



Semestre Económico

ISSN: 0120-6346

semestreeconomico@udem.edu.co

Universidad de Medellín

Colombia

Méndez Sayago, Jhon Alexander; Méndez Sayago, Johanna Mildred; Hernández Escolar, Hugo Alfonso

PRODUCTIVIDAD TOTAL DE LOS FACTORES, CAMBIO TÉCNICO, EFICIENCIA TÉCNICA Y PIB POTENCIAL EN LATINOAMÉRICA

Semestre Económico, vol. 16, núm. 34, julio-diciembre, 2013, pp. 65-91

Universidad de Medellín

Medellín, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=165036219003>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

# PRODUCTIVIDAD TOTAL DE LOS FACTORES, CAMBIO TÉCNICO, EFICIENCIA TÉCNICA Y PIB POTENCIAL EN LATINOAMÉRICA\*

Recibido: 02 de octubre de 2012 • Aprobado: 20 de octubre de 2013

Jhon Alexander Méndez Sayago\*\*  
Johanna Mildred Méndez Sayago\*\*\*  
Hugo Alfonso Hernández Escolar\*\*\*\*

## RESUMEN

En este artículo se calcula la productividad de los factores de un conjunto de economías latinoamericanas y se analiza el aporte del cambio técnico y la eficiencia técnica al crecimiento económico de la región. Para determinar el cambio técnico y la eficiencia técnica se estima una función de producción Cobb-Douglas, a partir de dos metodologías comparables: la técnica de datos panel de efectos fijos y el análisis de frontera estocástica. Para la muestra de datos anuales en el período 1980-2009, se concluye que hay una ligera caída de la eficiencia técnica y un incremento del progreso técnico en la mayoría de los países. Los países más eficientes son Panamá, Uruguay y México, y los más ineficientes son Nicaragua, Bolivia, Honduras y Paraguay.

## PALABRAS CLAVE

Productividad total de los factores, residuo de Solow, cambio técnico, eficiencia técnica, América Latina.

## CLASIFICACIÓN JEL

O47, O54

## CONTENIDO

Introducción; 1. Productividad total de los factores; 2. Eficiencia técnica; 3. Frontera de producción paramétrica determinística y estocástica; 4. Cambio técnico y eficiencia técnica variable en el tiempo; 5. Datos; 6. Resultados; 7. Conclusiones; Bibliografía; Anexos.

\* Artículo de investigación producto del proyecto "Productividad total de los factores, cambio técnico, eficiencia técnica y PIB potencial en latinoamérica". Proyecto financiado con recursos aportados por La Universidad EAN, la Fundación Universitaria Los Libertadores y la Universidad del Valle.

\*\* Ingeniero Civil, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia. Magíster en Economía del Medio Ambiente y de los Recursos Naturales, Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia. Magíster en Economía, Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia. Profesor asistente de la Facultad de Ciencias Sociales y Económicas de la Universidad del Valle, Cali, Colombia. Miembro del grupo de investigación en Economía Regional y Ambiental (GERA), Universidad del Valle, Cali, Colombia. Correo electrónico: [jhon.mendez@correounivalle.edu.co](mailto:jhon.mendez@correounivalle.edu.co).

\*\*\* Ingeniera de Producción Industrial, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia. Magíster en Economía, Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia. Profesora de la Facultad de Estudios a Distancia, Universidad EAN, Bogotá, Colombia. Correo electrónico: [jmmendez@correo.ean.edu.co](mailto:jmmendez@correo.ean.edu.co).

\*\*\*\* Economista, Universidad Nacional, Bogotá, Colombia. Magíster en Economía, Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia. Profesor de la Facultad de Ciencias Económicas y Contables, Fundación Universitaria Los Libertadores, Bogotá, Colombia. Correo electrónico: [hahernandez@hotmail.com](mailto:hahernandez@hotmail.com).

## TOTAL FACTOR PRODUCTIVITY, TECHNICAL CHANGE, TECHNICAL EFFICIENCY AND POTENTIAL GDP IN LATIN AMERICA

### ABSTRACT

In this article the factor productivity of a group of Latin American economies is calculated and the contribution of technical change and technical efficiency is analyzed according to the economic growth of the region. In order to calculate technical change and technical efficiency, a Cobb Douglas production function is estimated based on two comparable methodologies: Fixed effects data panel and stochastic frontier. It can be concluded that for the annual data sample for 1980 – 2009 there is a light drop in the technical efficiency and an increase in technical progress for the majority of the country. The most efficient countries are: Panama, Uruguay and Mexico and the less efficient ones are Nicaragua, Bolivia, Honduras and Paraguay.

### KEY WORDS

Total factor productivity, Solow residual, technical change. Technical efficiency, Latin America

### JEL CLASSIFICATION

O47, O54

### CONTENT

Introduction; 1. Total factor productivity; 2. Technical efficiency; 3. Stochastic and deterministic parametric production frontier; 4. Technical change and technical efficiency variable in time; 5. Data; 6. Results; 7. Conclusions. Bibliography; Attachments.

## PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FATORES, MUDANÇA TÉCNICA, EFICIÊNCIA TÉCNICA E PIB POTENCIAL NA AMÉRICA LATINA

### RESUMO

Neste artigo se calcula a produtividade dos fatores de um conjunto de economias Latino-americanas e se analisa o aporte da mudança técnica e a eficiência técnica ao crescimento econômico da região. Para determinar a mudança técnica e a eficiência técnica se estima uma função de produção Cobb-Douglas, a partir de duas metodologias comparáveis: a técnica de dados painel de efeitos fixos e a análise de fronteira estocástica. Para a mostra de dados anuais no período 1980-2009, conclui-se que há uma ligeira queda da eficiência técnica e um incremento do progresso técnico na maioria dos países. Os países mais eficientes são Panamá, Uruguai e México, e os mais ineficientes são Nicarágua, Bolívia, Honduras e Paraguai.

### PALAVRAS CHAVES

Produtividade total dos fatores, resíduo de Solow, mudança técnica, eficiência técnica, América Latina.

### CLASSIFICAÇÃO JEL

O47, O54.

### CONTEÚDO

Introdução; 1. Produtividade total dos fatores; 2. Eficiência técnica; 3. Fronteira de produção paramétrica determinística e estocástica; 4. Mudança técnica e eficiência técnica variável no tempo; 5. Dados; 6. Resultados; 7. Conclusões; Bibliografia; Anexos.

## INTRODUCCIÓN

El concepto de productividad total de los factores (PTF) ha conservado su vigencia como objeto de estudio y medición desde su incorporación en la literatura sobre crecimiento económico, gracias a su difusión en el artículo pionero de Solow (1957) sobre el cambio tecnológico y la función de producción agregada. Según Bernal (2010), la contribución de Solow (1957) fue cuantificar las variaciones de la producción debidas al progreso técnico en forma residual, razón por la cual al progreso técnico se lo conoce también como residuo de Solow o PTF.

De acuerdo con Castro, Perilla y Gracia (2006, p. 1):

La PTF es la contribución al producto que no está explicada por los cambios en la inversión (entendido como acumulación de capital) o el empleo, razón por la cual la productividad se mide como un residuo. Este residuo que se considera por muchos como una "medida de nuestra ignorancia", es un concepto sobre el cual es posible tejer variadas hipótesis sobre sus determinantes y la manera en que opera y se traduce en mayor o menor producto.

A pesar de sus limitaciones por ser solo un enfoque contable de las fuentes de crecimiento, el residuo de Solow es una herramienta fundamental para entender el crecimiento de los países, por tratarse de una potente aproximación empírica al desarrollo de sus principales determinantes. Al respecto, Bernal (2010, p. 347) argumenta que

[...] hoy existe consenso sobre la importancia de la productividad como fuente de crecimiento. Los estudios de Prescott (1998) apoyan esta posición y argumentan que el estudio de esta variable es aún muy precario a pesar de su importancia, pues explica más del 80 % del crecimiento económico en los países desarrollados y cerca del 40 % en los del Tercer Mundo.

Las estimaciones tradicionales de la contribución de la PTF al crecimiento económico presentan cambios bruscos. Por ejemplo, el ejercicio de Solow (1957) para los Estados Unidos muestra que en 1910 su contribución era del 156 %; en 1926, del 304%, y en 1927 y 1928, del -191 % y el -180 %, respectivamente.

Con respecto a América Latina, Solimano y Soto (2005) realizan un análisis de las fuentes del crecimiento para identificar el proceso de desarrollo de esta región, y concluyen que el deterioro del producto interno bruto en las últimas décadas del siglo pasado, tiene como causa principal una caída de la PTF. El estudio identifica los determinantes de la PTF que pueden estar detrás de la caída del crecimiento: el ciclo de negocios, la calidad de la fuerza del trabajo, los impactos (*shocks*) externos y la inestabilidad macroeconómica.

