



Desarrollo y Sociedad

ISSN: 0120-3584

revistadesarrolloysociedad@uniandes.edu.co

Universidad de Los Andes

Colombia

Posada, Carlos Esteban

Crecimiento económico y transición demográfica: un modelo y el caso colombiano de los siglos xix y
xx

Desarrollo y Sociedad, núm. 72, 2013, pp. 71-103

Universidad de Los Andes

Bogotá, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=169129783003>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Crecimiento económico y transición demográfica: un modelo y el caso colombiano de los siglos XIX y XX

Economic Growth and Demographic Transition: A Theoretical Model and the Colombian Case (nineteenth and twentieth centuries)

Carlos Esteban Posada¹

DOI: 10.13043/DYS.72.2

Resumen

En este artículo se presenta la adaptación y el uso de un modelo de Lucas (2002) de crecimiento económico, transición demográfica y acumulación de capital humano, para interpretar la evolución demográfica y macroeconómica de Colombia en los siglos XIX y XX. El ejercicio muestra la pertinencia del modelo, pero también hace evidentes sus limitaciones. Entre estas sobresale una: en contra de lo que predice el modelo, la productividad marginal del capital humano cayó en la segunda mitad del siglo XX.

Palabras clave: fertilidad, dilema cantidad-calidad de hijos, capital humano, transición demográfica, crecimiento económico.

Clasificación JEL: J11, J13, N3, O11.

¹ Profesor externo, Universidad de los Andes. Se agradecen los comentarios de Luis Eduardo Arango y de un evaluador anónimo, junto con la corrección de Jaime Rodríguez a una versión anterior.

Este artículo fue recibido el 11 de diciembre de 2012; revisado el 23 de abril de 2013 y, finalmente, aceptado el 25 de abril de 2013.

Abstract

This paper presents the adaptation and use of a Lucas's model (Lucas, 2002) on economic growth, demographic transition and accumulation of human capital to interpret several demographic and macroeconomic developments in Colombia in the 19th and 20th centuries. The exercise shows the relevance of the model. However, also its limitations become evident. Outstanding among these is one: contrary to what predicts the model, the Colombian marginal productivity of human capital fell in the second half of the 20th century.

Key words: Fertility, children quantity-quality trade-off, human capital, demographic transition, economic growth.

JEL classification: J11, J13, N3, O11.

Introducción

La evolución de la economía tiene efectos sobre el tamaño de la población. David Ricardo, bajo la influencia del *Ensayo sobre la población* de Malthus, afirmó que la magnitud de la población trabajadora cambia solo en función de la diferencia entre el salario de mercado y el salario que llamaríamos de estado estacionario, denominado por él "el precio natural de la mano de obra" (Ricardo, 1959, cap. V, p. 71).

Con posterioridad al apogeo de la economía clásica, disminuyó la atención de los economistas por el tema de las causas económicas de los cambios demográficos (posiblemente por las crecientes dificultades para interpretar los nuevos hechos mediante las ideas heredadas), y solo fue hasta los años sesenta del siglo xx, bajo el liderazgo de Gary Becker, cuando revivió el interés al respecto (Becker, 1960, 1964).

Los trabajos de Becker fueron pioneros y fundamentales para el desarrollo de la tesis de los determinantes económicos de la fertilidad de los hogares y de la tasa de natalidad, a partir de la maximización de la utilidad de una familia, que toma en cuenta tanto la cantidad de hijos como su "calidad" o nivel educativo; con esto se hizo explícito el eventual dilema entre ambas variables.

Entre los trabajos académicos más destacados en la línea de investigación iniciada por Becker, cabe mencionar (entre muchos y muy valiosos) los de Razin (1972), Razin y Ben-Zion (1975), Becker y Barro (1988) y Becker, Murphy y Tamura (1990). Podría hablarse de los trabajos de Becker y estos autores como los de la primera generación de estudios sobre dinámica económica y poblacional de las sociedades ya desarrolladas.

Una segunda generación de modelos surgió de los propósitos de hacer aún más explícito el modelo de crecimiento económico adecuado para enmarcar la discusión de la dinámica poblacional, sintetizar y, en ocasiones, matizar o mostrar no solo los alcances sino también los límites de la línea beckeriana. El resultado de estos propósitos fue sentar las bases de lo que podría denominarse una "teoría general o unificada" del crecimiento (y estancamiento) económico de plazos realmente largos, que abarcan varios siglos. Entre estos trabajos merecen mención (para no hacer el recuento demasiado largo) los de Galor y Weil (1999, 2000), Jones (2001), Hansen y Prescott (2002), Galor y Moav (2002), Lucas (2002), Ehrlich y Kim (2005) y Galor (2005).

Lucas (2002), Doepke (2006) y Mejía, Ramírez y Tamayo (2008) presentan unas revisiones sumarias de la literatura, siendo las contenidas en estos dos últimos ensayos más amplias en cuanto a los trabajos de la segunda generación².

Debe mencionarse que esta rama de la literatura sobre crecimiento económico recibió un notable impulso no solo de quienes fueron precursores del análisis económico de la dinámica poblacional, sino también de quienes lo fueron de las interrelaciones entre educación y crecimiento económico. Al respecto sobresale el trabajo ya clásico de Nelson y Phelps (1966) acerca de la retroalimentación dinámica entre el avance educativo y el cambio técnico. Becker *et al.* (1990) en su introducción muestran que la tesis de la interrelación entre educación y cambio técnico fue una de sus dos motivaciones, siendo la otra la relación entre fertilidad y educación.

2 En una línea de análisis distinta de la de Lucas (2002), Hansen y Prescott (2002) hicieron énfasis en las diferencias en las funciones de producción agrícola e industrial (la modalidad de producción industrial supuestamente se caracteriza por rendimientos marginales constantes del trabajo). Galor y Moav (2002) resaltaron la importancia de la acumulación de capital físico (este asumido como factor complementario del capital humano) y la provisión de educación pública, como elementos determinantes de la aceleración del crecimiento económico y la transición demográfica.

Aunque el trabajo de Lucas (2002) no es pionero, tiene los méritos de simplificar el análisis, establecer de manera diáfana la relación entre su modelo y el de los economistas precursores y enfatizar la conexión entre los factores determinantes de la reducción de la tasa de aumento de la población y la modalidad del crecimiento económico correspondiente a la acumulación de capital humano. La columna vertebral de su trabajo es un modelo cercano al de Becker *et al.* (1990).

Pero ¿cuáles son los hechos estilizados que han motivado el renacimiento del interés por el tema de las relaciones entre las dinámicas del producto por trabajador y las de la población? ¿Qué han tratado de entender los economistas atraídos por este asunto? A continuación, tres respuestas, relacionadas entre sí:

- 1) Las sociedades preindustriales, premodernas o agrícolas carecieron de crecimiento económico de largo plazo (excepto aquellas pocas que lograron ser el centro de un imperio que ampliaba sus fronteras mediante conquistas), sus aumentos de población fueron modestos (o nulos) en el largo plazo y sus altas tasas de mortalidad casi neutralizaron sus altas tasas de natalidad. La mecánica poblacional de estas sociedades fue bien entendida (no de manera perfecta, claro está) por los economistas clásicos³ y por ello a finales del siglo xx se acuñó el término "régimen malthusiano", para indicar una modalidad de estancamiento del producto per cápita y débiles aumentos poblacionales en el largo plazo.
- 2) Se ha observado, por lo general, que el despegue hacia el crecimiento económico sostenido (usualmente asociado a la primera etapa de una "revolución industrial"⁴ y al surgimiento de una modalidad de desarrollo económico basada en el capitalismo industrial) viene acompañado de crecientes tasas de aumento poblacional.
- 3) Pasada la etapa del despegue se ha observado una declinación de la tasa de aumento de la población en el largo plazo (véanse los gráficos 5.1

3 "Thomas Malthus developed a formal model of a dynamic growth process in which each country converged toward a stationary per capita income. According to his model, death rates fall and fertility rises when incomes exceed the equilibrium level, and the opposite occurs when incomes are less than that level" (Becker *et al.*, 1990, p. 323).

4 Lucas (2002) utilizó el término "revolución industrial" como sinónimo del crecimiento económico sostenido en el largo plazo.

y 5.4 de Lucas, 2002), no obstante el hecho de que el ritmo de aumento del producto por trabajador se ha mantenido alto. Esto es lo que varios economistas, historiadores y demógrafos denominan "transición demográfica", aunque parecería mejor designar con este término algo más amplio, como lo propuso Jones (2001), esto es, no solo este giro de arriba abajo de la tasa de aumento de la población, sino ambos giros: este y el primero, es decir, el tránsito desde la modesta dinámica poblacional de las sociedades bajo el régimen malthusiano hacia el más vigoroso aumento poblacional propio del despegue⁵.

