



Desarrollo y Sociedad

ISSN: 0120-3584

revistadesarrolloy sociedad@uniandes.edu.co

Universidad de Los Andes

Colombia

Llinás, Marco A.

Incidencia de la volatilidad de los precios del petróleo en la determinación del ciclo económico colombiano

Desarrollo y Sociedad, núm. 50, septiembre, 2002, pp. 1-66

Universidad de Los Andes

Bogotá, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=169118100001>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Incidencia de la volatilidad de los precios del petróleo en la determinación del ciclo económico colombiano

Marco A. Llinás*

Resumen

La literatura internacional ha resaltado la importancia de los choques a los términos de intercambio en la determinación de los ciclos económicos de los países en desarrollo. Para el caso colombiano existe una amplia literatura que considera los choques al precio internacional del café como catalizadores de los ciclos colombianos, dada la evidente dependencia de la economía del sector cafetero durante gran parte del siglo XX. Sin embargo, la participación de este sector dentro del ingreso nacional ha venido disminuyendo desde las últimas décadas de ese siglo, erigiéndose otro “commodity” —el petróleo— como principal producto de exportación de la economía. Este trabajo propone un modelo dinámico, estocástico y multisectorial de crecimiento, integrando la literatura de los “Real business cycles” con la de los “Booming sectors”, para analizar la incidencia de las fluctuaciones del precio del petróleo como determinante de los ciclos económicos colombianos.

Clasificación JEL: E32.

Palabras clave: *Business cycles*, *booming sectors*, precios del petróleo, modelo estocástico multisectorial, programación dinámica.

* Esta versión corresponde al documento presentado como tesis para la obtención del magíster en Economía otorgado por la Universidad de los Andes, luego de los valiosos comentarios del doctor Juan Carlos Echeverry y de enriquecedoras discusiones con Rodrigo Suescún. Agradezco la paciente colaboración de mi asesor Rodrigo Suescún, sin cuya ayuda este trabajo no hubiera podido terminarse. Igualmente agradezco la invaluable colaboración de Claudio Karl y Ramiro López del Departamento Nacional de Planeación, por el suministro de información.

Introducción

Uno de los fenómenos de la economía que más ha llamado la atención de los economistas es el de los denominados ciclos económicos. Existen muchas teorías que tienden a explicar estas desviaciones sincronizadas de variables macroeconómicas de su tendencia. Sin embargo, no existe un consenso general sobre cuáles son en la práctica las razones que mejor explican las fluctuaciones observadas en la actividad económica. Más aún, no existe consenso sobre la razón por la que el producto, el empleo y otras variables macroeconómicas tienden a moverse en ciclos, en los cuales estas variables pasan en conjunto por períodos de auge seguidos de períodos recesivos.

Los primeros tratamientos teóricos de los ciclos económicos se centraron en modelos determinísticos, según los cuales aquellos se presentaban con la regularidad de las mareas oceánicas. Sin embargo, los ciclos no muestran la regularidad requerida por esos modelos. Una vez que esto quedó claro, la investigación adoptó un enfoque que observa los ciclos como el resultado de perturbaciones aleatorias, llamadas frecuentemente “impulsos o *shocks*”, que impactan el sistema económico y desencadenan un patrón cíclico de respuestas en la economía. Los primeros trabajos que concebían los ciclos económicos como consecuencias de *shocks* que se propagan a través de la economía (enfoque conocido como *impulso-propagación*) se deben al economista soviético Eugen Slutsky¹ y al economista noruego Ragnar Frisch de la Universidad de Oslo².

Siguiendo esta corriente, uno de los grupos de modelos que intentan explicar los ciclos económicos a partir de los preceptos clásicos se conoce como el modelo del “ciclo económico real” (*real business cycle*, RBC). Esta clase de modelos parte de la idea de que el cambio tecnológico es el tipo de perturbación económica más relevante detrás de las fluctuaciones en la economía. De ese modo, este enfoque consi-

¹ Este trabajo se publicó en el libro *Problemas de las condiciones económicas (1927)*, editado por el Instituto de Coyuntura, Moscú.

² En su trabajo “*Propagation problems and impulse problems in economics*” (de donde toma nombre el enfoque), publicado en *Economic essays in honour of Gustav Cassel (1933)*, Allen and Unwin, Londres.

dera las fluctuaciones cíclicas como originadas en *shocks* aleatorios a la tecnología. Entre los economistas más influyentes de este enfoque se encuentran John Long, Charles Plosser, F. Kydland y Edward Prescott³.

Los dos supuestos principales de los modelos del ciclo real son que el cambio tecnológico es la fuente más importante de *shocks* económicos en la determinación de los ciclos económicos, y que estos *shocks* tecnológicos se propagan en mercados perfectamente competitivos.

La idea detrás de este enfoque es que, por ejemplo, un *shock* tecnológico positivo que impacte la economía hará crecer la productividad del trabajo y las empresas incrementarán su demanda laboral. El producto subirá, aun si el empleo no aumenta, simplemente porque el producto por trabajador crece como resultado del *shock* tecnológico. Sin embargo, para que el empleo se expanda, los trabajadores deben estar dispuestos a ofrecer más trabajo, esto es, la curva de oferta laboral debe tener pendiente positiva (lo cual está respaldado por la evidencia empírica).

Aunque los modelos del ciclo económico real se centran en los *shocks* tecnológicos como la fuente principal de fluctuaciones, algunos de ellos también permiten que ciertos *shocks* de otra naturaleza –como los desplazamientos del gasto fiscal, los choques monetarios, entre otros– provoquen fluctuaciones económicas. La teoría del ciclo económico real ha impulsado una vasta literatura en la que se han desarrollado una variedad de modelos que permiten la introducción de diversos tipos de choques, aparte de los tecnológicos, aunque estos últimos tengan preponderancia en la determinación del ciclo real. Dentro de esta misma línea se encuentran modelos que permiten *shocks* a los términos de intercambio (precios), en aras de observar qué tanto de las fluctuaciones económicas se deben a este tipo de perturbaciones.

Para el caso colombiano, se destacan los trabajos de Rodrigo Suescún que implementan la literatura del modelo de ciclo real. En uno de sus

³ LONG, J. and PLOSSER C. (1983). "Real business cycles". In: *Journal of political economy*. Febrero; KYDLAND, F. y PRESCOTT, E. "Time to build and aggregate fluctuations". In: *Econometrica*. 50 (6). p.1345-1370.

trabajos más importantes, él analiza los efectos en las fluctuaciones macroeconómicas resultantes de choques tecnológicos, al igual que de choques al precio del café⁴. A partir del resultado de sus simulaciones, Suescún concluye que las perturbaciones al precio del café no parecerían ser demasiado influyentes en la volatilidad presente en los agregados macroeconómicos. Según él, los *shocks* de oferta fueron una causa más importante que la fluctuación de los términos de intercambio en Colombia entre 1950 y 1990.

Este resultado parecería desvirtuar trabajos anteriores (Flórez (1974); Díaz-Alejandro (1976); Cárdenas (1991); Ocampo (1989)) que sugerían los ciclos económicos colombianos como fenómenos asociados directamente con el comportamiento del precio del café en los mercados internacionales. Sin embargo, en el caso de los países en desarrollo, la literatura ha destacado la importancia de los choques a los términos de intercambio en la generación de los ciclos económicos. Carlos Esteban Posada comenta que “los ciclos colombianos del siglo XX han dependido, en alguna medida, de los de la economía de los Estados Unidos y (en parte por tal causa) de las fluctuaciones de los términos de intercambio”⁵. Consecuentemente, en su trabajo Posada encuentra la fluctuación del componente transitorio de los términos de intercambio como la causa más importante en la generación de los ciclos económicos colombianos entre 1950 y 1997.

La literatura del modelo del ciclo real se ha subutilizado en Colombia, a pesar de que ha demostrado ser exitosa en la predicción de los comportamientos cíclicos de economías industrializadas que exhiben diferentes niveles de participación en los mercados financieros internacionales. No obstante, cabe resaltar los trabajos de Suescún (1997), Arango (1997), y Hamann y Riascos (1998), que utilizan dicha literatura (ver bibliografía).

De aquí surge la inquietud intelectual de este trabajo, en el cual se pretende utilizar la literatura del modelo de ciclo real para una econo-

⁴ SUESCÚN, Rodrigo (1997). “Commodity booms, Dutch disease, and real business cycles in a small open economy: the case of coffee in Colombia”. En: *Borradores semanales de economía*. No.73.

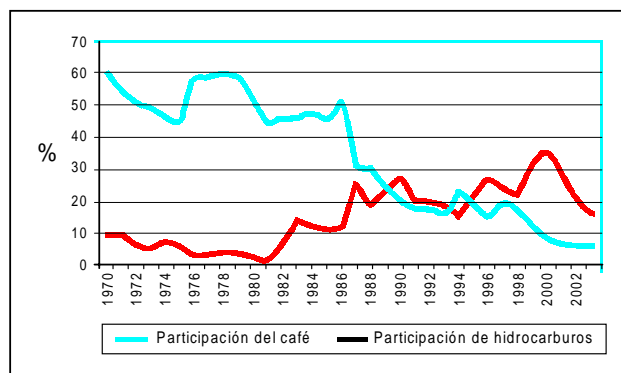
⁵ POSADA, Carlos Esteban (1999). “Los ciclos económicos colombianos en el siglo XX”. En: *Borradores de economía*. Banco de la República. No. 126.

mía pequeña y abierta que recibe *shocks* tanto de oferta como de demanda, como lo son los choques a los términos de intercambio del petróleo, para determinar si éstos han sido fundamentales en las fluctuaciones de los agregados macroeconómicos colombianos⁶.

El objetivo de este trabajo es, pues, modelar una economía pequeña y abierta como la colombiana usando como trasfondo teórico la literatura del modelo de ciclo real. La idea es observar si choques a los términos de intercambio del petróleo han sido determinantes para las fluctuaciones de las variables macroeconómicas del país.

La lenta pero inexorable caída de la participación del café dentro de los ingresos colombianos –como se aprecia en la gráfica 1–, acompañada de una creciente participación del petróleo dentro del ingreso nacional, nos lleva a preguntarnos si las fluctuaciones de la economía colombiana durante las últimas dos décadas del siglo XX no han sido resultado, en parte, de la gran volatilidad que han presentado los precios del petróleo en los mercados internacionales.

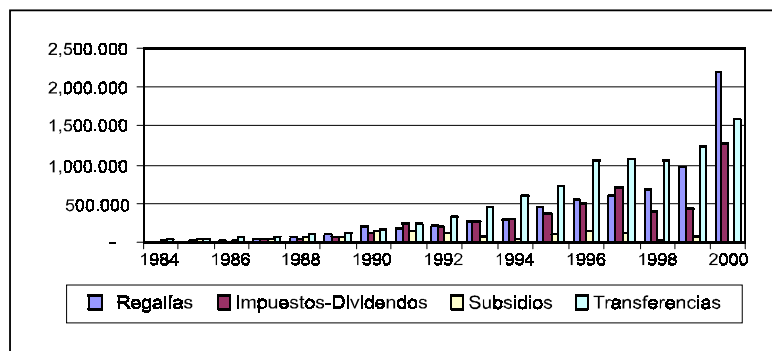
Gráfica 1. Participación del café y los hidrocarburos en las exportaciones totales 1970-2003.



⁶ Existen otros acercamientos al análisis de ciclos económicos, entre ellos la aproximación econométrica al problema. Sin embargo, ésta se descarta ya que su análisis no proviene de un modelo de equilibrio general, como sí ocurre en la teoría de los RBC. Además, como se mencionó anteriormente, esta aproximación ha demostrado ser exitosa en la explicación de los ciclos económicos de otras economías.

Hay que tener en cuenta que el sector petrolero se ha convertido en un sector estratégico para la economía colombiana dada su alta participación en el producto interno bruto, ya que genera un porcentaje muy alto de las exportaciones totales y porque representa una fuente muy importante de recursos fiscales, tanto para el gobierno nacional como para los entes territoriales. Tan sólo en 1999, los aportes fiscales del petróleo ascendieron a más de US\$1.200 millones.

Gráfica 2. Transferencias al Estado 1984-2000 (millones de pesos).

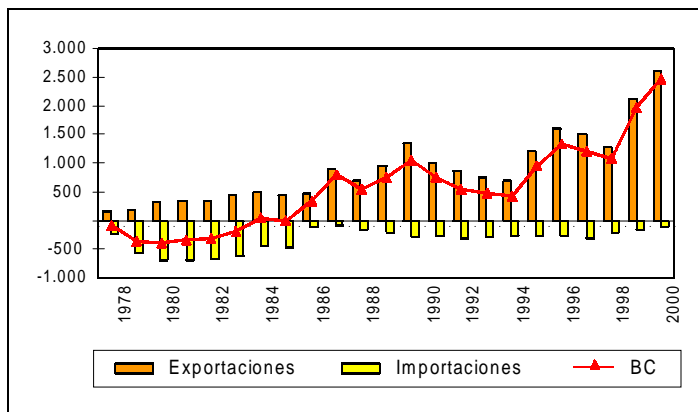


Sin embargo, al igual que otros sectores productores de bienes básicos, el sector petrolero se ha caracterizado por una gran volatilidad en la generación de recursos para la nación. Esta volatilidad se ha debido, en el corto plazo, a la variabilidad de los precios internacionales y, en el largo, a los cambios en el *stock* de reservas petroleras.

Con respecto a la variabilidad de largo plazo, cabe notar que Colombia recuperó su posición de país exportador de crudo a mediados de la década de los ochenta. Entre 1980 y 1985, Colombia no recibió ni un solo dólar por concepto de exportaciones de petróleo. A partir de 1986, año en que el país regresa a su condición de exportador de petróleo por el descubrimiento del yacimiento Caño Limón (1983), la balanza comercial de Ecopetrol vuelve a ser positiva.

Fue así como el petróleo experimentó un crecimiento radical de su participación en el PIB sectorial, que pasó de 1.698 millones de pesos en 1985 a 13.491 millones en 1990 a precios de 1975. De ese modo,

Gráfica 3. Balanza Comercial de Ecopetrol
(millones de dólares)



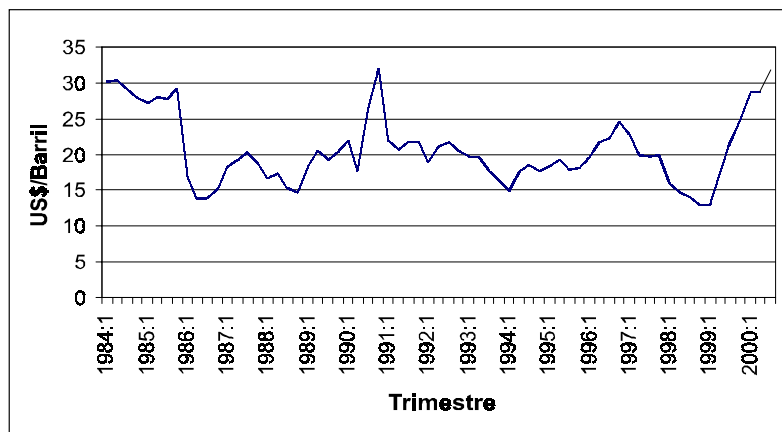
su contribución en el PIB total se incrementó del 0,3% en 1985 al 1,8% en 1990. Hasta 1994, esta participación se estabilizó en un nivel que fluctuaba alrededor de 1,5% del PIB. Esta cifra se ubicó por encima del 2% a partir de 1995, a raíz de la entrada en producción de los yacimientos de Cusiana y Cupiagua. Así, el petróleo alcanzó un nivel del 2,7% del PIB en 1999.

No obstante, al mismo tiempo que el sector petrolero le genera grandes ingresos a la nación, la volatilidad en de los precios del petróleo es una fuente de gran inestabilidad macroeconómica. El problema consiste en el alto grado de incertidumbre con respecto a la determinación del precio del crudo en mercados internacionales demasiado fluctuantes, como se puede apreciar en la gráfica 4.

Esta volatilidad en los precios del petróleo se traduce en una fuerte fluctuación de los ingresos provenientes de la exportación petrolera, originando desequilibrios en el manejo macroeconómico⁷. Por ejemplo, en el año 2000, para el caso colombiano un incremento de un

⁷ Se considera válido el argumento de que la incidencia del petróleo en la economía colombiana depende también del aumento en cantidades. Sin embargo, haciendo uso del supuesto de Colombia como país exportador, este trabajo se concentra en la incidencia de la volatilidad del precio de este commodity.