Loayza, Fajnzylber y Calderón (2005) para un subconjunto de países de la misma región, encuentran crecimiento positivo de la PTF entre los años 1960 y 1980, crecimiento negativo en promedio, entre 1980 y 1990, y otra vez crecimiento positivo en promedio, entre 1990 y 2000. Bernal (2010) se pregunta sobre el origen de estos cambios bruscos y, en general, cuestiona la validez del cálculo de la PTF tal como la planteó Solow (1957), ya que de acuerdo con la teoría evolucionista, estos cambios de signo no serían posibles, pues los agentes no olvidan, no desaprenden; por el contrario, existe una mejora continua.

A pesar de la incorporación de distintas técnicas econométricas, en las últimas décadas se ha mantenido la forma de cálculo de la PTF, como el residuo obtenido después de la estimación de una función de producción neoclásica; eso quiere decir, una función donde se conjetura competencia perfecta, ausencia de capacidad ociosa, además de que los factores productivos se remuneran conforme a sus productividades marginales, lo que implica que están debidamente utilizados, razón por la cual no hay ineficiencias.

Por lo tanto, es conveniente desarrollar un análisis de productividad que además de tener en cuenta la heterogeneidad presente entre los distintos países de Latinoamérica, también incorpore la probable existencia de ineficiencias técnicas en la producción, que inciden en la estimación de la PTF, para lograr determinar cuál sería el PIB potencial de estos países si operaran sobre la frontera de producción, y si las ineficiencias son la causa o están relacionadas con los cambios observados en el crecimiento de la PTF.

Soltsek y Laborda (2010) abordaron este problema al calcular el crecimiento de la PTF experimentado por las economías latinoamericanas entre 1980 y 2004, mediante el cálculo del índice de Malmquist, combinado con la utilización del análisis envolvente de datos (DEA), una técnica no paramétrica utilizada para medir la productividad, y desagregaron las mejoras de eficiencia y de cambio técnico por país.

La técnica DEA tiene, sobre la estimación paramétrica, la ventaja de su flexibilidad, ya que su análisis de eficiencia no está basado en conocimiento de la función de producción, porque obtiene la envolvente o frontera de unidades eficientes a partir de combinaciones lineales de las mismas. También puede incorporar economías de escala, un factor importante que puede justificar su elección. Sin embargo, según Sanhueza (2003), el principal inconveniente de la técnica DEA es la falta de propiedades estadísticas de los resultados obtenidos mediante la programación lineal.

Este artículo utiliza las técnicas paramétricas de datos panel de efectos fijos y el análisis de frontera estocástica para el cálculo de la eficiencia técnica y la estimación

del cambio técnico en 18 países de América Latina, durante un período comprendido entre los años 1980 y 2009. El análisis determinó el incremento del progreso técnico en la mayoría de los países y una ligera caída de la eficiencia técnica que, sin embargo, no logra explicar los cambios bruscos en la PTF sobre los cuales se cuestiona Bernal (2010).

El artículo está organizado de la siguiente forma: en el capítulo 1 se presenta la descomposición de la PTF de acuerdo con la metodología asumida. En el capítulo 2 se discute el uso de la medida de eficiencia técnica como parámetro de desempeño de las unidades productivas. En el capítulo 3 se hace una ligera introducción al análisis de frontera determinística y estocástica. En el capítulo 4 se presentan los procedimientos a utilizar en el cálculo de la eficiencia técnica. En el capítulo 5 se explican los datos para, a continuación, en el capítulo 6, presentar los resultados, y por último, presentar las conclusiones.

## 1. PRODUCTIVIDAD TOTAL DE LOS FACTORES

Según el modelo de crecimiento de Solow (1956), una economía se caracteriza por la dotación de factores productivos como el capital y el trabajo, y por la forma en que estos se combinan de acuerdo con una estructura tecnológica determinada. En su expresión más simple, el comportamiento de la economía podría caracterizarse mediante una función de producción tipo Cobb Douglas:

$$\ln Y_t = \alpha \ln K_t + \beta \ln L_t + tpf_t \quad (1)$$

Donde,  $Y_t$ ,  $K_t$ ,  $L_t$  y  $tpf_t$  representan, respectivamente, el PIB real, el valor real del acervo de capital, el nivel de empleo y el logaritmo de la productividad total de los factores (residuo de Solow), observados en el momento  $t$ . Los parámetros de la función de producción (las elasticidades  $\alpha$  y  $\beta$ ) son desconocidos y deben estimarse. Como menciona Acevedo (2009) una alternativa para su estimación es suponer que la función de producción tiene rendimientos constantes a escala (es decir  $\alpha + \beta = 1$ ) y que existe competencia perfecta. Así  $\alpha$  y  $\beta$  podrían obtenerse de forma directa de las cuentas nacionales, ya que representarían la participación del trabajo y del capital en el ingreso nacional, respectivamente.

En este artículo se adopta una estrategia alternativa, que consiste en la estimación econométrica de los parámetros de la función de producción. Después, se sustituyen los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  estimados en la ecuación (1), para obtener mediante una simple resta, la productividad total de los factores:

$$tpf_t = \ln Y_t - (\hat{\alpha} \ln K_t + \hat{\beta} \ln L_t) \quad (2)$$

A diferencia de este análisis tradicional, en este artículo la diferencia (2) es considerada un residuo  $\hat{e}_t$ :

$$\hat{e}_t = \ln Y_t - (\hat{\alpha} \ln K_t + \hat{\beta} \ln L_t) \quad (2b)$$

Este residuo tiene dos componentes:

$$\hat{e}_t = tpf_t + \varepsilon_t \quad (3)$$

Donde  $\varepsilon_t$  es ruido blanco, agrupa el efecto de otros factores sobre el PIB real y que no son considerados en la función de producción, pero no tienen un efecto sistemático sobre el producto.

Por otra parte, la  $tpf$  puede descomponerse en dos factores que afectan el PIB real:

$$tpf = \text{Cambio técnico} + \text{eficiencia técnica} \quad (4)$$

El primer componente, el cambio técnico, puede ser modelado como una función  $f(t)$  que depende del tiempo. El segundo componente es la eficiencia técnica, que se puede obtener a partir de la estimación econométrica de fronteras determinísticas o estocásticas. Ambas especificaciones econométricas son utilizadas en este artículo para estimar la frontera de producción.

## 2. EFICIENCIA TÉCNICA

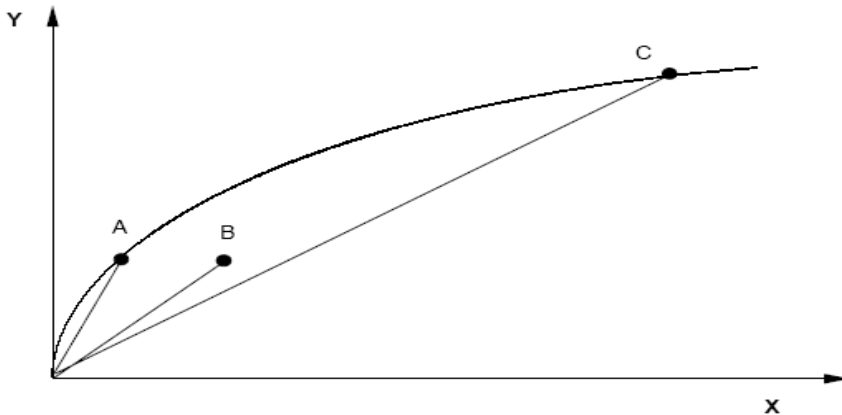
La eficiencia productiva se refiere a la utilización más adecuada de los recursos disponibles, dada la tecnología existente en el momento. Este desempeño de las unidades de producción se puede medir de varias formas. Una medida natural es la razón de la productividad, que se define como la relación entre los productos de una firma y los insumos que utiliza para obtenerlos:

$$\text{Productividad} = \frac{\text{Productos}}{\text{Insumos}} \quad (5)$$

Valores más altos de esta relación están asociados a un mejor desempeño de las firmas. El problema es que la productividad no es una buena medida del desempeño de las unidades productivas, porque la productividad media está afectada por la evolución de la productividad marginal. Por ejemplo, en el gráfico 1, los puntos A y C son eficientes (están sobre la frontera de producción) mientras que B no es eficiente,

sin embargo, la productividad en B es mayor que en C, porque esa medida no tiene en cuenta los rendimientos marginales decrecientes.

**Gráfico 1.** Comparación entre productividad y eficiencia técnica



Fuente: elaboración propia

La *eficiencia técnica* se define como la habilidad de obtener el máximo producto, dados unos insumos y una tecnología fija (habilidad de usar la menor cantidad de insumos para obtener una cantidad dada de producto). Las firmas que operan en la frontera de producción<sup>1</sup> son técnicamente eficientes.

Las medidas de eficiencia técnica, en el análisis de frontera determinística o estocástica, están inspiradas en las propuestas de Debreu (1951) y Farrell (1957).

