEJÍA<sup>2</sup>

SANDRA ESTRADA MEJÍA<sup>3</sup>

## RESUMEN

En este artículo se aborda el problema de optimización de frecuencias en un Sistema Integrado de Transporte Público (SITP). La metodología aplicada se centró en encontrar la frecuencia óptima de despacho de buses en diferentes rutas. El modelo planteado se aplicó a una reducción del SITP en la ciudad de Pereira (Risaralda, Colombia), el cual es del tipo *Bus Rapid Transit* (BRT).

La frecuencia óptima se determina de acuerdo a la demanda de viajes estimada, la capacidad de los buses, y el tamaño de la flota disponible. Se propone una función multiobjetivo que minimiza el tiempo de parada en las estaciones, los costos económicos de las empresas operadoras y una penalización adicional que se da cuando un usuario debe esperar por un segundo bus. Finalmente se propone una metodología para escoger los ponderadores de la función objetivo.

El modelo fue resuelto mediante un Algoritmo Genético (AG). Las frecuencias de despacho fueron acotadas, logrando una disminución del espacio de soluciones, obteniéndose como respuesta intervalos de despacho operables. El modelo fue probado en diferentes escenarios con una demanda baja, media y alta, con el fin de evidenciar los cambios en la calidad del servicio, y establecer una política de despacho adecuada.

**PALABRAS CLAVES:** Bus Rapid Transit (BRT), Frecuencias de despacho, Modelo de optimización, Sistema Integrado de Transporte Público (SITP), Tiempo de espera, Tiempo de viaje.

## OPTIMAL FREQUENCY ALLOCATION THROUGH A MULTIOBJECTIVE MODEL FOR A BRT SYSTEM

## ABSTRACT

This article addresses the optimization of frequencies in an Integrated Public Transportation Systems (IPTs). The methodology focused on finding the optimum dispatch frequency for buses in different routes. The proposed model was applied to a reduction of the Integrated Public Transportation Systems (IPTs) in the city of Pereira (Risaralda, Colombia), which is of the Bus Rapid Transit (BRT) type.

<sup>1</sup> Ingeniero Industrial, Estudiante de Maestría en Investigación Operativa y Estadística. Universidad Tecnológica de Pereira.

<sup>2</sup> Ph.D. en Ingeniería Eléctrica, área Ingeniería de Computación. Universidad Tecnológica de Pereira.

<sup>3</sup> Ph.D. en Ciencias Pedagógicas. Universidad Tecnológica de Pereira.



*Autor de correspondencia:* Galindres Guancha, D.A. (Diego Armando): Carrera 27 #10-02 Barrio Alamos. Universidad Tecnológica de Pereira. Blq 5. piso 4, oficina de Proyectos especiales y Maestrías. / Tel.: 3218567297. Correo electrónico: diegogal@utp.edu.co

*Historia del artículo:*

Artículo recibido: 18-I-2016/ Aprobado: 29-XI-2016

Disponible online: 30 de febrero de 2017

Discusión abierta hasta abril de 2018

The optimum frequency is determined according to an estimated travel demand, the capacity of the buses, and the size of the available fleet. One multi-objective function that minimizes downtimes at the stations, the economic costs of the business operators and an additional penalty that occurs when users must wait for a second bus is also proposed. Finally, a methodology to choose the weights of the objective function is shown.

The model was solved using a genetic algorithm (GA). Dispatch frequencies are bounded, achieving a reduction of the solution space obtaining operable intervals.

**KEYWORDS:** Bus Rapid Transit (BRT), Dispatch frequency, Integrated Public Transportation Systems (IPTS), Optimization Model, Waiting time, Travel time.

## ATRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS ÓPTIMAS ATRAVÉS DE UM MODELO MULTIOBJETIVO PARA UM SISTEMA BRT

### RESUMO

Este artigo descreve a otimização de frequências no Sistema Integrado de Transporte Público (SITP). A metodologia centra-se em encontrar a frequência ideal de envio de ônibus em diferentes rotas. O modelo proposto foi aplicado a uma redução SITP na cidade de Pereira (Risaralda, Colômbia), que é o Bus Rapid Transit (BRT) tipo.

A frequência ótima é determinada de acordo com a estimativa da procura de viagens, a capacidade de autocarro, e o tamanho da frota disponível. Uma função multiobjectivo que minimiza o tempo de inatividade nas estações, os custos económicos das empresas que operam e uma penalidade adicional que ocorre quando um usuário deve esperar por um segundo ônibus é proposto. Finalmente, é proposta uma metodologia para escolher os pesos da função objetivo.

O modelo foi resolvido através de um algoritmo genético (AG). As frequências de envio foram delimitadas, atingindo uma redução do espaço de solução, sendo obtido como resposta intervalos de envio operáveis. O modelo foi testado em diferentes cenários com baixa, média e alta demanda, a fim de demonstrar as mudanças na qualidade do serviço e estabelecer uma política de envio apropriada.

**PALAVRAS-CHAVE:** Bus Rapid Transit (BRT), Frequência de envio, Modelo de otimização, Sistema Integrado de Transporte Público (SITP), Tempo de espera, Tempo de viagem.

### 1. INTRODUCCIÓN

La planificación operativa de un Sistema Integrado de Transporte Público (SITP) es muy importante para una ciudad, ya que una mejora en éste, repercute en la disminución de los tiempos de viaje esperados, impacta en la calidad y el costo del servicio, además, aumenta la confianza en sus usuarios y disminuye la posibilidad de preferir otro tipo de transporte. Es por eso que el desarrollo del transporte público es una de las prioridades de la administración pública, y también una de las vías más eficaces

para resolver problema de movilidad. ShenLuhua, HanYin y JiangXinkai (2011).