La caída de la fertilidad y los aumentos simultáneos (o casi simultáneos) del producto por trabajador y del nivel educativo medio de la población son los hechos estilizados que más han interesado a los economistas. Al respecto, dice Doepeke (2006):

The number of children is a decreasing function of education [...] Intuitively, investing a lot in each child renders children expensive, which reduces demand. Education [...], in turn, depends positively on parental human capital H. An increase in income per capita (through a rise in H) therefore lowers fertility [...], the opposite of the Malthusian assumption. Given these results, an escape from the Malthusian trap is possible if some change in the economy generates increased investment in child quality. The literature proposes different candidates for the underlying cause of such an event. In Galor and Weil (2000), the takeoff is ultimately a consequence of technological progress. Accelerating productivity growth increases the return to education [...], which eventually triggers the quantity-quality substitution and the growth takeoff. Galor and Moav (2002), in contrast, suggest that evolving parental preferences [...] are the driving force behind fertility decline. Yet other authors have emphasized the role of declining mortality rates (Boucekkine et al. 2002, Cervellati and Sunde 2005, Doepeke 2005, Kalemli-Ozan 2002, Lagerlof 2003a, Soares 2004), increasing female labor-force participation (Galor and Weil 1996, Lagerlof 2003b), changes in the provision of old-age

5 "The demographic transition consists of two phases. In the first, called a mortality revolution, mortality rates fall sharply, while birth rates either remain relatively constant or perhaps even rise slightly. The result is an increase in the population growth rate. The second phase is the fertility revolution, characterized by a birth rate that now falls more quickly than the relatively low but still declining mortality rate. The result is a decline in the population growth rate" (Jones, 2001).

security (Boldrin and Jones 2002), changes in child-labor and education laws (Doeppke and Zilibotti 2005), and the introduction skill-intensive production technologies that raise the return to education.

El caso colombiano de los siglos xix y xx, como se verá más adelante, puede resumirse en los siguientes términos: En sus inicios correspondió, *grosso modo*, a un régimen malthusiano; luego se presentó el despegue económico o la alborada de la revolución industrial, con un ascenso de las tasas de crecimiento de la población y del producto per cápita; posteriormente, y por algún tiempo más, se mantuvo alta y constante la tasa de crecimiento del producto per cápita y, simultáneamente, se empezó a reducir la tasa de aumento de la población. Este caso motivó la búsqueda de un modelo teórico que sirviese como herramienta para guiar una investigación al respecto y, así, este documento. El modelo elegido fue, como se aclara a continuación, una adaptación de uno elaborado por Lucas.

En la sección I se presentará una versión simplificada del modelo de Lucas expuesto en su ensayo *The Industrial Revolution: Past and future*, publicado como el capítulo 5 en Lucas (2002)⁶. Con este modelo se intenta responder las siguientes preguntas: a) ¿qué factores explican la ocurrencia en una sociedad de tasas de crecimiento del producto per cápita sustancialmente más altas y tasas de aumento de la población sustancialmente más bajas que las que se observaron en épocas anteriores a su revolución industrial o en la primera etapa de esta? y b) ¿cómo se podría explicar una fase de ascenso simultáneo de las tasas de crecimiento del producto per cápita y de la población, algo que corresponde a la primera etapa de una revolución industrial? Responder estas dos preguntas es de la mayor importancia para entender el caso colombiano de los últimos doscientos años.

La sección II ilustra el uso del modelo mediante simulaciones numéricas. Estas simulaciones se refieren al caso colombiano de los siglos xix y xx. La sección III concluye sobre este caso y la pertinencia del modelo de Lucas (2002) para interpretarlo.

6 Hay una traducción en español de Lucas (2002): *Lecturas sobre crecimiento económico*, Universidad de los Andes-Norma (2005).

I. El modelo

Los rasgos básicos de la economía modelada son extremadamente sencillos: La economía es cerrada, no hay Gobierno y la producción se ejecuta por productores independientes y autosuficientes. Cada productor produce un bien homogéneo (unidades del producto interno bruto, PIB) recurriendo a su capital humano. No se utilizan capital físico ni recursos naturales ni hay oportunidades para la actividad empresarial, así que no hay intereses ni rentas ni ganancias. Cada producción está sujeta a rendimientos marginales decrecientes⁷, y cada productor recibe como ingreso lo equivalente a su producto. Hay un productor representativo cuya producción, como es obvio, tiene esas propiedades.

Puesto que no hay capital físico, no hay ahorro. Solo hay acumulación de capital humano y se logra sacrificando tiempo de producción para dedicarlo a la educación de los hijos. El crecimiento poblacional está sometido a un factor determinante de tipo económico (como se verá más adelante), además de los propiamente demográficos.

A. El hogar representativo y la fertilidad

En esta sección se presenta el problema de un hogar representativo y su solución. Se supone que tal hogar se compone de un adulto trabajador (mujer u hombre) y una cantidad n de hijos menores o sin edad para trabajar (la mediana de niños por hogar de una población es una magnitud real, pero podría no ser un número entero).

El problema del agente (el adulto representante del hogar o jefe), al tomar decisiones sobre el número de hijos y otras variables relacionadas, es maximizar su función de utilidad sujetándose a una restricción presupuestal.

Pero se supone que el jefe del hogar se preocupa por el futuro económico de sus hijos. Por tanto, las decisiones que toma en relación con el nivel educativo de estos se basan en el valor presente de la conveniencia de que ellos, ya en edad laboral, puedan tener más capital humano. Este supuesto corresponde a un análisis dinámico, como el presentado a continuación.

⁷ La función de producción del modelo de Lucas (2002) tiene rendimientos marginales constantes.

El modelo contempla dos períodos: presente y futuro. La utilidad del jefe del hogar depende de tres factores: el consumo del jefe del hogar (consumo presente), la cantidad de hijos y el consumo futuro medio de sus hijos (esto es, el consumo futuro por hijo), cuando estos sean adultos⁸.

Sea Ω la utilidad del jefe del hogar. Esta se especifica así:

$$\Omega = c^\alpha n^\beta c'^{1-\alpha}; \quad 0 < \alpha, \beta < 1 \quad (1)$$

siendo c el consumo (presente) del jefe del hogar, n el número de hijos y c' el consumo medio o por hijo en el período futuro, esto es, su consumo cuando ya sea miembro de la fuerza laboral. El apóstrofo ($'$) indica que la variable así marcada es del período futuro. La función de utilidad implica suponer que, dado n , un incremento en $x\%$ tanto del consumo presente como del consumo futuro aumenta también en $x\%$ la utilidad (es decir, la función Ω es homogénea de grado 1 en la pareja consumo presente y consumo futuro).

Las restricciones que tiene en cuenta el jefe del hogar son las siguientes:

$$c \leq y \quad (2)$$

$$c' \leq y' \quad (3)$$

$$y = Ah^\gamma [1 - (\tau_{cr} + \tau_{ed})n]; \quad A > 0; \quad 0 < \gamma < 1; \quad 0 < (\tau_{cr} + \tau_{ed})n < 1 \quad (4)$$

$$y' = A'h'^\gamma; \quad A' > 0 \quad (5)$$

$$h' = h(b\tau_{ed})^\epsilon; \quad b, \epsilon > 0 \quad (6)$$

La restricción (2) se refiere al consumo y al ingreso (y) del jefe; la (3) se refiere al ingreso futuro y al consumo futuro, medios, de sus hijos, ya adultos; la (4) es la hipótesis sobre la función de producción del período presente y expresa que esta depende de un factor de escala o tecnológico (A), del nivel de capi-

8 Esto significa que si el jefe del hogar fuese una pareja, su hogar sería equivalente a dos hogares sencillos y el número de sus hijos se dividiría por dos para calcular el número de hijos del hogar sencillo; si solo uno de los dos trabaja, el ingreso por trabajador sería el doble del ingreso del hogar compuesto (que equivale a dos hogares sencillos); si los dos trabajan, el ingreso de este hogar sería dos veces el ingreso por trabajador, etc.

tal humano del jefe del hogar (h) y del tiempo total dedicado por él a la producción (lo encerrado entre corchetes). El tiempo de producción es igual al disponible, uno, menos el tiempo que el jefe dedica a la crianza ($\tau_{cr,n}$) y a la educación ($\tau_{ed,n}$) de sus hijos. τ_{cr} y τ_{ed} son, por tanto, los costos unitarios de crianza y educación, consistentes en (y medidos en) tiempo. Se supone que la función de producción está sometida a rendimientos marginales decrecientes: la elasticidad del producto al capital humano, γ es positiva pero menor que uno. La función de utilidad y las restricciones (2), (3) y (4) implican que lo único que necesitan los hijos para sobrevivir y educarse (antes de convertirse en miembros de la fuerza laboral) es el tiempo de sus padres.

En lo que sigue se considerará que el tiempo de crianza por hijo, τ_{cr} , es una variable exógena, mientras que el tiempo de educación por hijo, τ_{ed} , es una variable endógena.

La ecuación (5) es la función de producción futura: el producto por trabajador futuro (el producto del hijo promedio, cuando ya este sea un trabajador) depende de su capital humano (y también con rendimientos marginales decrecientes). Por último, la ecuación (6) (otra hipótesis) dice que el capital humano futuro (el del hijo promedio, ya adulto) es igual al capital humano presente (el del jefe) por una combinación de tres factores: el tiempo de educación que destinó el jefe a la educación de cada uno de sus hijos, un factor de eficiencia del proceso educativo, b , y el factor ϵ , que representa la elasticidad de la relación h'/h (la tasa bruta de crecimiento del capital humano por trabajador) con respecto al esfuerzo educativo, medido este en unidades de eficiencia⁹.

Antes de seguir avanzando, conviene aclarar las principales diferencias entre el actual modelo y el de Lucas (2002). En el modelo de Lucas la función de bienestar del hogar tiene tres argumentos: consumo del jefe del hogar, cantidad de hijos y utilidad futura de los hijos, y esta depende, a su turno, del consumo del hijo cuando sea jefe de hogar, de su cantidad de hijos y de la utilidad futura de estos, y así sucesivamente, pues el horizonte tiene un número indefinido de períodos. La técnica de solución del modelo original es más complicada que la utilizada acá, pero, en lo sustancial, las conclusiones son compatibles con las presentes, como se observará más adelante.

⁹ Nótese que, según (6), $\epsilon = \frac{d\log\left(\frac{h'}{h}\right)}{d\log(b\tau_{ed})}$.