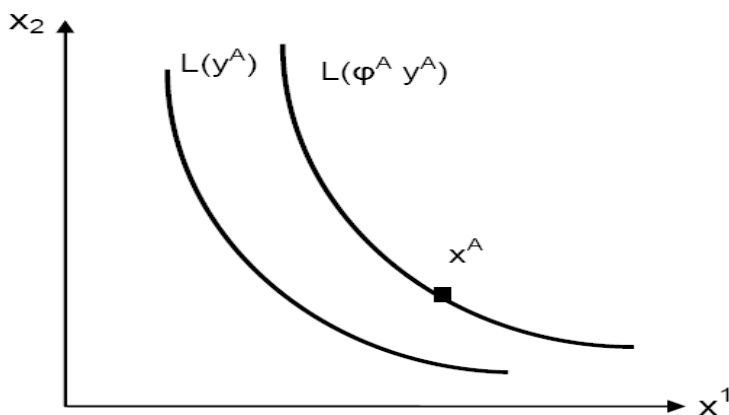
La medida de eficiencia técnica Debreu-Farrell se define como la máxima contracción equi-proporcional en todos los insumos, que permite continuar con la producción, dado el vector de insumos. Es una medida de carácter radial. Si no es posible contraer de forma equi-proporcional todos los insumos, se dice que el vector de insumos es técnicamente eficiente.

Con múltiples insumos y un solo producto, como es el enfoque de análisis de eficiencia que se adopta en este artículo, la eficiencia técnica  $ET(x^A, y^A)$  mide la máxima expansión de  $y^A$  (la producción del bien  $y$  de la unidad productiva A) que es posible con la combinación de insumos  $x^A$ . Para medir  $ET(x^A, y^A)$  se compara la producción del par de isocuantas en el gráfico 2:

<sup>1</sup> La frontera de producción define la relación entre productos e insumos. Representa el máximo producto que se puede obtener dados unos insumos. Refleja el estado actual de la tecnología en la industria.



**Gráfico 2.** Medición de la eficiencia técnica orientada a los productos



Fuente: elaboración propia

Es decir, la firma A podría producir  $\varphi^A y^A$ , con  $\varphi^A > 1$ , pero solo produce  $y^A$ , con lo que la eficiencia técnica puede ser calculada así:

$$ET(y^A, x^A) = \frac{y^A}{\varphi^A y^A} = (\varphi^A)^{-1} \quad (6)$$

Como  $\varphi^A > 1$ , entonces  $0 < ET(y^A, x^A) < 1$ , y para las unidades de producción eficientes,  $ET(y^A, x^A) = 1$ .

### 3. FRONTERA DE PRODUCCIÓN PARAMÉTRICA: DETERMINÍSTICA Y ESTOCÁSTICA

La frontera de producción para el cálculo de la eficiencia técnica puede obtenerse a través de técnicas paramétricas y no paramétricas. Los métodos paramétricos estiman la función de producción a través de procedimientos econométricos y los no paramétricos construyen la frontera mediante métodos de programación lineal.

Las técnicas no paramétricas como el análisis envolvente de datos tienen la ventaja de la flexibilidad, porque no es necesario suponer una forma funcional para establecer la relación entre insumos y productos. La principal ventaja de los métodos paramétricos es que son modelos econométricos y por tanto los estimadores obtenidos para la ineficiencia tienen propiedades estadísticas conocidas. Sin embargo, ya que no hay justificación teórica que valide la especificación de una determinada forma funcional, su principal inconveniente, es que posibles errores en la especificación pueden confundirse con la ineficiencia técnica.

La estimación paramétrica de las fronteras de producción se divide en determinística y estocástica.

En los modelos de frontera determinística, a las desviaciones del producto con respecto a la frontera se les considera ineficiencia técnica, y esta se mide mediante la relación que hay entre el producto (output) observado, y el máximo nivel posible permitido por la función de producción.

Los modelos de frontera estocástica de producción son introducidos en la literatura por Aigner, Lovell y Schmidt (1977) y Meeusen y van den Broeck (1977).

Se parte de la especificación de una frontera de producción, en la que se suponen  $N$  inputs utilizados para producir un output simple, disponibles para cada productor de un conjunto de  $I$  productores:

$$y_{it} = f(x_{it}, \beta) * \exp(v_{it}) * TE_{it} \quad (7)$$

En la expresión (7), el producto  $f(x_{it}, \beta) * \exp(v_{it})$  corresponde a la especificación de una frontera de producción estocástica, donde  $y_{it}$  es el output de la unidad de producción  $i$  en el momento  $t$ ,  $x$  es el vector de insumos,  $\beta$  los parámetros de la función de producción, y  $\exp(v_{it})$  es la parte específica al productor que captura el efecto de un shock aleatorio en el momento  $t$  sobre el productor  $i$ . La especificación de la ecuación (7) permite que la diferencia entre el nivel de producto observado y el máximo factible no sea atribuida solo a la ineficiencia técnica. Esta especificación considera que el output puede ser afectado por choques aleatorios, los cuales no están bajo el control del productor.

De acuerdo con la especificación, la eficiencia técnica del productor  $i$  en el momento  $t$  se puede calcular como:

$$TE_{it} = \frac{y_{it}}{f(x_{it}, \beta) * \exp(v_{it})} \quad (8)$$

Es decir, se define la eficiencia técnica como la razón entre el output observado y el máximo factible en un ambiente caracterizado por choques. La gran virtud de estos modelos es que el impacto sobre el producto de un choque de trabajo o desempeño de la maquinaria, etc., puede ser, en principio, separado de la contribución de variaciones en eficiencia técnica.

#### 4. CAMBIO TÉCNICO Y EFICIENCIA TÉCNICA VARIABLE EN EL TIEMPO

La *eficiencia técnica cambiante en el tiempo*, se refiere al acercamiento o distanciamiento del nivel de producción de una unidad productiva, con respecto a la frontera de posibilidades de producción del sector o la industria a la que pertenece, a diferencia

del *cambio técnico*, que está asociado al desplazamiento de la frontera de posibilidades de producción.

Si se dispone de información de datos panel que involucre varios períodos, es posible que se presente cambio técnico, así como también, que la eficiencia técnica cambie con el tiempo.

Si se especifica una función de producción Cobb-Douglas, la frontera estocástica con eficiencia técnica cambiante en el tiempo puede escribirse de la siguiente forma:

$$\ln y_{it} = \beta_{0t} + \sum_{j=1}^k \beta_j \ln x_{itj} + v_{it} - u_{it} \quad \forall i=1, \dots, I \quad (9)$$

Donde:

$u_{it}$  es el término asociado a la ineficiencia técnica (cambiante en el tiempo),

$v_{it}$  es el error aleatorio, y

$\beta_{0t}$  el intercepto común a todos los productores en el período  $t$ .

$$\beta_{it} = \beta_{0t} - u_{it} \quad (10)$$

$$\ln y_{it} = \beta_{it} + \sum_{j=1}^k \beta_j \ln x_{itj} + v_{it} \quad (11)$$

La existencia del parámetro  $\beta_{it}$  implica un intercepto diferente para cada firma en cada momento del tiempo. La estimación del modelo implica utilizar  $T \cdot I$  variables binarias para modelar todos los interceptos:

$$\ln y_{it} = \sum_{i=1}^I \delta_i d_i + \sum_{t=2}^T \pi_t d_t + \sum_{j=1}^k \beta_j \ln x_{itj} + v_{it} \quad (12)$$

Sin embargo, como el número de coeficientes a estimar  $T \cdot I + k$  es mayor que la información disponible  $T \cdot I$  observaciones, la estimación no es posible.

Como solución al problema, Cornwell, Schmidt y Sickles (1990) proponen como estrategia alternativa estimar el modelo (11), con  $\beta_{it}$  como una función del tiempo:

$$\beta_{it} = \Omega_{i1} + \Omega_{i2}t + \Omega_{i3}t^2 \quad (13)$$

Donde el número de coeficientes a estimar es  $3 \cdot I + k$ , que puede ser mucho menor que la información disponible  $T \cdot I$  observaciones, si la serie de tiempo  $T$  es grande.

#### 4.1. Estrategia de estimación por efectos fijos

Los pasos de la estrategia de estimación por el método de efectos fijos son los siguientes:

1. Estimar la ecuación:  $\ln y_{it} = \sum_{i=1}^k \beta \ln x_{it} + \varepsilon_{it}$  con la técnica de efectos fijos de datos panel y obtener los residuales  $\varepsilon_{it}$ .
2. Realizar la regresión de  $\hat{\varepsilon}_{it}$  sobre  $1, t, t^2 \quad \forall_{i=1, \dots, I}$  para obtener  $\hat{\Omega}_{i1}, \hat{\Omega}_{i2}, \hat{\Omega}_{i3}$
3. Calcular  $\hat{\beta}_{it} = \hat{\Omega}_{i1} + \hat{\Omega}_{i2}t + \hat{\Omega}_{i3}t^2$
4. Determinar el valor de la frontera para cada período de tiempo  $\hat{\beta}_{0t} = \max_i \{\hat{\beta}_{it}\}$ .
5. Encontrar el componente de ineficiencia técnica  $\hat{u}_{it} = \hat{\beta}_{0t} - \hat{\beta}_{it}$
6. Encontrar el índice de eficiencia técnica  $ET_i = \exp\{-\hat{u}_{it}\}$

#### 4.2. Estimación por máxima verosimilitud

Es posible realizar la estimación por máxima verosimilitud, bajo algunos supuestos sobre el comportamiento de  $u_{it}$  y  $v_{it}$  en la ecuación (9), en particular:

$$u_{it} = \beta_t * u_i$$

$$v_{it} \sim iid N(0, \sigma_v^2)$$

Batesse y Coelli (1992) asumen una forma funcional específica para el coeficiente  $\beta_t$ , que solo requiere la estimación de un parámetro  $\gamma$ :

$$\beta(t) = \exp\{-\gamma(t - T)\} \quad (14)$$

Esta función tiene las siguientes características:

- i.  $\beta(t) > 0$
- ii.  $\beta(t)$  decae si  $\gamma > 0$ , crece si  $\gamma < 0$  o permanece constante si  $\gamma = 0$

En este artículo el intercepto cambiante en el tiempo, o cambio técnico, es modelado como:

$$\beta_{0t} = \Omega_1 + \Omega_2 t + \Omega_3 t^2 \quad (15)$$

Es decir, se asume que no existe heterogeneidad en el cambio técnico, para ser coherente con la especificación de Batesse y Coelli (1992).