El hecho que los pasajeros, cotidianamente vivan situaciones de estrés, debido a que experimentan condiciones no muy favorables al viajar, como la espera excesiva y la saturación del sistema por la demanda acumulada en las estaciones, hace pensar en mecanismos de planificación que permitan mejorar estas condiciones, teniendo en cuenta que el costo operativo sea razonable y que nuevas exigencias de los usuarios sean tenidas en cuenta (servicio rápido y confiable, amplia cobertura, servicio más barato y

conductores seguros amistosos). Rohani, Wijeyesekera, Karim (2012)

De acuerdo a lo anterior, Martínez *et al.* (2012) establecen que una definición apropiada de frecuencias mejoran las condiciones de los usuarios (tiempo de espera, tiempo de viaje) y las de los operadores (costo operacional determinado principalmente por el tamaño de la flota requerido).

En el presente trabajo se determinan las frecuencias de salida de la flota de buses para las rutas de una reducción del SITP Megabus, en la ciudad de Pereira. Este sistema es del tipo *Bus Rapid Transit* (BRT), Cervero (2013). Se considera la secuencia de estaciones del sistema, la demanda de viajes dada por una matriz Origen-Destino y el tamaño de la flota necesario.

El modelo busca mejorar la calidad del servicio, disminuyendo el tiempo promedio de viaje de los pasajeros, el tiempo promedio de espera en una estación, la cantidad de personas que deben esperar por un segundo bus, y al mismo tiempo considera los beneficios económicos de las empresas operadoras.

El artículo está organizado de la siguiente forma: primero se hace una revisión del estado del arte, luego se caracteriza y propone el modelo matemático, en seguida se describe el algoritmo de resolución, luego se analizan los resultados y finalmente se dan las conclusiones y se propone trabajos futuros.

## 2. MARCO TEÓRICO

La definición de frecuencias en un SITP es un problema que ha sido ampliamente abordado por diferentes investigadores. En Ceder, (2007) se establece que el proceso de diseño y planificación de un SITP se debe considerar en cinco etapas diferentes, siendo la etapa de la generación de frecuencias apropiadas la segunda, después de haber definido los recorridos o rutas apropiadas. Sin embargo, después de determinar la infraestructura de las rutas, se debe hacer un reajuste de las frecuencias, ya que estas dependen de la variación de la demanda. Martínez *et al.* (2012).

El problema de optimización de recorridos y frecuencias en sistemas de transporte público conocido como TNDP (Transit Network Design Problem), da solución a las dos etapas de planificación anteriormente mencionadas. En este problema, las rutas deben ser definidas de acuerdo a la infraestructura de calles y paradas, satisfaciendo una demanda determinada. Se muestran ejemplos en Baaj y Mahmassani (1991), Fernández, Cea y Malbran (2008), Zhao y Dessouky, (2008).

En los trabajos arriba mencionados, los recorridos se definen primero, reflejando únicamente los objetivos de los usuarios al minimizar tiempos de caminata, viaje y transbordo. Después, los recorridos sirven como insumo para la definición de las frecuencias, donde se minimizan además los tiempos de espera para todos los usuarios y el costo de la operación a través del cálculo del tamaño de la flota requerido.

En Baaj y Mahmassani (1991) se propone minimizar una combinación de objetivos de usuarios y operadores, contabilizando tiempos de viaje y espera para todos los usuarios, al igual que los costos de operación. Se establece un factor de carga de demanda para diferentes tramos de recorridos, lo que permite priorizarlos y asignarles frecuencias más altas, de acuerdo con la asignación de pasajeros a cada ruta.

Aunque su mayor aporte fueron algoritmos para construcción de recorridos, dentro del cálculo de frecuencias, el factor de ocupación de los buses es planteado como un condicionante para el nivel del servicio que se requiere. Sin embargo, lo anterior puede generar niveles de servicio bajos (intervalos de salida amplios) en condiciones de demanda donde el porcentaje de ocupación de los buses no sea crítico.

Fan y Machemehl (2004) presentan un modelo basado en el de Baaj y Mahmassani (1991), y agregan el término de demanda no satisfecha a la función objetivo con el fin de encontrar recorridos más apropiados, sin embargo, este término no impacta la generación de frecuencias directamente. Además se agregan algunas restricciones adicionales que limitan la longitud máxima de un viaje, evitando rutas demasiado largas donde la calidad del servicio sea insostenible.

Estas formulaciones llevan implícito un sub-modelo de asignación, con el fin de representar adecuadamente la forma en que los pasajeros utilizan la oferta disponible (en términos de infraestructura, frecuencias de línea y otras normas de funcionamiento predefinidos) para viajar a través de la red de tránsito de diferentes orígenes a diferentes destinos. Cortes, Jara, y Moreno (2012).

Modelos como los mencionados anteriormente, son complejos en su resolución porque presentan variables de decisión que no solo tienen que ver con la frecuencia sino también con la calidad del diseño de la red de tránsito y el comportamiento de los usuarios dentro del sistema. Cuando el interés es solo la frecuencia óptima, estos modelos se pueden ajustar parcialmente.

En la presente investigación, los recorridos no son variables de decisión, ya que estos se encuentran definidos de acuerdo a la infraestructura actual del SITP Megabus. Por tanto, el modelo propuesto solo busca definir frecuencias apropiadas para las rutas ya existentes de acuerdo a un nivel de demanda.

El número de los buses necesarios para la operación de un SITP, depende principalmente del intervalo de tiempo de salida definido (inverso de las frecuencias). Los operadores de transporte público por tanto, quisieran proporcionar intervalos de salida máximos con el fin de reducir sus gastos de operación. Los pasajeros, por el contrario, requieren intervalos de salida mínimos con el fin de reducir el tiempo de espera y también el tiempo de viaje. ShenLuhua *et al.* (2011).