Por lo demás, la maximización de (8) sujeta a la restricción implicada por (2) y (4) con la técnica del lagrangiano equivaldría a postular una ecuación de Bellman para el hogar (pues se ha reducido el argumento consumo futuro a su equivalente en función de una variable de estado, h), como se plantea en el modelo de Lucas, sujetándola a la misma restricción. Así, el presente modelo es casi equivalente al de Lucas (2002), incluso en su técnica analítica (aunque, como ya se mencionó, Lucas utiliza la ecuación de Bellman), con dos diferencias: el presente modelo es de dos períodos y la función de producción es de rendimientos marginales decrecientes.

Si se examinan las diferencias entre ambos modelos y las predicciones que generan, se puede concluir que no se ocasionan sacrificios con la presente adaptación, en cuanto a calibración del modelo, pérdida de variables, ausencia de trayectorias temporales de variables (ausencia compartida por ambos) u otro criterio cualquiera, en tanto que se logran dos beneficios: uno, de exposición (esta adaptación es más didáctica) por la mayor sencillez de la técnica, y otro, de pertinencia, al menos para el caso colombiano, como se verá después, conferido por la hipótesis de rendimientos marginales decrecientes del capital humano.

Las ecuaciones (3), (5) y (6), tomada la (3) como igualdad, implican que:

$$c' = A' \left[h(b\tau_{ed})^\epsilon \right]^\gamma \quad (7)$$

(7) en (1) implica que:

$$\Omega = c^\alpha n^\beta \left[A' \left[h(b\tau_{ed})^\epsilon \right]^\gamma \right]^{1-\alpha} \quad (8)$$

La maximización de (8) con sujeción a la restricción que se deriva de las dos restantes restricciones anteriores, (2) y (4), se logra sin mayor complicación construyendo el lagrangiano correspondiente y maximizándolo, así:

$$\max_{c, n, \tau_{ed}} \mathcal{L} = c^\alpha n^\beta \left[A' \left[h(b\tau_{ed})^\epsilon \right]^\gamma \right]^{1-\alpha} + \lambda \left\{ Ah^\gamma [1 - (\tau_{cr} + \tau_{ed})n] - c \right\}$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c} = 0 \Rightarrow c^{\alpha-1} n^\beta \left[A' \left[h(b\tau_{ed})^\epsilon \right]^\gamma \right]^{1-\alpha} = \lambda \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n} = 0 \Rightarrow \beta c^\alpha n^{\beta-1} \left[A' \left[h(b\tau_{ed})^\epsilon \right]^\gamma \right]^{1-\alpha} = \lambda A h^\gamma (\tau_{cr} + \tau_{ed}) \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tau_{ed}} = 0 \Rightarrow \epsilon \gamma (1-\alpha) c^\alpha n^\beta A'^{(1-\alpha)} h^{\gamma(1-\alpha)} b^{\epsilon'(1-\alpha)} \tau_{ed}^{\epsilon'(1-\alpha)-1} = \lambda A h^\gamma n \quad (11)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow A h^\gamma [1 - (\tau_{cr} + \tau_{ed}) n] = c \quad (12)$$

De las condiciones de primer orden se deducen el tiempo óptimo dedicado a educación y el número óptimo de hijos, a saber:

$$\begin{aligned} \tau_{ed} &= \frac{\tau_{cr}}{\frac{\beta}{(1-\alpha)\epsilon\gamma} - 1} \\ \frac{\partial \tau_{ed}}{\partial \tau_{cr}} > 0; \quad \frac{\partial \tau_{ed}}{\partial \beta} < 0; \quad \frac{\partial \tau_{ed}}{\partial \alpha} < 0; \quad \frac{\partial \tau_{ed}}{\partial \epsilon} > 0; \quad \frac{\partial \tau_{ed}}{\partial \gamma} > 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} n &= \frac{\beta - \epsilon \gamma (1-\alpha)}{(\alpha + \beta) \tau_{cr}} \\ \frac{\partial n}{\partial \tau_{cr}} < 0; \quad \frac{\partial n}{\partial \beta} &= \frac{1}{(\alpha + \beta) \tau_{cr}} - \frac{[\beta - \epsilon \gamma (1-\alpha)] \tau_{cr}}{[(\alpha + \beta) \tau_{cr}]^2} > 0 \Leftrightarrow \\ \frac{1}{(\alpha + \beta) \tau_{cr}} &> \frac{[\beta - \epsilon \gamma (1-\alpha)] \tau_{cr}}{[(\alpha + \beta) \tau_{cr}]^2}; \\ \frac{\partial n}{\partial \tau_{cr}} &= \frac{\epsilon \gamma}{[(\alpha + \beta) \tau_{cr}]} - \frac{(\beta + \epsilon \gamma \alpha - \epsilon \gamma)}{(\alpha + \beta)^2 \tau_{cr}} > 0 \Leftrightarrow \frac{\epsilon \gamma}{[(\alpha + \beta) \tau_{cr}]} > \frac{(\beta + \epsilon \gamma \alpha - \epsilon \gamma)}{(\alpha + \beta)^2 \tau_{cr}} \\ \frac{\partial n}{\partial \epsilon} < 0; \quad \frac{\partial n}{\partial \gamma} < 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Conocidos el tiempo óptimo de educación y el número óptimo de niños, se pueden conocer, por las ecuaciones (4), (5), (7) y (12), los montos óptimos de producción y consumo presentes y futuros.

El modelo es el conjunto de las ecuaciones (2), (3) (como igualdades), (4), (5), (6), (13) y (14); el equilibrio es el conjunto de variables endógenas $\{c, c', y, y', h', \tau_{ed}, n\}$ que corresponde a tales ecuaciones y las satisface.

Como se puede observar, tres factores exógenos ($\tau_{ed}, \epsilon, \gamma$) que causan una variación del tiempo de educación causan también una variación en sentido contrario del número de hijos del hogar (lo que equivale a la tasa de fertilidad). Así se expresa el dilema (intratemporal) cantidad-calidad de hijos.

Y hay otro dilema que es de tipo intertemporal, a saber, la posibilidad de una sustitución (en el margen) entre el producto presente y el producto futuro: todo aquello conducente a elevar el tiempo de educación reduce el tiempo dedicado a la producción presente y el producto presente (ecuación 4); pero el aumento del tiempo de educación acrecienta el capital humano futuro y, por tanto, el producto futuro (ecuaciones 5 y 6).

De los cuatro factores exógenos que, según las ecuaciones (13) y (14), determinan las magnitudes óptimas del tiempo de educación y de la cantidad de hijos, Lucas señala el incremento de la elasticidad ϵ como el principal factor para explicar el tránsito de altas a bajas tasas de fertilidad a lo largo de un proceso de crecimiento económico rápido y sostenido, y asocia tal incremento con el cambio técnico:

An increase in the exponent ϵ induces both an increase in the time [τ_{ed}] devoted to acquiring human capital and a decrease in fertility. This is certainly not the first example I have discussed in which the quantity-quality trade-off plays a role in determining fertility, but it is the first in which an improvement in technology –which an increase in ϵ represents— leads to a permanent reduction in fertility. This is the central idea in the Becker, Murphy, and Tamura (1990) account of the demographic transition [Lucas, 2002, p. 157].

Pero ¿cómo explicar con este modelo el despegue o tránsito desde un régimen malthusiano (estancamiento del ingreso por trabajador y débil aumento

poblacional) hacia un régimen de aumentos simultáneos del ingreso por trabajador y de la tasa de aumento de la población? La sección siguiente amplía el modelo para responder esta pregunta.

B. Fertilidad y demografía

Podemos interpretar la ecuación (14) como una explicación (y una predicción) de la cantidad de hijos que desea tener el agente representativo en ausencia de mortalidad infantil. Pero esta última debe tenerse en cuenta a fin de que el análisis sea útil para explicar la evolución demográfica. La trayectoria descendente de la tasa de mortalidad infantil parece ser una característica típica de todo proceso de despegue hacia el crecimiento económico sostenido y la transición demográfica. Para simplificar el modelo supondremos que la tasa de mortalidad infantil es una variable exógena, pero sería perfectamente válido suponer que depende del nivel tecnológico de la sociedad.

Para evitar complicaciones inmanejables nos referiremos a este asunto de una manera muy simple, así: sea m la probabilidad de que un hijo muera antes de cumplir cierta edad (como, por ejemplo, siete años, suponiendo que la época de mayor riesgo mortal para los niños tiene tal umbral). En ese caso, si la madre o la pareja tienen como meta, de acuerdo con la ecuación (14), tener cuatro hijos, y si interpretamos esta ecuación como una función de demanda por hijos que sobrevivan el umbral crítico, podemos decir que $n = 4 = r(1 - m)$, siendo r el número de nacimientos (o tasa de fertilidad vitalicia del hogar o fertilidad a lo largo de la vida reproductiva de la mujer o de la pareja jefe del hogar) que es consistente con la ecuación (14). Aplicando esto en (14), resulta:

$$\frac{\beta - \epsilon\gamma(1-\alpha)}{(\alpha + \beta)\tau_{cr}} = r_t(1 - m_t) \Rightarrow \\ r_t = \frac{1}{1 - m_t} \left[\frac{\beta - \epsilon\gamma(1-\alpha)}{(\alpha + \beta)\tau_{cr}} \right] \quad (15)$$

lo que implica que $\frac{\partial r}{\partial m} > 0$. Es decir, al caer la mortalidad infantil cae r , dado n . Esta caída puede ser intensa si las tasas de mortalidad infantil son altas y,

por tanto, si es alta la probabilidad de muerte antes de superar cierto umbral (por ejemplo, el de los siete años)¹⁰.

