Lecturas de Economía
ISSN: 0120-2596
lecturas@udea.edu.co
Universidad de Antioquia
Colombia

Crecimiento económico óptimo y calidad ambiental

Lecturas de Economía, núm. 53, julio-diciembre, 2000, pp. 61-73
Universidad de Antioquia
.png, Colombia

Crecimiento económico óptimo y calidad ambiental**

-Introducción. -I.Antecedentes: El modelo Ramsey. -II.Un modelo con contaminación. -Conclusiones. Bibliografía.

Introducción

En las últimas décadas se ha discutido y reconocido que la naturaleza y el ambiente donde se desenvuelve la actividad económica, juegan un papel importante en los procesos de desarrollo y crecimiento económico de las naciones. Igualmente, se reconoce que este mismo proceso de desarrollo y crecimiento ha llevado un agotamiento de los recursos naturales, renovables y no renovables, así como a un creciente vertimiento de desechos de la producción o, para usar una palabra más conocida: contaminación.

El problema de la contaminación se ha convertido en un tema importante de estudio por parte de los teóricos de la economía debido, principalmente, al daño social que ocasiona intrageneracional e intergeneracional. El estudio de los fenómenos que originan la contaminación y su relación con el nivel de actividad económica pueden arrojar recomendaciones de política y,

---

** Este artículo participó en el ciclo de conferencias organizado por la Facultad de Ciencias Económicas, Departamento de Economía y Centro de investigaciones Económicas - CIE, en septiembre de 1999.

por supuesto, derivar posibles soluciones al problema de la calidad ambiental.

El objetivo de este artículo, más que desarrollar un modelo, es mostrar que en un modelo tipo Ramsey, con agente de vida infinita, el crecimiento de la contaminación ambiental va a depender de la abundancia relativa del factor acumulable y por consiguiente de la productividad marginal del capital. Para mostrar esto se hace necesario construir, *a priori*, una función de utilidad con propiedades especiales, que recoja los efectos negativos de la contaminación sobre el bienestar.

El modelo teórico desarrollado aquí sigue la tradicional línea de los modelos de optimización dinámica. Es evidente, pues está basado en el modelo de Ramsey(1928), posee características de algunos trabajos desarrollados en las últimas décadas tales como Keeler et. al (1972), Fisher y Peterson (1976), cuyo trabajo presenta un modelo simple de control óptimo donde incorporan rasgos claves de los modelos de la literatura, Siebert (1987), Bruce (1980), Dasgupta(1982) y Tahvonen y Kuuluvainen (1993).

Dos elementos nuevos son incorporados aquí tales como una aproximación a la definición de contaminación desde la segunda ley de la termodinámica y una función de utilidad particular que da cuenta del comportamiento de los agentes cuando la contaminación es controlada por un organismo regulador.

Finalmente, este trabajo quiere contribuir al debate académico actual sobre los problemas de la contaminación y su influencia sobre el bienestar presente y futuro; de este modo sus resultados y conclusiones pueden contribuir, no sólo con recomendaciones de política para los *policy makers*, sino también para que investigadores del área contrasten, formulen nuevos planteamientos, modelos y elaboren agendas de investigación.

I. Antecedentes: el Modelo Ramsey

Tradicionalmente los modelos de crecimiento sólo han considerado la posibilidad de que la utilidad de los agentes sea una función creciente y estrictamente cóncava del nivel de consumo. Esto implica que variaciones positivas del nivel de consumo generan una utilidad positiva pero decreciente. En particular, la forma del modelo al cual se hace referencia está determinado por una función de utilidad que depende exclusivamente del consumo per capita *c*. Esto es *U(c)*, con las propiedades: *U'(c)>0* y *U"(c) <0*.

La función de producción de esta economía sencilla es función del stock de capital y de la fuerza de trabajo, *Y=F(K, L)*, con la propiedad de rendimientos constantes a escala. Por facilidad se asume que toda la población está empleada y que crece a una tasa constante $n>0$, esto es: $L(t)=e^{nt}$.