En el trabajo mencionado anteriormente, se propone un modelo simplificado, donde maximizan el beneficio social económico neto. Se tiene en cuenta rutas compartidas para el cálculo del tiempo de espera. Se utiliza un factor para determinar la cantidad de personas que se bajan en una estación determinada, aunque no se explica cómo se definió dicha proporción, y a través de un tiempo promedio por persona se determina cuánto tiempo permanece el bus en una estación. Se introduce una razón que determina el porcentaje de pasajeros que deben hacer

transferencia en un origen-destino determinado. Además se definen tiempos máximos de parada en las estaciones y factores de carga máximos en las rutas. La principal dificultad de este enfoque está relacionada con la parametrización de la información utilizada como insumo para el modelo.

Otros autores, Huang, Z. *et al.* (2013), proponen modelos que consideran la demanda y su incertidumbre como un factor que influye en la variación de los tiempos de recorridos, afectando directamente al tiempo que un bus se demora en una estación, por lo que incluyen en la función objetivo la disminución de la variabilidad de los tiempos de viaje esperados, con el fin de mejorar la confiabilidad del sistema. No obstante, estos esfuerzos por reducir la variabilidad de tiempo, están sujetos al nivel de caracterización que se tenga de la demanda potencial de viajes, de forma muy detallada y actualizada, lo que implica tener un sistema de información que se actualice constantemente con la información de la operación.

Otros trabajos, Quian, Y. *et al.* (2005), aplican modelos reducidos en su complejidad considerando solo la reducción de la saturación de los buses, medida como el tiempo que los usuarios experimentan esta condición. Se trata de reducir la saturación en la función objetivo pero no se tiene en cuenta los tiempos de paradas en estaciones ni se restringe el tamaño de flota, solo se condiciona las frecuencias máximas y mínimas permitidas.

En Liebchen y Peeters (2009), en un sistema de líneas ferroviarias se aplica una optimización discreta, su objetivo es buscar una sincronización de los tiempos de ciclo de los recorridos con una programación dada. No se tiene en cuenta el tiempo de viaje promedio y el de espera explícitamente, sino que se trata de lograr una regularización en los servicios del sistema que lo vuelva más eficiente, logrando así, menores tiempos en las estaciones, transbordos e incluso utilizando menos rutas para alcanzar su destino. Sin embargo, estos métodos aplican en sistemas, en los cuales se puede cambiar el sentido de los tramos de las rutas, para lograr la mejor interconexión entre las estaciones

del sistema. Estas técnicas no se aplican al sistema local Megabus dado que en éste los recorridos no se pueden modificar.

Los trabajos más recientes, Cepeda, Cominetti y Florian (2006), Kov, Fukuda y Yai (2011), que abordan esta problemática, difieren en el grado de complejidad utilizado para modelar los contextos donde se quieren aplicar. Por ejemplo, se han enfocado esfuerzos en el cálculo de frecuencias óptimas para un SITP teniendo en cuenta la congestión de tráfico en las calles. El fin es mejorar el desempeño de cada ruta expuesta a la variabilidad de los tiempos de recorrido debido a la congestión del tráfico donde operan, lo que afecta también al tiempo de espera de los usuarios y por tanto, su comportamiento dentro del sistema.

En el contexto del presente enfoque de esta investigación, la congestión de las rutas no se tienen en cuenta ya que el sistema cuenta con un corredor propio, esto hace que los tiempos de espera se puedan asumir como constantes de acuerdo a un nivel de servicio, y por tanto los usuarios no condicionan la elección de una ruta debido a este fenómeno.

El principal aporte de este artículo es la propuesta de un modelo que en su función objetivo, se enfoca en minimizar el tiempo de parada en las estaciones (en función de la cantidad de pasajeros que se suben y se bajan en cada estación) ya que al no tener en cuenta el efecto de la congestión, el tiempo de parada en las estaciones es el factor que más influye en el tiempo de viaje promedio dentro del bus, Wirasinghe y Szplett (1984); Lam, Cheung y Poon. (1998). Además se trata de minimizar la cantidad de pasajeros que deben esperar por un segundo bus (caso en que no puedan abordar un bus por encontrarse saturado en su capacidad), lo que asegura mayor regularidad en escenarios de demanda alta. De esta forma, el tiempo de cada viaje factible en el sistema es reducido al mínimo y las variables de decisión serán las frecuencias para cada ruta. Otra parte de la función objetivo minimiza el costo de operación, considerando la perspectiva del operador.

La asignación de pasajeros es proporcional al nivel de servicio de cada ruta, asumiendo que estos carecen de una estrategia a priori para escoger el bus, es decir, abordan el primer bus que llegue a la estación origen, que les sirva para llegar a su destino. Por lo anterior no se tiene en cuenta un modelo de asignación, evitándose la estructura de dos niveles que generalmente se establece en este tipo de planteamiento, como es ve en Fan y Machemehl (2004), Zhao y Dessouky, 2008, Huang, Z. *et al.* (2013).