Gráfica 4. Precio del petróleo WTI (dólar por barril).



dólar en el precio del petróleo elevaba las exportaciones en US\$199 millones, y los ingresos públicos en US\$96 millones⁸.

Es parte ya de la sabiduría popular el hecho de que la crisis económica de la década de los setenta y la cesación de pagos de la deuda externa de muchos países latinoamericanos a comienzos de los ochentas, si no fueron causadas, fueron al menos catalizadas por los *shocks* del petróleo que se dieron al principio y al final de los setentas. De ese modo, resultaría obtuso el pensar que la economía colombiana, donde la participación del petróleo dentro del ingreso nacional ha venido incrementándose, ha estado blindada ante los embates del precio de este “commodity”.

Santiago Montenegro⁹ argumenta que Colombia presenta los índices de inestabilidad macroeconómica más bajos de América Latina, sugiriendo que la variabilidad del precio del petróleo no ha tenido mayor incidencia en la tasa de crecimiento del PIB colombiano. Montenegro

⁸ Cifras del estudio de Santiago Montenegro referenciado en la bibliografía.

⁹ LANZETTA, Mónica y MONTENEGRO, Santiago (1999). “Manejo de shocks externos: prerequisite para la coordinación macroeconómica entre países”. En: *Colombia y Venezuela: Coordinación de políticas macroeconómicas*. Cámara de Comercio e integración Colombo-Venezolana y Universidad de los Andes. Bogotá.

argumenta que esta impermeabilidad demostrada por la economía ante *shocks* externos se debe, entre otros motivos, a la baja participación del sector exportador en el PIB. Igualmente argumenta razones de economía política y la ya larga experiencia que tienen las autoridades económicas en el manejo de la incertidumbre externa. Además, le da mucho crédito por la estabilidad macroeconómica a instrumentos de estabilización, como lo han sido el Fondo Nacional del Café y el Fondo de Ahorro y Estabilización Petrolero.

La literatura del modelo de ciclo real ha demostrado ser exitosa al utilizarse para predecir el comportamiento cíclico de países industrializados. Sin embargo, menos atención se le ha prestado a la aplicabilidad de esta teoría para explicar las fluctuaciones en países en desarrollo, como es el caso de Colombia.

Por lo tanto, este trabajo pretende hacer uso de dicha literatura para brindar un poco más de luz sobre el tema de los ciclos económicos colombianos, y verificar si *shocks* importantes, como los choques al precio de uno de sus principales bienes de exportación, son causantes de las fluctuaciones en los agregados económicos.

I. Metodología

Para cumplir con los objetivos anteriormente esbozados, se modeló una economía artificial que cumple con las características propias de la economía colombiana, a la cual se le introducen *shocks* aleatorios tanto a la tecnología como al precio relativo del petróleo.

El planteamiento consiste en solucionar un problema del planeador central en el cual éste debe maximizar la utilidad intertemporal de un agente representativo, dada una restricción de materiales. El planeador debe, por ende, asignar la senda de consumo intertemporal óptima entre dos tipos de bienes (transables y no transables) y tiempo de ocio, sujeto a ciertas restricciones de materiales.

Para resolver este problema de la economía artificial, el problema planteado –que es altamente no lineal– se transforma en un problema lineal cuadrático. El método de solución consiste en sustituir todas las restricciones no lineales dentro de la función de retorno y ésta a su vez

se aproxima, alrededor de un estado estacionario determinístico, a una función cuadrática¹⁰.

Para la solución del problema, se emplean técnicas de programación dinámica por medio de las cuales se obtienen unas reglas de decisión que “mapean” unas variables de estado, obteniendo así el comportamiento de todas las variables de relevancia para el problema.

Para la realización de la simulación de la economía artificial se utilizó el programa GAUSS, con el cual se efectuó una cantidad suficiente de simulaciones para que los resultados no dependieran de alguna simulación en particular. La economía artificial que se utilizó en la simulación se calibró para que replicara la economía colombiana a partir de mediados de la década de los ochenta, cuando el país pasa de nuevo a ser autosuficiente en materia de hidrocarburos y genera excedentes para exportación. La periodicidad que replica el modelo es trimestral, con lo que se obtiene un número suficiente de observaciones. Para establecer las relaciones entre las variables se analizaron los segundos momentos de las series cíclicas (volatilidades y correlaciones contemporáneas entre distintas variables). Por último, se realizó un análisis de impulso-respuesta al modelo para ver cómo respondía la economía artificial ante choques individuales, y se llevaron a cabo simulaciones de la economía en la cual únicamente existe el choque al precio del petróleo. Esto con el fin de determinar qué tanto de la volatilidad del producto colombiano se debe a los choques a su precio.

Este documento está estructurado de la siguiente forma: la sección II describe los rasgos más importantes del modelo que se utilizó para la simulación. En la sección III se expone cómo fue el proceso de calibración del modelo. En la sección IV se discuten algunas regularidades empíricas del ciclo económico colombiano y su relación con los choques a los precios del petróleo. La sección V discute los resultados de la simulación de la economía artificial. Por último, en la sección VI se exponen las conclusiones del trabajo¹¹.

¹⁰ Esta metodología se explica con mayor detenimiento en secciones posteriores. Para mayor detalle ver SUESCÚN M., Rodrigo (2001). *Notas de macroeconomía avanzada* Feb.16.

¹¹ Al final del documento se encuentra una sección de anexos con información estadística relevante.

II. Modelo

A. Entorno económico

La economía artificial que se utiliza para la simulación cumple, a grandes rasgos, con las siguientes características:

1. Preferencias

La economía artificial está habitada por un continuo de individuos idénticos con un horizonte de vida infinito. El agente representativo es de tamaño L_t y crece a una tasa η_L , con:

$$\eta_L = \frac{L_{t+1}}{L_t} > 1$$

El trabajo es internacionalmente inmóvil y perfectamente móvil entre sectores. Las preferencias están definidas sobre sendas estocásticas de tres tipos de bienes: transables, no transables y tiempo de ocio. El problema secuencial que enfrenta el planeador social es:

$$\text{Max } W = E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t^{T*}, C_t^N, l_t) \right\} \quad (1)$$

donde

$C_t^{T*} \equiv$ consumo de transables importados y producidos domésticamente

$$\Rightarrow C_t^{T*} = C_t^* + C_t^T$$

$C_t^N \equiv$ consumo de bienes no transables

$l_t \equiv$ ocio

y donde $\beta \in (0,1)$ es la tasa de descuento subjetiva intertemporal y E_0 es el operador matemático de expectativa condicional a la información en $t = 0$.

Las expectativas se basan en la distribución de probabilidad conocida de los procesos estocásticos presentes en la economía. La función de utilidad tiene la siguiente forma funcional logarítmica:

$$U(C_t^{T*}, C_t^N, l_t) = \theta \log(C_t^{T*}) + (1 - \theta) \log(C_t^N) + \gamma \log l_t \quad (2)$$

donde

$\theta \equiv$ peso relativo del consumo de transables en utilidad

$l_t \equiv$ tiempo dedicado al ocio

$\gamma \geq 0 \equiv$ parámetro asociado al tiempo de ocio

2. Tecnologías y costos de ajuste

En esta economía artificial encontramos tres sectores productivos: el sector de bienes transables (T), el sector de bienes no transables (N) y el sector petrolero (P). En aras de simplificar el modelo, el sector petrolero se considera como un sector enclave que no compite con los otros sectores por los factores productivos (capital y trabajo). Su producción va a estar dada por un proceso exógeno, que sigue un proceso de Markov de primer orden dado por:

$$\hat{Y}_{t+1}^P = (1 - \rho_{yp}) \bar{Y}^P + \rho_{yp} \hat{Y}_t^P + \varepsilon_{t+1}^{yp} \quad \text{donde } \varepsilon_t^{yp} \sim (0, \sigma_{yp}^2)$$

donde

$\bar{Y}^P \equiv$ producción petrolera en estado estacionario

con $0 < \rho_{yp} < 1$

Los otros dos sectores tienen una función de producción CES separable para incorporar el hecho de que parte de la producción petrolera se utiliza como insumo intermedio en estos sectores. Las formas funcionales son:

Sector transable

$$Y_t^T = \left[\left[A^T K_t^{T\alpha} \left(e^{z_t^T} H_t L_t \Phi_t^T \right)^{1-\alpha} \right]^\rho + \mu^T M_t^{Tp} \right]^{\frac{1}{\rho}} \quad (3)$$

Sector no transable

$$Y_t^N = \left[\left[A^N K_t^{N\alpha^N} \left(e^{z_t^N} H_t L_t \phi_t^N \right)^{1-\alpha^N} \right]^\rho + \mu^N M_t^{N\rho} \right]^{\frac{1}{\rho}} \quad (4)$$

donde

$z_t^j \equiv$ shock tecnológico en sector j ; $\forall j = \{T, N\}$

$z_{t+1}^j = \rho_j z_t^j + \varepsilon_{t+1}^j$ donde $\varepsilon_t^j \sim (0, \sigma_j^2)$

\Rightarrow sigue un proceso de Markov con $0 < \rho_j < 1$

$\alpha_j \equiv$ participación del capital en índice de VA de sector j

$\phi_t^j \equiv$ fracción del trabajo eficiente total $H_t L_t$ utilizada en sector j

$M_t^j \equiv$ petróleo utilizado como insumo en producto de sector j

H_t representa unidades de capital humano. Se asume que su depreciación es cero y que crece a una tasa dada por:

$$\eta_H = \frac{H_{t+1}}{H_t} > 1$$

En aras de simplificar la manipulación del modelo, para la acumulación de capital físico se consideran dos diferentes ecuaciones de transición de capital, correspondientes a los capitales transable y no transable, dadas por:

$$K_{t+1}^T = (1 - \delta_T) K_t^T + I_t^T + I_t^* \quad (5)$$

$$K_{t+1}^N = (1 - \delta_N) K_t^N + I_t^N \quad (6)$$

donde $\delta_j \equiv$ depreciación del capital de sector j $0 \leq \delta_j \leq 1$

$I_t^* \equiv$ activos de inversión importados

¹² De ese modo, $P_t^T = 1$, $\forall t$. La paridad de poder de compra se cumple para los bienes transables, excluyendo el petróleo que formalmente es un bien transable.

P_t^j denota el precio relativo del bien j en términos de bien transable¹². El precio relativo del petróleo en términos de bien transable, P_t^P , sigue un proceso de Markov de primer orden:

$$P_{t+1}^P = (1 - \rho_P) \bar{P}^P + \rho_P P_t^P + \varepsilon_{t+1}^P \quad \text{donde} \quad \varepsilon_t^P \sim (0, \sigma_P^2)$$

donde

$\bar{P}^P \equiv$ precio medio del petróleo en términos de transable

con

$$0 < \rho_P < 1$$

El precio de bienes no transables en términos de bienes transables, P_t^N , se determina endógenamente en el equilibrio y los agentes lo toman como dado.

Con el fin de eliminar la gran volatilidad que caracteriza la modelación de economías pequeñas y abiertas, se introdujeron costos de ajuste relativos al tiempo de ajuste de la inversión con respecto a la inversión en estado estacionario.

$$AC^j = \xi_j \left[i_t^j - \left[\eta_H \eta_L - 1 + \delta_j \right] k_t^j \right]^2 \quad \forall j = T, N$$

Donde ξ_j es una constante de ajuste.

3. Estructura financiera

Se supone que la economía artificial tiene acceso imperfecto a activos (créditos) internacionales. Por ende, la ley de movimiento para el *stock* de deuda externa va a estar dada por:

$$D_{t+1} = (1 + r_t) D - TB_t \quad (7)$$

Donde todas las variables están expresadas en términos de bien transable. TB_t representa la balanza comercial, que se define como la diferencia entre la producción petrolera y transable y la absorción de bienes transables. Es decir,

$$TB_t = P_t^P Y_t^P + Y_t^T - A_d^T$$

donde

$A_d^T \equiv$ absorción doméstica de transables

$$A_d^T = C_t^T + C_t^* + P_t^P M_t^T + P_t^P M_t^N + I_t^T + I_t^*$$

r_t es la tasa de interés real a la que prestan los acreedores externos. El acceso imperfecto a créditos externos se modela suponiendo una curva de oferta creciente de fondos externos:

$$r_t = r^* + S\left(\frac{D_t}{H_t L_t}, P_t^P\right) \quad (8)$$

donde

$r^* \equiv$ tasa de interés mundial libre de riesgo

$S(\bullet) > 0 \equiv spread$ por riesgo, el cual es una función creciente del tamaño de deuda con respecto a tamaño de economía y función decreciente de los términos de intercambio del petróleo.

Para la especificación de $S(\bullet)$ se utiliza una función exponencial,

$$S(\bullet) = e^{f\left(\frac{D_t}{H_t L_t}, P_t^P\right)}$$

$$\ln S = \alpha_0 + \alpha_1 \ln\left(\frac{D_t}{H_t L_t}\right) + \alpha_2 \ln(P_t^P)$$

De ese modo, el modelo es consistente con el hecho que la tasa de interés doméstica es mayor que la tasa de interés mundial libre de riesgo y con un stock de deuda externa positivo, características ambas de la mayoría de países en desarrollo¹³.

4. Balance de materiales

La producción petrolera se emplea como insumo intermedio en los otros dos sectores y como medio de intercambio en los mercados internacionales.

¹³ Adicionalmente, con esta especificación, se captura el efecto de una relajación en la restricción de liquidez ya que la economía, como un todo, obtiene menores tasas de interés al presentarse un *shock* positivo en el precio del crudo.

les. Tanto el bien transable como el bien no transable pueden ser utilizados como bienes de inversión. En el equilibrio, la condición para el vaciamiento de mercado para la producción total transable es:

$$Y_t^T + P_t^P Y_t^P = C_t^T + X_t^T + P_t^P M_t^T + P_t^P M_t^N + P_t^P X_t^P + I_t^T \quad (9)$$

El sector no transable enfrenta la restricción de recursos:

$$VA_t^N = Y_t^N - \left[\frac{P_t^P}{P_t^N} \right] M_t^N = I_t^N + C_t^N \quad (10)$$

La inversión total (I_t), el consumo total (C_t), las importaciones totales (M_t), y las exportaciones totales (X_t) cumplen las siguientes restricciones de recursos:

$$I_t = I_t^T + I_t^* + P_t^N I_t^N \quad (11)$$

$$C_t = C_t^T + C_t^* + P_t^N C_t^N = C_t^{T*} + P_t^N C_t^N \quad (12)$$

$$M_t = C_t^* + I_t^* \quad (13)$$

$$X_t = X_t^T + P_t^P X_t^P \quad (14)$$

La balanza comercial se define como:

$$TB_t = X_t - M_t = Y_t^T + P_t^P Y_t^P - C_t^{T*} - I_t^T - I_t^* - P_t^P M_t^T - P_t^P M_t^N \quad (15)$$

La restricción presupuestal de la economía está dada por:

$$[C_t^{T*} + P_t^N C_t^N] + [I_t^{T*} + P_t^N I_t^N] + P_t^P [M_t^T + M_t^N] + (1+r)D_t = D_{t+1} + Y_t^T + P_t^N Y_t^N + P_t^P Y_t^P$$

B. Equilibrio del planeador

El problema que enfrenta el planeador central es, por ende, maximizar (1) sujeto a (3) – (15) dado (2) y los procesos estocásticos que rigen la economía. La economía artificial se transforma en una representación estacionaria expresando todas las variables no estacionarias relativas a

$H_t L_t$. A manera de notación, las letras minúsculas representan las variables ya transformadas.

De ese modo, por ejemplo:

$$c_t^{T*} = \frac{C_t^{T*}}{H_t L_t}; c_t^N = \frac{C_t^N}{H_t L_t}; k_t^T = \frac{K_t^T}{H_t L_t}; k_t^N = \frac{K_t^N}{H_t L_t};$$

$$i_t^N = \frac{I_t^N}{H_t L_t}; d_t = \frac{D_t}{H_t L_t}; tb_t = \frac{TB_t}{H_t L_t}; \text{etcétera.}$$

Como resultado de esta transformación, la versión no estocástica del problema transformado converge a un estado estacionario bien definido.

El modelo no tiene una solución analítica exacta. Sin embargo, existen métodos de carácter numérico para lograr su solución. Con este fin, el problema planteado –que es altamente no lineal– se transforma en un problema lineal cuadrático. El método de solución consiste en sustituir todas las restricciones no lineales dentro de la función de retorno, y ésta a su vez se aproxima alrededor de un estado estacionario determinístico, a una función cuadrática.