El producto de la economía es un bien homogéneo que puede ser ahorrado o consumido, el ahorro es la diferencia entre la producción y el consumo, luego el aumento del stock de capital se puede conseguir a través de este proceso de ahorro:

$$\dot{K}(t)=F(K,L)-C-\delta K \tag{3}$$

Donde un punto encima de una variable es su derivada respecto al tiempo y δ representa la depreciación del capital que se asume constante. La ecuación (3) dice que en una economía cerrada la inversión bruta es igual al ahorro bruto. Para desarrollar y perfeccionar el modelo de Ramsey, Cash(1965) y Koopmans(1965) utilizan una función de utilidad particular que posee la forma:

$$U(c)=\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta} \tag{4}$$

Donde $\theta>0$ es el inverso de la elasticidad de sustitución intertemporal. De modo que el problema de los agentes de esta economía, usando una función Cobb-Douglas es:

$$\text{Máx } U(c)=\int_0^{\infty}\left(\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}\right)e^{-(\rho-n)t}dt$$

$$\text{s.a.} \quad \dot{k}(t)=Ak^{\beta}-c-(n+\delta)k \quad k(0)>0 \text{ es dado.} \tag{5}$$

Donde la restricción dinámica, la acumulación de capital, es la ecuación (3) expresada en términos per capita, ρ es la tasa subjetiva de descuento o parámetro de preferencia temporal y donde k = K/L es la relación capital trabajo o capital medido en unidades per capita. Para que la integral en (5) converja se debe cumplir que $\rho > n$. El principio del máximo establece para este problema que:

$$H(c,k,\lambda)=\left(\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}\right)e^{-(\rho-n)t}+\lambda(Ak^{\beta}-c-(n+\delta)k) \tag{6}$$

las condiciones de primer orden son:

$$c^{-\theta}e^{-(\rho-n)t}-\lambda=0 \tag{7}$$

$$\lambda(\beta Ak^{\beta-1}-(n+\delta))=-\dot{\lambda} \tag{8}$$

$$\mathrm{Lim}_{t\to\infty}(k_t\lambda_t)=0 \tag{9}$$

La ecuación (7) dice que el valor marginal del consumo debe ser igual al valor marginal de la inversión. Podemos tomar logaritmos derivar respecto al tiempo y obtenemos la tasa de crecimiento del consumo en cualquier momento del tiempo:

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)}=\frac{1}{\theta}(\beta Ak^{\beta-1}-\rho-\delta) \tag{10}$$

La ecuación (10) dice que el crecimiento del consumo per capita es la diferencia entre el producto marginal del capital y la suma de la tasa de descuento y la depreciación del capital. La ecuación (9), condición de transversalidad, dice que el valor del stock de capital en el último momento del horizonte temporal debe ser cero.

El estado estacionario

Definición 1: el estado estacionario, o equilibrio de largo plazo, se entiende como una situación en la cual las variables crecen a una tasa constante (Barro and Sala-I-Martin, 1995).

En el modelo de Ramsey esta tasa es cero para las variables per capita. Por tanto, para que el consumo sea constante se requiere que:

$$\beta Ak^{*-(1-\beta)}=\rho+\delta \tag{11}$$

Denotaremos por k^*, el stock de capital de estado estacionario. Luego de (11) obtenemos la forma funcional del capital de estado estacionario:

$$k^* = \left(\frac{\beta A}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \tag{12}$$

El consumo de estado estacionario esta dado por:

$$c^* = Ak^{*\beta} - (n+\delta)k^* \tag{13}$$

Donde k^* es el indicado en (12).

II. Un modelo con contaminación

Existe un elemento que no se ha tomado en cuenta hasta ahora y que se supondrá afecta la utilidad de los agentes de manera negativa: la contaminación ambiental. Una manera de introducir la contaminación en un modelo de crecimiento es como un stock de desechos de la producción, tal situación conduce necesariamente a una definición de la contaminación diferente de la convencional. Antes de definirla formalmente, se va a mostrar que la contaminación se puede observar como una parte del producto que no sólo se invierte y/o consume, sino como una parte del producto que se desecha.

Para tal objetivo, se toma el ambiente como un bien público, entenderemos por un bien público aquel, para el cual, el uso de una unidad del bien por un agente no excluye su uso por otro agente (Mass-Collel et. al 1995). En virtud de que son no excluibles no pueden intercambiarse en los mercados. Además, la contaminación se asume una externalidad negativa de la producción, decimos que hay una externalidad, cuando el bienestar de un consumidor o las posibilidades de producción de una empresa son directamente afectados por las acciones de otros agentes en la economía (Mass-Collel et.al 1995).