## 5. DATOS

Para la estimación de la frontera de producción estocástica, con las aproximaciones de Cornwell, Schmidt y Sickles (1990) y BATESSE y COELLI (1992), se utilizó información de datos panel para el período 1980-2009 del PIB real, el acervo de capital y el empleo de 18 países latinoamericanos: Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Guatemala, República Dominicana, Ecuador, Honduras, México, Nicaragua, Salvador, Panamá, Paraguay, Perú, Uruguay, Venezuela. Por consiguiente, la eficiencia técnica, la productividad total de los factores y el PIB potencial se estimaron para este período de tiempo y para estos países.

La información sobre el PIB real tiene como fuente las estadísticas del Banco Mundial, así como la información de la mano de obra total. El acervo de capital, se calculó mediante el método del inventario perpetuo:

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t \quad (16)$$

Con una tasa de depreciación de 4 % anual. Para  $I_t$  se utilizó la formación bruta de capital fijo, también proveniente de las estadísticas del Banco Mundial. Para el cálculo del capital inicial se utilizó la metodología descrita en Harberger (1969).

## 6. RESULTADOS

El primer paso consistió en la estimación de la función de producción con la técnica de efectos fijos para datos panel. Los resultados se muestran en la tabla 1.

$$\ln y_{it} = \beta_0 + \beta_1 \ln L_{it} + \beta_2 \ln K_{it} + a_i + u_{it} \quad (17)$$

Tabla 1. Estimación de la función de producción Cobb-Douglas

Fixed-effects (within) regression		Number of obs = 540	
Group variable: i		Number of groups = 18	
R-sq:	within = 0.8758	Obs per group:	min = 30
	between = 0.9706		avg = 30.0
	overall = 0.9671		max = 30
corr(u_i, Xb) = 0.2854		F(2,17) = 137.14	
		Prob > F = 0.0000	
(Std. Err. adjusted for 18 clusters in i)			
lpiib	Coef.	Robust Std. Err.	t P> t  [95% Conf. Interval]
ll	.4376668	.1111842	3.94 0.001 .2030885 .6722451
lk	.6044203	.1114446	5.42 0.000 .3692927 .839548
_cons	2.766555	1.123755	2.46 0.025 .3956392 5.137471
sigma_u	.27529598	(fraction of variance due to u_i)	
sigma_e	.10302646		
rho	.87715088		

Fuente: elaboración propia

Los resultados de la tabla 1 revelan que tanto el acervo de capital como el trabajo son variables significativas con niveles de significancia  $\alpha$  hasta del 1 %. El modelo de la ecuación (17) fue transformado para probar la hipótesis de rendimientos constantes a escala.

$$\ln\left(\frac{y_{it}}{L_{it}}\right) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2 - 1)\ln L_{it} + \beta_2 \ln\left(\frac{K_{it}}{L_{it}}\right) + a_i + u_{it} \quad (17b)$$

Los resultados de la estimación de la ecuación (17b) se muestran en la tabla 2. Se puede observar que se acepta la  $H_0$  de que el coeficiente de la variable trabajo es igual a cero, porque su  $Pvalor = 0.513 > \alpha$ , con  $\alpha = 5\%$  o  $\alpha = 10\%$  o, lo que es lo mismo, se acepta la hipótesis  $\beta_1 + \beta_2 = 1$ , así que se concluye que la función de producción presenta rendimientos constantes a escala.

**Tabla 2.** Estimación para la prueba de rendimientos constantes a escala

Fixed-effects (within) regression		Number of obs	=	540	
Group variable: i		Number of groups	=	18	
R-sq: within	= 0.3853	obs per group: min	=	30	
between	= 0.8736	avg	=	30.0	
overall	= 0.8498	max	=	30	
corr(u_i, xb) = 0.5841		F(2,17)	=	15.14	
		Prob > F	=	0.0002	
(std. Err. adjusted for 18 clusters in i)					
lpiibpc	Coef.	Robust Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
_ll	.0420871	.0629799	0.67	0.513	-.0907889 .174963
_lkpc	.6044208	.1114445	5.42	0.000	.3692935 .8395481
_cons	1.201498	.48804	2.46	0.025	.1718232 2.231172
sigma_u	.11955945				
sigma_e	.04474381				
rho	.87715079	(fraction of variance due to u_i)			

Fuente: elaboración propia

Para la estimación del cambio técnico, con la metodología de Cornwell, Schmidt y Sickles (1990), se calcula el componente  $\{\hat{\varepsilon}_{it}\}$ :

$$\hat{\varepsilon}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{a}_i + \hat{u}_{it} \quad (18)$$

Los resultados de la regresión de  $\hat{\varepsilon}_{it}$  sobre  $1, t, t^2 \forall i=1, \dots, I$  para obtener  $\hat{\Omega}_{i1}, \hat{\Omega}_{i2}, \hat{\Omega}_{i3}$  se muestran en la tabla 3. Se puede observar que para cualquier nivel de significancia  $\alpha$  pequeño, se rechaza las hipótesis nulas  $H_0 : \Omega_{i2} = 0 \forall i$  y  $H_0 : \Omega_{i3} = 0 \forall i$ .

La estimación también se realizó por efectos fijos, para encontrar  $\Omega_{ii} \forall_i$ , que es el resultado del intercepto reportado en el modelo más el efecto fijo.

**Tabla 3.** Estimación del cambio técnico heterogéneo

Fixed-effects (within) regression				Number of obs = 540		
Group variable: i				Number of groups = 18		
R-sq: within = 0.7051				obs per group: min = 30		
between = 0.0740				avg = 30.0		
overall = 0.1269				max = 30		
corr(u_i, xb) = -0.3525				F(0,17) = .		
				Prob > F = .		
(Std. Err. adjusted for 18 clusters in i)						
epsilon	Coef.	Robust Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
darg_trend	.0015051	9.01e-17	1.7e+13	0.000	.0015051	.0015051
darg_trend2	.0002569	2.67e-18	9.6e+13	0.000	.0002569	.0002569
dbo1_trend	-.0051493	4.79e-17	-1.1e+14	0.000	-.0051493	-.0051493
dbo1_trend2	.0004527	1.44e-18	3.1e+14	0.000	.0004527	.0004527
dbras_trend	-.0294362	1.05e-16	-2.8e+14	0.000	-.0294362	-.0294362
dbras_trend2	.000774	3.27e-18	2.4e+14	0.000	.000774	.000774
dchil_trend	.027693	1.55e-16	1.8e+14	0.000	.027693	.027693
dchil_trend2	-.0004996	4.76e-18	-1.0e+14	0.000	-.0004996	-.0004996
dcol_trend	-.0089251	2.98e-17	-3.0e+14	0.000	-.0089251	-.0089251
dcol_trend2	.000121	9.98e-19	1.2e+14	0.000	.000121	.000121
dcric_trend	.0067621	2.09e-16	3.2e+13	0.000	.0067621	.0067621
dcric_trend2	.0000355	6.28e-18	5.7e+12	0.000	.0000355	.0000355
drdom_trend	-.0226269	1.06e-16	-2.1e+14	0.000	-.0226269	-.0226269
drdom_trend2	.0009893	3.28e-18	3.0e+14	0.000	.0009893	.0009893
decu_trend	-.0232986	1.42e-16	-1.6e+14	0.000	-.0232986	-.0232986
decu_trend2	.0005122	4.15e-18	1.2e+14	0.000	.0005122	.0005122
dsalv_trend	.0145004	3.59e-17	4.0e+14	0.000	.0145004	.0145004
dsalv_trend2	.0000345	1.59e-18	2.2e+13	0.000	.0000345	.0000345
dguat_trend	.0009153	3.15e-17	2.9e+13	0.000	.0009153	.0009153
dguat_trend2	-9.56e-06	9.91e-19	-9.6e+12	0.000	-9.56e-06	-9.56e-06
dhond_trend	-.0119742	5.25e-17	-2.3e+14	0.000	-.0119742	-.0119742
dhond_trend2	.0002393	1.52e-18	1.6e+14	0.000	.0002393	.0002393
dmex_trend	-.0240846	8.71e-17	-2.8e+14	0.000	-.0240846	-.0240846
dmex_trend2	.00056	2.92e-18	1.9e+14	0.000	.00056	.00056
dnica_trend	-.039563	3.68e-16	-1.1e+14	0.000	-.039563	-.039563
dnica_trend2	.0011634	1.17e-17	1.0e+14	0.000	.0011634	.0011634
dpan_trend	-.0522699	3.66e-16	-1.4e+14	0.000	-.0522699	-.0522699
dpan_trend2	.0014696	1.13e-17	1.3e+14	0.000	.0014696	.0014696
dpar_trend	-.0273712	1.33e-16	-2.1e+14	0.000	-.0273712	-.0273712
dpar_trend2	.0004912	4.13e-18	1.2e+14	0.000	.0004912	.0004912
dper_trend	-.0437372	3.54e-16	-1.2e+14	0.000	-.0437372	-.0437372
dper_trend2	.0014921	1.12e-17	1.3e+14	0.000	.0014921	.0014921
durug_trend	.0155608	6.02e-17	2.6e+14	0.000	.0155608	.0155608
durug_trend2	-.0001405	1.89e-18	-7.5e+13	0.000	-.0001405	-.0001405
dven_trend	-.0038268	4.93e-17	-7.8e+13	0.000	-.0038268	-.0038268
dven_trend2	.0001995	1.33e-18	1.5e+14	0.000	.0001995	.0001995
_cons	2.818029	2.33e-15	1.2e+15	0.000	2.818029	2.818029
sigma_u	.28757596					
sigma_e	.05787649					

