



Psicologia: Reflexão e Crítica

ISSN: 0102-7972

prcrev@ufrgs.br

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Brasil

Correa, Jane; Moura, Maria Lucia Seidl de
A solução de problemas de adição e subtração por cálculo mental
Psicologia: Reflexão e Crítica, vol. 10, núm. 1, 1997, p. 0
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Porto Alegre, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=18810106>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica
Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal
Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

A solução de problemas de adição e subtração por cálculo mental¹

Jane Correa²

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Maria Lucia Seidl de Moura³

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Resumo

Cálculo mental como tipo de raciocínio tem recebido pouca atenção no currículo escolar, entretanto sua investigação tem-se mostrado relevante para a compreensão de processos cognitivos específicos e aplicação em educação matemática. As estratégias nele utilizadas tomam a forma do que Vergnaud (1985) denominou de *teoremas em ação*, com a compreensão implícita de propriedades lógico-matemáticas. Estratégias de cálculo mental usadas por crianças de 1^a a 4^a série de escolas públicas e particulares (N = 160) para solucionar problemas simples de adição e subtração foram investigadas. Os resultados confirmam evidências do emprego de estratégias múltiplas de cálculo não ensinadas pela escola, ficando evidenciadas as características holísticas, flexíveis e ativas do cálculo mental. Além de contribuir para a melhor compreensão da construção inicial do conhecimento matemático, os resultados deste estudo podem ter aplicações educacionais.

Palavras-chave: adição, subtração, cálculo mental

Solutions of addition and subtraction word problems by mental calculation

Abstract

Mental Calculation receives no special attention in school curricula and it has been often reduced to rote memorization. Nevertheless its study has shown relevance to the comprehension of specific cognitive processes with direct implications for mathematical education. Strategies used take form of *theorems in action* (Vergnaud, 1985). This study investigated the strategies of mental calculation used by a sample of 160 elementary school children from first to fourth grade in public and private schools. The results confirmed the use of multiple strategies in addition and subtraction problems. The holistic, flexible and active nature of mental calculation was also evident. This study contributed to a better understanding of children's construction of mathematical knowledge. The results are also discussed with respect to educational applications.

Key-words: Addition, subtraction, mental calculation.

PSICOLOGÍA REFLEXAO E CRÍTICA

De maneira geral, o cálculo mental recebe muito pouca atenção no currículo escolar, sendo reduzido à memorização mecânica de fatos numéricos sem que sejam levadas em conta as estratégias nele envolvidas. No entanto, o estudo das estratégias usadas por crianças para resolver cálculos mentalmente é relevante não só para educação matemática, mas também para a compreensão de processos cognitivos específicos. Esta linha de investigação se integra a tendências recentes na psicologia do desenvolvimento cognitivo, em que ênfase especial é dada aos processos ou estratégias usadas em situações específicas de solução de problemas, especialmente em situações práticas ou do cotidiano.

As experiências de crianças em matemática no seu dia a dia parecem diferir de suas experiências no contexto escolar. A escola enfatiza ou prioriza o modo escrito de resolução de problemas matemáticos. Procedimentos orais são raramente considerados, seja no ensino ou na avaliação. O que predomina são algoritmos escritos. Em contraste, em situações práticas, no cotidiano infantil, prevalecem muitas vezes estratégias diferentes desses algoritmos ensinados.

Vários autores têm investigado estratégias utilizadas na solução de problemas matemáticos. Groen e Resnick (1977), por exemplo, mostraram que crianças desenvolvem estratégias para resolver problemas aritméticos que se mostram mais eficientes e rápidas, muitas vezes, do que aquelas que lhes são sistematicamente transmitidas.

Reed e Lave (1981) classificaram as estratégias usadas na solução de problemas aritméticos em dois tipos: aquelas em que predomina a manipulação de quantidades como observado nas estratégias informais de cálculo; e aquelas em que o processo dominante é a manipulação simbólica, como no uso de algoritmos escritos.