Supóngase una economía con las características planteadas en el modelo anterior (5), excepto, que una parte del producto aparte de consumirse e invertirse, también se desecha en el ambiente en forma de contaminación. De este modo el producto de la economía debe ser asignado entre:

$$F(K,L) = C + \dot{K} + \delta K + S \tag{14}$$

Donde *S* es el stock de contaminación o desechos de la producción. Una vez que se tiene en cuenta la contaminación en términos físicos, es evidente que la utilidad es afectada negativamente, de modo que debemos postular que la utilidad es también función de este stock de contaminación, formalmente esto implica que *U(c, s)*, con la propiedad (1) y una adicional, esto es:

$$U'(s) < 0 \;\text{ y }\; U''(s) < 0 \tag{15}$$

Especificando que s = S/L es la contaminación medida en unidades per capita, aprovechando la propiedad (2) en la ecuación (14) y asumiendo nuevamente una función de producción particular Cobb-Douglas, se puede despejar la inversión y expresar en términos per capita:

$$\dot{k}(t) = Ak^{\beta} - c - (n+\delta)k - s \tag{16}$$

El problema al que se enfrenta un gobierno que entra en funcionamiento en el tiempo 0 es:

$$\text{Max } U(\bullet) = \int_0^{\infty} U(c,s)\, e^{-(\rho-n)t} dt$$

$$\text{s.a. } \dot{k}(t) = Ak^{\beta} - c - (n+\delta)k - s \quad k(0) > 0 \text{ es dado} \tag{17}$$

Por facilidad, supongamos que existe una función de utilidad aditiva separable que conserva las propiedades (1) y (15), de modo que:

$$U(c,s) = U(c) + U(s) \tag{18}$$[1]

Del miembro de la derecha conocemos *U(c)*, corresponde a (4), debemos entonces especificar la forma de *U(s)*. Debe construirse, *a priori*, una función, tal que verifique la condición (15):

$$U(s) = \frac{1 - s^{\psi}}{\psi} \tag{19}$$

Donde $\psi > 1$ es la contribución del nivel de desechos a la desutilidad de los agentes. Puede verificarse fácilmente que se satisface (15):

1 Esta función de utilidad recoge el efecto conjunto de un elemento de bienestar como el consumo y un elemento de malestar como el stock de desechos. En consecuencia, los senderos óptimos para el consumo y los desechos dicen a que tasa crecen y que en el estado estacionario son constantes, pero no dice que tan grandes o pequeños son los stock. En este sentido lo único que podemos afirmar es que estos senderos garantizan que la utilidad es la máxima posible.

$$U'(s) = -s^{\psi-1} < 0 \quad U''(s) = -(\psi-1)s^{\psi-2} < 0 \tag{20}$$

Ahora, el problema (17) se transforma en:

$$\text{Max } U(c) = \int_0^{\infty}\left[\left(\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}\right)+\left(\frac{1-s^{\psi}}{\psi}\right)\right]e^{-(\rho-n)t}dt$$

$$\text{s.a. } \dot{k}(t) = Ak^{\beta} - c - (n+\delta)k - s \quad k(0) > 0 \text{ es dado.} \tag{21}$$[2]

Puesto que este es un modelo de control óptimo, las candidatas a variables control son el consumo y la contaminación. La acumulación de capital es la variable de movimiento, técnicamente variable estado. Dado que el ambiente provee a la economía de materias primas, las cuales son transformadas en productos en el proceso de producción, en últimas, estas materias primas, o parte de ellas, retornan al ambiente como un producto-desperdicio (Tietenberg, 1992). Esto implica que un sistema de producción completo, cierra el ciclo, que inicia con la extracción de los recursos, con un efecto vertedero.

Por supuesto el sistema descrito es cerrado, en el sentido que en este no se intercambia factores o productos con algún sistema externo, entonces, si prescindimos de la energía solar como factor útil en la producción, el planeta tierra, es un sistema cerrado. Esta consideración tiene implicaciones que se resumen en la primera ley de la termodinámica: la materia y la energía no pueden ser creadas ni destruidas, sólo transformadas. Esto significa que el flujo de materiales de un sistema a otro sigue dos caminos: se acumula en el sistema o retorna al ambiente en forma de contaminación donde también puede acumularse o diluirse, todo depende de la capacidad de asimilación del medio.