Fuente: elaboración propia

La tabla 4 presenta los resultados de la estimación del cambio técnico según la metodología de Batesse y Coelli (1992). No se estima la función de producción, solo la función del cambio técnico homogénea. Se puede observar que para cualquier nivel de significancia  $\alpha$  pequeño, se rechazan las hipótesis nulas  $H_0 : \Omega_2 = 0$  y  $H_0 : \Omega_3 = 0$ .

También se rechaza la hipótesis nula  $H_0: \eta = 0$   $Pvalor = 0.513 > \alpha = 5\%$ , así que se demuestra que la eficiencia técnica es variable, cae con el tiempo.

Tabla 4. Estimación del cambio técnico homogéneo

Time-varying decay inefficiency model

Group variable: i

Time variable: t

Log likelihood = 450.33725

Number of obs = 540

Number of groups = 18

obs per group: min = 30

avg = 30

max = 30

wald chi2(2) = 70.40

Prob > chi2 = 0.0000

epsilon	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
trend	-.0102639	.0020764	-4.94	0.000	-.0143336	-.0061942
trend2	.0004597	.0000621	7.41	0.000	.0000338	.0005813
_cons	3.199565	.0327699	97.64	0.000	3.135337	3.263793
/mu	.3267993	.1999701	1.63	0.102	-.0651349	.7187335
/eta	-.0059305	.0018233	-3.25	0.001	-.009504	-.002357
/lnsigma2	-1.880739	.6004488	-3.13	0.002	-3.057597	-.7038808
/ilgtgamma	2.738648	.6423164	4.26	0.000	1.479731	3.997565
sigma2	.1524774	.0915549			.0470005	.4946619
gamma	.939269	.0366395			.814532	.9819707
sigma_u2	.1432173	.0915537			-.0362246	.3226592
sigma_v2	.0092601	.000573			.008137	.0103832

Fuente: elaboración propia

El anexo A muestra los gráficos del índice de eficiencia técnica variable a través del tiempo para los 18 países, estimados con frontera estocástica y la técnica de datos panel y efectos fijos. En la eficiencia técnica calculada a partir del método de Batesse y Coelli (1992), todos los países sufren una leve disminución de la eficiencia técnica con el pasar de los años. Los cálculos a partir del método de Cornwell (Schmidt y Sickles, 1990) reportan mejoras en la eficiencia técnica a través del tiempo en Argentina, Costa Rica, Ecuador, Bolivia, Chile y Uruguay, y una tendencia decreciente en el resto. Los mayores índices de eficiencia se encuentran en Panamá, Uruguay y México, y los más ineficientes son Nicaragua, Bolivia, Honduras y Paraguay. La situación de Nicaragua, Honduras y Paraguay es la más crítica, porque están entre los más ineficientes, y su ineficiencia empeoró en el tiempo.

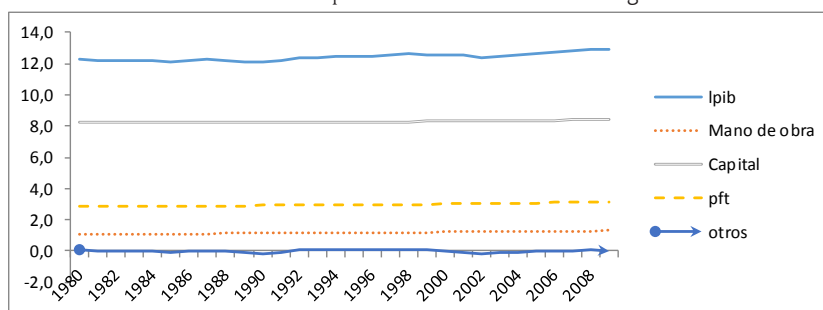
Los anexos B y C muestran los aportes del capital  $(\hat{\beta}_K * \ln K)$ , el trabajo  $(\hat{\beta}_L * \ln L)$ , la *ptf*, y otros factores al producto, así como el aporte técnico esperado ( $AT^*$ ) y el PIB real potencial que sucedería en el caso de que los países tuvieran un 100 % de eficiencia. El anexo B presenta estos resultados según la metodología de Cornwell, Schmidt y Sickles (1990), y el anexo C, para la metodología de Batesse y Coelli (1992).



Para mejor ilustración del contenido de los anexos 3 y 4, los gráficos 3, 4 y 5 presentan los resultados de la metodología de Cornwell, Schmidt y Sickles (1990) para Argentina:

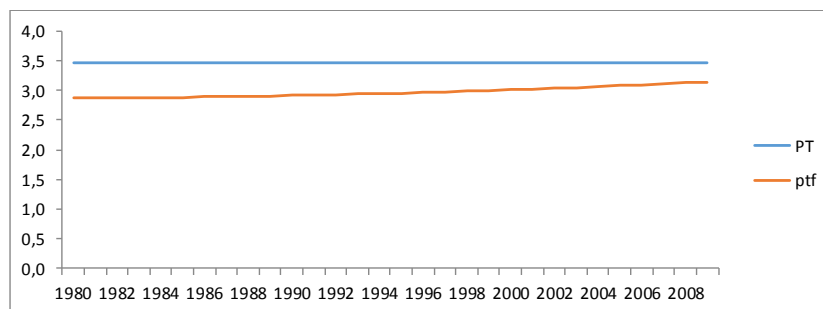
- Del gráfico 3 se puede concluir que el aporte de la *ptf* al PIB real en Argentina es superior al aporte la mano de obra, lo que resalta la importancia de la productividad total de los factores al crecimiento económico.
- En el gráfico 4 se puede observar que en Argentina la brecha entre el aporte técnico esperado (PT) y la *ptf* se reduce a través del tiempo; esto, debido a que la eficiencia técnica en ese país ha mejorado. El aporte técnico esperado es la línea horizontal que se obtiene del valor calculado de la *ptf* del 1980 para Panamá (año y país con la mejor situación). La metodología estándar de Cornwell, Schmidt y Sickles (1990) recomienda calcular la frontera para cada período, pero como en esta investigación, el máximo valor se encuentra en el primer período, se prefirió conservar este valor como una única frontera.
- En el gráfico 5 se muestra la brecha el PIB potencial en Argentina, que resulta de sumar a la productividad total de los factores el aporte técnico esperado.

**Gráfico 3.** Descomposición del PIB real de Argentina

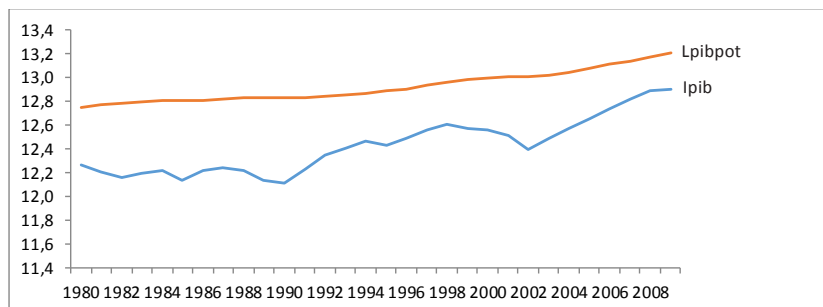


Fuente: elaboración propia

**Gráfico 4.** Brecha entre el aporte técnico esperado y la PTF de Argentina



Fuente: elaboración propia

**Gráfico 5.** Brecha entre el PIB real y el PIB potencial de Argentina

Fuente: elaboración propia

La tabla 5 presenta los resultados de la estimación de tendencia de largo plazo de la *ptf* calculada con la frontera estocástica. Se evidencia una tendencia de largo plazo creciente. Un comportamiento similar tiene la tendencia de largo plazo de la *ptf* calculada con la técnica de Cornwell, Schmidt y Sickles (1990).