Por otra parte, el cambio en la magnitud de la población, P , es: nacimientos – muertes; por tanto, la tasa de aumento de la población, p , es, por definición:

$$p_t \equiv \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\text{Nacimientos}_t}{P_{t-1}} \frac{P_t}{P_t} - \frac{\text{Muertes}_t}{P_{t-1}} \frac{P_t}{P_t}$$

Esto implica que:

$$p_t = \nu_t (1 + p_t) - \chi_t (1 + p_t)$$

siendo ν_t la relación entre nacimientos del período t y población (media) de este período (tasa de nacimientos), y χ_t la relación entre muertes totales (niños y adultos) del período y la población en este (tasa de mortalidad total). Por tanto:

$$\begin{aligned} \frac{p_t}{1 + p_t} &= \nu_t - \chi_t \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{1 + p_t} + 1} = \nu_t - \chi_t \\ \Rightarrow p_t &= \frac{\nu_t - \chi_t}{1 - (\nu_t - \chi_t)} \\ \Rightarrow p_t &= \frac{\frac{\nu_t}{\chi_t} - 1}{\frac{1}{\chi_t} - \frac{\nu_t}{\chi_t} + 1} \end{aligned} \tag{16}$$

¹⁰ En lo que sigue vamos a considerar a m en un doble sentido: la probabilidad de que un recién nacido muera antes de cierta edad (infantil) y la tasa de mortalidad infantil, definida como la relación entre muertes de infantes (menores de cierta edad) y nacimientos. La literatura que ha defendido la hipótesis del efecto positivo de la tasa de mortalidad infantil sobre la tasa de fertilidad se remonta a Ehrlich y Lui (1991), Galor y Weil (1999) y Kalemli-Ozcan, Ryder y Weil (1998). Doepke (2006) hace referencia a los trabajos de quienes han insistido en la caída de las tasas de mortalidad como un factor determinante de la transición demográfica. Fernández-Villaverde (2001) no comparte esta hipótesis por dos razones: a) considera que la mortalidad infantil es una variable endógena y b) para él las simulaciones con su modelo calibrado con datos de Inglaterra muestran que lo que probablemente indujo las caídas de la fertilidad y la mortalidad infantil fue el cambio de un factor exógeno de su modelo (la caída en el precio de los bienes de capital), que elevó la inversión de las familias en educación (hizo más rentable la escogencia de mayor calidad de los hijos).

Lo anterior muestra que la tasa de aumento de la población depende de dos factores: a) la relación entre la tasa de nacimientos y la tasa de mortalidad total y b) la tasa de mortalidad, y que tal dependencia es no lineal, una característica que complica las cosas.

A su turno, podemos descomponer la relación nacimientos/población, así:

$$\frac{Nacimientos_t}{Población_t} = \frac{Nacimientos_t}{Adultos_t} \frac{Adultos_t}{Población_t}$$

El primer término del lado derecho de la igualdad anterior es $\frac{r_t}{Z}$, siendo Z la duración o el número promedio de períodos de la vida reproductiva del jefe del hogar. Por tanto:

$$\nu_t = \frac{r_t}{Z} \left(\frac{\text{Adultos}}{\text{Población}} \right)_t \quad (17)$$

A continuación se hacen dos supuestos fuertes, pero que nos permiten avanzar rápidamente. Supondremos que la relación adultos/población y la duración de la vida reproductiva son constantes y exógenas. Esto, en principio, es incorrecto, puesto que todo aquello que altera el número de nacimientos tendrá influencia sobre estas variables, pero si sus rangos de variación no fuesen demasiado grandes, entonces estos supuestos brutales nos permitirían llegar de manera fácil y directa a conclusiones pertinentes.

Con estos dos supuestos podemos afirmar que la tasa de nacimientos, ν , depende de manera positiva (y lineal) de la tasa de fertilidad vitalicia del hogar representativo, r .

Por último, haremos otro supuesto fuerte: que la tasa de mortalidad total, χ , es una variable exógena (así como se supuso para la mortalidad infantil) que decrece a través del tiempo a cierta velocidad (exógena).

El modelo macroeconómico es, ahora, el de la primera sección. adicionado con tres ecuaciones (15, 16, 17) y tres variables endógenas (r, ν, p).

Con el fin de aplicar el modelo y generar series artificiales de frecuencia anual que se contrastarán con las series estadísticas, es necesario hacer alguna consideración de tipo práctico con respecto a la ecuación (6), que establece una relación hipotética entre el capital humano futuro y el presente.

Para ello supondremos que transcurren catorce años desde el nacimiento de una persona hasta el comienzo de su etapa laboral; además, supondremos, tal como lo implica el modelo, que los planes se ejecutan de manera consistente a través del tiempo (consistencia dinámica), así que la decisión sobre la fracción del tiempo que se dedica a la educación es la misma desde que nace el hijo hasta que empieza a trabajar.

Dado lo anterior, y si el período de análisis es anual, se puede considerar que la ecuación (6) es equivalente a:

$$\frac{h_t}{h_{t-14}} = (b\tau_{ted,t-14})^{\epsilon t-14} = 1 + g_{h,t} \quad (18)$$

Pero es práctico establecer una relación entre el capital humano del año t y el del año inmediatamente anterior:

$$\frac{h_t}{h_{t-1}} = 1 + g_{ha,t} \quad (19)$$

siendo $g_{ah,t}$ la tasa anual equivalente de $g_{h,t}$. También es práctico suponer que:

$$h_t = h_{t-14} \left(1 + \widetilde{g}_{ha,t}\right)^{14} \quad (20)$$

siendo $\widetilde{g}_{ha,t}$ la tasa media de los últimos catorce años. De las ecuaciones anteriores es fácil deducir que:

$$\widetilde{g}_{ha,t} = (b\tau_{ted,t-14})^{\frac{\epsilon t-14}{14}} - 1 \quad (21)$$

En lo que sigue, la tasa anual de aumento del capital humano se calcula con la ecuación (21).

II. Simulaciones y el caso colombiano de los siglos XIX y XX

¿Cómo puede servir el modelo previo para describir y explicar el tránsito desde una etapa de estancamiento económico y con bajo crecimiento poblacional hacia un régimen cuyo producto por trabajador aumenta de manera persistente y la población exhibe, con posterioridad al despegue, dos fases: a) la primera, con tasas de aumento cada vez mayores y b) la posterior, con tasas de crecimiento cada vez menores?

Para responder lo anterior, se pusieron números a los parámetros, a las variables exógenas y a los niveles iniciales de las variables de estado. El cuadro 1 muestra los números correspondientes al escenario base o malthusiano; el cuadro 2 muestra los resultados, esto es, el conjunto de los valores de las variables endógenas, y deja en claro, entonces, la razón de llamar malthusiano a este escenario.

Cuadro 1. Valores de parámetros y niveles iniciales de variables de estado

α	0,60
β	0,40
γ	0,65
ϵ	0,28
τ_{cr}	0,12
A	1,00
A'	1,00
b	37,455
m_0	0,29
χ_0	0,0422
Adultos/Población	0,23
Z	15,00

Fuente: cálculos del autor.

Cuadro 2. Resultados del escenario malthusiano

n	2,73
r	3,84
$2r$	7,68
ν	0,059
τ_{ed}	0,0267
$\frac{h_{t+1} - h_t}{h_t}$	0
p	0,017
$\frac{y_{t+1} - y_t}{y_t}$	0

Fuente: cálculos del autor.

El criterio fundamental para darles números a los parámetros, variables exógenas y niveles iniciales de las variables de estado fue el de reproducir, en lo posible, el caso colombiano de los siglos XIX y XX, es decir, las magnitudes o, al menos, las direcciones de cambio de las trayectorias de aquellas variables demográficas y económicas más importantes del modelo, de acuerdo con aquello que los analistas del caso colombiano (siglos XIX y XX) han considerado como los "hechos estilizados".

Lo que pudo ser en Colombia una situación bastante similar a un régimen malthusiano (una tasa de crecimiento de la población relativamente baja y estable, con tasas altas y estables de natalidad, fertilidad y mortalidad, y con un ingreso per cápita estancado) fue la época que va desde principios del siglo XIX hasta fines de los años 70 de ese siglo, es decir, antes del comienzo de la oleada del cultivo del café en las vertientes de la cordillera occidental y de un nuevo brote de actividad industrial (López, 1976, p. 514; Ospina, 1954, pp. 345 y ss.).

De acuerdo con Flórez y Romero (2009), hasta los años setenta del siglo XIX la tasa de crecimiento de la población colombiana fue relativamente estable. Según sus cálculos (basados en censos y estimaciones de historiadores, y en Flórez, 2000), en 1800 la población del territorio que hoy corresponde a Colombia fue de 821.600 personas y en 1870, 2.560.000 (cuadro 3). Esto significa que creció a una tasa media anual de 1,64%, tasa replicada casi en su totalidad como la correspondiente al escenario malthusiano (variable p , cuadro 2). Las tasas de natalidad y mortalidad fueron altas y estables entre 1800 y 1870. Los valores estimados por las autoras, tanto para la época malthusiana, 1800-1870, como para los años posteriores y hasta 1993, son los correspondientes a períodos intercensales (períodos irregulares de aproximadamente diez o quince años y alguno hasta de veinte años), así que fue necesario calcular sus equivalentes anuales para realizar el presente ejercicio, que es de frecuencia anual (véanse cuadro 3 y sus notas 3 y 4). La tasa de fecundidad (hijos/mujer) reportada por Flórez y Romero (2009) es equivalente, aproximadamente, a dos veces la tasa r generada por el modelo (hijos por persona adulta).