La segunda ley de la termodinámica, conocida como la ley de la entropía, es una medida del "desorden" o de la energía inasequible de un sistema termodinámico (Georgescu R, 1971). La segunda ley, de acuerdo con Ehrlich. A et. Al (1977), trae un mensaje interesante: todos los procesos

2 Nótese que si *s=0* entonces el problema (21) se aproxima al problema (5), excepto por la constante y^{-1}. Este modelo entonces puede ser llamado el modelo de Ramsey ampliado.

físicos, materiales y tecnológicos ocurren de tal manera que la disponibilidad de la energía implicada decrece. Dentro de los materiales, sin discusión, están incluidos los recursos naturales.

En una economía sencilla, una parte de los recursos o materia primas que entran al proceso de producción se transforma en consumo e inversión. Sin embargo, una parte de los materiales usados se pierde o sale en forma de contaminación; es decir, son materiales inasequibles. Desde este punto de vista se tiene lo siguiente:

Definición 2: la contaminación se entiende como una medida de la energía y los materiales inasequibles de un sistema de producción.

La anterior definición de la contaminación, implica que si la energía y los materiales bajo cualquier forma son considerados como insumos de producción, entonces la contaminación se entiende como una medida de insumos inasequibles para la producción. Es decir, es energía y materiales que si hubiera forma de recuperarlos se usarían, sin duda, en la producción de otros bienes y servicios. Es pues esta consideración la que asigna sostén teórico y permite derivar las ecuaciones (14), (16), construir la ecuación (19) y plantear el problema de optimización (21)[3]. Este problema se formula como:

$$H(c,s,k,\lambda)=\left[\left(\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}\right)+\left(\frac{1-s^{\psi}}{\psi}\right)\right]e^{-(\rho-n)t}+\lambda(Ak^{\beta}-c-((n+\delta)k-s) \quad (22)$$

El principio del máximo[4] establece que:

$$c^{-\theta}e^{-(\rho-n)t}-\lambda(t)=0 \quad (23.a)$$

$$s^{-\psi-1}e^{-(\rho-n)t}-\lambda(t)=0 \quad (23.b)$$

$$\lambda(t)(\beta Ak^{\beta-1}-(n+\delta))=-\dot{\lambda}(t) \quad (24)$$

3 Este problema de optimización conserva algunas propiedades del modelo original. Una de ellas es que en el estado estacionario la tasa de descuento sigue siendo igual a la tasa de interés de la economía. Al respecto puede verse Barro y Sala-I-Martin (1995).

4 Puede verificarse que el Hamiltoniano maximiza realmente la función integral derivando dos veces respecto a los argumentos de la función de utilidad, tales derivadas son estrictamente negativas.

Puesto que por definición el tiempo final es libre, las condiciones de transversalidad están dadas por:

$$\text{Lim}_{t\to\infty}\left[H(t)\right] = U(c^*, s^*)\cdot \text{Lim}_{t\to\infty} e^{-(\rho-n)t} + 0\cdot \text{Lim}_{t\to\infty}\lambda(t) = 0$$

$$\text{y} \quad \text{Lim}_{t\to\infty}(k_T\lambda(t)) = 0$$

El interés es encontrar las tasas de crecimiento de las variables relevantes. Por lo tanto nos serviremos de las ecuaciones (23) y (24). La condición de transversalidad[5] se mantiene para este problema. De (23.*a*), se obtiene la ecuación (10), es la misma. La condición (8) se mantiene. De (23.*b*), a través de un procedimiento similar al aplicado para obtener (10), se establece la ecuación de comportamiento para el nivel de contaminación:

$$\frac{\dot{s}(t)}{s(t)} = \frac{1}{\psi-1}(\delta+\rho-\beta Ak^{\beta-1}) \qquad (25)$$

Como se puede observar de las ecuaciones (10) y (25), las tasas de crecimiento dependen de la productividad marginal del capital. Una cuestión importante surge en este contexto. Mientras que la producción se asume como función del capital, el resultado aquí para el consumo y la contaminación es que ambas son funciones de la productividad del capital. En consecuencia su trayectoria fuera del estado estacionario va a depender de la abundancia relativa del factor acumulable.

Si el capital es poco, esto es, no abunda, su productividad marginal es alta, si es lo suficientemente alta como para que se sitúe por encima de la suma de la depreciación y la tasa de descuento, entonces el consumo crece, pero la tasa de crecimiento de la contaminación descenderá y se volverá cero.