**Tabla 5.** Tendencia de largo plazo de la *ptf*

Dependent Variable: PTF				
Method: Panel Least Squares				
Date: 02/18/14 Time: 06:47				
Sample: 1980 2009				
Periods included: 30				
Cross-sections included: 18				
Total panel (balanced) observations: 540				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2.488794	0.000642	3879.247	0.0000
@TREND	-0.007975	0.000102	-77.87279	0.0000
@TREND^2	0.000462	3.41E-06	135.2704	0.0000
Effects Specification				
Cross-section fixed (dummy variables)				
R-squared	0.999145	Mean dependent var	2.504785	
Adjusted R-squared	0.999114	S.D. dependent var	0.178179	
S.E. of regression	0.005305	Akaike info criterion	-7.604177	
Sum squared resid	0.014632	Schwarz criterion	-7.445230	
Log likelihood	2073.128	Hannan-Quinn criter.	-7.542013	
F-statistic	31980.25	Durbin-Watson stat	0.019328	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Fuente: elaboración propia

El anexo D muestra la dinámica del progreso técnico<sup>2</sup> y la eficiencia técnica, ambos calculados con la técnica de frontera estocástica. Se puede ver que el componente de progreso técnico es más alto que el de eficiencia técnica (aproximadamente cuatro veces más), por eso este componente domina la tendencia de largo plazo de la *ptf*.

## 7. CONCLUSIONES

El análisis de frontera ofrece la posibilidad de descomponer el residuo de Solow en tres elementos: el progreso técnico, la eficiencia técnica, y el aporte de otros factores al producto. La distinción entre eficiencia técnica y progreso técnico permite analizar mejor las causas de los cambios en la productividad total de los factores, y la adopción y aprovechamiento de la tecnología en los países.

La estimación de la función de producción para un conjunto de 18 países latinoamericanos arrojó como resultado que no se puede rechazar la hipótesis nula de rendimientos constantes a escala.

En general, para la muestra de datos anuales desde 1980 hasta 2009, puede concluirse una ligera caída en la eficiencia técnica en la productividad total de los factores para la mayoría de los países. Los países más eficientes son Panamá, Uruguay y México, y los más ineficientes son Nicaragua, Bolivia, Honduras y Paraguay.

La forma convexa de la función de progreso técnico, resultado de la estimación a través de frontera estocástica, o la de varios países en la estimación de la función de progreso técnico heterogéneo de la metodología de Cornwell, Schmidt y Sickles (1990), es comparable con los resultados de Loayza, Fajnzylber y Calderón (2002). Ellos encontraron en la década de 1980 caída en el aporte de la PTF al producto, y aporte positivo en la década de 1990 para la mayoría de países de Latinoamérica. Ese comportamiento solo puede ser captado por una función de progreso técnico convexa.

La brecha entre el progreso técnico y la productividad total de los factores se debe al aporte negativo de la ineficiencia técnica al PIB real. Aunque la magnitud de la ineficiencia técnica es creciente y no es despreciable, este componente no tiene un peso tan grande dentro en la productividad total de los factores, como para que pueda explicar los cambios de signo en la contribución de la productividad total de los factores al crecimiento económico observados por Loayza, Fajnzylber y Calderón (2005)

<sup>2</sup> Se calcula con la expresión  $\hat{\beta}_t = \hat{\Omega}_1 + \hat{\Omega}_2 t + \hat{\Omega}_3 t^2$

Una debilidad que tienen los resultados alcanzados en este artículo es la obtención del cambio técnico y la eficiencia técnica a través del método de Batesse y Coelli sin incorporar la función de producción. En su defecto se utilizó como variable dependiente el residuo de la estimación por mínimos cuadrados ordinarios de la función de producción con rendimientos constantes a escala. El problema es que la estimación directa de la función de producción, junto con el cambio técnico y la eficiencia técnica mediante máxima verosimilitud no tiene en cuenta los efectos fijos, y la estimación de las elasticidades de capital y trabajo resulta sesgada, hasta el punto de obtener valores incoherentes para estos parámetros. Por esta razón se acudió a la práctica desarrollada en este artículo.

También sería importante en las futuras investigaciones, cuando la información esté disponible, incorporar factores explicativos de la eficiencia técnica y el cambio técnico, que permitan no solo describir su comportamiento, sino tomar medidas de política tendientes a mejorar la productividad total de los factores.