Las etapas posmalthusiana y de crecimiento económico sostenido y transición demográfica pueden ser generadas por el modelo imponiendo las evoluciones de las variables exógenas. Los gráficos 1 y 2 muestran las trayectorias impuestas a tres variables exógenas: las tasas de mortalidad infantil y mortalidad total y la elasticidad ϵ . Estas trayectorias se escogieron con base en el criterio ya

mencionado y, de manera específica, buscando replicar los niveles o las tasas de variación de las contrapartes observadas de las principales variables endógenas demográficas y económicas del modelo. El gráfico 1 muestra las caídas de las tasas de mortalidad infantil y total; estas no son las observadas, pero sí pueden considerarse como trayectorias suavizadas de estas variables^{11, 12}.

Cuadro 3. Colombia. Evolución demográfica (observaciones). 1800-1993

Período	Tasa anual (media) de aumento de la población (%) (1)	Tasa media de natalidad/ Tasa (media) de mortalidad (2)	Tasa media de mor- talidad (Muertes/ Población) (%) (3)	Tasa media de natalidad (Nacimientos/ Población) (%) (4)	Hijos/Mujer (5)
1800-1870	1,64	1,4095	3,94	5,55	8,50
1870-1905	1,77	1,5238	3,32	5,06	7,80
1905-1938	1,99	1,75	2,60	4,55	7,00
1938-1951	2,42	2,205	1,96	4,32	6,80
1951-1964	3,07	3,447	1,22	4,20	6,80
1964-1973	2,98	4,1515	0,92	3,81	6,00
1973-1985	2,36	4,4054	0,68	2,98	4,30
1985-1993	2,15	4,3651	0,63	2,73	3,10

(1): Tasa equivalente anual, estimada con las poblaciones censales según Flórez y Romero (2009); (2): relación calculada con base en las tasas intercensales de natalidad y mortalidad según Flórez y Romero (2009); (3): calculada con la siguiente fórmula: $mt_t = \frac{1}{\left(\frac{1}{p_t} + 1\right)\left(\frac{\nu_t}{\chi_t} - 1\right)}$, siendo p la tasa de crecimiento de la población, ν la tasa de nacimientos y χ la de mortalidad total; (4): calculada así: $\nu_t = \chi_t + \frac{p_t}{1+p_t}$ (para estas fórmulas véase el análisis conducente a la ecuación 16 del texto principal); (5): tasa total de fecundidad según Flórez y Romero (2009).

El gráfico 2 muestra la trayectoria de la elasticidad ϵ . Como ya se dijo, no se basa en estadísticas sino en lo que se requeriría, según el modelo, para dar cuenta de

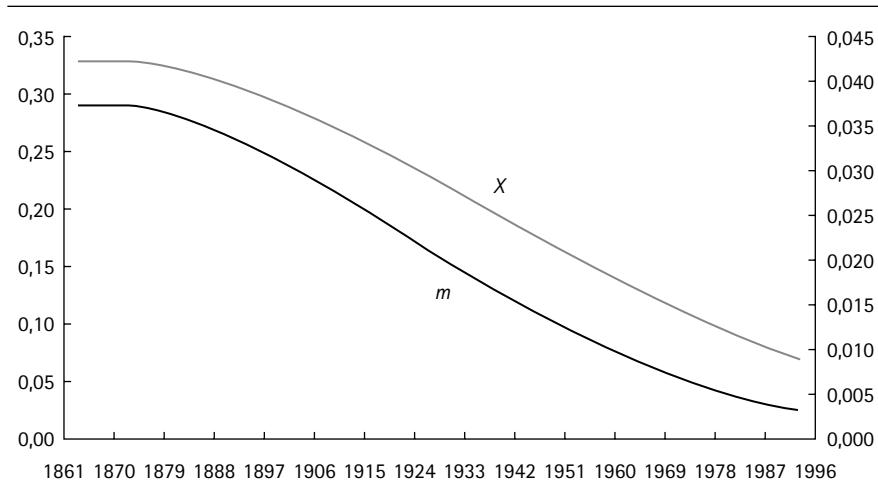
11 Mejía *et al.* (2008), basándose en Flórez y Romero (2009) y en Meisel y Vega (2007), consideran que la reducción de las tasas de mortalidad desde la segunda mitad del siglo xix y durante la primera mitad del xx fue causada principalmente por mejoras en la nutrición y en las condiciones sanitarias.

12 Los niveles y las trayectorias de las tasas del gráfico 1 son aproximadamente similares a los observados, pero con algunas diferencias (compárese lo mostrado en las columnas 3 y 4 del cuadro 3 con las series de los gráficos 1 y 3). Por ejemplo, para 1997 la tasa simulada de mortalidad infantil es prácticamente igual a la observada, pero la simulada de mortalidad total es de 0,9%, ligeramente superior a la observada: 0,6%. Sobre las tasas observadas de mortalidad infantil, mortalidad de adultos y total, de natalidad y de aumento de la población, véanse Flórez y Romero (2009) y las estimaciones contenidas en el anexo estadístico de Posada y Rojas (2008), las cuales están basadas en Flórez (2000), la Comisión Económica para América Latina y el Caribe (Cepal, 2007) y el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).

la evolución del número de hijos por hogar y, por ende, de la tasa de aumento de la población. La trayectoria de esta elasticidad (ϵ) incide también, de manera significativa, en la determinación de la tasa de aumento del capital humano (ecuación 6), pero esta elasticidad se mantuvo constante hasta mediados de los años cuarenta del siglo XX, solo para poder replicar el comportamiento de la tasa de aumento de la población, a riesgo de generar tasas de aumento del capital humano demasiado modestas. El valor inicial de este parámetro se explica por la necesidad de generar estancamiento del capital humano por trabajador durante la época denominada "régimen malthusiano" y hasta 1906.

Algunos de los movimientos exhibidos en los gráficos 1 y 2 podrían derivarse, a su turno, del cambio técnico, pero en todo caso, son los impulsos que exige el modelo para que produzca resultados compatibles, *grosso modo*, con lo que los economistas, demógrafos e historiadores han considerado como los rasgos sobresalientes de las transiciones económica y demográfica.

Gráfico 1. Tasas simuladas de mortalidad infantil (m ; eje izquierdo) y mortalidad total (χ ; eje derecho). 1861-1997



Los gráficos 3 y 4 muestran las respuestas de las principales variables demográficas endógenas (tasas de natalidad, aumento de la población y fertilidad) ante las trayectorias de las variables exógenas, y logran replicar, *grosso modo*,

modo, la transición demográfica. El gráfico 5 compara la tasa de aumento de la población simulada con la observada¹³.

Gráfico 2. Trayectoria simulada del parámetro ϵ . 1861-1997

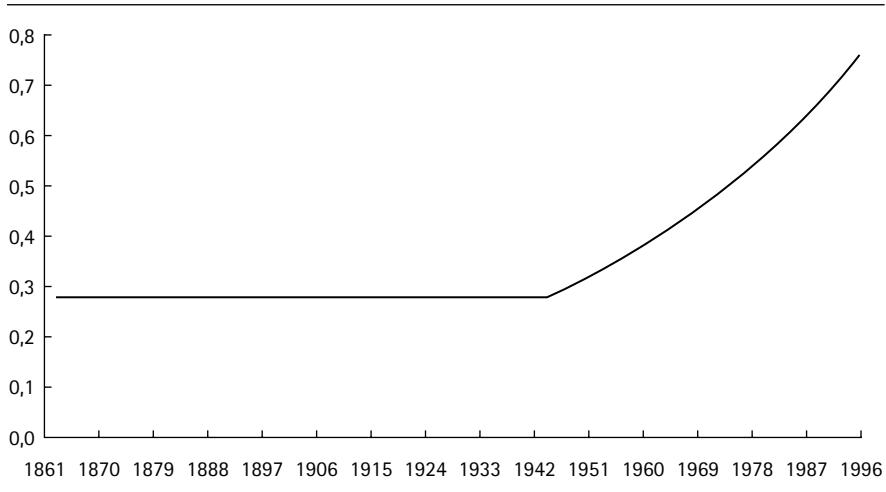
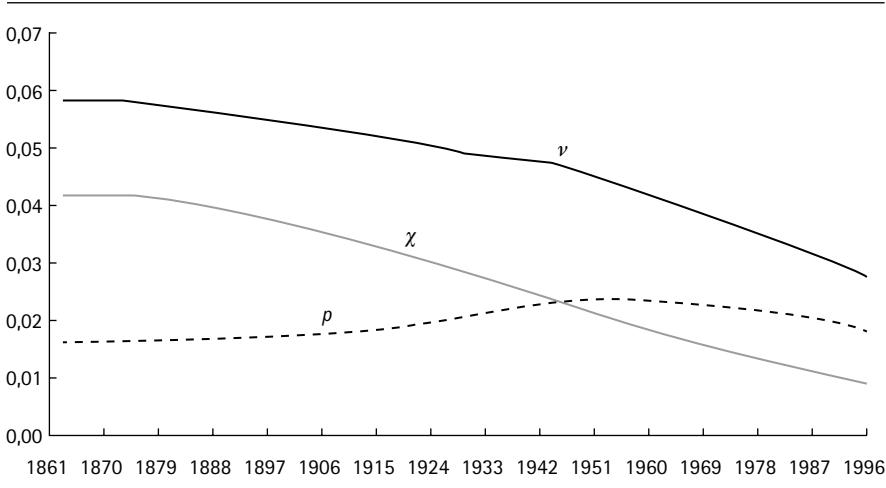


Gráfico 3. Tasas simuladas de natalidad (ν), mortalidad total (χ) y aumento de la población (p) 1861-1997



13 Con el adjetivo "observado" se quiere decir que una variable así calificada fue estimada con base en estadísticas o en indicadores aceptablemente confiables y provenientes de observaciones, así su estimación tuviere alguna subjetividad o errores.