Tais autores, investigando a compreensão de operações aritméticas entre alfaiates liberianos com e sem escolaridade, observaram que os erros de cálculo mais grosseiros são encontrados mais freqüentemente entre os alfaiates que optaram pelo uso do algoritmo formal para a realização dos cálculos. Embora para o cotidiano escolar, pequenos ou grandes erros de cálculo sejam de mesma monta, na vida diária suas conseqüências têm implicações diferentes. Erros grosseiros de medida em uma roupa acarretariam enorme prejuízo ao alfaiate. Evidências apresentadas neste estudo argumentam em favor da idéia de que as estratégias informais de cálculo não implicam necessariamente num entendimento menos genérico que aquele adquirido através da formalização escolar.

Carraher, Carraher e Schliemann (1988), em um de seus vários estudos nessa área, analisaram os procedimentos formais e informais de cálculo em crianças brasileiras. Concluíram que ambos têm como base o mesmo tipo de raciocínio lógico-matemático. Desta forma, os procedimentos usados em situações cotidianas, embora diferentes dos algoritmos ensinados pela escola, compartilham com estes os mesmos invariantes, como as propriedades associativa, comutativa e distributiva. Essas propriedades são conhecidas implicitamente pelas crianças e usadas como *teoremas em ação*, um conceito introduzido por Vergnaud (1985) para descrever esse tipo de compreensão que não podendo ser expresso diretamente ou explicado pelas crianças, pode, no entanto, ser inferido através de suas atividades.

Estratégias infantis para a solução de problemas de adição e subtração foram investigadas em estudo longitudinal realizado por Carpenter e Moser (1984) com crianças do 1º ao 3º ano escolar. Salvo as especificidades de cada uma das operações, foram descritas as seguintes estratégias usadas pelas crianças para a solução dos problemas: a) estratégias baseadas na modelagem direta dos problemas usando dedos, objetos, etc.; b) estratégias em que foi

PSICOLOGÍA REFLEXAO E CRÍTICA

usada contagem valendo-se de sequência numérica; e c) uso de fatos numéricos. As crianças mais novas tendiam a resolver os problemas por modelagem direta com uso de objetos concretos. Com o tempo, estas estratégias eram gradualmente substituídas por formas sofisticadas de estratégias de contagem e uso de fatos numéricos.

Outros estudos apontam, também, para a diversidade de estratégias intuitivas usadas pela criança para resolver adições e subtrações. Siegler e Crowley (1991) discutem experimento anterior conduzido por Siegler e Jenkins (1989). Neste experimento, os resultados evidenciaram que existe uma alta variabilidade no uso de estratégias de cálculo pelas crianças. Não apenas estratégias diferentes foram observadas entre os sujeitos, mas a mesma criança podia usar estratégias variadas nos diversos problemas. Foram identificadas, neste estudo, para problemas de adição e subtração, as seguintes estratégias de cálculo: soma, recuperação de fatos numéricos memorizados previamente, soma abreviada, contagem pelos dedos, contagem a partir do valor da primeira parcela e estimativa.

No Brasil, Carraher e Schliemann (1983) estudaram as estratégias empregadas por crianças de primeira série de escolas públicas e particulares de Recife na solução de adições e subtrações. Uma alta incidência da estratégia de contagem foi observada. O uso de algoritmos ensinados pela escola se mostrou limitado e associado a uma proporção alta de respostas erradas, especialmente no caso de subtração.

Carraher, Carraher e Schliemann (1988), trabalhando com crianças mais velhas (8 a 13 anos) que cursavam a 3a. série de duas escolas públicas do Recife, identificaram duas heurísticas principais ao analisarem os procedimentos informais de cálculo usados pelas crianças : decomposição e agrupamento repetido. Decomposição envolve a separação de quantidades em unidades menores para obter o resultado final. Tal heurística foi observada, neste estudo, tanto para a adição quanto para a subtração. O agrupamento repetido se mostra como procedimento adequado à solução de multiplicações e divisões. Na multiplicação procede-se à realização de somas sucessivas e na divisão, por subtrações sucessivas. Apesar da diferença em termos das operações aritméticas em que são empregadas, tanto a decomposição quanto o agrupamento repetido compartilham a característica da presença da manipulação de quantidades iniciais e produção de subtotais mais convenientes para o cálculo.

Em síntese, os estudos anteriores parecem corroborar a hipótese de emprego de estratégias múltiplas mesmo em problemas simples que envolvem adições e subtrações. São indicadores da diversidade dos procedimentos informais, construídos de maneira paralela ou independente às tentativas de ensino sistemático de algoritmos pela escola.