### 3. MATERIALES Y MÉTODOS

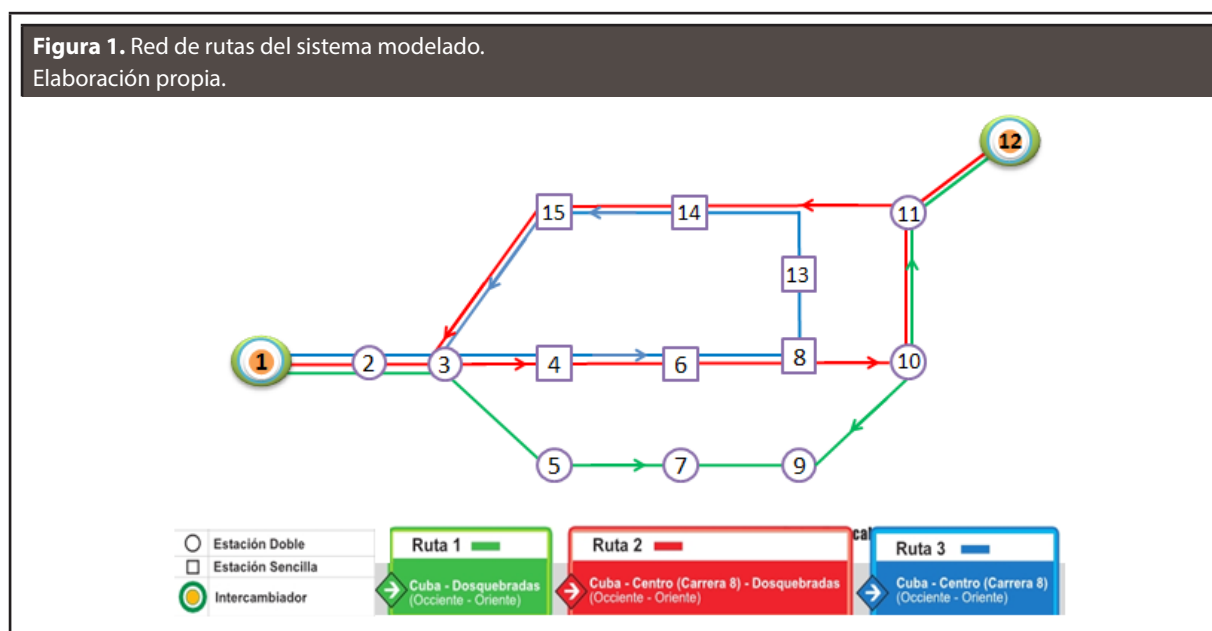
La estructura del SITP en estudio cuenta con 3 rutas (ver **Figura 1**). La ruta 1 comparte las mismas estaciones en ambos recorridos (ida y regreso), en la ruta 2, ambos recorridos comparten algunas estaciones (inicio y final de cada recorrido). La ruta 3 es circular, pero se divide en la mitad (nodo 13), para definir un recorrido de ida y regreso.

El modelo matemático está basado en el propuesto por ShenLuhua *et al.* (2011). Define una estructura topológica a través de los grafos  $G_r = (E, C)$  con  $r=1,2,...,6$ ; los cuales representan cada uno las tres rutas del sistema, divididas en dos sentidos, ida y regreso, para un total de seis grafos.  $E$ , es el conjunto de estaciones (nodos) y  $C$  es el conjunto de calles (aristas) que conectan las estaciones. El desplazamiento de un bus sobre una calle, implica un tiempo de viaje no negativo  $T_c$  con  $c \in C$ . Así, el tiempo de un recorrido de ida se toma como  $\sum_{c \in G_r} T_c$  con  $r=1, 2, 3$ . Y para los recorridos de regreso  $r=4, 5, 6$ . Los grafos 1 y 4, 2 y 5, 3 y 6 conforman un ciclo completo para las tres rutas del sistema.

La oferta del SITP está representada por los grafos  $G_r$  a los cuales se les asigna una frecuencia. La demanda está dada por los usuarios que necesitan realizar viajes entre diferentes estaciones del sistema. Es generada en las estaciones y se representa como un conjunto  $K$  de pares origen-destino ( $OD$ ), tal que  $O$  y  $D \in E$ . El valor no negativo  $D_{OD}$  representa la cantidad de pasajeros para cada par  $OD$ .



**Figura 1.** Red de rutas del sistema modelado.  
Elaboración propia.



La escogencia de una ruta no está condicionada por una estrategia óptima como en Spiess y Florian (1988), o por el tiempo de espera que depende de la congestión vial como en Kov, M. *et al.* (2011). Esto se debe principalmente al tamaño del SITP de la ciudad de Pereira. Para el usuario no representa una diferencia significativa en tiempo de viaje, el escoger una u otra de las posibles rutas factibles hacia su destino. Por tanto, la demanda se asigna a una ruta proporcionalmente, en función de la frecuencia que ésta tiene, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$P(G_r) = \frac{f_c}{\sum_{c \in G_r} f_c} \quad c \in C \quad (1)$$

La anterior expresión muestra que si un segmento de calle  $c$  pertenece a más de una ruta  $G_r$  del mismo sentido (está compartido por más de una ruta) entonces,  $0 < P(G_r) < 1$ , y en el caso contrario  $P(G_r) = 1$ , caso cuando no hay varias rutas para escoger, sino solo una. Lo anterior implica que el usuario no considera información sobre los tiempos de viaje a bordo, las frecuencias de cada ruta, y los tiempos de espera, para hacer una elección a priori de la ruta que desea utilizar.

Para este caso, la demanda en cada estación se toma como un valor conocido. Lo anterior impli-

ca que el modelo calcula las frecuencias adecuadas para un instante de tiempo, sin tener en cuenta la variabilidad de la demanda en función del mismo. Se deben considerar diferentes escenarios por separado (demanda baja, media y alta) y calcular frecuencias apropiadas para cada uno.