La información necesaria para que el planeador adopte sus decisiones se compone de siete variables. De éstas, cuatro son variables de estado exógenas, $\lambda = (P_t^P, Y_t^P, z_t^T, z_t^N)$. Las otras son variables de estado endógenas, k_t^T, k_t^N y d_t . El planeador escogerá para el agente representativo el vector de decisiones Λ , donde $\Lambda = (c_t^{T*}, c_t^N, l_t, i_t^{T*}, i_t^N, \phi_t^T, \phi_t^N, k_{t+1}^T, k_{t+1}^N, d_{t+1}, m_t^T, m_t^N)$, tomando como dadas la función de precio de equilibrio $P_t^N = P_t^N(\lambda, k_t^T, k_t^N, d_t)$ y las leyes de movimiento, tanto para los procesos estocásticos exógenos $\lambda_{t+1} = \Omega \lambda_t + \varepsilon_{t+1}$ como para la acumulación de capital y de deuda externa.

Este problema pertenece a la clase de problemas invariantes en el tiempo de estructura dinámica que satisfacen la siguiente ecuación de Bellman:

$$v(\lambda_t, k_t^T, k_t^N, d_t^T, P_t^N(\lambda_t, k_t^T, k_t^N, d_t^T)) = \max \left\{ U(C_t^{T*}, C_t^N, l_t) + \beta E[v(\lambda_{t+1}, k_{t+1}^T, k_{t+1}^N, d_{t+1}^T, P_t^N(\lambda_{t+1}, k_{t+1}^T, k_{t+1}^N, d_{t+1}^T)) | \lambda_t] \right\}$$

Escogiendo Λ , sujeto a:

$$c_t^{T*} = \eta_L \eta_H d_{t+1} - (1 + r_t) d_t + P_t^P [y_t^P - m_t^T] + y_t^T - i_t^{T*}$$

$$c_t^N = y_t^N - i_t^N - \frac{P_t^P}{P_t^N} m_t^N$$

$$\eta_L \eta_H k_{t+1}^T = (1 - \delta_T) k_t^T + i_t^{T*}$$

$$\eta_L \eta_H k_{t+1}^N = (1 - \delta_N) k_t^N + i_t^N$$

$$\sum_{j=T,N} \varphi_t^j = 0,33$$

$$\lambda_{t+1} = \Omega \lambda_t + \varepsilon_{t+1}$$

$$P_t^N = P_t^N(\lambda, k_t^T, k_t^N, d_t)$$

Donde Ω es una matriz de dimensión 4×4 que caracteriza los procesos AR(1) de las variables exógenas. El vector ε tiene media cero, $E[\varepsilon] = 0$, y matriz de varianza-covarianza $\text{Var}[\varepsilon]$ ¹⁴.

III. Calibración de parámetros

El modelo se calibró para que replicara la economía colombiana a partir de mediados de los años ochentas, tiempo en que Colombia vuelve a recuperar su posición como exportador de crudo. Igualmente, para la

¹⁴ Esta es una matriz diagonal dadas las características de los procesos estocásticos del modelo, que corresponden a procesos autorregresivos de primer orden.

calibración se estimaron los parámetros utilizando información con periodicidad trimestral.

La falta de información, con respecto a los posibles valores de los parámetros del modelo para el caso colombiano, conduce a que se utilicen las condiciones de primer orden del problema para la calibración de éstos. Es decir, usando las condiciones de primer orden del problema junto con información relevante de la economía colombiana, y evaluando en el estado estacionario, se logra parametrizar completamente nuestro modelo¹⁵. La siguiente información se empleó en la calibración¹⁶:

- La tasa bruta promedio del crecimiento de la población económicamente activa η_L es 1,02 anual (1,00496 trimestral). La tasa de crecimiento bruta del capital humano η_H se calibra de tal forma que el crecimiento del producto total esté dado por $\eta_H \eta_L$. Para la relación capital-producto se utilizó 9,6 que corresponde al promedio para el período 1952-1992 (para periodicidad anual este valor es 2.4)¹⁷. Se supuso que en ambos sectores se observaba la misma relación capital-producto.
- Se estimó en 0,2213 la relación inversión-producto para el período 1985-2000. Para la inversión no transable se consideró la inversión en construcción y edificaciones. La relación inversión no transable a valor agregado no transable se estimó para este mismo período en 0,1365.
- La relación valor agregado no transable a valor agregado transable (sin petróleo) se estimó para el período en cuestión en 1,2946.
- El valor agregado petrolero fue en promedio un 5% del valor agregado transable durante el mismo período.
- Para el tiempo de ocio no existe evidencia sobre su posible valor para el caso colombiano. Sin embargo, en la literatura internacional es usual encontrar valores cercanos a 0,66, el cual se utilizó.

¹⁵ Para detalles de la calibración ver Anexo Matemático.

¹⁶ Para detalles de la información estadística ver Anexos.

¹⁷ Cifra tomada de estudio Suescún (1997).

- Para la tasa de interés libre de riesgo se calculó el promedio de la tasa de interés de los bonos del tesoro americano a diez años, para el período 1985-2000. Esta resultó ser 1,752% trimestral.
- No se encontró ninguna estimación de la elasticidad de sustitución (σ) entre valor agregado y la utilización del insumo intermedio (petróleo). Sin embargo, los autores Hornstein y Praschnik (1997) argumentan que una elasticidad de 1 sería un límite superior para la estimación de este parámetro, para el caso de insumos intermedios, ya que estudios previos como los de Berndt y Wood (1975) y el más reciente de Woodford y Rotemberg (1996) encuentran una elasticidad menor a la unitaria entre capital y energía. Igualmente, Hernández y Ramírez (1999) encuentran una gran complementariedad entre capital y materias primas en la industria colombiana para el período 1984-1994. Como una primera aproximación para el valor de este parámetro se utilizó un σ de 0,9. Se supuso que esta elasticidad era igual en ambos sectores.
- La relación de deuda-PIB se calculó utilizando los valores de la deuda externa colombiana para el período 1994-2001, años en que esta información se encuentra de manera trimestral. Esta relación tuvo un valor promedio de 1,297.
- Se estimó una relación de exportaciones netas a producto de -0,1704%, para el período 1985-2000.
- Para la participación del petróleo en el producto bruto transable y no transable se utilizaron las matrices insumo producto correspondientes a los años 1985-1996. De ellas se estimó un promedio de las compras del insumo petróleo por parte de los otros sectores, divididos en sector transable y no transable. La participación para el sector no transable fue de 1,951% y para el transable fue apenas de 1,043%.
- Ya que todo el modelo se expresa en términos de bienes transables, se construyó un deflactor transable. Este deflactor implícito en términos de transable se construyó con información del PIB real transable (sin petróleo) y PIB nominal transable (sin petróleo), para el período 1985-2000.
- Para el coeficiente de persistencia del choque tecnológico en las producciones transable y no transable, se utilizó $\rho = 0,95$, respaldado por la evidencia internacional que indica que la tecnología es altamente persis-

tente. La varianza de estos choques se calibra de tal forma que la volatilidad de los productos transable y no transable de la economía artificial sea igual a la volatilidad observada de estos productos en la economía colombiana. De esta forma, la varianza de estos choques queda igual a $\sigma_N^2 = 0,0006$ y $\sigma_T^2 = 0,0007$.

- Para el coeficiente de persistencia del proceso de precio del petróleo se ajustó un proceso autorregresivo de primer orden. La regresión estimó un coeficiente $\rho_p = 0,84066$, indicando así una alta persistencia. La varianza de los choques al precio del petróleo resultó $\sigma_p^2 = 0,03376$.
- Igualmente, para el proceso detrás de la producción petrolera se ajustó un proceso autorregresivo de orden uno, con el que se obtuvo un $\rho_{yp} = 0,9815$ y una varianza de $\sigma_{yp}^2 = 0,000004$ ¹⁸.
- Para encontrar los parámetros de la función del *spread* se regresó su logaritmo natural como variable dependiente contra una constante, el logaritmo natural del coeficiente deuda-PIB y el logaritmo natural del precio del petróleo. Para la serie del *spread* se utilizó la serie de *spread* sobre bonos Yankee 04, que va desde 1995 hasta 2001. El *spread* promedio para esta serie fue de 398,52 puntos básicos. Los coeficientes encontrados en esta regresión fueron: $\alpha_1 = 3,2423$ y $\alpha_2 = -0,4726$.
- Las constantes de ajuste de la función de costos de ajuste se calibraron de tal forma que se replicara la volatilidad de la inversión transable y no transable. La inversión transable no necesitó de costos de ajuste¹⁹.

En la tabla 1 se encuentra la calibración para los parámetros de todas las funciones del modelo.

¹⁸ Se realizaron regresiones que contenían el precio del petróleo como variable independiente, para encontrar relaciones entre el precio y la producción. Sin embargo, los coeficientes encontrados no eran consistentes con la lógica del modelo.

¹⁹ El modelo no logró replicar la excesiva volatilidad de la inversión transable colombiana.

Tabla 1. Calibración de parámetros.

θ	γ	α^T	α^N	μ^T	μ^N
0,3739	1,6810	0,4718	0,2661	0,00628	0,0126
ρ_p	σ_p^2	Y_{pss}	ρ_{yp}	σ_{yp}^2	l (ocio)
0,8407	0,0338	0,02133	0,9815	0,000004	0,66
ρ	ρ_T	ρ_N	σ_T^2	σ_N^2	β
-0,1111	0,95	0,95	0,0007	0,0006	0,98710
η_H	η_L	A_N	A_T	δ_T	δ_N
1,00607	1,00496	1,3386	0,7459	0,02382	0,00285

IV. Regularidades empíricas del ciclo económico colombiano

Para el estudio de las propiedades cíclicas de las variables macroeconómicas de interés para este trabajo, se tomaron los segundos momentos de éstas. De ese modo, se estimaron las volatilidades y las correlaciones contemporáneas de las variables: valor agregado total²⁰, valor agregado transable, valor agregado no transable, *stock* de deuda, precio del WTI²¹, exportaciones netas a producto, consumo total, consumo no transable, consumo transable, inversión no transable, inversión transable, trabajo no transable, trabajo transable, capital total, y tasa de cambio entre transables y no transables.

Se tomaron las series de estas variables desde el primer trimestre de 1985 y el cuarto trimestre de 2000, en términos per cápita utilizando

²⁰ Los agregados macroeconómicos están a precios constantes de 1975. Fuente: Departamento Administrativo Nacional de Estadística y Departamento Nacional de Planeación.

²¹ El precio del petróleo WTI (West Texas Intermediate) se utiliza como precio de referencia para el precio del petróleo colombiano, por sus características similares.

la población entre 15 y 64 años²². Para computar los estadísticos, se tomó el logaritmo natural de las series –excepto para el precio del WTI, las exportaciones netas y la tasa de cambio–, las cuales se filtraron con el filtro de Hodrick y Prescott, utilizando un parámetro de suavización $\lambda = 1600$ ²³.

El resumen de los resultados de los segundos momentos de estas variables se presenta en las tablas 2 y 3.

Con el estudio cuidadoso de los segundos momentos de las series colombianas podemos observar ciertas regularidades. El consumo total es tan volátil como el producto total.

Desde esta perspectiva sectorial, la economía colombiana consta de tres sectores. Un sector transable compuesto –a partir de la disgregación sectorial de las cuentas nacionales– de los sectores agricultura, minería (excluyendo la producción de petróleo) e industria. Un sector no transable que lo compone el resto de sectores. Y un sector petrolero.

Se observa que el producto total tiene una menor volatilidad que las producciones sectoriales. Se observa también una alta volatilidad en el sector petrolero (11,03%) y unas menores volatilidades en los sectores transable y no transable, 3,06% y 2,95% respectivamente.

Según los estadísticos, la inversión tanto transable como no transable muestra una gran volatilidad, teniendo la primera una volatilidad de casi 32%. La gran volatilidad en la inversión se podría explicar un poco por la no inclusión, dentro del rubro formación bruta de capital fijo (FBKF), del consumo de bienes durables que podría suavizar un poco la serie de inversión.

Cumpliendo con lo esperado, tanto la inversión como el consumo demuestran su carácter procíclico. También, como es el caso en varios países

²² Fuente DANE.

²³ Parámetro de suavización utilizado convencionalmente en la literatura para series de periodicidad trimestral.

Tabla 2. Desviaciones estándar-Series trimestrales colombianas 1985-2000, filtradas con el filtro Hodrick-Prescott.

Desviaciones estándar como porcentajes									
PIB	VAT	VAN	VAP	D	PRWTI	XN	C		
2,511	3,064	2,959	11,036	4,447	21,861	0,637	2,586		
CN	CT	IN	IT	TNT	TT	K	TC		
3,237	5,604	11,468	31,835	0,724	2,425	1,532	2,145		

Tabla 3. Correlaciones contemporáneas-Series trimestrales colombianas 1985-2000, filtradas con el filtro Hodrick-Prescott.

	PIB	VAT	VAN	VAP	D	PRWTI	XN/PIB	C
PIB	1,00	0,82	0,87	0,12	0,39	-0,01	-0,13	0,75
VAT		1,00	0,48	0,04	0,09	0,16	0,02	0,61
VAN			1,00	0,05	0,54	-0,11	-0,15	0,64
VAP				1,00	0,44	-0,06	0,42	0,09
D					1,00	-0,28	-0,04	0,32
PRWTI						1,00	0,24	0,10
XN/PIB							1,00	-0,14
C								1,00
CN								
CT								
IN								
IT								
TNT								
TT								
K								
TC								

Tabla 3. (Continuación).

	CN	CT	IN	IT	TNT	TT	K	TC
PIB	0,71	0,26	0,49	0,08	-0,22	0,25	0,40	-0,32
VAT	0,41	0,36	0,30	-0,04	-0,18	0,22	0,06	-0,07
VAN	0,88	0,01	0,44	0,06	-0,19	0,21	0,54	-0,40
VAP	0,08	0,03	-0,09	-0,21	0,03	-0,05	0,37	0,04
D	0,48	-0,04	0,21	0,08	0,24	-0,22	0,83	-0,38
PRWTI	0,03	0,09	-0,23	-0,29	-0,18	0,19	-0,24	0,18
XN/PIB	0,05	-0,20	-0,45	-0,55	0,09	-0,11	-0,18	0,24
C	0,49	0,71	0,39	-0,09	0,02	0,01	0,41	-0,30
CN	1,00	-0,26	-0,03	-0,13	-0,08	0,07	0,40	-0,23
CT		1,00	0,48	0,02	0,05	-0,02	0,13	-0,14
IN			1,00	0,39	-0,31	0,37	0,34	-0,39
IT				1,00	-0,01	0,05	0,16	-0,29
TNT					1,00	0,99	0,19	-0,15
TT						1,00	-0,16	0,10
K							1,00	-0,60
TC								1,00

desarrollados²⁴, las exportaciones netas a producto se comportan de manera contracíclica.

Cabe destacar el comportamiento contracíclico de la tasa de cambio entre transables y no transables durante este período. Esto va contra la creencia popular sobre una tasa de cambio procíclica. Sin embargo, la correlación no es muy alta para emitir una conclusión definitiva al respecto.

Conviene mencionar también el carácter acíclico del precio del petróleo, con lo cual se siembra la duda sobre la interpretación del ciclo económico colombiano como un fenómeno causado por las fluctuaciones en el precio del petróleo²⁵.

V. Resultado de las simulaciones

Como ya se mencionó anteriormente, el problema del planeador no tiene una solución analítica exacta. Por ende, se utilizan técnicas de programación dinámica para obtener su solución. Éstas consisten en lograr la transformación de un problema altamente no lineal en uno lineal cuadrático, realizando una aproximación de una función no lineal alrededor de un estado estacionario bien definido y luego, a través de la iteración directa, resolviendo una ecuación en diferencias de Ricatti hasta lograr que la función de valor converja a la función de valor óptima.

Una vez el proceso converge, se obtienen las reglas de decisión del problema original. Es decir, al tener la dinámica que describe el comportamiento de las variables de estado, podemos construir todas las variables de decisión de la economía a través de estas reglas de decisión. Las siguientes fueron las reglas de decisión que se calcularon:

²⁴ Estudio de Backus, Kehoe y Kydland (1994). Ellos encuentran en una muestra de 11 países desarrollados el carácter contracíclico de las exportaciones netas a producto.