Gráfico 4.

Tasa simulada de fertilidad (2r. hijos por mujer) 1861-1997

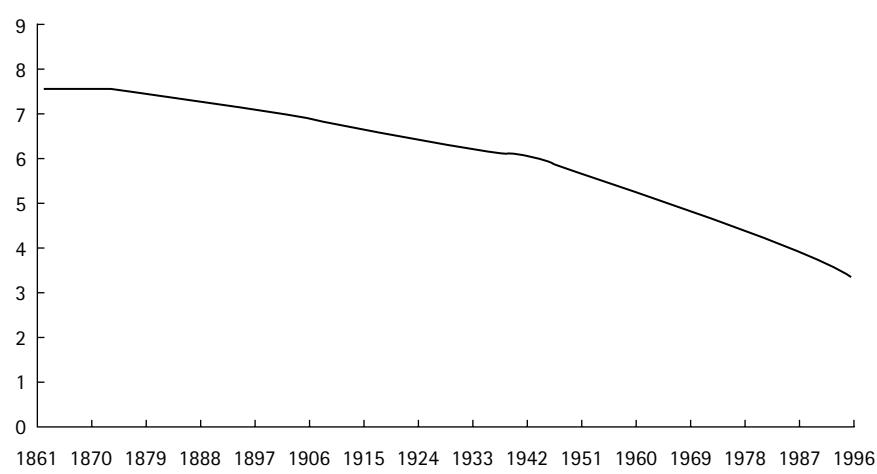


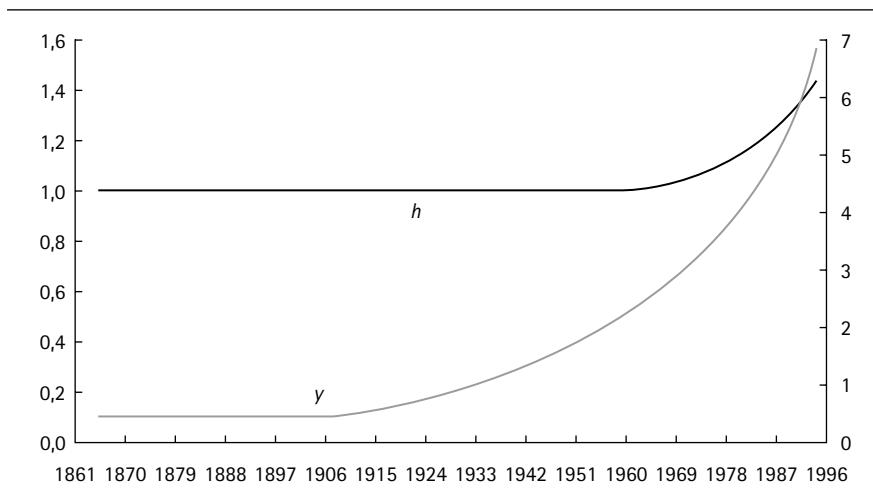
Gráfico 5.

Colombia. Tasa simulada (*s*) y observada (*o*) de aumento de la población (*p*) 1926-1997

En el gráfico 6 se presentan las respuestas de las dos principales variables económicas y endógenas del modelo, el capital humano por trabajador (*h*) y el producto por trabajador (*y*), ante el mencionado impulso del parámetro ϵ . En el caso del producto por trabajador, se supuso también que el parámetro

A de la función de producción (un parámetro de eficiencia laboral) empieza a crecer desde 1906 y que lo hace a una tasa anual de 2,4% (y se supuso que antes de 1906 la economía estaba en un régimen malthusiano). Esto se hizo con el fin de realizar una comparación más equilibrada entre el desempeño del producto simulado por el modelo y el nivel observado del PIB por trabajador y así permitir que la trayectoria del producto por trabajador generada por el modelo tuviese alguna posibilidad de replicar la trayectoria observada del producto por trabajador¹⁴.

Gráfico 6. Trayectoria simuladas del capital humano (h ; eje izquierdo) y del producto por trabajador (y ; eje derecho)



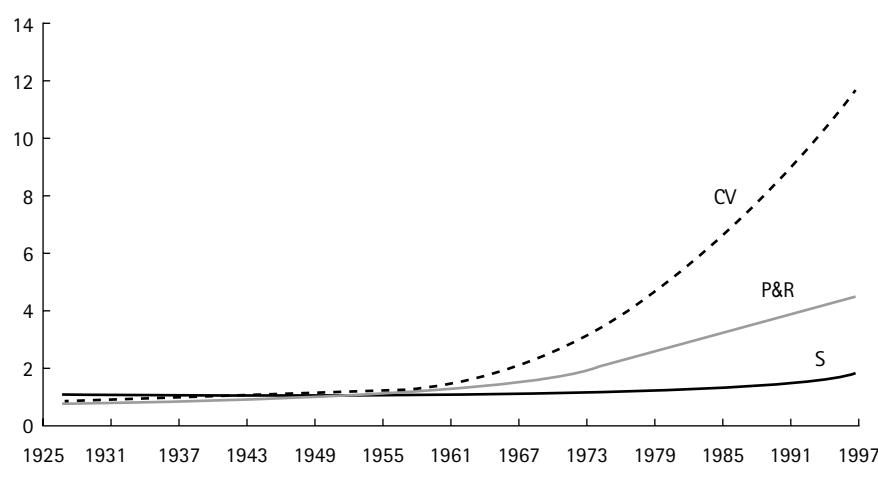
La trayectoria del capital humano simulado por el modelo es excesivamente modesta. El capital humano observado creció mucho más rápido, sobre todo desde 1950, tal como se muestra en el gráfico 7.

El gráfico 7 presenta dos índices de capital humano observado. El primero (CV) se deriva de la estimación de Vargas (2002) de los valores en pesos constantes del acervo que resulta de inversiones en educación; el segundo índice (P&R) se tomó de Posada y Rojas (2008), y fue construido con base en la serie de

14 Se supuso que el factor A crece a una tasa anual de 2,4%, porque con esta cifra (y suponiendo que hubiese sido una única tasa) se minimiza la suma de los errores al cuadrado entre los productos por trabajador estimado y observado en el período 1905-1997.

alumnos matriculados en secundaria con relación a la población total (serie elaborada por Ramírez y Téllez, 2007)¹⁵.

Gráfico 7. Colombia. Índices de capital humano: simulado (S) y observados (CV y P&R). Índices 1950 = 100. 1925-1997



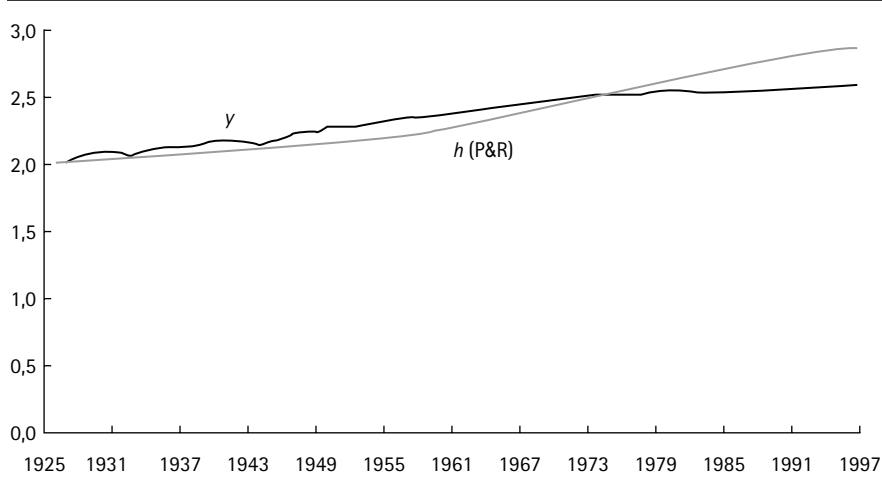
Aun si no se dispusiese del índice CV, se podría decir que el modelo genera una trayectoria del capital humano que lo subestima en el caso colombiano posterior a 1950.

El gráfico 8 muestra para Colombia que entre 1925 y 1997 se cumple una predicción del modelo: las trayectorias temporales del producto y del capital humano por trabajador son ascendentes. Ahora bien, como ya se dijo, se supuso que el factor A de la función de producción del modelo aumenta cada año, de manera permanente y a una tasa constante; esto determina un ascenso de la productividad marginal del capital humano. En contraste con esto, la productividad marginal del capital humano que se puede calcular con las

15 La serie se sometió a una suavización. Los detalles sobre la construcción de los dos índices se encuentran en Vargas (2002) y Posada y Rojas (2008).

series observadas de producto y capital humano por trabajador (incluso con el índice P&R) exhibe una tendencia decreciente entre 1950 y 1997¹⁶.