Por tanto, al no tener en cuenta un modelo de asignación óptima de usuarios a rutas, el problema de calcular frecuencias apropiadas para todo el sistema se reduce a minimizar el tiempo de espera en cada estación y al tiempo que el bus se detiene en las estaciones de un recorrido esperando a que los usuarios se bajen y se suban. Lo anterior implica que el modelo procura una descongestión de la demanda en las estaciones, al tener en consideración el flujo de usuarios en las estaciones

El tiempo de espera ( $T_e$ ), en cada estación se obtiene de la distribución de tiempos entre llegadas de los buses, dado por la siguiente expresión:

$$T_e = \frac{1}{2 \sum_{e \in G_r} f_c} \quad e \in E \quad (2)$$

La expresión asume tiempos entre llegadas de los buses con distribución uniforme propuesta por Spiess H. y Florian M. (1989). Donde el tiempo de

espera promedio, se calcula de acuerdo a las rutas factibles que el usuario puede abordar.

Para cualquier pasajero el tiempo de espera estará entre  $\left[0 \text{ y } \frac{1}{\sum_{e \in G_r} f_c}; e \in E\right]$ .

Nótese que este tiempo, sería una medida constante que depende estrictamente del nivel de servicio ofrecido ( $f_c$ ). Así el tiempo de espera por un segundo bus ( $T_{e2}$ ) resulta de sumar el tiempo de espera promedio más el tiempo máximo de espera.

El tiempo invertido por los pasajeros al abordar el bus, dirigirse a su destino (parando en todas las estaciones intermedias) y bajarse en la estación destino, se llamará tiempo de viaje. El tiempo de recorrido entre estaciones se denotará como  $T_{ee}$ . Los tiempos de parada en las estaciones, como  $T_p$ .

La frecuencia se define como un conjunto de valores  $f_c = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m\}$ , donde cada elemento  $\varphi_i$  es no negativo y representa una posible frecuencia a ser asignada a una ruta  $G_r$  compuesta por los grafos 1 y 4, 2 y 5, 3 y 6.

### 3.1. Modelo de optimización

La formulación siguiente minimiza una combinación de los objetivos correspondientes a usuarios y operadores, ponderados por coeficientes de importancia que además deben realizar la conversión a unidades comunes.

El objetivo de los usuarios se representa como la minimización de los tiempos de viaje promedio, (Espera en una estación  $T_e$ , Tiempo de espera por un segundo bus  $T_{e2}$ , Tiempo de recorrido entre estaciones  $T_{ee}$ , Tiempo de parada en estaciones  $T_p$ ) para todo par de estaciones con  $OD$  factibles en las rutas  $G_r$ . Los ponderadores  $\alpha, \beta$ , asociados a cada uno de los objetivos dependen de la prioridad que se le quiera dar a los intereses del usuario y del operador, respectivamente. El ponderador  $\gamma$  va a depender del grado de importancia con que se quiera reducir la cantidad de personas que deben esperar por un segundo viaje. Este coeficiente sólo afectará la función objetivo a partir de cierto nivel de demanda. El

objetivo de los operadores está representado por el costo de las frecuencias (o nivel de servicio que estas representen)  $C_f$ .

$\alpha, \beta$  afectan el modelo en cualquier escenario de demanda, mientras que  $\gamma$  solo es útil a partir de un nivel de demanda determinado. La formulación es la siguiente:

$$\min \alpha \left( \sum_{e \in G_r} T_e + \gamma \sum_{e \in G_r} T_{e2} + \sum_{C \in G_r} T_{ee} + \sum_{E \in G_r} T_p \right) + \beta \sum_{C \in G_r} C f_c \quad (3)$$

Sujeto a:

$$\sum_{e \in E} Ds_- - \sum_{e \in E} Ds_+ = D_{OD} \quad \forall O, D \in G_r \quad (4)$$

$$Dc \leq f_c T_e \quad \forall C, E \in G_r \quad (5)$$

$$Dc > 0 \quad \forall E \in G_r \quad (6)$$

$$\sum_{G_r} \left( \sum_{C \in C} T_{ee} + \sum_{E \in E} T_p \right) f_c \leq M \quad \forall C, E \in G_r \quad (7)$$

$$\left( \sum_{C \in C} T_{ee} + \sum_{E \in E} T_p \right) f_c \geq 1 \quad \forall C, E \in G_r \quad (8)$$

En la **Ecuación (4)**,  $Ds_-$  es la cantidad de pasajeros (servidos) que llegan a una estación  $e$  y está dado por la matriz origen-destino,  $D_{OD}$ .  $Ds_+$  es la cantidad de pasajeros que se suben a un bus y se calcula como,  $Ds_+ = P(G_r) D_{OD}$ .  $D_c$  es la demanda de viajes total. En la **Ecuación (5)** se ofrece un nivel de servicio acorde con la cantidad de demanda en el sistema. En la **Ecuación (7)** se restringe el nivel de servicio de acuerdo al tamaño de flota disponible ( $M$ ). En la **Ecuación (8)** se asegura que al menos haya un bus en cada ruta.

### 3.2. Aplicación del algoritmo genético

La solución al problema dado en las ecuaciones 3 a 8 implica definir una frecuencia para cada uno de los seis grafos de recorridos 1 y 4, 2 y 5, 3 y 6. Al discretizar el dominio de las frecuencias, el problema se convierte en uno de optimización combinatorial cuyo espacio de búsqueda tiene un tamaño exponencial  $|f_c|^r$ . (Martínez *et al.*, 2012).



Dada la complejidad no lineal del problema y su estructura multiobjetivo, enfoques algorítmicos, como los basados en descomposición del problema o los métodos de gradiente, suelen no ser los más apropiados, Huang, Z. *et al.* (2013). En el presente artículo se propone el uso de una metaheurística basada en Algoritmos Genéticos (AG) Holland, J. (1992) la cual permite encontrar soluciones para problemas no lineales. A continuación se presenta la metaheurística AG en el contexto de la determinación de frecuencias óptimas de un sistema del tipo BRT.