²⁵ El resultado de una baja correlación contemporánea entre producto y precio del petróleo no desvirtúa la relevancia de este trabajo. Como primera medida, es bien sabido que al filtrar las series para obtener su componente cíclico se pueden introducir distorsiones en los patrones de correlación entre las series. Además, la idea de este estudio es la modelación de una economía artificial que replique las propiedades cíclicas de la economía colombiana, y luego, mediante ejercicios de simulación, probar si ésta replica la baja correlación que presentan los datos colombianos.

$$\begin{bmatrix} i_t^N \\ i_t^T \\ \phi_t^N \\ \phi_t^T \\ d_{t+1} \\ m_t^N \\ m_t^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,168354 - 0,017667 & 0,003504 & 0,256348 - 0,018352 - 0,005701 & 0,108084 - 0,011754 \\ 1,179968 & 0,006742 - 0,077922 - 0,070245 & 0,832413 & 0,147813 - 0,813633 - 0,878893 \\ 0,246416 - 0,006952 & 0,002968 & 0,066565 - 0,019359 & 0,000041 & 0,116959 - 0,010561 \\ 0,124375 & 0,001554 - 0,008931 - 0,016932 & 0,061476 - 0,005722 - 0,383557 & 0,031782 \\ 1,045016 & 0,004563 - 0,063872 - 0,043016 & 0,549798 & 0,141234 - 0,545858 & 0,062447 \\ 0,017419 - 0,000384 & 0,001679 & 0,004599 & 0,001919 - 0,009751 & 0,021747 - 0,001846 \\ 0,006593 & 0,000031 & 0,000327 - 0,000341 & 0,003613 - 0,004204 - 0,007724 & 0,000640 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ k_t^N \\ k_t^T \\ z_t^N \\ z_t^T \\ P_t^P \\ Y_t^P \\ d_t \end{bmatrix}$$

A. Simulación de la economía artificial

Se realizaron 300 simulaciones de la economía artificial, de tal modo que los resultados no dependieran de ninguna simulación en particular. Adicionalmente, cada simulación se realizó de tamaño 264 períodos, y se descartaron los primeros 200 para que la muestra fuera del tamaño de las series colombianas para el período que se analiza (64 períodos de 1985:1 a 2000:4). De esa manera se logró que el proceso se estabilizara y no dependiera de su iniciación.

Al igual que con las series colombianas, las series simuladas se filtraron con el filtro de Hodrick y Prescott, luego de haberse tomado su logaritmo natural. Igualmente se calcularon los segundos momentos de éstas con el fin de compararlos con los segundos momentos de las series colombianas.

Los resultados de los cálculos de los segundos momentos de las series simuladas se presentan en las tablas 4 y 5.

La capacidad de la economía artificial de replicar aspectos cuantitativos, como cualitativos, de la economía colombiana es notable. El modelo subestima un poco la volatilidad del producto total. Sin embargo, captura el hecho de que el producto total es menos volátil que los productos sectoriales.

El modelo replica de muy buena manera la volatilidad del *stock* de deuda, al igual que las volatilidades del empleo tanto en el sector transable como en el no transable. De la misma manera, el modelo replica el carácter procíclico de los tres sectores, al igual que el hecho de que la mayor correlación se presente en el sector no transable.

Tabla 4. Desviaciones estándar–Series simuladas, filtradas con el filtro Hodrick- Prescott.

Desviaciones estándar como porcentajes											
PIB	VAT	VAN	VAP	KNT	KT	TECN	TECT	D	PRWTI	XN/PIB	
1,940	3,068	2,973	18,192	0,511	1,214	3,018	3,225	3,612	21,782	3,329	
CN	CT	IN	IT	TNT	TT	INSPN	INSPT	K	TC		
1,792	12,273	11,586	12,827	1,028	2,405	22,367	26,116	0,567	12,817		

Tabla 5. Correlaciones contemporáneas-Series simuladas, filtradas con el filtro Hodrick-Prescott.

	PIB	VAN	VAT	VAP	KN	KT	TECN	TECT	PRWTI	D
PIB	1,00									
VAN		0,75	0,50	0,06	-0,04	0,15	0,76	0,54	-0,24	0,13
VAT		1,00	-0,15	0,04	-0,02	-0,10	0,98	0,09	-0,18	-0,16
VAP			1,00	-0,13	-0,03	0,35	-0,10	0,95	-0,15	0,40
KN				1,00	0,00	-0,01	0,01	0,01	0,01	-0,02
KT					1,00	-0,14	-0,04	-0,01	0,03	-0,03
TECN						1,00	-0,01	0,24	0,36	0,78
TECT							1,00	-0,02	0,00	-0,02
PRWTI								1,00	-0,01	0,33
D									1,00	0,53
IN										1,00
IT										
TN										
TNT										
INSPN										
INSPT										
CN										
CT										
TC										
K										
XN/PIB										

Tabla 5. (continuación).

	IN	IT	TN	TT	INSPN	INSPT	CN	CT	TC	K	XN/PIB
PIB	0,72	0,00	0,54	0,37	0,30	0,30	0,75	0,07	0,15	0,12	0,15
VAN	0,98	-0,15	0,95	-0,24	0,23	0,14	0,99	-0,16	0,43	-0,11	0,09
VAT	-0,16	0,20	-0,41	0,94	0,17	0,28	-0,15	0,30	-0,31	0,31	0,11
VAP	0,04	-0,03	0,13	-0,31	0,02	-0,02	0,04	0,05	-0,04	-0,01	0,01
KN	-0,11	0,08	-0,12	0,01	-0,04	-0,03	0,06	0,05	-0,03	0,35	-0,08
KT	-0,09	-0,29	-0,13	0,16	-0,32	-0,28	-0,11	-0,12	0,08	0,86	0,37
TECN	0,96	-0,06	0,92	-0,21	0,06	-0,02	0,97	-0,06	0,33	-0,03	0,01
TECT	-0,10	0,44	-0,33	0,83	0,03	0,14	-0,09	0,52	-0,50	0,21	-0,14
PRWTI	-0,17	0,41	-0,06	-0,30	-0,96	-0,94	-0,17	0,43	-0,43	0,35	-0,50
D	-0,16	-0,22	-0,22	0,29	-0,50	-0,43	-0,16	-0,08	0,03	0,71	0,33
IN	1,00	-0,15	0,94	-0,24	0,22	0,14	0,95	-0,16	0,41	-0,14	0,09
IT		1,00	-0,17	0,11	-0,39	-0,35	-0,14	0,92	-0,88	-0,24	-0,92
TN			1,00	-0,51	0,11	0,00	0,93	-0,19	0,44	-0,18	0,02
TNT				1,00	0,29	0,41	-0,23	0,16	-0,21	0,16	0,19
INSPN					1,00	0,98	0,22	-0,39	0,42	-0,32	0,48
INSPT						1,00	0,14	-0,34	0,35	-0,27	0,48
CN							1,00	-0,16	0,43	-0,07	0,09
CT								1,00	-0,96	-0,10	-0,88
TC									1,00	0,07	0,83
K										1,00	0,31
XN/PIB											1,00

Cabe resaltar la capacidad del modelo para replicar el hecho de que el precio del petróleo se comporta de manera contracíclica. Igualmente, se replica el carácter procíclico tanto de la inversión como del consumo, siendo las correlaciones de los rubros no transables mayores que la de los transables.

Sin embargo, el modelo falla al no poder replicar la gran volatilidad que se presenta en la inversión transable de las series colombianas²⁶. Éste igualmente sobrestima la volatilidad de la tasa de cambio entre transables y no transables, al igual que la del consumo transable. Tampoco puede replicar la contraciclicidad de la tasa de cambio.

B. Análisis impulso–respuesta

Teniendo en cuenta la notable capacidad del modelo de replicar las propiedades cíclicas de la economía colombiana, se utilizó para analizar cuál sería el efecto de un choque al precio del petróleo sobre los demás agregados macroeconómicos. Se realizó, entonces, un análisis de impulso–respuesta en el que se introdujo un choque equivalente a dos desviaciones estándar al precio del petróleo, y se observó la respuesta de la economía durante 50 períodos, partiendo del estado estacionario.

La respuesta de la economía fue conforme a lo que dicta la teoría económica, como se puede apreciar más adelante en los gráficos de impulso–respuesta. En ellos se expone el comportamiento de los principales agregados macroeconómicos luego del choque.

El choque al precio del petróleo produjo, obviamente, un encarecimiento del insumo intermedio. Al depender la demanda de éste negativamente de su precio real, el primer efecto fue la disminución en la utilización de petróleo tanto en el sector transable como en el no transable. Debido a la complementariedad²⁷ entre valor agregado e insumo petrolero, esto condujo a una reducción de la producción en ambos sectores y

²⁶ El no considerar el consumo de bienes durables dentro de la FBKF podría dar cuenta de la gran volatilidad de este rubro.

²⁷ Nótese el supuesto de una elasticidad de sustitución (σ) menor a la unidad.

consecuentemente del producto total, dado que el producto petrolero se ve inalterado.

Tal como lo prevé la literatura sobre la “Enfermedad holandesa”, el efecto riqueza del aumento del precio del petróleo lleva a un aumento en la demanda agregada²⁸. Ya que el bien transable se puede importar, el equilibrio se daría a través de una mayor producción no transable y una apreciación de la tasa de cambio. Según Max Corden²⁹, sólo se presenta este efecto riqueza en modelos en los que el “booming sector” se considera un sector enclave³⁰. La apreciación de la tasa de cambio, producto de este efecto, resulta ser el mecanismo clave de asignación de recursos en esta economía. Como se puede apreciar, la tasa de cambio entre transables y no transables cae –se aprecia– y el producto no transable sufre una menor caída que el producto transable. Es decir, la oferta relativa del bien no transable aumenta en comparación con el bien transable. Esto se debe igualmente a un primer pequeño aumento (y luego una menor caída) en la contratación laboral no transable.

La apreciación de la tasa de cambio lleva a una caída en las exportaciones netas y a un aumento tanto en el consumo como en la inversión transable, y esto último acarrea un incremento en el capital transable. Dada la menor productividad del capital (por una menor utilización del insumo petróleo) y la restricción de equilibrio para el sector no transable, tanto el consumo como la inversión no transable disminuyen, lo cual se refleja en una caída en el capital de este sector.

Cabe mencionar que un mayor consumo y una mayor inversión transable, reflejados en una caída de las exportaciones netas, conduce a un incremento del *stock* de deuda. La menor utilización del insumo

²⁸ El efecto riqueza lleva a un aumento en la demanda agregada si la producción de petróleo es mayor que su utilización como insumo intermedio en la economía, lo que ocurre en este caso.

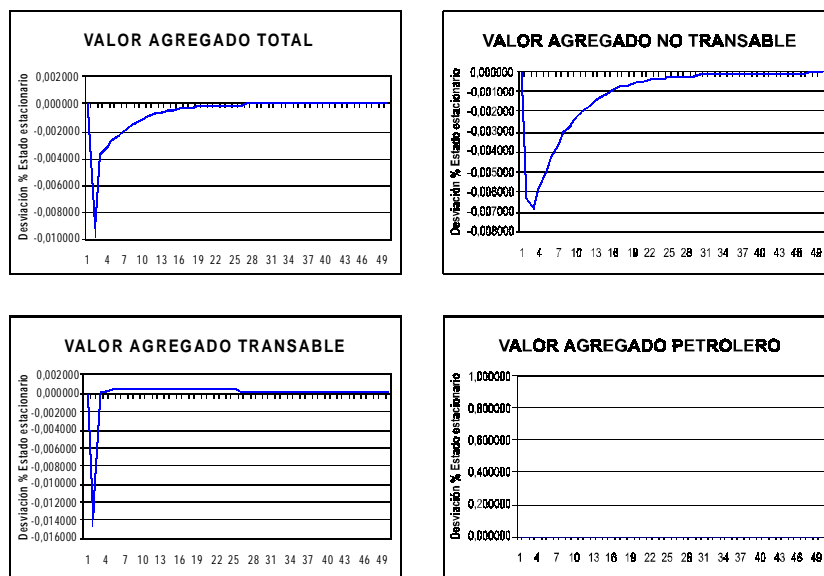
²⁹ CORDEN, Max (1984). *Booming sector and Dutch disease economics: Survey and Consolidation*. Oxford Economic Papers.

³⁰ Corden divide los efectos de un choque en el “booming sector” entre “spending effect” y “resource movement effect”.

petróleo, conjuntamente con el hecho de que la producción petrolera se ve inalterada, implica que aumentan las exportaciones por concepto del petróleo. Sin embargo, este aumento no logra atenuar la caída en las exportaciones totales³¹.

Por último, tal como se preveía, el mayor precio del petróleo conllevó una reducción en el *spread* sobre la tasa de interés libre de riesgo³². Sin embargo, el incremento en el *stock* de deuda, que se refleja igualmente en un deterioro de la cuenta corriente, lleva a que el *spread* se incremente nuevamente³³.

Gráficos de impulso-respuesta

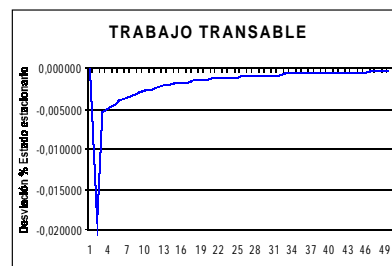
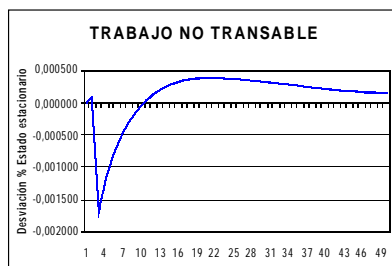
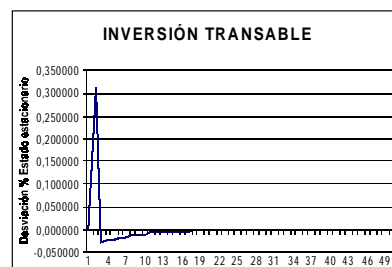
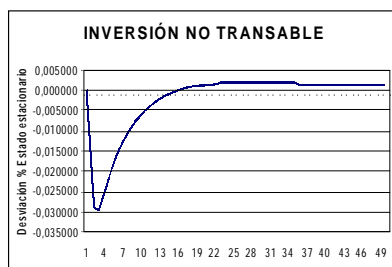
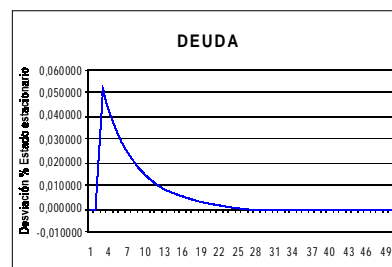
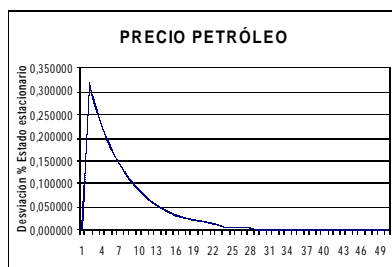
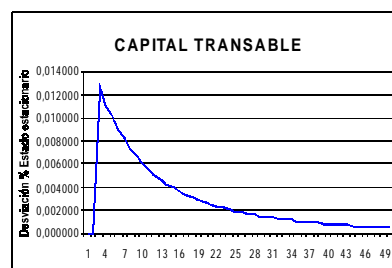
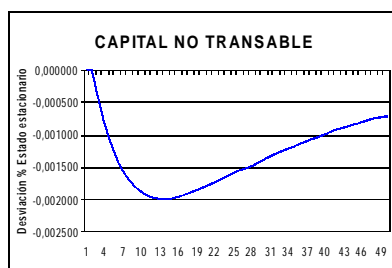


³¹ Esto se debe a la relativamente baja participación del petróleo en el producto total de la economía.