Gráfico 8. Colombia. Trayectorias observadas del producto y del capital humano por trabajador (escala logarítmica) 1925-1997



Dada la forma de construcción del índice de capital humano (con base en la proporción de matriculados en secundaria, como se mencionó), la caída tendencial de su productividad marginal en la segunda mitad del siglo XX es un resultado que puede ser consistente con el siguiente hallazgo de Urrutia y Ruiz (2010): en la industria manufacturera colombiana los trabajadores, denominados por ellos, "medianamente calificados" crecieron a una tasa media anual de 1,58%, sustancialmente inferior a la tasa de crecimiento

16 La ecuación (4) implica que la productividad teórica marginal del capital es:

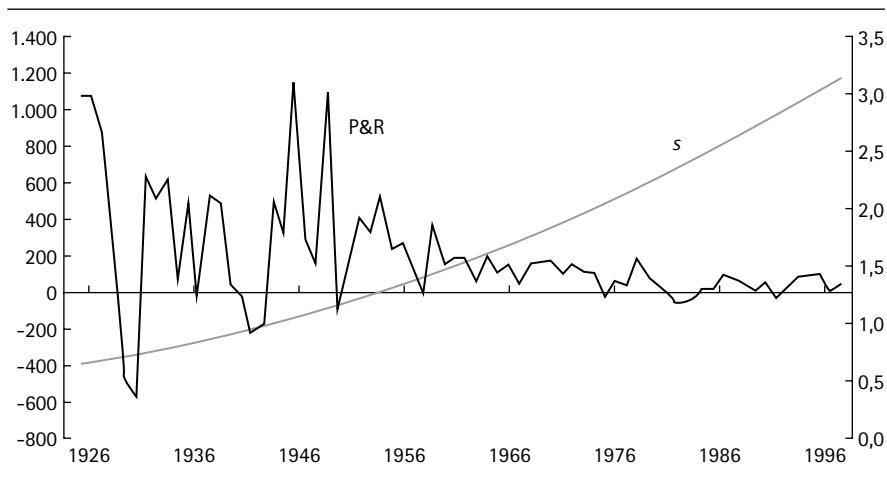
$$\left(\frac{\partial y}{\partial h} \right)_t = \gamma \left(\frac{y}{h} \right)_t .$$

Puesto que γ es menor que uno, la productividad marginal decrece cuando el capital crece, a menos que esté aumentando, como se supuso, el factor A. La productividad marginal observada se calculó así:

$$\left(\frac{dy}{dh} \right)_t = Z_t \left(\frac{y}{h} \right)_t ; \text{ siendo } Z_t \equiv \frac{d \log y}{dt} \approx \frac{y_{t+1} - y_t}{h_{t+1} - h_t} \cdot \left(\frac{h}{y} \right)_t$$

(media anual) de los trabajadores considerados altamente calificados, que fue de 2,39%¹⁷. El hecho de que el salario real haya crecido incluso para trabajadores sin estudios secundarios probablemente se explica por el aumento de sus niveles de experiencia y capacitación en el propio trabajo, y por el aumento de su dotación de capital físico, tres factores ausentes en el modelo.

Gráfico 9. La productividad marginal del capital humano: trayectorias observada (o; índice P&R; eje izquierdo) y simulada (s; eje derecho) 1926-1997



El cuadro 4 compara las observaciones sobre la tasa de crecimiento del PIB real por trabajador con las tasas simuladas por el modelo. Tal como se deduce del cuadro, la simulación es, en términos gruesos, una réplica aceptable de lo observado entre 1800 y 1975, pero inadecuada para explicar la evolución del producto por trabajador durante el último cuarto del siglo xx.

El gráfico 10 muestra de una manera más clara la inadecuación del modelo para explicar la evolución del producto por trabajador durante los últimos veinticinco años del siglo xx¹⁸, un período cuyos niveles de producto por trabajador son sobreestimados, y de manera creciente, por el modelo.

17 Véase el cuadro 4 de Urrutia y Ruiz (2010).

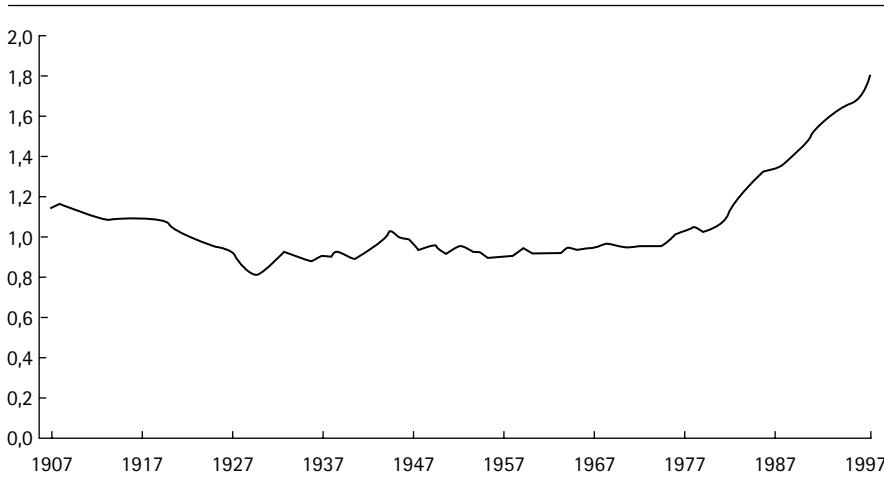
18 La fuente del índice del PIB por trabajador observado es Greco (2002, anexo estadístico [CD], tablas III 1 A y III 2 A; cifras de PIB/PEA, en pesos de 1975).

Cuadro 4. Colombia. Tasa de crecimiento del PIB por trabajador. 1800-1997

Observaciones		Modelo	
1800-1850	0	1860-1869	0
1850-1886	0,005	1870-1885	0
1886-1905	-0,005	1886-1905	0
1905-1924	0,0354	1905-1924	0,024
1925-1950	0,025	1925-1950	0,024
1950-1975	0,0287	1950-1975	0,025
1976-1997	0,0071	1976-1997	0,033

Observaciones: 1800-1905, Kalmanovitz y López (2009, cuadro 4).

1905-1997, Grupo de Estudios del Crecimiento Económico (Greco, 2002, anexo estadístico [CD], tablas III 1 A y III 2 A; cifras de PIB/PEA, en pesos de 1975).

Gráfico 10. Colombia. Relación entre los índices del producto por trabajador simulado y observado (índices 1975 = 100) 1905-1997

III. Conclusiones

Las principales conclusiones que se derivan del modelo y sus simulaciones referidas al caso colombiano son las siguientes.

- 1) En términos generales, el modelo presentado en este documento, basado en el de Lucas (2002), parece útil como guía para describir e interpretar la dinámica de las tasas de natalidad y de aumento de la población, durante el régimen denominado malthusiano y el régimen de crecimiento económico y

transición demográfica. Además, el modelo es útil para ayudar a entender un proceso caracterizado también por aumentos simultáneos en el largo plazo del producto y del capital humano por trabajador, y para establecer la conexión entre este proceso y la transición demográfica. Tal conexión, en resumen, es la siguiente: cierto tipo de cambio técnico (que acrecienta la elasticidad del capital humano futuro con respecto al tiempo de educación presente, ϵ) da origen a la expectativa de mayores ingresos de la siguiente generación, los cuales están asociados a mayores niveles de capital humano; esto conduce a reducir el número de hijos y acrecentar su educación, con lo cual se elevan el capital humano de la siguiente generación y, por ende, sus ingresos. La confirmación de las expectativas conlleva la prolongación de tal tendencia.

- 2) Según el modelo, los costos de crianza y la elasticidad de la tasa de crecimiento del capital humano al tiempo dedicado a la educación (ϵ) son factores determinantes de las tasas de natalidad y de aumento de la población, del nivel educativo de esta y, por este último canal, de la tasa de crecimiento de la economía. Así, por ejemplo, un mayor costo de crianza o una mayor elasticidad de la tasa de acumulación de capital humano al tiempo de educación (esto último, es decir, $\Delta\epsilon$, fue lo que se simuló para la segunda mitad del siglo xx en el caso colombiano) inducen una menor fertilidad, un mayor nivel educativo de los hijos y, permaneciendo lo demás constante, una menor tasa de aumento de la población y, posteriormente, una mayor tasa de crecimiento de la economía¹⁹.
- 3) En el modelo presentado en este documento (y utilizado para los cálculos y simulaciones), las tasas de mortalidad infantil y total son tratadas como variables exógenas (quizás causadas, a su vez, por un cambio técnico exógeno no incorporado en el modelo teórico); por ello, desempeñan un papel explicativo en los cambios de las tasas de fertilidad y natalidad y, por tanto, en la dinámica del crecimiento de la población.

19 Estas conclusiones son, obviamente, hipotéticas o condicionales a lo que implica y genera el modelo teórico. Un ejercicio económétrico de Mejía *et al.* (2008) para el caso colombiano, durante el período 1955-2005, tiene una conclusión en contra de la hipótesis de endogeneidad de la tasa de fertilidad expuesta acá. El ejercicio consistió en la estimación de un modelo VEC (cointegración de largo plazo y mecanismo de corrección de error), cuyas variables son: tasa de fertilidad, una proxy de capital humano, PIB real per cápita y tasa de mortalidad infantil; con este ejercicio los autores encontraron evidencia contraria a una de estas conclusiones, a saber: evidencia de que la tasa de fertilidad se comportó como una variable exógena. En cambio, un ejercicio similar de los autores para el período 1905-1945 encontró que la tasa de fertilidad exhibió la propiedad de endogeneidad: choques (exógenos) del PIB per cápita generaron respuestas positivas de la tasa de fertilidad.