**Codificación.** Cada ruta  $G_r$  debe tener asignado una frecuencia  $f_c$ . Así un individuo estará compuesto por tres valores de frecuencia posibles asociados a cada una de las tres rutas con las que cuenta el sistema en consideración (el valor de la frecuencia de ida es igual a la de regreso para cada ruta).

**Población inicial.** Se crea una lista de cromosomas cada uno del tamaño de la cantidad de rutas, es decir 3. Se le asignan parámetros de rango mínimo y máximo en el que puede oscilar cada gen. En el caso van de 3.5 minutos a 15.5 minutos (convertidos a frecuencias), valores que se consideran aceptables por el usuario. Tomando como intervalo de discretización 0.5 minutos se obtienen 25 posibles valores que podría tomar  $f_c$  en cada gen. Dada la anterior consideración se inicia cada cromosoma con valores aleatorios.

**Función de adaptación.** Se calcula la función objetivo de acuerdo a las frecuencias asignadas, y se penaliza a los individuos de la población que excedan alguna de las restricciones, dependiendo del grado de desfase con el límite de la restricción.

**Selección.** Hace que las soluciones con mejor función objetivo tengan más posibilidades de sobrevivir y reproducirse. El proceso de selección es el paso que guía al algoritmo evolutivo hacia soluciones cada vez mejores.

**Cruzamiento.** La producción de nuevas soluciones se hace combinando soluciones existentes, las cuales adquieren características de sus padres, en este caso se hace un cruzamiento de punto fijo.

**Criterio de convergencia.** El AG se detiene si la incumbente se mantiene por 20 generaciones seguidas.

### 3.3. Experimentación, resultados y discusión

Se corrieron 3 escenarios bajo una demanda alta, media y baja. Se compararon las frecuencias encontradas, en cada escenario, con las que actualmente opera el sistema. A partir de lo anterior se pudo comparar las configuraciones de operación (combinaciones de frecuencias), en términos del tamaño de flota, tiempos de viaje promedio (se toma como referencia el tiempo de un viaje para recorrer un ciclo completo en cada ruta) y los pasajeros esperando el segundo bus. El sistema base para la modelación fue mostrado en la sección III, **Figura 1**.

Los intervalos de tiempo entre salidas, para cada uno de los escenarios, se obtuvieron calculando el inverso de las frecuencias encontradas, al resolver el modelo dado en las ecuaciones 3 a 8. Los resultados se muestran en la **Tabla 1**. Con fines de comparación se muestran también los intervalos de salidas que se aplican actualmente en el sistema Megabus.

**TABLA 1. INTERVALOS DE SALIDAS A PARTIR DE LAS FRECUENCIAS ÓPTIMAS COMPARADOS CON LOS ACTUALES**

Demanda	Intervalos entre salidas (min)	R1	R2	R3
Alta	Óptimo	4,5	6,0	5,0
	Actual	4	4	6
Media	Óptimo	5,5	9,5	4,0
	Actual	6	6	5
Baja	Óptimo	11	15,5	15,5
	Actual	11	11	13

La **Tabla 2**, muestra cómo todas las soluciones obtenidas a través de la optimización tienen una función objetivo menor (con respecto al tiempo promedio de viaje y el tamaño de flota requerido) comparado con la estrategia actual de operación.

**TABLA 2.** VALORES DE LAS COMPONENTES DEL MODELO A PARTIR DE LA CONFIGURACIÓN FRECUENCIAS ACTUALES Y LAS ÓPTIMAS, EN DIFERENTES ESCENARIOS

Demanda	Configuración	F.O	Tiempo promedio Viaje (min)			Tamaño de Flota Requerido
			R1	R2	R3	
Alta	Óptima	727.376	57,5	51,6	43,4	28
	Actual	757.082	56,8	50,7	42,6	32
Media	Óptima	506.655	53,5	43,8	40,0	22
	Actual	589.230	54,5	44,6	41,5	19
Baja	Óptima	324.530	48,4	41,0	45,3	8
	Actual	330.339	47,2	39,5	42,6	9

En el escenario de demanda alta (ver **Tabla 2**), actualmente se utilizarían más buses (32), lo que repercute en menores tiempos de viaje, si se comparan ambas configuraciones. Sin embargo, si se observa la **Tabla 3**, se encuentra que la diferencia entre el número de personas que deben esperar un segundo bus, bajo ambos tamaños de flota es solo de 3 pasajeros, lo que muestra que la actual estrategia está sobre dimensionando el número de buses bajo el escenario de demanda alta.

En el escenario de demanda media ocurre lo contrario. La configuración óptima utiliza 3 buses por encima de la configuración actual lo cual disminuye los tiempos de viaje promedio en las 3 rutas. Pero en este caso si existe una diferencia significativa entre el escenario optimizado y el actual disminuyendo el número de pasajero que tienen que esperar un bus de 95 a 53 (ver **Tabla 3**).

**TABLA 3.** PASAJEROS ESPERANDO EL SEGUNDO BUS PARTIR DE LAS FRECUENCIAS ACTUALES Y LAS ÓPTIMAS, EN DIFERENTES ESCENARIOS

Demanda	Frecuencias	Pasajeros esperando el segundo bus			
		R1	R2	R3	Total
Alta	Óptima	273	43	228	544
	Actual	238	46	263	547
Media	Óptima	53	0	0	53
	Actual	61	0	34	95
Baja	Óptima	0	0	0	0
	Actual	0	0	0	0

El escenario de menor demanda muestra poca diferencia entre las dos configuraciones (función objetivo, tiempo promedio de viaje, tamaño de flota y número de pasajeros esperando un segundo bus). Lo anterior se debe a que bajo este escenario no hay puntos críticos (saturación de demanda) que eleven los costos de los usuarios por tener que esperar un segundo bus o de los operadores por tener que ofrecer intervalos de salida pequeños.