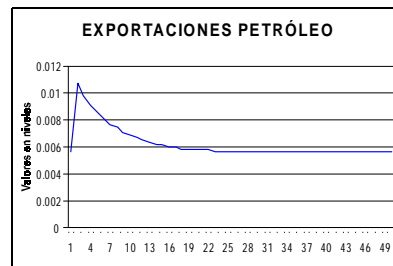
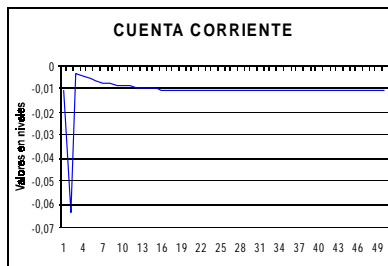
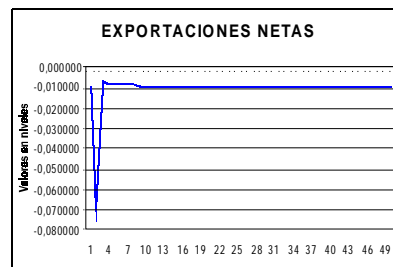
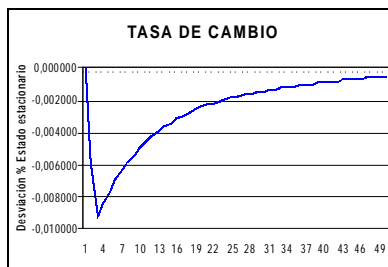
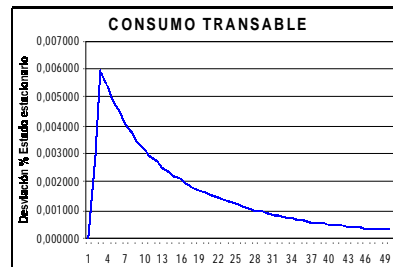
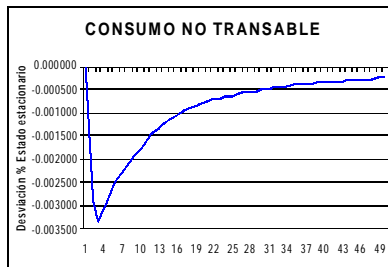
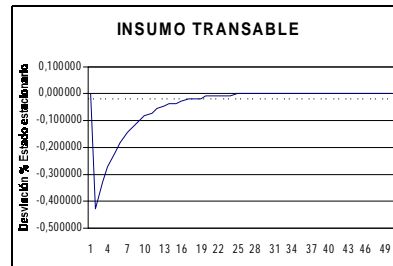
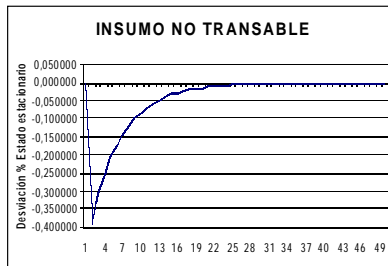
³² La intuición detrás de esta especificación radica en que un mayor precio del petróleo incrementaría los ingresos de la economía y, por lo tanto, la solvencia para el pago de obligaciones crediticias.

³³ De la misma manera, el incremento en el *stock* de deuda implicaría un incremento en el riesgo soberano y, por ende, un incremento del *spread*.

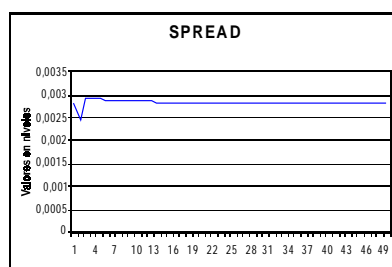
Gráficos de impulso-respuesta



Gráficos de impulso-respuesta



Gráficos de impulso-respuesta



C. Análisis de sensibilidad

Por último, se realizó el experimento de simular la economía con el precio del petróleo como la única fuente de aleatoriedad, para determinar cuánta volatilidad del producto se debe a la volatilidad del precio del petróleo³⁴. De ese modo, se excluyeron los choques tecnológicos de los sectores transable y no transable y el choque a la producción petrolera.

El resultado de este experimento no permite ser demasiado concluyente. Bajo el experimento, el modelo arroja una volatilidad del producto menor a 30% de la volatilidad que experimenta cuando se simula la economía sujeta a todas las fluctuaciones. Los resultados de las volatilidades se exponen en la tabla 6.

Como se puede observar, el experimento también subestima las volatilidades de los sectores transable (0,574 vs. 3,068) y no transable (0,864 vs. 2,973), indicando así que hay mucho más que da cuenta del ciclo colombiano que únicamente la volatilidad del precio del petróleo.

³⁴ Se realizaron igualmente algunos experimentos para probar la sensibilidad del modelo a pequeños cambios en algunos parámetros relevantes ($\pm 5\%$). Los resultados de estas simulaciones no se muestran en el presente documento. Las propiedades cíclicas del modelo no se vieron afectadas mayormente por estas pequeñas alteraciones. Sin embargo, vale la pena mencionar el cambio en el comportamiento de la economía artificial cuando se introduce una elasticidad de sustitución entre valor agregado e insumo intermedio mayor a la unidad (como se mencionó anteriormente, la literatura respalda cierta complementariedad entre factores, es decir, elasticidades menores a 1), forzando así un mayor grado de sustitución. En ese caso, un choque al precio del insumo produce un traspaso hacia el trabajo no transable, aminorando en mayor medida la caída del producto no transable.

Tabla 6. Desviaciones estándar–Series simuladas sujetas a choques al precio del petróleo, filtradas con el filtro Hodrick-Prescott.

Desviaciones estándar como porcentajes											
PIB	VAT	VAN	VAP	KNT	KT	TECN	TECT	D	PRWTI	XN/PIB	
0,572	0,574	0,864	0,000	0,495	1,242	0,000	0,000	3,668	21,484	3,549	
CN	CT	IN	IT	TNT	TT	INSPN	INSPT	K	TC		
0,416	11,486	2,082	13,434	0,158	0,938	22,561	24,934	0,566	11,611		

VI. Conclusiones

Se propuso un modelo dinámico, estocástico y multisectorial de crecimiento, en el que se integró la teoría económica de los “booming sectors” con literatura de los “real business cycles”. Este modelo se calibró para que replicara la economía colombiana desde mediados de la década de los ochenta (período en que Colombia vuelve a ser autosuficiente en materia de hidrocarburos) hasta finales del año 2000.

El modelo supo replicar de manera notable, tanto cualitativamente como cuantitativamente, las propiedades cíclicas de las variables macroeconómicas colombianas.

Al analizar el escenario en el que se introducen choques al precio del petróleo, la economía artificial replicó a cabalidad lo que predice la teoría económica. Sin embargo, el caso de economía petrolera difiere con modelos en el que el “booming sector” es un *commodity* sin mayor trascendencia para el resto de la economía. Al haber complementariedad entre la utilización del insumo petróleo y los demás factores (capital y trabajo), el producto total y sectorial se ve disminuido ante un incremento en el precio del petróleo. El incremento en el precio del insumo intermedio tiene, en este caso, el mismo efecto de un deterioro tecnológico (*shock* tecnológico negativo). Según Corden y Neary³⁵, el efecto resultante del efecto expansivo en la demanda de no transables y el efecto contraccionario del mayor precio del insumo intermedio van a depender, en gran medida, de los valores de los parámetros del modelo.

A pesar de que los efectos típicos de la “Enfermedad holandesa”, como el incremento en la demanda agregada y la subsecuente apreciación de la tasa de cambio, se presentan explícitamente en el modelo, no es del todo explícito el incremento en la producción no transable a expensas de una declinación de la producción transable. La declinación en la producción no transable y la condición de equilibrio de este sector, que imposibilita la importación de bienes de inversión para el sector, llevan a que la recu-

³⁵ CORDEN, Max and NEARY, J. Peter (1982). “Booming sector and de-industrialisation”. In: *The economic journal*.

peración de este sector no se produzca rápidamente, como sí ocurre en el sector transable. La apreciación de la tasa de cambio conduce a que se puedan importar tanto bienes de consumo como de inversión transables y esto último produce una rápida recuperación del producto transable.

Es decir, el modelo predice que uno de los más temibles efectos de la denominada “Enfermedad holandesa”, como lo es la contracción del sector transable, se ve aminorado por la acción conjunta de la caída en el producto no transable y la apreciación de la tasa de cambio, para este caso en el que del “booming sector” se extrae un insumo esencial para los demás sectores. Es decir, a pesar de que efectivamente sí se da un incremento de la oferta relativa del bien no transable, su caída, junto con la apreciación del tipo de cambio, conduce al incremento en la inversión transable que se refleja en una recuperación del producto transable.

El experimento de simular la economía tan sólo con choques al precio del insumo petróleo deja claro que, aunque las fluctuaciones en su precio dan cuenta de una considerable fracción de la volatilidad del producto total, queda todavía mucho por explicar con respecto a la determinación del ciclo colombiano. Además, este resultado debe analizarse con mayor detenimiento. El modelo expuesto en este trabajo tan sólo pudo reproducir aproximadamente el 80% de la volatilidad del producto colombiano. Adicionalmente, hay que tener en cuenta que este modelo reprodujo una economía que se encuentra totalmente expuesta a los embates del precio del petróleo, situación que no concuerda del todo con el caso colombiano³⁶. Por último, valdría la pena considerar una mejor estimación para la elasticidad de sustitución entre valor agregado e insumo petróleo para el caso colombiano, ya que la complementariedad resultante del valor utilizado en este trabajo da cuenta de la gran fluctuación del producto ante cambios en el precio del petróleo. Estas consideraciones permitirían aseverar que la alta volatilidad de los precios del petróleo no es la única fuente de fluctuación de los agregados macroeconómicos colombianos y habría que considerar otras fuentes de fluctuación para dar cuenta de dicho ciclo.

³⁶ En Colombia se ha manejado un precio de la gasolina regulado por el Estado. Tan sólo en 1999 se trató de desregular. Sin embargo se volvió rápidamente al esquema de cobertura.

Bibliografía

- ARANGO, Luis Eduardo (1997). *On the character of output fluctuations in Colombia*. Ph.D. dissertation. University of Liverpool.
- BACKUS, D., Kehoe, P. and KYDLAND, F. (1994). "Dynamics of the trade balance and the terms of trade: the J-curve?". In: *American economic review*. 84 (1). p. 84-103.
- Boletín del Observatorio Colombiano de Energía. (2000). "Retos del sector energético en Colombia". Noviembre.
- BOOSTED, M. and ROGOFF, K. (1996). *Foundations of international macroeconomics*. The MIT Press.
- CÁRDENAS, Mauricio (1991). *Coffee exports, endogenous state policies and the business cycle*. Ph.D. dissertation. University of California. Berkeley. CORDEN, W. Max (1984). Booming sector and dutch disease economics: survey and consolidation. In: *Oxford economic papers*. No.36.
- CORDEN, W. Max and NEARY, J. Peter (1982). "Booming sector and de-industrialisation in a small open economy". In: *The economic journal*. No. 92.
- COSTELLO, Donna M. and PRASCHNIK, J. (1993). *Intermediate goods and the transmission of international business cycles*. University of Western Ontario, Department of Economics.
- DÍAZ-ALEJANDRO, Carlos (1976). *Foreign trade regimes and economic development: Colombia*. Columbia University Press.
- EDWARDS, Sebastian (1984). *Commodity export prices and the real exchange rate in LDCs: coffee in Colombia*. NBER.
- EMPRESA COLOMBIANA DE PETRÓLEOS (1998). Estadísticas de la industria petrolera.

—— (2000). *Estadísticas de la Industria Petrolera*.

FLÓREZ, Luis Bernardo (1974). “El sector externo en los ciclos de la economía colombiana”. En: *Cuadernos colombianos*. No. 3.

FRENKEL, J. and RAZIN, A. (1987). *Fiscal policies and the world economy*. MIT Press.

HAMANN, Franz y RIASCOS, Álvaro (1998). “Ciclos económicos en una economía pequeña y abierta. Una aplicación para Colombia”. En: *Borradores semanales de economía*. No. 89. Banco de la República.

HAUSMANN, R. (1990) Shocks Externos y Ajuste Macroeconómico, Banco Central de Venezuela, 1990.

HERNÁNDEZ, Gustavo y RAMÍREZ, Juan Mauricio, (1999). “Complementariedades factoriales y cambio técnico en la industria colombiana”. En: *Archivos de macroeconomía*. Documento 117, 21 de julio.

HORNSTEIN, A. and PRASCHNIK, J. (1997). *Intermediate inputs and sectoral comovement in the business cycle*.

KAMAS, Linda (1986). Dutch disease economics and the Colombian export boom”. In: *World Development*, Vol.14, No. 9.

LANZETTA, Mónica y MONTENEGRO, Santiago (1999). “Manejo de shocks externos: prerrequisito para la coordinación macroeconómica entre países”. En: *Colombia y Venezuela: coordinación de políticas macroeconómicas*. Cámara de Comercio e Integración Colombo-Venezolana y Universidad de los Andes. Bogotá.

MENDOZA, Enrique G. (1991). “Real business cycles in a small open economy”. In: *The American economic review*, September.

MONTENEGRO, S. (2001). “La importancia del sector petrolero en la economía nacional”. En: *El petróleo en Colombia*. Empresa Colombiana de Petróleos.

- OCAMPO, José Antonio (1989). “Ciclo cafetero y comportamiento macroeconómico en Colombia, 1940-1987”, En: *Coyuntura económica*. Vol. 19, No. 3-4.
- OTERO P., Diego (1986). “Influencia de los precios del petróleo en la economía colombiana”. En: *Documento CEDE*. No. 084, noviembre.
- POSADA, Carlos Esteban (1999). “Los ciclos económicos colombianos en el siglo XX”. En: *Borradores de economía* No. 126. Banco de la República.
- SACHS, J. y LARRAÍN, F. (1993). *Macroeconomía en la economía global*. Prentice Hall.
- SARGENT, T. *Dynamic macroeconomic theory*.
- SUESCÚN M., Rodrigo (1997). “Commodity booms, Dutch disease, and real business cycles in a small open economy: the case of coffee in Colombia”. En: *Borradores semanales de economía*. No.73.
- (2001). *Notas de macroeconomía avanzada*.

ANEXO 1

ANEXO MATEMÁTICO

Derivadas

Función de utilidad

$$U\left(\hat{C}_t^{T^*}, \hat{C}_t^N\right) = \theta \text{Log}\left(\hat{C}_t^{T^*}\right) + (1-\theta) \text{Log}\left(\hat{C}_t^N\right)$$

$$U_{\hat{C}_t^{T^*}}\left(\hat{C}_t^{T^*}, \hat{C}_t^N\right) = \frac{\theta}{\hat{C}_t^{T^*}}$$

$$U_{\hat{C}_t^N}\left(\hat{C}_t^{T^*}, \hat{C}_t^N\right) = \frac{(1-\theta)}{\hat{C}_t^N}$$

$$\frac{U_{\hat{C}_t^N}\left(\hat{C}_t^{T^*}, \hat{C}_t^N\right)}{U_{\hat{C}_t^{T^*}}\left(\hat{C}_t^{T^*}, \hat{C}_t^N\right)} = \frac{(1-\theta) / \hat{C}_t^N}{\theta / \hat{C}_t^{T^*}} = \left[\frac{1-\theta}{\theta}\right] \frac{\hat{C}_t^{T^*}}{\hat{C}_t^N}$$

Función de producción

$$\hat{Y}_t^T = \left\{ \left[A^T \hat{k}_t^{T\alpha} \left(e^{z_t^T} \varphi_t^T \right)^{1-\alpha} \right]^p + \mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^\rho \right\}^{\frac{1}{\rho}}$$

$$\hat{Y}_{\hat{k}_t^T}^T = \frac{1}{\rho} \left\{ \right\}^{\frac{1}{\rho}-1} \rho \left[\right]^{\rho-1} \alpha^T A^T \hat{k}_t^{T\alpha^{T-1}} \left(e^{z_t^T} \varphi_t^T \right)^{1-\alpha^T}$$

$$\hat{Y}_{\hat{k}_t}^T = \alpha^T \frac{\left\{ \frac{1}{\rho} \right\}^{\frac{1}{\rho}} \left[\frac{\rho}{\rho} \right]^{\rho}}{\left[\frac{\rho}{\rho} \right]^{\rho}} \frac{A^T \hat{k}_t^{\alpha T} \left(e^{z_t^T} \phi_t^T \right)^{1-\alpha T}}{\hat{k}_t^T}$$

$$\hat{Y}_{\hat{k}_t}^T = \frac{\alpha^T \left\{ \frac{1}{\rho} \right\}^{\frac{1}{\rho}} \left[\frac{\rho}{\rho} \right]^{\rho}}{\hat{k}_t^T \left\{ \frac{\rho}{\rho} \right\}^{\frac{1}{\rho}} \left[\frac{\rho}{\rho} \right]^{\rho}} \left[\frac{\rho}{\rho} \right]^{\rho}$$

$$\hat{Y}_{\hat{k}_t}^T = \frac{\alpha^T}{\hat{k}_t^T} \hat{Y}_t^T \frac{\left[\frac{\rho}{\rho} \right]^{\rho}}{\left\{ \frac{\rho}{\rho} \right\}^{\frac{1}{\rho}}}$$

$$\hat{Y}_{\hat{k}_t}^T = \alpha^T \frac{\hat{Y}_t^T}{\hat{k}_t^T} \left[\frac{\left[A^T \hat{k}_t^{\alpha T} \left(e^{z_t^T} \phi_t^T \right)^{1-\alpha T} \right]^{\rho}}{\left\{ \left[A^T \hat{k}_t^{\alpha T} \left(e^{z_t^T} \phi_t^T \right)^{1-\alpha T} \right]^{\rho} + \mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^{\rho} \right\}} \right]^{\rho}$$

$$\hat{Y}_{\hat{k}_t}^T = \alpha^T \frac{V A^T \hat{k}_t^{\alpha T}}{\hat{k}_t^T}$$