O presente estudo tenta dar continuidade aos anteriores aqui discutidos e, especialmente, à investigação de Carraher, Carraher e Schliemann (1983) com uma amostra mais ampla em termos de idade cronológica e séries escolares. Procura-se, então, estudar o emprego de estratégias de cálculo em crianças de primeira à quarta séries do primeiro grau na solução de adições e subtrações, investigando o uso de múltiplas estratégias na solução destas operações.

Método

Participaram do estudo um grupo de 160 crianças de ambos os sexos, selecionadas equitativamente de acordo com série escolar (1ª a 4ª) e tipo de escola (pública e particular). Vinte crianças de cada série escolar foram selecionadas em cada tipo de escola. Cada criança foi entrevistada individualmente, sendo pedido que resolvesse um total de 10 problemas simples de adição e subtração. Todos os problemas apresentavam o mesmo formato verbal e envolviam o cálculo de somas e subtrações com basicamente um ou dois dígitos. No caso da

PSICOLOGÍA REFLEXAO E CRÍTICA

adição o problema apresentado era do tipo: "se você tiver x cruzeiros e ganhar mais y , com quantos cruzeiros você vai ficar?" Para a subtração o tipo de problema apresentado era: "Se você tiver x cruzeiros e gastar y , com quantos cruzeiros você vai ficar?" Em primeiro lugar solicitava-se a solução oral. Depois da resposta pela criança, buscava-se sua explicação da estratégia usada. Finalmente, em cada um dos problemas, pedia-se a solução escrita. Esta ordem fixa de entrevista foi utilizada em razão dos resultados do estudo piloto que mostraram que a resolução escrita influencia o relato da solução oral quando o antecede e não vice-versa. As sessões foram conduzidas nas escolas das crianças e tinham a duração média de uma hora, sendo gravadas em áudio e posteriormente transcritas.

Análise dos Resultados

Estratégias Identificadas

Três grupos principais de estratégias de cálculo mental, obtidos através da solução oral dos problemas pelas crianças, foram identificados: *contagem*, *composição* e *decomposição*. Além destas, uma quarta estratégia foi denominada *variação de resultados*. Os resultados obtidos através da estratégia de recuperação de memória (ou uso de resultados previamente memorizados) e da simples menção de resposta sem qualquer justificativa ou explicação também foram observados em nossa amostra. Algumas vezes o conhecimento prévio era empregado em parte do processo, combinado com outra estratégia.

Somente quatro grupos de estratégias (contagem, composição, decomposição e variação de resultados) serão descritos, porque os dois últimos procedimentos mencionados (uso de conhecimento prévio e respostas sem justificativa) podem ser considerados como estratégias de dar uma resposta mais do que de resolução de cálculos. Os primeiros três grupos têm sido discutidos na literatura, mas os resultados deste estudo permitiram uma maior diferenciação na descrição destas mesmas estratégias.

Contagem

A contagem foi observada com ou sem a utilização de recursos externos como os dedos. Dois níveis de contagem foram identificados. Em nível mais elaborado, o da representação mental, em que recursos externos não são usados e a sequência de números empregada segue um padrão previamente estabelecido. A estratégia de contagem foi observada tanto para a adição quanto para a subtração, conforme descrição que se segue.

Na adição:

Duas formas de contagem foram observadas no primeiro nível e uma em nível mais sofisticado na solução de adições. São elas:

- a) representação de unidades de cada uma das parcelas por meio dos dedos e contagem, em seguida, do número total de unidades.
- b) contagem do valor de uma das parcelas a partir do valor da outra (ou a partir do valor da maior parcela) até atingir o total.

Adriano (1ª série)- [17+15]- "*Eu contei nos dedos, 17...18, 19 ,20, 21, 22, 23, 24, 25 ,26, 27, 28, 29, 30, 31 ,32.*"

- c) contagem crescente a partir do valor de uma das parcelas até atingir o total, utilizando como padrão valores iguais ou maiores a duas (2) unidades.