- 4) Por ende, la transición demográfica (el movimiento de la tasa de aumento de la población, primero al alza y después a la baja) en Colombia es explicable con el modelo de Lucas (2002), si se impone de manera exógena cierta evolución sencilla (continua y sin vaivenes) de las tasas de mortalidad y, a partir de un momento dado, un aumento continuo y monótono de la elasticidad de la tasa de crecimiento del capital humano a la fracción de la jornada social de trabajo dedicada a la educación (ϵ).
- 5) A finales del siglo xix Colombia abandonó el régimen malthusiano (el régimen en el cual el nivel medio del producto por trabajador permanece estancado y la tasa de aumento de la población es baja). Su tránsito al régimen de crecimiento sostenido, su revolución industrial, se produjo entre fines del siglo xix (con una interrupción asociada a convulsiones económicas, políticas, crisis externa y guerra civil) y los años treinta del siglo xx. En este tránsito la tasa de crecimiento de la población aumentó. La coyuntura de giro de la tasa de aumento de la población desde tasas crecientes a tasas decrecientes y la aceleración del avance de los niveles y coberturas de educación se presentaron unos veinte años después de finalizada la revolución industrial en Colombia. El caso colombiano es típico al respecto: primero despegó la economía y después se presentan el giro demográfico y la aceleración del proceso educativo.
- 6) El modelo teórico predice que las caídas de las tasas de natalidad y de aumento de la población y el incremento del capital humano tienen una causa común, y que aquellas caídas se deberían observar varios años antes del incremento del capital humano. En el caso colombiano ambos movimientos se iniciaron al mismo tiempo; después, a partir de la segunda mitad de los años setenta del siglo xx, se desaceleró la tasa de aumento del capital humano, pero las caídas de las tasas de natalidad y de expansión poblacional han proseguido.
- 7) Del contraste entre los desempeños simulados y observados del producto y del capital humano por trabajador, se hacen evidentes dos "anomalías" adicionales a las consignadas en el numeral anterior, y quizás más importantes: a) el movimiento tendencial de la productividad marginal del capital humano predicho por el modelo (cuando se impone un aumento exógeno del parámetro A , indicativo de un cambio técnico o aumento exógeno de la eficiencia laboral), para el caso colombiano del siglo xx, es un ascenso continuo; en cambio, el movimiento tendencial observado en la segunda mitad del siglo

pasado es decreciente; b) con posterioridad a 1975 la velocidad observada del aumento del producto por trabajador ha sido significativamente inferior a la predicha por el modelo, a pesar de que el ritmo de aumento del capital humano generado por el modelo ha sido inferior al observado. Estas dos anomalías probablemente se podrían explicar por varios factores, entre los cuales estarían, quizás, los siguientes: imperfecciones de la estimación del capital humano observado que cada vez adquieran mayor significación; pérdidas de calidad del proceso educativo²⁰; y reducciones de la tasa de crecimiento observada de la eficiencia laboral en el período 1960-1997, por causas ajenas a la calidad y disponibilidad del capital humano²¹. Un examen minucioso de estas posibilidades contribuiría a un mejor y más profundo entendimiento de los temas referidos al crecimiento económico, al avance del capital humano y a la evolución demográfica en Colombia.

Referencias

1. BARRO, R. y BECKER, G. (1989). "Fertility choice in a model of economic growth", *Econometrica*, 57:481-501.
2. BECKER, G. (1960). "An economic analysis of fertility", en *Demographic and economic changes in developed countries* (pp. 209-231). Universities-NBER Conference Series 11.
3. BECKER, G. (1964). *Human capital*. Columbia University Press.
4. BECKER, G. y BARRO, R. (1988). "A reformulation of the theory of fertility", *Quarterly Journal of Economics*, 103:1-25.
5. BECKER, G. y LEWIS, H. G. (1973). "On the interaction between the quantity and the quality of children", *Journal of Political Economy*, 81:S279-S288.

20 Urrutia (1998) sugirió problemas de baja calidad de la educación en Colombia, en comparación con países del este asiático.

21 ¿Por qué se contempla esta tercera posibilidad? A partir de 1959 se inició un ascenso prácticamente continuo de la relación entre el producto por trabajador predicho por el modelo y el observado (gráfico 10).

6. BECKER, G., MURPHY, K. y TAMURA, R. (1990). "Human capital, fertility, and economic growth", *Journal of Political Economy*, 98:S12-38.
7. COMISIÓN ECONÓMICA PARA AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE (CEPAL) (2007). *Anuario estadístico de América Latina y el Caribe*. División de Estadística y Proyecciones Económicas.
8. DOEPKE, M. (2004). "Accounting for fertility decline during the transition to growth", *Journal of Economic Growth*, 9:347-383.
9. DOEPKE, M. (2006). "Growth takeoffs", en *New Palgrave dictionary of economics* (2nd ed.). Londres: W. W. Norton & Co.
10. EHRLICH, I. y KIM, J. (2005). Endogenous fertility, mortality and economic growth: Can a Malthusian framework account for the conflicting historical trends in population? (Working Paper 11590). National Bureau of Economic Research (NBER).
11. EHRLICH, I. y LUI, F. (1991). "Intergenerational trade, longevity, intra-family transfers and economic growth", *Journal of Political Economy*, 99:1029-1059.
12. FERNÁNDEZ-VILLAVERDE, J. (2001). "Was Malthus right? Economic growth and population dynamics", University of Pennsylvania. Disponible en <http://www.econ.upenn.edu/~jesusfv/pennversion.pdf>.
13. FLÓREZ, C. E. (2000). *Las transformaciones sociodemográficas en Colombia durante el siglo xx*. Bogotá: Banco de la República-Tercer Mundo Editores.
14. FLÓREZ, C. E. y ROMERO, O. L. (2009). "La demografía de Colombia en el siglo xix", en A. Meisel y M. T. Ramírez (eds.), *La economía colombiana en el siglo xix*. Bogotá: Banco de la República-Fondo de Cultura Económica.
15. GALOR, O. (2005). "From stagnation to growth: Unified growth theory", en P. Aghion y S. Durlauf (eds.), *Handbook of Economic Growth* (pp. 171-293). Elsevier North-Holland.
16. GALOR, O. y MOAV, O. (2002). "Natural selection and the origin of economic growth", *Quarterly Journal of Economics*, 117:1133-1191.

17. GALOR, O. y WEIL, D. (1999). "From the Malthusian regime to modern growth", *American Economic Review*, 89:150-154.
18. GALOR, O. y WEIL, D. (2000). "Population, technology, and growth: From the Malthusian regime to the demographic transition and beyond", *American Economic Review*, 90:806-828.
19. GRUPO DE ESTUDIOS DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO (GRECO) (2002). *El crecimiento económico colombiano en el siglo xx*. Bogotá: Banco de la República-Fondo de Cultura Económica.
20. HANSEN, G. y PRESCOTT, E. (2002). "Malthus to Solow", *American Economic Review*, 92:1205-1217.
21. JONES, C. (2001). "Was an industrial revolution inevitable? Economic growth over the very long-run", *Advances in Macroeconomics*, 2, artículo 1.
22. KALEMLI-OZCAN, S., RYDER, H. E. y WEIL, D. (1998). "Mortality decline, human capital investment, and economic growth", *Journal of Development Economics*, 62:1-23.
23. KALMANOVITZ, S. (2008). "Constituciones y desarrollo económico en la Colombia del siglo xix", *Revista de Historia Económica*, 26:11-60.
24. KALMANOVITZ, S. y LÓPEZ, E. (2009). *Las cuentas nacionales de Colombia en el siglo xix*. Bogotá: Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano.
25. LÓPEZ, Á. (1976). "Migración y cambio social en Antioquia durante el siglo xix", artículo reproducido en *Ensayos sobre demografía y economía* (cap. 3). Bogotá: Banco de la República, 1991.
26. LUCAS, R. E. (2002). "The industrial revolution: Past and future", versión inicial de 1998, publicada como capítulo 5 de *Lectures on economic growth*, Harvard University Press.
27. MEISEL, A. y VEGA, M. (2007). "La estatura de los colombianos: un ensayo de antropometría histórica: 1905-2003", en J. Robinson y M. Urrutia (eds.), *Economía colombiana del siglo xx: un análisis cuantitativo*. Bogotá: Banco de la República-Fondo de Cultura Económica.

28. MEJÍA, D., RAMÍREZ, M. T. y TAMAYO, J. A. (2008). The demographic transition in Colombia: Theory and evidence (Borradores de Economía 538). Banco de la República.
29. NELSON, R. y PHELPS, E. (1966). "Investment in humans, technological diffusion, and economic growth", *American Economic Review*, 56(1/2):69-75.
30. OSPINA, L. (1954). *Industria y protección en Colombia. 1810-1930* (2^a ed.). Medellín: La Carreta.
31. POSADA, C. E. y ROJAS, A. (2008). El crecimiento económico colombiano: datos nuevos y modelos viejos para interpretar el período 1925-2000 (Borradores de Economía 480). Banco de la República.
32. RAMÍREZ, M. T. y TÉLLEZ, J. (2007). "La educación primaria y secundaria en Colombia en el siglo xx", en J. Robinson y M. Urrutia (eds.), *Economía colombiana del siglo xx: un análisis cuantitativo*. Bogotá: Banco de la República-Fondo de Cultura Económica.
33. RAZIN, A. (1972). "Optimum investment in human capital", *Review of Economic Studies*, 39:455-460.
34. RAZIN, A. y BEN-ZION, U. (1975). "An intergenerational model of population growth", *American Economic Review*, 65:923-933.
35. RICARDO, D. (1959). *Principios de economía política y tributación* (3^a ed.). México: Fondo de Cultura Económica.
36. URRUTIA, M. (1998). "Comparaciones entre la política educativa en Asia y América Latina", *Desarrollo y Sociedad*, 41.
37. URRUTIA, M. y RUÍZ, M. (2010). "Ciento setenta años de salarios reales en Colombia", *Ensayos sobre Política Económica*, 28:154-189.
38. VARGAS, C. (2002). *Educación y crecimiento en Colombia: una comprobación empírica*. Tesis de maestría en Economía, Universidad Nacional de Colombia.