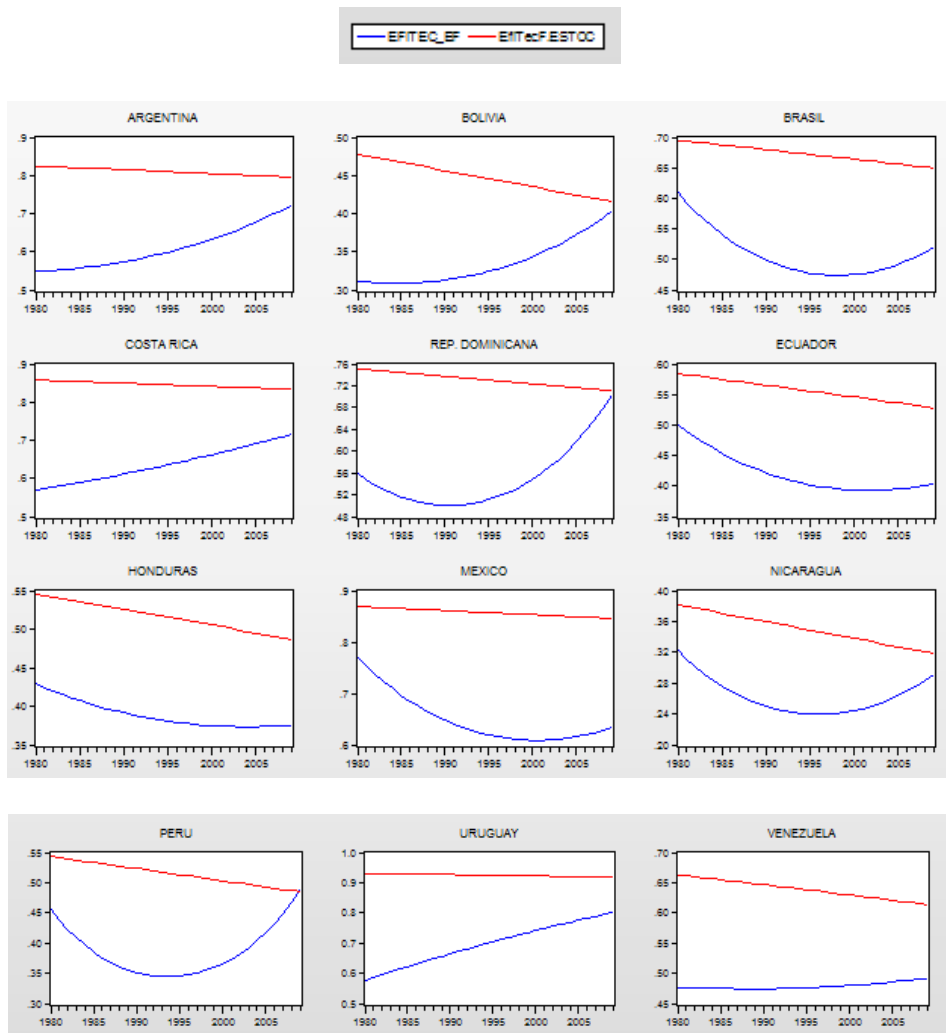
## BIBLIOGRAFÍA

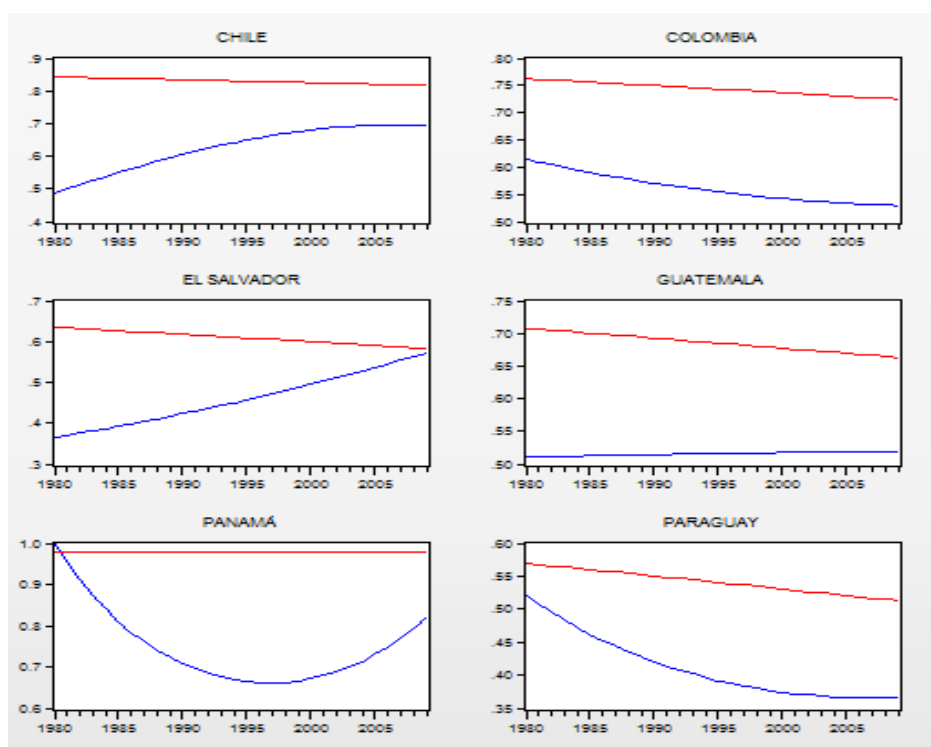
- Acevedo, Ernesto (2009). PIB potencial y productividad total de los factores Recesiones y expansiones en México. En: Economía Mexicana Nueva Época, Vol. 18, N.º 2, pp. 175-219.
- Aigner, D.; Lovell, C. y Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. En: Journal of Econometrics, Vol. 6, N.º 1, pp. 21-37.
- Battese, G. y Coelli, T. (1992). Frontier Production Functions, Technical Efficiency and Panel Data: With Application to Paddy Farmers in India. En: Journal of Productivity Analysis, Vol. 3, N.º 1, pp. 153-169.
- Castro, C.; Perilla, J. y Gracia, O. (2006). El comercio internacional y la productividad total de los factores en Colombia. En: Archivos de Economía, N.º 307, Bogotá, DNP, 43 pp.
- Cornwell, C.; Schmidt, P. y Sickles, R. C. (1990). Production frontiers with cross-sectional and time-series variation in efficiency levels. En: Journal of Econometrics, Vol. 46, N.º 1-2, pp. 185-200.
- Debreu, Gerard (1951). The Coefficient of Resource Utilization. En: Econometrica, Vol.19, N.º 3, pp. 273-292.
- Farrell, M. (1957). The Measurement of Productive Efficiency. En: Journal of the Royal Statistical Society, Series A (General), Vol. 120, N.º 3, pp. 253-290.
- Harberger, A. (1969). La tasa de rendimiento del capital en Colombia. Departamento Nacional de Planeación. En: Revista de Planeación y Desarrollo, N.º 1, pp. 13-42.
- Loayza, N.; Fajnzilber, P. y Calderon, C. (2005). Economic Growth in Latin America and the Caribbean: Stylized Facts, Explanations, and Forecasts. Banco Mundial, Washintong, marzo, 168 pp.

- Meeusen W. y Van Den Broeck, J. (1977). Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. En: International Economic Review, Vol.18, N.º 2, pp. 435-444.
- Prescott, C. (1998). Needed: A theory of total factor productivity. En: International Economic Review, Vol. 39, N.º 3, pp. 525-551.
- Sanhueza (2003). Frontera de eficiencia: Metodología para la determinación del valor agregado de distribución. Tesis de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería. Departamento de Ingeniería Electrónica, Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile, 183p.
- Solimano, A. y Soto, R. (2005). Economic growth in Latin America in the late 20th century: evidence and interpretation. En: Serie Macroeconomía del desarrollo, N.º 33 (LC/L.2236-P), Santiago de Chile, Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL), Publicación de las Naciones Unidas, 44 pp.
- Solow, Robert (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. En: *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 30, N.º 1, pp. 65-94
- Solow, Robert (1957). Technical change and the aggregate production function. En: *The Review of Economics and Statistics*, Vol.39, N.º 3, pp. 312-320.
- Soltsek, D. y Laborda, L. (2010). América Latina: medición de la eficiencia productiva y el cambio técnico incorporando factores ambientales. En: *Revista de la CEPAL*, N.º 101, pp. 17-37.

## ANEXOS

### Anexo A. Índice de eficiencia técnica por país

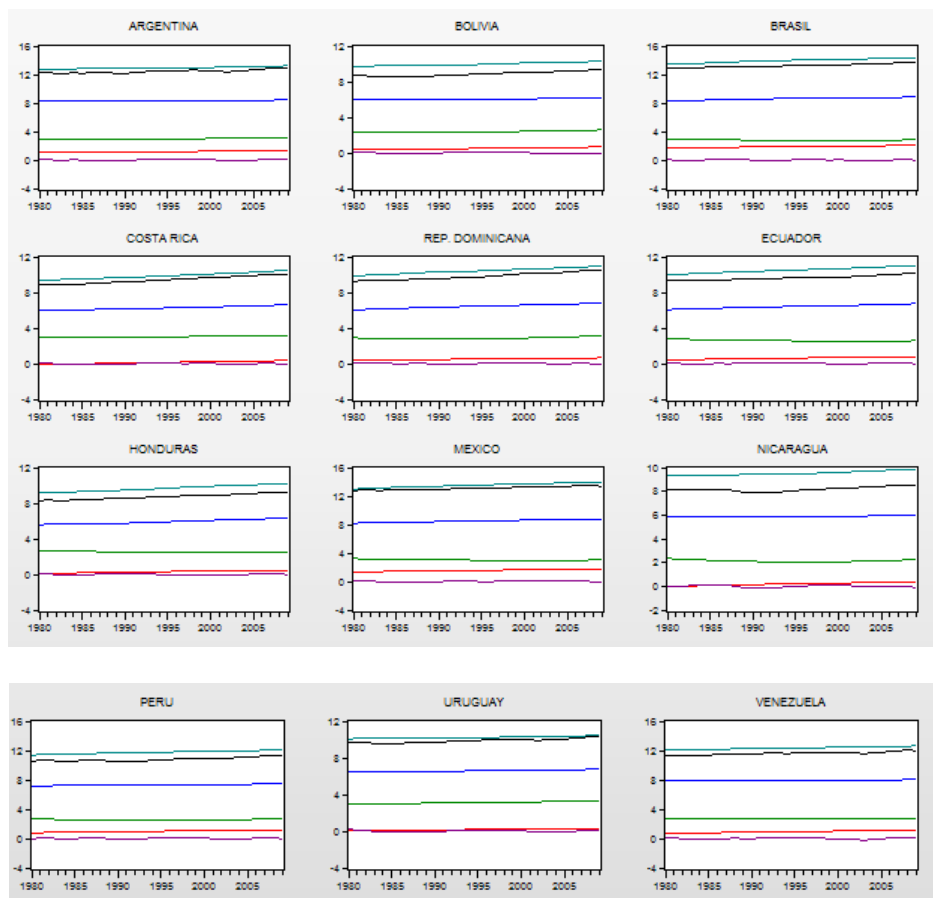
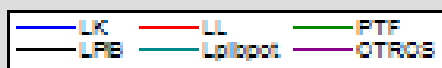