Por tanto, se puede observar que al resolver el modelo con el AG, se obtiene un panorama estratégico de operación, que puede mejorar el uso de los recursos disponibles. No necesariamente con una demanda alta se debe utilizar la máxima flota disponible; existen otras configuraciones de despacho que con menos flota en uso, proporcionan un nivel de servicio similar, por ejemplo, al lograr el mismo promedio de personas que deben esperar por un segundo bus.

En la **Tabla 4**, se muestra el efecto de las variaciones de los coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , en la configuración óptima, para un escenario de demanda alta.

Si  $\alpha = \beta = 1$  los objetivos del usuario y el operador respectivamente, tienen la misma prioridad. El ponderador  $\gamma$  determina el nivel de servicio en el escenario de demanda alta, aumentando el tamaño de flota y disminuyendo la cantidad de pasajeros promedio que deben esperar un segundo bus. De forma similar, al variar  $\alpha$  y  $\beta$  se producen contrastes en ambas variables analizadas.

Note en la **Ecuación (3)**,  $\alpha$ , afecta a todos los escenarios, ya sean de demanda baja, media y alta; mientras que  $\gamma$ , afecta solo al tiempo de espera de un segundo bus  $T_{e2}$ , es decir, se hace importante en escenarios de demanda alta.

TABLA 4. VARIACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL MODELO RESPECTO DE COEFICIENTES UTILIZADOS					
Ponderador			Intervalos (min)	Pasajeros esperando el segundo bus	Tamaño Flota
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	R1 / R2 / R3		
1	1	3	4,5 / 6 / 5	544	28
		5	3,5 / 5 / 4	437	34
2	1	3	3,5 / 5 / 3,5	417	36
		5	3,5 / 5 / 3,5	417	36
1	2	3	4,5 / 5,5 / 7	625	24
		5	4,5 / 6 / 5	543	28

En este artículo se propone como una estrategia metodológica para escoger apropiadamente el valor de los ponderadores  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , graficar el comportamiento de las variables analizadas (pasajeros esperando el segundo bus y Tamaño flota) como se muestra en la **Figura 2**.

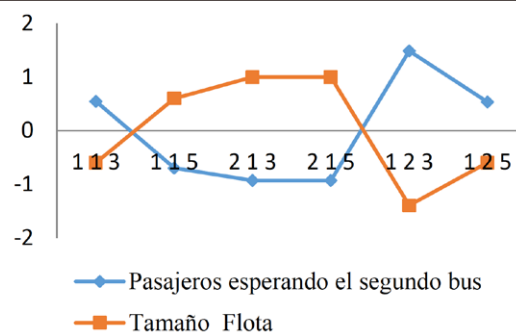
Para evitar el impacto de la magnitud de los valores y de las unidades de medición, los valores de la **Tabla 4** se estandarizaron.

Se calculó el promedio de 'Pasajeros esperando un segundo bus' y su desviación estándar, con ellos se estandarizó el valor para cada combinación de valores asignados a los ponderadores  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Así en la **Figura 2**, la abscisa 113, corresponde a  $\alpha=1$ ,  $\beta=1$ ,  $\gamma=3$ . En la ordenada se encuentra el valor de la variable estandarizada, la cual es adimensional.

En la **Figura 2**, se puede ver la relación entre dos variables analizadas y su naturaleza de conflicto (al reducir el número de pasajeros esperando por el segundo bus, se aumenta el tamaño de la flota utilizado y viceversa). La gráfica muestra además cruces en los cuales se encuentra una combinación de ponderadores,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , que tienden a equilibrar los intereses del usuario y del operador. Así, bajo una demanda alta, los ponderadores de compromiso entre las par-

tes, se obtienen promediando uno a uno, cada par de ponderadores entre los que se da un cruce, obteniéndose para el primer cruce  $\alpha=1$ ,  $\beta=1$ ,  $\gamma=4$  o para el segundo cruce  $\alpha=1.5$ ,  $\beta=1.5$ ,  $\gamma=4$ . En ambos casos se obtiene 526 pasajeros esperando el segundo bus y un tamaño de flota requerido de 29 buses.

**Figura 2.** Comportamiento de las variables analizadas para cada variación de  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$



#### 4. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Los intervalos de tiempo de salida, definidos a través de frecuencias apropiadas, son claves para el mejoramiento de la calidad del transporte público. La definición de frecuencias debe ser acorde a lo que esperan las dos partes implicadas, usuarios y operadores. Para los primeros se tuvo en cuenta la reducción del tiempo de viaje promedio y la cantidad de usuarios que deben esperar por un segundo bus. Para los operadores la reducción del costo de la operación medido por el tamaño de la flota.

Los resultados obtenidos a través del AG muestran que con la configuración óptima, (ver **Tabla 2**), no siempre se obtiene el menor tiempo de viaje promedio (ver escenario de demanda alta), dado que esta configuración utiliza menos buses que la configuración actual. Sin embargo, se observa que en el escenario de demanda media con tamaños de flota similares para la configuración óptima y la actual (ver **Tabla 2**) si hay una marcada reducción del número de pasajeros esperando un segundo bus (ver **Tabla 3**). El anterior resultado muestra que se

ha dado una mejor distribución a la flota en todas las rutas, hasta hacerse cero en las rutas, R2 y R3.

Como trabajo futuro se propone ampliar el modelo propuesto al sistema ampliado de MEGABUS. Deberán también abordarse como tema de investigación los problemas asociados con la estimación de la demanda, dada su importancia en la estimación de las frecuencias óptimas.