Para demostrar el resultado anterior

$$\text{Max } \hat{Y}^T \left(\hat{k}_t^T, \phi_t^T, \hat{m}_t^T \right) - r_t^T \hat{k}_t^T - w_t^T \phi_t^T - P_t^P \hat{m}_t^T$$

$$\text{w.r.t. } \hat{k}_t^T, \phi_t^T, \hat{m}_t^T$$

Donde,

- $r_t^T \equiv$ Producto marginal del capital
- $w_t^T \equiv$ Producto marginal del trabajo
- $P_t^P \equiv$ Producto marginal del petróleo

El valor agregado se define como,

$$\hat{V}A_t^T = r_t \hat{k}_t^T + w_t \varphi_t^T$$

$$\hat{V}A_t^T = \hat{Y}_t^T \left[\frac{\left[A^T \hat{k}_t^{T\alpha^T} \left(e^{z_t^T} \varphi_t^T \right)^{1-\alpha^T} \right]^p}{\left\{ \left[A^T \hat{k}_t^{T\alpha^T} \left(e^{z_t^T} \varphi_t^T \right)^{1-\alpha^T} \right]^p + \mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^p \right\}} \right]$$

De ese modo,

$$\hat{Y}_t^T = \hat{V}A_t^T + P_t^P \hat{m}_t^T$$

$$\hat{Y}_{\varphi_t^T}^T = \frac{1}{\rho} \left\{ \right\}^{\frac{1}{\rho}-1} \rho \left[\right]^{p-1} (1-\alpha^T) A^T \hat{k}_t^{T\alpha^T} \left(e^{z_t^T} \right)^{1-\alpha^T} \left(\varphi_t^T \right)^{-\alpha^T}$$

$$\hat{Y}_{\varphi_t^T}^T = (1-\alpha^T) \left\{ \right\}^{\frac{1}{\rho}} \left[\right]^p \frac{A^T \hat{k}_t^{T\alpha^T} \left(e^{z_t^T} \varphi_t^T \right)^{1-\alpha^T}}{\varphi_t^T}$$

$$\hat{Y}_{\varphi_t^T}^T = (1-\alpha^T) \left\{ \right\}^{\frac{1}{\rho}} \left[\right]^p \frac{\left[\right]}{\varphi_t^T}$$

$$\hat{Y}_{\varphi_t^T}^T = \frac{(1-\alpha^T)}{\varphi_t^T} \hat{Y}_t^T \left\{ \right\}^p$$

$$\hat{Y}_{\phi_t}^T = (1 - \alpha^T) \frac{\hat{Y}_t^T}{\phi_t^T} \left[\frac{\left[A^T \hat{k}_t^{T\alpha^T} \left(e^{z_t^T} \phi_t^T \right)^{1-\alpha^T} \right]^p}{\left\{ \left[A^T \hat{k}_t^{T\alpha^T} \left(e^{z_t^T} \phi_t^T \right)^{1-\alpha^T} \right]^p + \mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^p \right\}} \right]$$

$$\hat{Y}_{\phi_t}^T = (1 - \alpha^T) \frac{\hat{V} \hat{A}_t^T}{\phi_t^T}$$

$$\hat{Y}_{\hat{m}_t}^T = \frac{1}{\rho} \left\{ \right\}^{\frac{1}{\rho}-1} \rho \mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^{\rho-1}$$

$$\hat{Y}_{\hat{m}_t}^T = \mu^T \frac{\left\{ \right\}^{\frac{1}{\rho}} \left(\hat{m}_t^T \right)^p}{\hat{m}_t^T}$$

$$\hat{Y}_{\hat{m}_t}^T = \frac{\hat{Y}_t^T}{\hat{m}_t^T} \left[\frac{\mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^p}{\left\{ \left[A^T \hat{k}_t^{T\alpha^T} \left(e^{z_t^T} \phi_t^T \right)^{1-\alpha^T} \right]^p + \mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^p \right\}} \right]$$

Análogamente, para la función de producción del sector no transable:

$$\hat{Y}_{\hat{k}_t}^N = \alpha^N \frac{\hat{V} \hat{A}_t^N}{\hat{k}_t^N}$$

$$\hat{Y}_{\phi_t}^N = (1 - \alpha^N) \frac{\hat{V} \hat{A}_t^N}{\phi_t^N}$$

$$\hat{Y}_{\hat{m}_t}^N = \frac{\hat{Y}_t^N}{\hat{m}_t^N} \left[\frac{\mu^N \left(\hat{m}_t^N \right)^p}{\left[A^N \hat{k}_t^N \left(e^{z_t^N} \varphi_t^N \right)^{1-\alpha^N} \right]^p + \mu^N \left(\hat{m}_t^N \right)^p} \right]$$

Problema a resolver

$$\text{Max} \quad \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[U \left(\hat{c}_t^{T*}, \hat{c}_t^N \right) + \gamma \text{Log} \left(1 - \varphi_t^T - \varphi_t^N \right) \right] \text{s.a.}$$

$$\left[\hat{c}_t^{T*} + P_t^N \hat{c}_t^N \right] + \left[\hat{i}_t^{T*} + P_t^N \hat{i}_t^N \right] + P_t^P \left[\hat{m}_t^T + \hat{m}_t^N \right] + (1+r) \hat{d}_t =$$

$$\eta_H \eta_L \hat{d}_{t+1} + \hat{Y}_t^T + P_t^N \hat{Y}_t^N + P_t^P \hat{Y}_t^P$$

$$\eta_H \eta_L \hat{k}_{t+1}^{T*} = (1 - \delta_T) \hat{k}_t^{T*} + \hat{i}_t^{T*}$$

$$\eta_H \eta_L \hat{k}_{t+1}^N = (1 - \delta_N) \hat{k}_t^N + \hat{i}_t^N$$

Condiciones de primer orden (CPO)

$$\left[\hat{c}_t^{T*} \right]: \quad \beta^t \left\{ U_{\hat{c}}^{T*} \left(\hat{c}_t^{T*}, \hat{c}_t^N \right) - \lambda_{1t} \right\} = 0 \Rightarrow \lambda_{1t} = U_{\hat{c}}^{T*} \left(\hat{c}_t^{T*}, \hat{c}_t^N \right) \quad (1)$$

$$\left[\hat{c}_t^N \right]: \quad \beta^t \left\{ U_{\hat{c}}^N \left(\hat{c}_t^{T*}, \hat{c}_t^N \right) - \lambda_{1t} P_t^N \right\} = 0 \Rightarrow P_t^N \lambda_{1t} = U_{\hat{c}}^N \left(\hat{c}_t^{T*}, \hat{c}_t^N \right) \quad (2)$$

$$\left[\hat{i}_t^{T*} \right] : \beta^t \{ -\lambda_{1t} + \lambda_{2t} \} = 0 \Rightarrow \lambda_{1t} = \lambda_{2t} \quad (3)$$

$$\left[\hat{i}_t^{T*} \right] : \beta^t \{ -\lambda_{1t} P_t^N + \lambda_{3t} \} = 0 \Rightarrow P_t^N \lambda_{1t} = \lambda_{3t} \quad (4)$$

$$\left[\hat{k}_{t+1}^{T*} \right] : \beta^t \{ -\eta_H \eta_L \lambda_{2t} \} + \beta^{t+1} \left\{ \lambda_{1t+1} \hat{Y}_k^{T*} + (1 - \delta_T) \lambda_{2t+1} \right\} = 0 \Rightarrow$$

$$\eta_H \eta_L \lambda_{2t} = \beta \left\{ \lambda_{1t+1} \hat{Y}_k^{T*} + (1 - \delta_T) \lambda_{2t+1} \right\} \quad (5)$$

$$\left[\hat{k}_{t+1}^N \right] : \beta^t \{ -\eta_H \eta_L \lambda_{3t} \} + \beta^{t+1} \left\{ \lambda_{1t+1} P_t^N \hat{Y}_k^N + (1 - \delta_N) \lambda_{3t+1} \right\} = 0 \Rightarrow$$

$$\eta_H \eta_L \lambda_{3t} = \beta \left\{ \lambda_{1t+1} P_t^N \hat{Y}_k^N + (1 - \delta_N) \lambda_{3t+1} \right\} \quad (6)$$

$$\left[\hat{d}_{t+1} \right] : \beta^t \eta_H \eta_L \lambda_{1t} - \beta^{t+1} \lambda_{1t+1} (1 + r_{t+1}) = 0 \Rightarrow \eta_H \eta_L \lambda_{1t} = \beta \lambda_{1t+1} (1 + r_{t+1}) \quad (7)$$

$$\left[\varphi_t^T \right] : \beta^t \left\{ \frac{-\gamma}{1 - \varphi_t^T - \varphi_t^N} + \lambda_{1t} \hat{Y}_{\varphi_t^T} \right\} = 0 \Rightarrow \frac{\gamma}{1 - \varphi_t^T - \varphi_t^N} = \lambda_{1t} \hat{Y}_{\varphi_t^T} \quad (8)$$

$$\left[\varphi_t^N \right] : \beta^t \left\{ \frac{-\gamma}{1 - \varphi_t^T - \varphi_t^N} + \lambda_{1t} P_t^N \hat{Y}_{\varphi_t^N} \right\} = 0 \Rightarrow \frac{\gamma}{1 - \varphi_t^T - \varphi_t^N} = \lambda_{1t} P_t^N \hat{Y}_{\varphi_t^N} \quad (9)$$

$$\left[\hat{m}_t^T \right] : \beta^t \left\{ \lambda_{1t} \left(\hat{Y}_{\hat{m}_t^T} - P_t^P \right) \right\} = 0 \Rightarrow P_t^P = \hat{Y}_{\hat{m}_t^T} \quad (10)$$

$$\left[\hat{m}_t^N \right] : \beta^t \left\{ \lambda_{1t} \left(P_t^N \hat{Y}_{\hat{m}^N} - P_t^P \right) \right\} = 0 \Rightarrow P_t^P = P_t^N \hat{Y}_{\hat{m}^N} \quad (11)$$

$$[\lambda_{1t}]: \text{Restricción Presupuestaria} \quad (12)$$

$$[\lambda_{2t}]: \text{Ley de movimiento para } \hat{k}_t^{T*} \quad (13)$$

$$[\lambda_{3t}]: \text{Ley de movimiento para } \hat{k}_t^N \quad (14)$$

Calibración de parámetros

Combinando (1) y (2),

$$P_t^N = \frac{U_{\hat{c}^N} \left(\hat{c}_t^{T*}, \hat{c}_t^N \right)}{U_{\hat{c}^{T*}} \left(\hat{c}_t^{T*}, \hat{c}_t^N \right)} \Rightarrow P_t^N = \left[\frac{1-\theta}{\theta} \right] \frac{\hat{c}_t^{T*}}{\hat{c}_t^N}$$

En s.s.

$$1 = \left[\frac{1-\theta}{\theta} \right] \frac{\hat{c}^{T*}}{\hat{c}^N} \Rightarrow \theta = \frac{\left[\frac{\hat{c}^{T*}}{\hat{c}^N} \right]}{1 + \left[\frac{\hat{c}^{T*}}{\hat{c}^N} \right]}$$

Usando (7) en s.s.

$$\frac{\eta_H \eta_L}{\beta} = (1+r) \Rightarrow \beta = \frac{\eta_H \eta_L}{(1+r)}$$

Usando (13) en s.s.

$$(\eta_H \eta_L - 1 + \delta_T) \hat{k}^{T*} = \hat{i}^{T*} \Rightarrow \eta_H \eta_L - 1 + \delta_T = \frac{\hat{i}^{T*}}{\hat{k}^{T*}}$$

$$\Rightarrow \delta_T = 1 - \eta_H \eta_L + \left[\frac{\hat{i}^{T*} / \hat{k}^{T*}}{VA^{T*}} \right]$$

Usando (14) en s.s.

$$(\eta_H \eta_L - 1 + \delta_N) \hat{k}^N = \hat{i}^N \Rightarrow \eta_H \eta_L - 1 + \delta_N = \frac{\hat{i}^N}{\hat{k}^N}$$

$$\Rightarrow \delta_N = 1 - \eta_H \eta_L + \left[\frac{\hat{i}^N / \hat{k}^N}{VA^N} \right]$$

Usando (10)

$$P_t^p = \hat{Y}_{\hat{m}_t}^T = \frac{\hat{Y}_t^T}{\hat{m}_t^T} \left[\frac{\mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^p}{\left\{ \left[A^T \hat{k}_t^{TaT} \left(e^{z_t^T} \phi_t^T \right)^{1-a^T} \right]^p + \mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^p \right\}} \right]$$

$$P_t^p = \mu^T \frac{\hat{Y}_t^T}{\hat{m}_t^T} \left[\frac{\left(\hat{m}_t^T \right)^p}{\left\{ \hat{Y}_t^T \right\}^p} \right] = \mu^T \left[\frac{\hat{m}_t^T}{\hat{Y}_t^T} \right]^{p-1}$$

En s.s.

$$1 = \mu^T \left[\frac{\hat{m}^T}{\hat{Y}^T} \right]^{p-1} \Rightarrow \mu^T = \frac{1}{\left[\frac{\hat{m}^T}{\hat{Y}^T} \right]^{p-1}}$$

Usando la función de producción en s.s.

$$\hat{Y}^T = \left\{ \left[A^T \hat{k}^{T\alpha^T} \left(e^{z^T} \varphi^T \right)^{1-\alpha^T} \right]^p + \mu^T \left(\hat{m}^T \right)^p \right\}^{\frac{1}{p}}$$

$$\left[\hat{Y}^T \right]^p = \left[A^T \hat{k}^{T\alpha^T} \left(e^{z^T} \varphi^T \right)^{1-\alpha^T} \right]^p + \mu^T \left(\hat{m}^T \right)^p$$

$$\left[\frac{A^T \hat{k}^{T\alpha^T} \left(e^{z^T} \varphi^T \right)^{1-\alpha^T}}{\hat{Y}^T} \right]^p = 1 - \mu^T \left(\frac{\hat{m}^T}{\hat{Y}^T} \right)^p$$

$$\left[\frac{IVA^T}{\hat{Y}^T} \right] = \left[1 - \mu^T \left(\frac{\hat{m}^T}{\hat{Y}^T} \right)^p \right]^{\frac{1}{p}}$$

Donde IVA^T es el índice de valor agregado transable.

Usando (11)

$$P_t^p = P_t^N \hat{Y}_{\hat{m}_t}^N = P_t^N \frac{\hat{Y}_t^N}{\hat{m}_t^N} \left[\frac{\mu^N \left(\hat{m}_t^N \right)^p}{\left\{ \left[A^N \hat{k}_t^{N\alpha^N} \left(e^{z_t^N} \varphi_t^N \right)^{1-\alpha^N} \right]^p + \mu^N \left(\hat{m}_t^N \right)^p \right\}} \right]$$

$$P_t^p = P_t^N \mu^N \frac{\hat{Y}_t^N}{\hat{m}_t^N} \left[\frac{\left(\hat{m}_t^N \right)^p}{\left\{ \hat{Y}_t^N \right\}^p} \right] = P_t^N \mu^N \left[\frac{\hat{m}_t^N}{\hat{Y}_t^N} \right]^{p-1}$$

En s.s.

$$1 = \mu^N \left[\frac{\hat{m}^N}{\hat{Y}^N} \right]^{p-1} \Rightarrow \mu^N = \frac{1}{\left[\frac{\hat{m}^N}{\hat{Y}^N} \right]^{p-1}}$$

Usando la función de producción en s.s.

$$\hat{Y}^N = \left\{ \left[A^N \hat{k}^{N\alpha^N} \left(e^{z^N} \varphi^N \right)^{1-\alpha^N} \right]^p + \mu^N \left(\hat{m}^N \right)^p \right\}^{\frac{1}{p}}$$

$$\left[\hat{Y}^N \right]^p = \left[A^N \hat{k}^{N\alpha^N} \left(e^{z^N} \varphi^N \right)^{1-\alpha^N} \right]^p + \mu^N \left(\hat{m}^N \right)^p$$

$$\left[\frac{A^N \hat{k}^{N\alpha^N} \left(e^{z^N} \varphi^N \right)^{1-\alpha^N}}{\hat{Y}^N} \right]^\rho = 1 - \mu^N \left(\frac{\hat{m}^N}{\hat{Y}^N} \right)^\rho$$

$$\left[\frac{IVA^N}{\hat{Y}^N} \right] = \left[1 - \mu^N \left(\frac{\hat{m}^N}{\hat{Y}^N} \right)^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}}$$

Donde IVA^N es el índice de valor agregado no transable.