El otro caso es cuando el capital es abundante, lo que implica una productividad marginal baja, si esta se ubica por debajo de por debajo de la suma de la depreciación y la tasa de descuento, entonces el crecimiento de la contaminación no tendría limite y el consumo empezaría a decrecer. En el estado estacionario, de acuerdo con la definición 1, se debe cumplir que:

---

5 Por fortuna, ninguna de las condiciones del modelo son violadas con la inclusión del stock de desechos en la función de utilidad y en la acumulación de capital.

$$\beta A k^{\beta-1} = \rho + \delta$$

Luego, este resultado implica que:

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{\dot{s}(t)}{s(t)} = 0 \qquad (26)$$

El consumo de estado estacionario, va ha estar dado por:

$$c^* = Ak^{*\beta} - (n+\delta)k^* - s^* \qquad (27)$$

Inversamente, el stock de contaminación en el estado estacionario se obtiene despejando s^* de (26), esto es:

$$s^* = Ak^{*\beta} - (n+\delta)k^* - c^* \qquad (28)$$

El producto esta dado por:

$$f(k^*) = Ak^{*\beta} \qquad (29)$$

Donde el capital de estado estacionario es el dado por la ecuación (12), es fácil verificar que el producto crece a una tasa nula. Como es fácil observar, un planificador podría, en este simplificado mundo, tratar de intervenir en la adquisición de capital y hacerlo relativamente bajo de modo que su remuneración sea alta, si este es el caso, entonces podría aumentar el bienestar social en términos de la disminución de la contaminación. Todo lo anterior se puede resumir en el siguiente resultado.

Proposición: si el sistema anterior se encuentra fuera del estado estacionario entonces el crecimiento o decrecimiento de la contaminación a través del tiempo depende de la abundancia relativa del stock de capital y por tanto de su remuneración[6].

Prueba: supóngase que se está fuera del estado estacionario. En consecuencia el producto marginal del capital es distinto de la tasa de interés:

$$\beta A k^{\beta-1} \neq r \qquad (30)$$

6 Estos modelos poseen estructura de equilibrio general, esto es las cantidades demandadas y ofrecidas determinan los precios relativos de los factores y los bienes producidos. De esta manera puede aplicarse la definición de estado estacionario. Por tanto una economía fuera del estado estacionario, se encuentra en desequilibrio competitivo. Esto significa que las productividades marginales son mayores o menores que los costos marginales. Normalmente los cotos se asumen lineales con homogeneidad de grado uno en el uso de factores, en ese caso la tasa de interés es una medida del producto marginal del capital.

En ese caso pueden suceder dos cosas:

$$\beta A k^{\beta-1} < r \qquad \text{ó} \qquad \text{(a)}$$

$$\beta A k^{\beta-1} > r \qquad \text{y además} \qquad \text{(b)}$$

$$(\delta+\rho) \neq \beta A k^{\beta-1} \qquad \text{ó} \qquad \text{(c)}$$

$$(\delta+\rho) \neq r \qquad \text{(d)}$$

Donde r es la tasa de interés constante. A continuación solucionemos la ecuación diferencial para s, así:

$$s(t) = ze^{\left(\frac{1}{\psi-1}((\delta+\rho)-r)\right)t} \qquad (33)$$

Cuando el límite tiende a infinito se tienen dos casos:

Caso 1:

$$(\delta+\rho) < r < \beta A k^{\beta-1} \qquad \text{ó}$$

$$(\delta+\rho) < \beta A k^{\beta-1} < r$$

En ambos casos se tiene:

$$\mathrm{Lim}_{t\to\infty}\, s(t) = 0 \qquad (34)$$

Caso 2:

$$(\delta+\rho) > r > \beta A k^{\beta-1} \qquad \text{ó}$$

$$(\delta+\rho) > \beta A k^{\beta-1} > r$$

En ambos casos se tiene

$$\mathrm{Lim}_{t\to\infty}\, s(t) = \infty \qquad (35)$$

Que era lo que se deseaba probar, esto es que el crecimiento o decrecimiento del stock de desechos depende de la abundancia o escasés del factor acumulable, que en este modelo es el stock de capital.