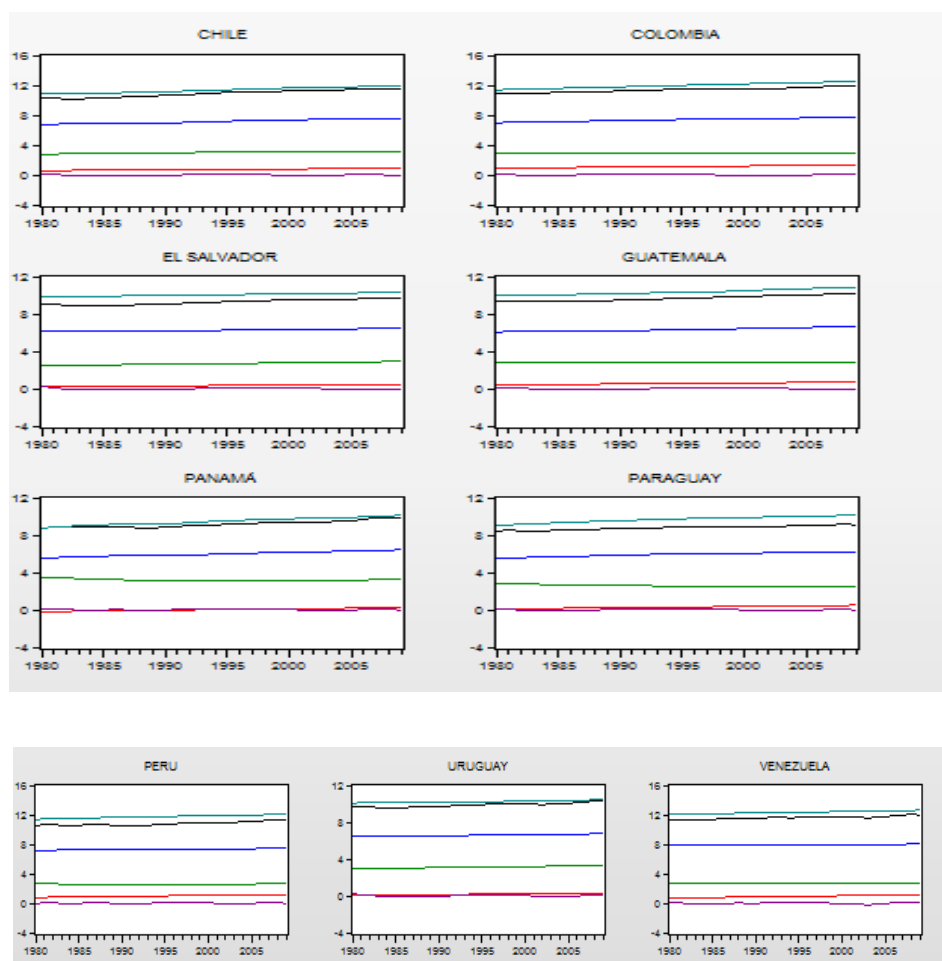
Fuente: elaboración propia

## Anexo B.

### PTF calculada a partir del método de Cornwell, Schmidt y Sickles (1990)



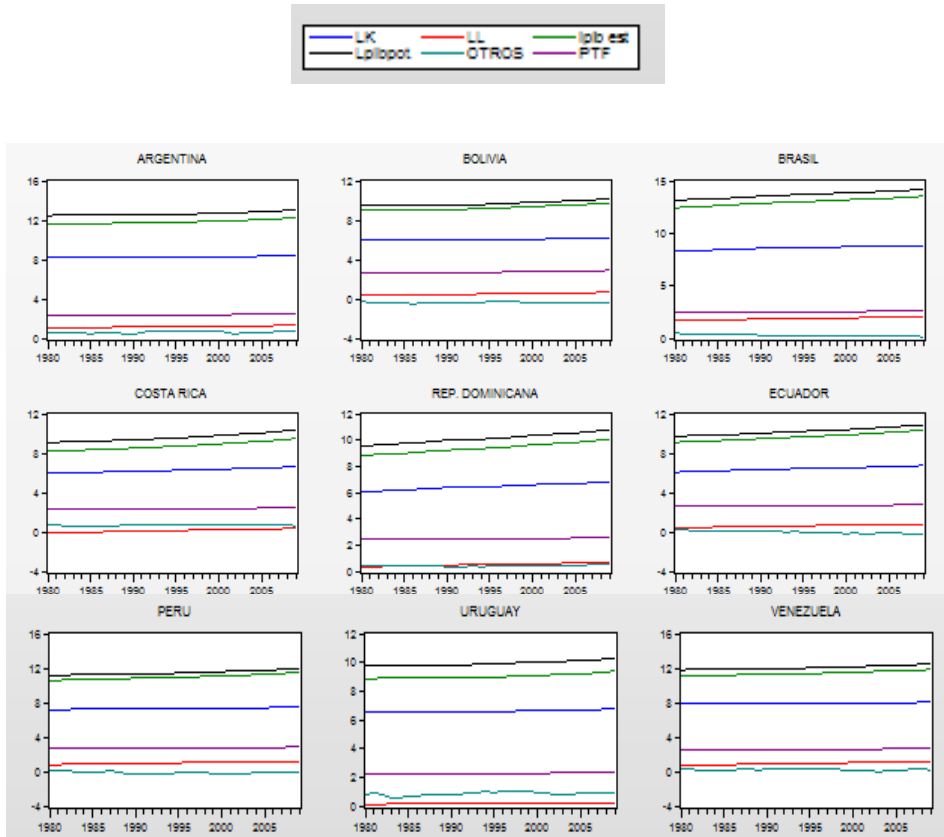


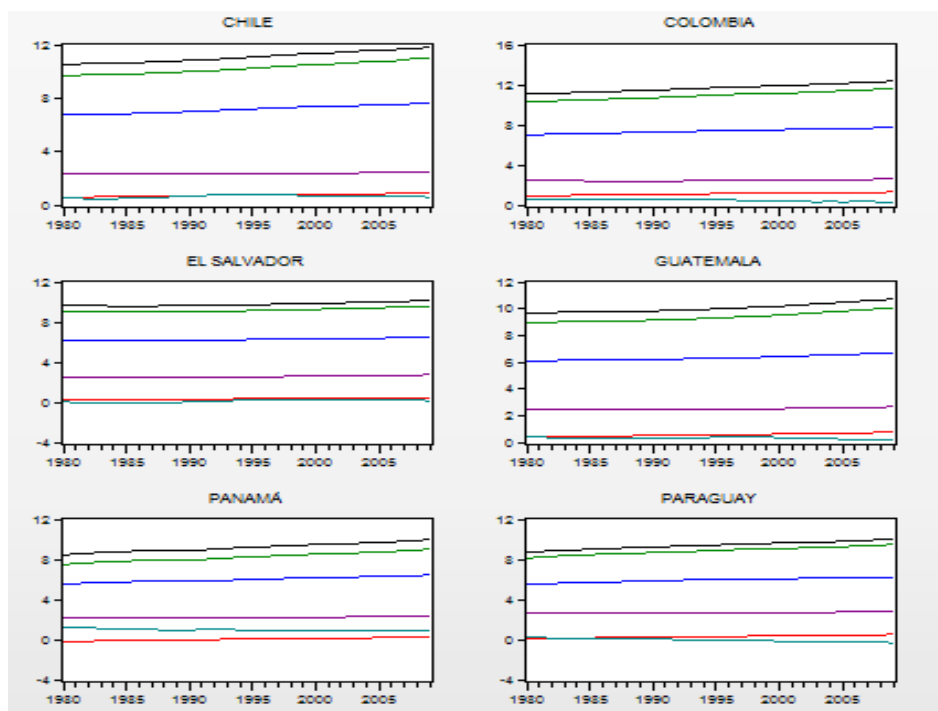


Fuente: elaboración propia

## Anexo C.

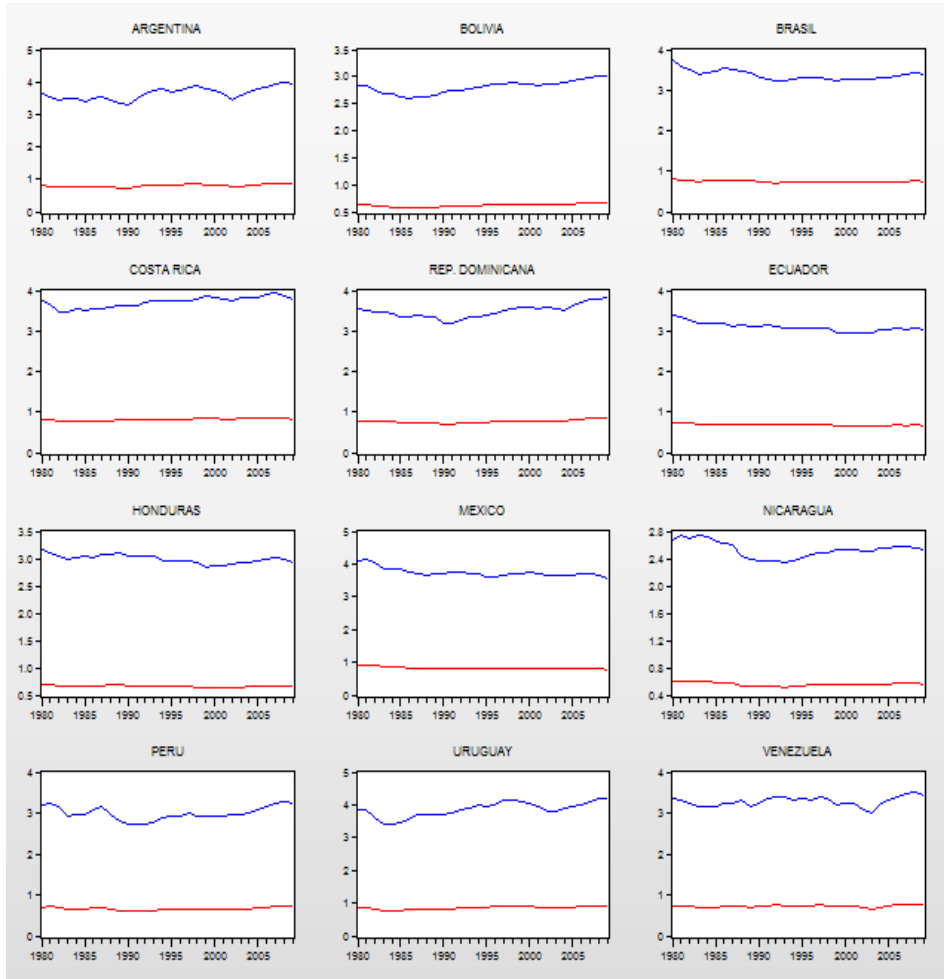
### PTF calculada a partir del método de Batesse y Coelli (1992)





Fuente: elaboración propia

## Anexo D. Progreso técnico y eficiencia técnica



Fuente: elaboración propia