PSICOLOGÍA REFLEXAO E CRÍTICA

José (2ª. série)- [36+74]- *"70,80,90,100. Aí 6 com 4 dá 10. Fui contando de 10 em 10 e depois o que sobrou fui juntando de 1 em 1."*

Na subtração:

Cinco formas de contagem foram observadas: três utilizando recursos externos (contagem pelos dedos) e duas em nível mais elaborado.

a) representação do valor do minuendo pelos dedos, eliminação da quantidade a ser subtraída e contagem, em seguida, das unidades restantes.

b) contagem , a partir do subtraendo, até atingir o minuendo e notação, pelos dedos, do número de unidades contadas.

c) contagem regressiva, isto é, retirada do valor do minuendo, uma a uma, das unidades correspondentes ao valor do subtraendo, chegando, assim, ao resto.

d) contagem crescente a partir do subtraendo, utilizando como padrão valores iguais ou maiores a duas (2) unidades, até a aproximação máxima do minuendo, sendo acrescentadas, então, as unidades restantes, caso necessário.

José (2ª. Série)-[200-38]- *"38 para 40 faltam 2. Aí eu vou de 10 em 10: 50, 60, 70, 80, 90, 100. (Vai acompanhando esta contagem pelos dedos). São 6. Com 100 que eu tinha separado, dá 160, com os outros 2..."*

e) contagem decrescente a partir do minuendo, utilizando como padrão valores iguais ou maiores a (2) duas unidades.

Leonardo (2ª. Série) - [200-38] *"De 200 eu tirei 10, deu 190, menos 10, 180, menos 10, 170... Fui tirando 1 de 170, deu 169, mais 1, 168, mais 1, 167, mais 1, 166, mais 1, 165, mais 1, 164, mais 1, 163, mais 1, 162."*

Para que estas formas mais elaboradas de contagem ocorram é necessário haver uma decomposição implícita dos valores dos termos tomados como referência para a escolha do valor padrão usado para a constituição da seqüência. As crianças também realizam nestes casos um processo de dupla contagem. A exemplo de José, as crianças, ao mesmo tempo em que vão adicionando e subtraindo unidades aos valores originais de cálculo, vão acompanhando com os dedos ou mentalmente o número de unidades adicionadas.

Composição

Trata-se de, a partir de um dos valores dados no problema, ir juntando sucessivamente certas quantidades de forma a chegar à solução. A semelhança da heurística de agrupamento repetido, a criança vai adicionando sucessivamente componentes mais simples aos seus cálculos até obter o resultado final. Entretanto, diferentemente do observado no estudo de Carraher, Carraher e Schliemann (1988), onde a heurística do agrupamento repetido era utilizada somente para as operações de multiplicação e divisão, a estratégia da composição foi observada, em nossa amostra, em problemas que envolviam o emprego da subtração, conforme descrição que se segue.

a) soma de unidades ao subtraendo de modo a obter inicialmente um valor mais próximo que seja igual a 5, 10 ou seus múltiplos. Segue, então, a este resultado soma sucessiva de valores de forma alcançar o valor do minuendo. A soma dos valores sucessivamente acrescentados corresponde ao resultado final. Os valores 5, 10 ou seus múltiplos são utilizados, também, nos subtotais.

PSICOLOGÍA REFLEXÃO E CRÍTICA

Carlos (3ª série)- [52-38] *"38, eu coloquei mais 2, deu 40. Ai 40 mais 10, 50, mais 2, deu 52, ai deu 14."*

b) soma de determinado valor ao subtraendo de modo a obter aproximação máxima do minuendo, acrescentando, então, as unidades restantes até a obtenção do valor do minuendo. Como na descrição anterior, a soma dos valores sucessivamente acrescidos corresponde ao resultado final.

Leonardo (2ª série)- [52-38] *"Eu fiz 38 mais 10, deu 48, mais 1, 49, mais 1, 50, mais 1, 51, mais 1, 52, ai deu 14."*

c) duplica-se o subtraendo de modo a obter a aproximação máxima do minuendo. A seguir soma-se as unidades restantes a este subtotal de modo a obter exatamente o valor do minuendo. Para a obtenção do resultado final do cálculo, soma-se ao valor duplicado as unidades acrescentadas.