Usando (5), (3) y (7) en s.s.

$$\frac{\eta_H \eta_L}{\beta} = 1 + \hat{Y}_k^{T*} - \delta_T$$

$$\frac{\eta_H \eta_L}{\beta} - 1 + \delta_T = \hat{Y}_k^{T*}$$

$$r + \delta_T = \hat{Y}_k^{T*} = \alpha^T \frac{\hat{V}A^T}{\hat{k}^T} \Rightarrow \alpha^T = \frac{\hat{k}^T}{\hat{V}A^T} (r + \delta_T)$$

Usando (6), (4) y (7) en s.s.

$$\frac{\eta_H \eta_L}{\beta} = 1 + \hat{Y}_k^{N*} - \delta_N$$

$$\frac{\eta_H \eta_L}{\beta} - 1 + \delta_N = \hat{Y}_k^{N*}$$

$$r + \delta_N = \hat{Y}_k^N = \alpha^N \frac{\hat{V}A^N}{\hat{k}^N} \Rightarrow \alpha^N = \frac{\hat{k}^N}{\hat{V}A^N} (r + \delta_N)$$

Usando (8) y (9) en s.s.

$$\hat{Y}_\varphi^T = \hat{Y}_\varphi^N$$

$$(1 - \alpha^T) \frac{\hat{V}A^T}{\varphi^T} = (1 - \alpha^N) \frac{\hat{V}A^N}{\varphi^N}$$

$$\varphi^N = \varphi^T \left[\frac{1 - \alpha^N}{1 - \alpha^T} \right] \frac{\hat{V}A^N}{\hat{V}A^T}$$

$$\varphi^N = (0.33 - \varphi^N) \left[\frac{1 - \alpha^N}{1 - \alpha^T} \right] \frac{\hat{V}A^N}{\hat{V}A^T}$$

$$\varphi^N = 0.33 \left[\frac{1 - \alpha^N}{1 - \alpha^T} \right] \frac{\hat{V}A^N}{\hat{V}A^T} - \varphi^N \left[\frac{1 - \alpha^N}{1 - \alpha^T} \right] \frac{\hat{V}A^N}{\hat{V}A^T}$$

$$\varphi^N = \frac{0.33 \left[\frac{1 - \alpha^N}{1 - \alpha^T} \right] \frac{\hat{V}A^N}{\hat{V}A^T}}{1 + \left[\frac{1 - \alpha^N}{1 - \alpha^T} \right] \frac{\hat{V}A^N}{\hat{V}A^T}}$$

$$\varphi^T = 0.33 - \varphi^N$$

Usando (9) y (2) en s.s.

$$\frac{\gamma}{1 - \varphi^T - \varphi^N} = U_{\hat{c}^N} \left(\hat{c}^{T*}, \hat{c}^N \right) \hat{Y}_{\varphi^N}$$

$$\frac{\gamma}{1 - \varphi^T - \varphi^N} = \frac{(1 - \theta)}{\hat{C}^N} (1 - \alpha^N) \frac{\hat{V}A^N}{\varphi^N}$$

$$\gamma = (1 - \theta) (1 - \alpha^N) \left[\frac{1 - \varphi^T - \varphi^N}{\varphi^N} \right] \left[\frac{1}{\frac{\hat{C}^N}{\hat{V}A^N}} \right]$$

Estado estacionario y calibración restante

$$\begin{aligned} IVA^N &= A^N \hat{k}^{N\alpha^N} \left(e^{z^N} \varphi^N \right)^{1-\alpha^N} = A^N \left(\frac{\hat{k}^N}{\hat{V}A^N} \hat{V}A^N \right)^{\alpha^N} \left(e^{z^N} \varphi^N \right)^{1-\alpha^N} \\ &= A^N \left(\frac{\hat{k}^N}{\hat{V}A^N} \right)^{\alpha^N} \left(e^{z^N} \varphi^N \right)^{1-\alpha^N} \left(\hat{V}A^N \right)^{\alpha^N} = A^N \left(\frac{\hat{k}^N}{\hat{V}A^N} \right)^{\alpha^N} \left(e^{z^N} \varphi^N \right)^{1-\alpha^N} \left(P^{IVA^N} IVA^N \right)^{\alpha^N} \\ &= A^N \left(\frac{\hat{k}^N}{\hat{V}A^N} \right)^{\alpha^N} \left(e^{z^N} \varphi^N \right)^{1-\alpha^N} \left(\hat{V}A^N \right)^{\alpha^N} = A^N \left(\frac{\hat{k}^N}{\hat{V}A^N} \right)^{\alpha^N} \left(e^{z^N} \varphi^N \right)^{1-\alpha^N} \left(P^{IVA^N} IVA^N \right)^{\alpha^N} \end{aligned}$$

Se normaliza la constante A^N a 1 y se encuentra IVA^N .

$$\hat{VA}^N = P^{IVA^N} IVA^N$$

$$\hat{Y}^N = \frac{1}{\left[\frac{IVA^N}{\hat{Y}^N} \right]} IVA^N$$

$$\hat{k}^N = \frac{1}{\left[\frac{\hat{k}^N}{\hat{VA}^N} \right]} \hat{VA}^N$$

$$\hat{m}^N = \left[\frac{\hat{m}^N}{\hat{Y}^N} \right] \hat{Y}^N$$

$$\hat{c}^N = \left[\frac{\hat{c}^N}{\hat{VA}^N} \right] \hat{VA}^N$$

$$\hat{i}^N = \left[\frac{\hat{i}^N}{\hat{VA}^N} \right] \hat{VA}^N$$

$$\hat{VA} = \left[\frac{\hat{VA}}{\hat{VA}^N} \right] \hat{VA}^N = \left[\frac{\hat{VA}}{\hat{VA}^N} \right]$$

$$\hat{V}A^T = \left[\frac{\hat{V}A^T}{\hat{V}A} \right] \hat{V}A$$

$$\hat{V}A^P = \left[\frac{\hat{V}A^P}{\hat{V}A} \right] \hat{V}A$$

$$\hat{V}A^T = P^{IVA^T} IVA^T \Rightarrow IVA^T = \frac{\hat{V}A^T}{P^{IVA^T}}$$

$$\hat{Y}^T = \left[\frac{1}{\frac{IVA^T}{\hat{Y}^T}} \right] IVA^T$$

$$\hat{m}^T = \left[\frac{\hat{m}^T}{\hat{Y}^T} \right] \hat{Y}^T$$

$$\hat{k}^T = \left[\frac{1}{\frac{\hat{k}^T}{\hat{V}A}} \right] \hat{V}A$$

$$IVA^T = A^T \hat{k}^{T\alpha^T} \left(e^{z^T} \varphi^T \right)^{1-\alpha^T} \Rightarrow A^T = \frac{IVA^T}{\hat{k}^{T\alpha^T} \left(e^{z^T} \varphi^T \right)^{1-\alpha^T}}$$

$$\hat{c}^{T*} = \left[\frac{\hat{c}^{T*}}{\hat{VA}} \right] \hat{VA}$$

$$\hat{i}^{T*} = \left[\frac{\hat{i}^{T*}}{\hat{VA}} \right] \hat{VA}$$

$$\hat{d} = \left[\frac{\hat{d}}{\hat{VA}} \right] \hat{VA}$$

Precio relativo de valor agregado

La especificación CES del producto permite definir éste, para el caso transable, como:

$$\hat{Y}_t^T = \hat{VA}_t^T + P_t^P \hat{m}_t^T = P_t^{IVA^T} IVA_t^T + P_t^P \hat{m}_t^T$$

O alternativamente como:

$$\hat{Y}_t^T = \left\{ \left[IVA_t^T \right]^p + \mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^p \right\}^{\frac{1}{p}}$$

Para hallar el precio relativo del valor agregado transable, se debe resolver el siguiente problema de optimización:

$$\text{Min} \times P_t^{IVA^T} IVA_t^T + P_t^P \hat{m}_t^T$$

s.a.

$$\hat{Y}_t^T = \left\{ \left[IVA_t^T \right]^p + \mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^p \right\}^{\frac{1}{p}}$$

Es decir, minimizar el pago a los factores sujeto a una función de producción.

El lagrangiano de este problema está dado por:

$$L = P_t^{IVA^T} IVA_t^T + P_t^P \hat{m}_t^T + \lambda_t \left[\hat{Y}_t - \left\{ [IVA_t^T]^p + \mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^p \right\}^{\frac{1}{p}} \right]$$

Condiciones de primer orden (C.P.O.)

$$\begin{aligned} [IVA_t^T]: \quad P_t^{IVA^T} - \lambda_t \frac{1}{\rho} \left\{ [IVA_t^T]^p + \mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^p \right\}^{\frac{1}{p}-1} \rho [IVA_t^T]^{p-1} &= 0 \\ \Rightarrow P_t^{IVA^T} = \lambda_t \left[\frac{\hat{Y}_t^T}{\left(\hat{Y}_t^T \right)^p} [IVA_t^T]^{p-1} \right] &\Rightarrow P_t^{IVA^T} = \lambda_t \left[\frac{IVA_t^T}{\hat{Y}_t^T} \right]^{p-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\hat{m}_t^T]: \quad P_t^P - \lambda_t \frac{1}{\rho} \left\{ [IVA_t^T]^p + \mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^p \right\}^{\frac{1}{p}-1} \rho \mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^{p-1} &= 0 \\ \Rightarrow P_t^P = \lambda_t \left[\frac{\hat{Y}_t^T}{\left(\hat{Y}_t^T \right)^p} \mu^T \left(\hat{m}_t^T \right)^{p-1} \right] &\Rightarrow P_t^P = \lambda_t \mu^T \left[\frac{\hat{m}_t^T}{\hat{Y}_t^T} \right]^{p-1} \end{aligned}$$

$[\lambda_t]$: Función de producción

Combinando las dos primeras C.P.O.

$$\Rightarrow \frac{P_t^{IVA^T}}{P_t^P} = \frac{1}{\mu^T} \left[\frac{IVA_t^T}{\hat{m}_t^T} \right]^{p-1} \Rightarrow P_t^{IVA^T} = P_t^P \frac{1}{\mu^T} \left[\frac{IVA_t^T}{\hat{m}_t^T} \right]^{p-1}$$

En s.s.

$$P_t^{IVA^T} = \frac{1}{\mu^T} \left[\frac{IVA_t^T}{\frac{\hat{Y}_t^T}{\hat{m}_t^T}} \right]^{p-1} = \frac{1}{\mu^T} \frac{1}{\left[\frac{\hat{m}_t^T}{\hat{Y}_t^T} \right]^{p-1}} \left[\frac{IVA_t^T}{\hat{Y}_t^T} \right]^{p-1} = \frac{1}{\mu^T} \mu^T \left[\frac{IVA_t^T}{\hat{Y}_t^T} \right]^{p-1}$$

$$\Rightarrow P_t^{IVA^T} = \left[\frac{IVA_t^T}{\hat{Y}_t^T} \right]^{p-1}$$

Para el caso del producto no transable la especificación es:

$$\hat{Y}_t^N = \hat{VA}_t^N + \frac{P_t^P}{P_t^N} \hat{m}_t^N = P_t^{IVA^N} IVA_t^N + \frac{P_t^P}{P_t^N} \hat{m}_t^N$$

O alternativamente:

$$\hat{Y}_t^N = \left\{ \left[IVA_t^N \right]^p + \mu^N \left(\hat{m}_t^N \right)^p \right\}^{\frac{1}{p}}$$

Análogamente, para hallar el precio relativo del valor agregado no transable, se debe resolver el problema de optimización:

$$\text{Min. } P_t^{IVA^N} IVA_t^N + \frac{P_t^P}{P_t^N} \hat{m}_t^N$$

s.a.

$$\hat{Y}_t^N = \left\{ \left[IVA_t^N \right]^p + \mu^N \left(\hat{m}_t^N \right)^p \right\}^{\frac{1}{p}}$$

El lagrangiano de este problema está dado por:

$$L = P_t^{IVAN} IVA_t^N + \frac{P_t^P}{P_t^N} \hat{m}_t^N + \lambda_t \left[\hat{Y}_t^N - \left\{ \left[IVA_t^N \right]^p + \mu^N \left(\hat{m}_t^N \right)^p \right\}^{\frac{1}{p}} \right]$$

Condiciones de primer orden (C.P.O.)

$$[IVA_t^N]: P_t^{IVAN} = \lambda_t \left[\frac{IVA_t^N}{\hat{Y}_t^N} \right]^{p-1}$$

$$\left[\hat{m}_t^N \right]: \frac{P_t^P}{P_t^N} = \lambda_t \mu^N \left[\frac{\hat{m}_t^N}{\hat{Y}_t^N} \right]^{p-1}$$

$[\lambda_t]$: Función de producción

Combinando, de nuevo, las dos primeras C.P.O.

$$\Rightarrow \frac{P_t^{IVAN}}{\frac{P_t^P}{P_t^N}} = \frac{1}{\mu^N} \left[\frac{IVA_t^N}{\hat{m}_t^N} \right]^{p-1} \Rightarrow P_t^{IVAN} = \left[\frac{P_t^P}{P_t^N} \right] \frac{1}{\mu^N} \left[\frac{IVA_t^N}{\hat{m}_t^N} \right]^{p-1}$$

En s.s.

$$P^{IVA^N} = \frac{1}{\mu^N} \left[\frac{IVA^N}{\frac{\hat{Y}^N}{\frac{\hat{m}^N}{\hat{Y}^N}}} \right]^{p-1} = \frac{1}{\mu^N} \frac{1}{\left[\frac{\hat{m}^N}{\hat{Y}^N} \right]^{p-1}} \left[\frac{IVA^N}{\hat{Y}^N} \right]^{p-1} = \frac{1}{\mu^N} \mu^N \left[\frac{IVA^N}{\hat{Y}^N} \right]^{p-1}$$

$$\Rightarrow P^{IVA^N} = \left[\frac{IVA^N}{\hat{Y}^N} \right]^{p-1}$$

Identidades macroeconómicas utilizadas en calibración

$$\eta_H \eta_L \hat{d} = (1+r) \hat{d} + \hat{M} - \hat{X} - \hat{T} \Rightarrow \hat{T} = (1+r - \eta_H \eta_L) \hat{d} - (\hat{X} - \hat{M})$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{T}}{\hat{VA}} = (1+r - \eta_H \eta_L) \frac{\hat{d}}{\hat{VA}} - \frac{(\hat{X} - \hat{M})}{\hat{VA}}$$

$$\eta_H \eta_L \hat{d} = (1+r) \hat{d} + \hat{C} + \hat{I} - \hat{VA} \Rightarrow \hat{C} + \hat{I} - \hat{VA} = \hat{M} - \hat{X} - \hat{T}$$

$$\Rightarrow \hat{VA} = \hat{C} + \hat{I} + \hat{X} - \hat{M} + \hat{T} \Rightarrow \frac{\hat{VA}}{\hat{VA}} = \frac{\hat{C}}{\hat{VA}} + \frac{\hat{I}}{\hat{VA}} + \frac{\hat{X} - \hat{M}}{\hat{VA}} + \frac{\hat{T}}{\hat{VA}}$$

$$\hat{VA} = \hat{VA}^N + \hat{VA}^T + \hat{VA}^P \Rightarrow \frac{\hat{VA}}{\hat{VA}} = \frac{\hat{VA}^N}{\hat{VA}} + \frac{\hat{VA}^T}{\hat{VA}} + \frac{\hat{VA}^P}{\hat{VA}}$$

$$\hat{I} = P^N \hat{I}^N + \hat{I}^{T*} \Rightarrow \frac{\hat{I}}{\hat{VA}} = \frac{\hat{I}^N}{\hat{VA}} + \frac{\hat{I}^{T*}}{\hat{VA}}$$

$$\hat{C} = P^N \hat{C}^N + \hat{C}^{T*} \Rightarrow \frac{\hat{C}}{\hat{VA}} = \frac{\hat{C}^N}{\hat{VA}} + \frac{\hat{C}^{T*}}{\hat{VA}}$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{C}}{\hat{VA}} = \left(\frac{\hat{VA}^N - \hat{I}^N}{\hat{VA}} \right) + \frac{\hat{C}^{T*}}{\hat{VA}}$$

$$\hat{k} = \hat{k}^N + \hat{k}^{T*} \Rightarrow \frac{\hat{k}}{\hat{VA}} = \frac{\hat{k}^N}{\hat{VA}} + \frac{\hat{k}^{T*}}{\hat{VA}}$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{k}}{\hat{VA}} = \frac{\hat{k}^N}{\hat{VA}^N} \frac{\hat{VA}^N}{\hat{VA}} + \frac{\hat{k}^{T*}}{\hat{VA}^T} \frac{\hat{VA}^T}{\hat{VA}}$$