## AGRADECIMIENTOS

A la Maestría de Investigación Operativa y Estadística de la Universidad Tecnológica de Pereira, por brindar todas las condiciones necesarias para desarrollar el trabajo en el mejor ambiente, a COLCIENCIAS por ser el ente financiador de la investigación y a MEGABUS S.A. por su colaboración y disposición al brindar información requerida.

## REFERENCIAS

- Baaj, M. Mahmassani, H. (1991). "An AI-based approach for transit route system planning and design". *Journal of Advanced Transportation*, 25(2):187-210.
- Ceder, A. *Public Transit Planning and Operation*. UK. Elsevier. 2007. 4 - 8. Disponible en: [http://www.chinautoc.com/information/manage/UNCC\\_Editor/uploadfile/20091110111131356.pdf](http://www.chinautoc.com/information/manage/UNCC_Editor/uploadfile/20091110111131356.pdf)
- Cervero, R. (2013). "Bus Rapid Transit (BRT): An Efficient and Competitive Mode of Public Transport". Reporte para: *European Automobile Manufacturers Association*. Working Paper 2013-01. Disponible en: <http://iurd.berkeley.edu/wp/2013-01.pdf>
- Cepeda, M. Cominetti, R. Florian, M. (2006). "A frequency based assignment model for congested transit networks with strict capacity constraints: characterization and computation of equilibria". *Transportation Research Part B* 40, 437-459. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191261505000743>
- Cortés, C. Jara, P. Moreno, E. (2012). "Stochastic Transit Equilibrium". *Transportation Research Part B* 51. 29-44. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191261513000210#>
- Fan, W. Machemehl, R. (2004). "A Tabu Search based heuristic method for the transit route network design problem." *Computer Aided Scheduling of Public Transport*. Part IV. 387-408. Disponible en: [http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-73312-6\\_20](http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-73312-6_20)
- Fernández, J. Cea, J. Malbran, H. (2008). "Demand responsive urban public transport system design: methodology and application." *Transportation Research Part A* 42 (7), 951-972. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0965856408000281>
- Holland, J. *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Intelligence*. Estados Unidos. Mit University Press Group Ltd. 1992.
- Huang, Z. Ren, G. y Liu, H. (2013). "Optimizing Bus Frequencies under Uncertain Demand: Case Study of the Transit Network in a Developing City". *Hindawi Publishing Corporation*. Nanjing 210096. 1-10. Disponible en: <http://www.hindawi.com/journals/mpe/2013/375084/>
- Kov, M. Fukuda, D. Yai T. (2011). "Optimizing Frequency of Bus Service in Mixed-Traffic Urban Street" *Asian Transport Studies*. Volume 1, Issue 4, 352 - 367. Disponible en: [http://www.academia.edu/1556133/Optimizing\\_frequency\\_of\\_bus\\_service\\_in\\_mixed-traffic\\_urban\\_street](http://www.academia.edu/1556133/Optimizing_frequency_of_bus_service_in_mixed-traffic_urban_street)
- Lam, W.H.K., Cheung, C.Y., Poon, Y.F., 1998. "A study of train dwelling time at the Hong Kong Mass Transit Railway system." *Journal of Advanced Transportation* 32, 285-296.
- Liebchen C. Peeters L. (2009). "Integral cycle bases for cyclic timetabling." *Discrete Optimization*. 6. 98-109. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1572528608000674>
- Martínez, H. Mauttone, A. Urquhart, M (2013). "Formulación y meta heurística para el problema de la determinación de frecuencias en el transporte colectivo público". *Congreso Latino Iberoamericano de investigación operativa*. Rio de Janeiro. Brasil. 4576-4586. Disponible en: <http://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2012/pdf/arq0145.pdf>
- Rohani, M. Wijeyesekera, D. Karim, A. (2012). "Bus Operation, Quality Service and The Role of Bus Provider and Driver." *Malaysian Technical Universities Conference on Engineering & Technolog. Procedia Engineering* (53) 167 - 178. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1876610312000000>

- www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705813001410
- ShenLuhua, HanYin, JiangXinkai (2011) "Study on Method of Bus Service Frequency Optimal Model Based on Genetic Algorithm." 3rd International Conference on Environmental Science and Information Application Technology. *Procedia Environmental Sciences* (10) 869 – 874. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1878029611003343>
- Spiess H. and Florian M. (1989). "Optimal strategies: a new assignment model for transit networks." *Transportation Research Part B*, 23(2), 83-102. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0191261589900349>
- Quian, Y. Luo, J. Zeng, J. (2005). "Bus Departure Interval Optimization Considering Crowding Cost." *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*. Vol. 47 No.3. 1071–1075. Disponible en: <http://www.jatit.org/volumes/Vol47No3/29Vol47No3.pdf>
- Zhao, F., Zeng, X. (2008). "Optimization of transit route network, vehicle headways and timetables for large-scale transit networks." *European Journal of Operational Research* 186, 841–855. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221707002184>
- Wirasinghe, S., Szplett, D. (1984). "An investigation of passenger interchange and train standing time at LRT stations: (ii) estimation of standing time." *Journal of Advanced Transportation* 18, 13–24.

**PARA CITAR ESTE ARTÍCULO /  
TO REFERENCE THIS ARTICLE /  
PARA CITAR ESTE ARTIGO /**

Galindres Guancha, D.A.; Soto Mejía, J.A.; Estrada Mejía, S. (2016). Asignación de frecuencias óptimas, a través de un modelo multiobjetivo, para un sistema BRT. *Revista EIA*, 13(26), julio-diciembre, pp. 141-152. [Online].