Conclusiones

Es evidente que el modelo de Ramsey, como descripción del comportamiento de la sociedad capitalista, trae malas noticias en el momento de explicar el proceso de crecimiento cuando se incluye un elemento de malestar en la utilidad y se justifica la inclusión del stock de desechos en la ecuación de acumulación de capital, basados en leyes termodinámicas. La mala nueva es que el control del stock de desechos de la producción es culpa de la acumulación de capital. El modelo sugiere que en sociedades con contaminación creciente habría que deshacerse de cierta parte del stock de capital y hacerlo escaso, de modo que su remuneración aumente lo suficiente como para que este por encima de la suma de la tasa de depreciación y la tasa social de descuento.

Una conclusión que se deriva de este análisis y de la proposición 1 es que si se fuera aplicar esta condición a un país en vías de desarrollo, este tendría que sacrificar consumo. Esto coloca en tela de juicio la pertinencia de planes de control de contaminación en países de ingresos medios y bajos sin antes haber alcanzado un estadio de desarrollo que le permita satisfacer las necesidades a sus ciudadanos. La idea de que el crecimiento de la contaminación depende de la abundancia del factor acumulable coloca en discusión el papel de las políticas públicas en favor del control de la contaminación.

Solow (1993) del Instituto Tecnológico de Masachussets ha dicho que no hay ninguna razón doctrinaria para dejarle al mercado cualquier obligación que se tenga con el futuro. Esta idea suena bien, no obstante en países en vías de desarrollo la discusión debe hacerse pensando primero en el crecimiento económico que permita garantizar el bienestar de la población en cuanto salud, educación, justicia, defensa y distribución del ingreso. Esto, porque es evidente el sacrificio que debe hacerse de acumulación de capital, consumo y por consiguiente crecimiento, cuando se evalúa el impacto de la contaminación sobre la utilidad como medida del bienestar social.

El progreso técnico es una excelente alternativa para el control de la contaminación, pero nuevamente, el gobierno debe proporcionar las facilidades para su desarrollo o al menos para la transferencia de la tecnología necesaria. Sabemos realmente que la tecnología es la mejor herencia las generaciones y es además compatible con el medio ambiente pues el conocimiento por su naturaleza es un bien ambientalmente neutral.

Bibliografía

BARRO, Robert & SALA-I-MARTIN, Xavier. *Economic Growth.* Mac Graw Hill (1995).

BRUCE, Foster. "Optimal Energy Use in a Polluted Environment". *Journal of Environmental Econmics and Management.* Vol. 7, 1980.

DASGUPTA, Partha. *The control of Resource.* Harvard University Press. Cambridge Massachusets, 1992.

DOMAR, Evsey. "Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment". *Econometrica,* No 14. April 1946.

EHRLICH. A et. al. En: DALY, Herman (Comp). *Economía, ecología y ética. Ensayos hacia una economía en estado estacionario.* México, Fondo de Cultura Económica. 1989.

FISHER, A.C. & PETERSON, F.M. "The Environment in Economic: A Survey". *Journal of Economic Literature.* Vol. 14, 1976.

GEORGESCU, R.. Nicolas. En: DALY, Herman (Comp). *Economía, Ecología y Etica. Ensayos Hacia Una Economía en Estado Estacionario.* México, Fondo de Cultura Económica. 1989.

HARROD, Roy. "An Essay in Dynamic Theory". *Economic Journal.* No 49. June, 1939.

KAMIEN, M., y SCHWART, N. *Dynamic Optimization. The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management.* Amsterdam, Nort Holland. 1991.

KEELER, E. SPENCE, M. ZECKHAUSER. "The Optimal Control of Pollution". *Journal of Economic Theory.* Vol. 4, 1971.

MASS-COLLEL, A. WHINSTON, D., and GREEN, J. *Microeconomics Theory.* New York, Oxford University Press, Inc. 1995.

RAMSEY, Frank. "A mathemtical Theory of Saving". *Economics Journal.* No. 38. December 1928

SIEBERT, H. *Economics of the Environment. Theory and Policy.* Springer Verlang, 1998.

SOLOW, Robert M. "Sustainability: an Economist Perspective". *Economic of Environment,* by Dorfman & Dorfman, 1993.

TAHVONEN, O., and KUULUVAINEN, J. "Economic Growth, Pollution and Renewable Resources". *Journal of Environmental Econmics and Management.* Vol 24. No 2. March 1993.

TIETENBERG, Tom. *Environmental and Natural Resource Economics.* New York, Harper Collins Publisher. 1992.