Donde se supone que

$$\frac{\hat{k}^N}{\hat{VA}^N} = \frac{\hat{k}^{T*}}{\hat{VA}^T}$$



ANEXO 2

Series colombianas trimestrales per cápita - 1985:1-2000:4

Año	Tri mestre	PIB	VAT (precios constantes 1975)	VAN	VAP	Deuda (\$US)	Precio WTI (en términos de transables)	Particip. Petr. (g)	Xnetas (PIB)	Consumo Total (precios constantes 1975)	Cons. NT	Cons. T	IN (Invers. Construcc.)	IT (Total-IT)	Trabajo NT (%)	Trabajo T (%)	Capital (mill \$ 94)	Tasa de Cambio (T/N1)	No. Datos
1985	I	8.138.78	3.640.86	4.461.75	68.20	733.39	1.3522	0.0184	-0.0038	6.730.01	3.725.03	3.004.98	736.72	478.74	0.749	0.250	4.713.389.26	0.959	1
	II	7.779.99	3.445.43	4.245.77	73.33	755.66	1.4336	0.0208	-0.0013	6.296.14	3.482.53	2.813.60	763.24	624.55	0.749	0.251	4.724.521.66	0.987	2
	III	7.973.08	3.602.00	4.244.06	77.13	773.25	1.5766	0.0210	-0.0021	6.747.48	3.499.62	3.247.86	744.45	615.16	0.756	0.244	4.735.680.36	1.001	3
	IV	8.244.91	3.606.42	4.492.81	79.45	789.15	1.7144	0.0216	-0.0041	6.847.50	3.719.95	3.127.56	772.86	871.68	0.748	0.252	4.746.865.41	1.013	4
1986	I	8.399.22	3.763.65	4.505.47	100.45	803.73	0.9431	0.0260	0.0148	6.777.43	3.758.34	3.019.09	747.13	865.07	0.749	0.251	4.751.352.14	1.010	5
	II	8.144.66	3.637.23	4.341.38	123.08	819.03	0.7884	0.0327	0.0054	6.469.10	3.555.59	2.913.52	785.80	1.016.48	0.751	0.249	4.755.843.11	1.027	6
	III	8.341.88	3.812.60	4.339.53	127.44	835.04	0.8370	0.0323	0.0080	6.788.71	3.518.41	3.270.30	821.13	386.87	0.756	0.244	4.760.338.32	1.039	7
	IV	8.317.81	3.645.05	4.509.93	120.86	851.27	0.8969	0.0321	0.0116	6.734.43	3.749.46	2.984.97	760.47	339.95	0.741	0.259	4.764.837.78	1.060	8
1987	I	8.585.98	3.910.40	4.552.90	134.16	867.16	1.0891	0.0332	0.0043	6.825.03	3.894.99	2.930.04	657.91	856.83	0.751	0.249	4.776.047.84	1.071	9
	II	8.284.68	3.710.13	4.418.48	138.61	881.59	1.1287	0.0360	-0.0012	6.480.17	3.749.92	2.730.24	688.56	1.007.52	0.743	0.257	4.787.284.28	1.098	10
	III	8.582.67	3.983.95	4.399.26	148.28	893.68	1.2491	0.0359	0.0169	6.855.46	3.679.11	3.176.35	720.15	586.69	0.747	0.253	4.796.547.15	1.120	11
	IV	8.638.35	3.909.90	4.542.44	149.56	902.66	1.1057	0.0368	0.0018	6.969.65	3.910.45	3.059.19	631.99	954.05	0.743	0.257	4.809.836.52	1.129	12
1988	I	8.739.77	3.984.14	4.658.96	136.56	908.23	0.9591	0.0331	-0.0005	7.128.00	3.962.67	3.165.33	696.29	717.90	0.750	0.250	4.826.645.40	1.134	13
	II	8.412.53	3.784.92	4.498.70	140.18	909.90	0.9600	0.0357	-0.0020	6.613.01	3.734.99	2.878.02	763.71	907.49	0.745	0.255	4.843.513.02	1.146	14
	III	8.700.47	3.903.18	4.615.09	148.72	908.28	0.8610	0.0367	-0.0021	6.939.18	3.842.81	3.096.37	772.28	984.44	0.749	0.251	4.860.439.59	1.161	15
	IV	8.755.03	3.835.39	4.772.82	156.37	902.11	0.8329	0.0392	0.0034	6.989.26	4.052.79	2.936.46	720.03	845.57	0.744	0.256	4.877.425.31	1.170	16
1989	I	8.696.94	4.025.75	4.528.80	162.19	893.22	1.0974	0.0387	0.0080	7.005.07	3.914.20	3.090.88	614.60	1.128.31	0.755	0.245	4.883.853.45	1.146	17
	II	8.509.75	3.763.07	4.636.57	144.04	882.81	1.1625	0.0369	0.0058	6.723.73	3.936.76	2.786.97	699.81	1.044.53	0.746	0.254	4.890.290.07	1.151	18
	III	8.854.86	4.081.32	4.587.25	161.71	869.62	1.1551	0.0381	-0.0020	7.083.18	3.889.32	3.193.86	697.93	590.38	0.744	0.256	4.896.735.17	1.153	19
	IV	8.884.15	4.073.36	4.687.58	166.28	863.75	1.2368	0.0392	0.0089	7.157.61	4.060.07	3.097.54	627.52	403.13	0.742	0.258	4.903.188.76	1.171	20
1990	I	9.013.08	4.221.79	4.588.07	154.99	861.21	1.3476	0.0354	0.0009	7.040.85	3.992.67	3.048.18	595.39	1.250.17	0.756	0.244	4.904.903.93	1.134	21
	II	8.621.18	3.892.89	4.549.75	168.10	861.31	1.0573	0.0414	0.0068	6.885.96	3.969.67	2.716.29	580.08	842.06	0.739	0.261	4.906.619.70	1.160	22
	III	8.882.91	4.079.71	4.607.75	157.95	866.15	1.6246	0.0373	0.0069	7.083.58	4.017.66	3.065.91	590.09	807.86	0.742	0.258	4.908.336.07	1.172	23
	IV	9.038.51	4.157.06	4.756.65	174.50	862.13	1.9604	0.0403	0.0178	7.310.18	4.187.63	3.122.55	569.02	278.96	0.749	0.251	4.910.053.04	1.179	24
1991	I	8.735.31	4.035.01	4.579.13	132.68	853.88	1.3452	0.0318	0.0112	6.928.07	4.033.78	2.894.29	545.34	923.64	0.748	0.252	4.902.074.86	1.161	25
	II	8.713.04	4.039.35	4.516.69	170.72	841.60	1.2537	0.0406	0.0182	6.692.06	3.952.37	2.739.69	564.33	973.92	0.751	0.249	4.894.109.65	1.169	26
	III	8.726.70	3.986.99	4.585.61	153.67	824.22	1.2985	0.0371	0.0109	7.069.70	4.005.49	3.064.07	580.12	403.03	0.747	0.253	4.886.157.37	1.174	27
	IV	9.211.24	4.262.14	4.804.19	178.30	810.61	1.3501	0.0402	0.0199	7.245.87	4.220.75	3.025.12	583.44	459.21	0.741	0.259	4.878.218.02	1.175	28

Continúa...



Incidencia de la volatilidad de los precios del petróleo en la determinación del ciclo económico colombiano

Marco A. Llinás

...Continuación

1992	I	8,971.66	4,145.95	4,672.36	127.19	799.02	1,029.3	0.0298	0.0061	7,090.79	4,078.10	3,012.68	594.25	1,059.14	0.750	0.250	4,902.075.56	1.141	29
	II	8,688.60	3,826.43	4,651.24	157.10	790.84	1,057.8	0.0394	0.0045	6,831.44	4,056.94	2,774.50	594.30	1,081.70	0.751	0.249	4,926.049.79	1.153	30
	III	9,026.56	4,019.27	4,891.59	158.01	783.61	1,100.8	0.0378	-0.0032	7,178.06	4,073.42	3,104.65	618.17	1,386.35	0.744	0.256	4,950.141.26	1.163	31
	IV	9,237.18	4,086.19	4,901.24	153.69	788.18	1,044.2	0.0362	-0.0007	7,271.41	4,281.09	2,996.32	620.14	988.64	0.739	0.261	4,974.350.56	1.158	32
1993	I	9,232.67	4,117.83	4,763.94	149.44	798.03	0.9668	0.0350	-0.0123	7,376.61	4,110.52	3,266.08	653.42	1,489.02	0.746	0.254	5,035.394.71	1.115	33
	II	8,853.34	3,797.66	4,711.17	125.15	810.87	0.9707	0.0319	-0.0154	7,004.23	4,047.70	2,956.53	663.47	1,176.33	0.750	0.250	5,097.187.98	1.091	34
	III	9,336.83	4,082.01	4,919.40	145.99	838.32	0.8319	0.0345	-0.0142	7,384.82	4,217.24	3,167.58	702.16	1,748.22	0.750	0.250	5,159.739.57	1.063	35
	IV	9,524.27	4,039.56	5,127.89	151.58	841.07	0.7302	0.0362	-0.0145	7,507.41	4,393.51	3,113.91	734.39	1,471.34	0.743	0.257	5,223.068.78	1.047	36
1994	I	9,365.05	3,935.87	5,085.73	145.13	863.04	0.5962	0.0356	-0.0138	7,374.49	4,317.71	3,056.78	768.02	2,265.48	0.750	0.250	5,315.008.67	1.018	37
	II	9,066.97	3,712.71	4,902.11	162.21	900.77	0.6576	0.0419	-0.0155	7,137.57	4,064.75	3,252.82	837.36	2,470.00	0.754	0.246	5,408.571.30	1.010	38
	III	9,723.83	4,099.04	5,137.14	168.53	907.68	0.7000	0.0395	-0.0153	7,879.43	4,233.84	3,645.59	903.30	2,664.52	0.754	0.246	5,503.793.17	0.992	39
	IV	10,017.42	4,045.73	5,516.05	155.98	951.45	0.6363	0.0371	-0.0118	8,095.20	4,651.78	3,443.42	864.27	2,549.39	0.757	0.243	5,600.865.27	0.981	40
1995	I	9,757.31	4,024.18	5,322.52	193.94	976.42	0.6445	0.0460	-0.0115	7,888.53	4,415.35	3,473.18	907.17	2,675.91	0.759	0.241	5,692.939.26	0.957	41
	II	9,406.99	3,775.24	5,135.48	216.70	993.64	0.6302	0.0543	-0.0139	7,894.18	4,243.65	3,650.53	891.83	2,630.67	0.762	0.238	5,786.712.85	0.947	42
	III	9,917.72	4,037.90	5,369.65	222.80	1,013.20	0.6500	0.0523	-0.0141	7,846.21	4,509.88	3,338.33	859.76	2,536.09	0.762	0.238	5,882.031.07	0.943	43
	IV	10,379.55	4,103.58	5,748.39	229.03	1,051.54	0.7012	0.0529	-0.0142	7,820.69	4,910.92	2,909.77	837.47	2,470.32	0.752	0.248	5,978.919.36	0.935	44
1996	I	9,930.70	3,963.77	5,501.53	235.65	1,067.84	0.7366	0.0561	-0.0126	8,053.66	4,710.54	3,343.12	790.99	2,333.23	0.768	0.232	6,038.225.60	0.919	45
	II	9,409.44	3,654.78	5,237.92	254.87	1,096.84	0.7648	0.0652	-0.0090	7,916.27	4,488.01	3,428.26	749.91	2,212.04	0.764	0.236	6,098.120.11	0.891	46
	III	9,883.39	3,884.08	5,470.46	277.89	1,118.76	0.8081	0.0648	-0.0129	7,906.52	4,725.59	3,180.93	744.88	2,197.20	0.758	0.242	6,158.608.73	0.865	47
	IV	10,112.08	3,798.59	5,773.91	286.10	1,201.08	0.8161	0.0700	-0.0078	7,791.30	5,055.39	2,735.92	718.52	2,119.45	0.762	0.238	6,219.697.35	0.850	48
1997	I	9,994.19	3,740.50	5,778.61	261.35	1,250.52	0.7778	0.0653	-0.0091	8,031.85	5,152.70	2,879.15	625.91	1,846.27	0.778	0.222	6,268.893.51	0.828	49
	II	10,237.81	3,868.41	5,875.98	245.07	1,273.97	0.6585	0.0596	-0.0095	8,050.52	5,141.62	2,908.90	734.36	2,166.19	0.781	0.219	6,318.478.81	0.820	50
	III	10,182.59	3,826.32	5,869.57	245.84	1,267.80	0.6607	0.0604	-0.0135	8,087.49	5,133.32	2,954.17	736.25	2,171.74	0.779	0.221	6,368.456.31	0.813	51
	IV	10,186.46	3,820.57	5,818.71	275.75	1,282.87	0.7104	0.0673	-0.0148	8,010.90	5,003.81	3,007.09	814.90	2,403.74	0.774	0.226	6,418.829.12	0.810	52
1998	I	10,298.80	3,853.50	5,846.77	288.53	1,286.53	0.5734	0.0697	-0.0176	8,083.99	5,062.04	3,021.94	784.73	2,314.76	0.778	0.222	6,450.339.19	0.807	53
	II	10,173.67	3,848.48	5,759.52	272.79	1,327.58	0.5202	0.0662	-0.0135	7,970.13	5,012.56	2,957.58	746.96	2,203.36	0.782	0.218	6,482.003.95	0.813	54
	III	9,874.89	3,723.63	5,630.82	275.54	1,340.62	0.5103	0.0689	-0.0133	7,814.64	5,004.65	2,809.99	626.17	1,847.03	0.792	0.208	6,513.824.15	0.820	55
	IV	9,524.25	3,653.54	5,440.63	279.15	1,326.42	0.4998	0.0713	-0.0051	7,591.58	4,957.66	2,633.92	482.97	1,424.64	0.784	0.216	6,545.800.55	0.817	56
1999	I	9,419.79	3,534.11	5,339.16	319.16	1,331.26	0.4976	0.0828	-0.0012	7,482.70	4,891.02	2,591.68	448.14	1,321.91	0.799	0.201	6,526.709.36	0.825	57
	II	9,248.29	3,396.25	5,277.35	361.49	1,304.75	0.6995	0.0962	0.0036	7,484.84	4,908.93	2,575.91	368.42	1,086.75	0.802	0.198	6,507.673.85	0.817	58
	III	9,284.24	3,423.50	5,234.86	387.02	1,279.54	0.9441	0.1016	0.0081	7,501.70	4,856.52	2,645.18	378.34	1,116.01	0.799	0.201	6,488.693.86	0.809	59
	IV	9,330.78	3,430.19	5,270.37	372.67	1,299.62	1.0837	0.0980	0.0045	7,539.91	4,873.81	2,666.09	396.55	1,169.73	0.801	0.199	6,469.769.23	0.813	60
2000	I	9,381.84	3,525.41	5,234.49	382.05	1,279.94	1.2368	0.0978	0.0053	7,444.00	4,791.36	2,652.64	443.13	1,307.12	0.797	0.203	6,461.866.18	0.795	61
	II	9,386.88	3,552.00	5,226.02	369.62	1,267.67	1.2999	0.0943	0.0048	7,401.21	4,787.46	2,613.75	438.55	1,293.63	0.793	0.207	6,453.972.78	0.784	62
	III	9,450.90	3,591.06	5,227.51	359.64	1,259.04	1.5256	0.0910	0.0091	7,407.13	4,768.23	2,638.90	459.28	1,354.77	0.789	0.211	6,446.089.03	0.800	63
	IV	9,428.26	3,592.81	5,213.35	345.35	1,276.18	1.4634	0.0877	0.0069	7,377.61	4,767.50	2,610.11	445.85	1,315.15	0.784	0.216	6,438.274.90	0.808	64