Rodrigo (4ª série)- [36-14] *"14 mais 14, 28. Bom, ai 29,30,31,32,33,34,35,36. Ai 14 mais 8, 15,16,117,18,19,20,21,22. Dá 22."*

Decomposição

Transformação do(s) termo(s) da soma ou subtração por sua decomposição em números que facilitem a operação. Neste caso, a exemplo do que foi observado no estudo de Carraher, Carraher e Schliemann (1988), a decomposição foi uma estratégia observada tanto em casos de adição como de subtração.

Na adição:

a) Separação de cada parcela em suas dezenas e unidades. Soma das dezenas e das unidades separadamente com soma posterior destes dois subtotais para obtenção do resultado final. Como uma variante deste procedimento, observa-se, ainda, a separação das parcelas em suas dezenas e unidades visando a adicionar primeiramente suas dezenas, acrescentando a este subtotal sucessivamente os valores das unidades de cada parcela.

Leonardo (2ª série)- [13+12] *"Fiz 10 mais 10, deu 20, mais 3, 23, mais 2, deu 25."*

b) Soma de uma das parcelas ou do algarismo de suas unidades, ou de seus valores decompostos (em forma de uma soma de parcelas conhecidas) com o valor integral ou valores decompostos da outra parcela (também em forma de uma soma de parcelas conhecidas). Geralmente, esta decomposição visa a obter 5, 10 ou seus múltiplos ou a duplicação de determinado valor em seus subtotais.

Carlos (3ª série)- [36+74] *"Somei 74 mais 6, 80, mais 30, 120."*

Gisela (1ª série) [18+7]. *"Eu tinha 18, tirei 10 fora, fiquei com 8 mais 7. Ai eu juntei, tirei 2 do 7 e 3 do 8. Ai fiquei com 5, mais 20 e deu 25"*.

Na subtração:

A estratégia de decomposição apresenta mais variações nos problemas de subtração. Cinco diferentes formas de decomposição puderam ser observadas.

a) Subtração do minuendo sucessivamente de partes decompostas do subtraendo (em suas dezenas e unidades ou numa soma de parcelas conhecidas) de forma a obter muitas vezes

PSICOLOGÍA REFLEXAO E CRÍTICA

valores de 5, 10 ou seus múltiplos nos subtotais.

Marcos (3ª série)- [23-5] *"Eu dividi o 5 em duas partes. Ele pode ser dividido em duas partes (...) o 5 eu dividi em 2 e 3, né? Então era 23, eu matei 3, deu 20, 20 menos 2, 18."*

André (3ª série)- [36-14] - *"Eu tirei 4 de 36, fiquei com 32. Tirei mais 10, fiquei com 22."*

b) Separação do minuendo em partes, cada uma delas de valor 5, 10 ou seus múltiplos. Retirar (subtrair) da parte múltipla de 5 ou de 10 o subtraendo (ou sucessivamente suas partes decompostas) e adicionar este subtotal com o restante (parte não múltipla do valor padrão utilizado) do minuendo.

Natacha (4ª série)- [52-38] *"2 não pode tirar 8, então pega 1 do 5. Ai fica 12, ai 10 menos 8, dá 2 com mais 2, dá 4. E 4 menos 3, dá 1."*

c) Decomposição do minuendo a partir do valor do subtraendo, em uma soma com parcelas conhecidas. Delas é cancelado o valor do subtraendo e o resultado é dado pela soma das partes restantes.

Salim (3ª série)- [52-38] *"Essa conta eu faço o seguinte acaso: 12-8. Ai eu faço assim: 8 mais 2, eu pego 8 mais 2, mais 2, né (...) É isso, 8 corta com 8 (...)?"* [Salim de compõe o 12 em uma soma a partir do valor do subtraendo: $12=8+2+2$]

d) Decomposição do minuendo em agrupamentos repetidos acrescido, se for o caso, de uma parte restante (não múltipla do valor escolhido). Da parte múltipla é retirada a quantidade referente ao subtraendo. A este subtotal são adicionadas as unidades restantes da decomposição do minuendo.

Simone (1ª série)- [9-3] *"6(...) porque 3 vezes o 3 é 9 ai, ai que tinha 3 vezes 3. Ela comeu três e me deu o resto, então ela me deu 6."*

e) Separação do minuendo e do subtraendo em suas dezenas e unidades, subtração das dezenas e das unidades separadamente e posterior soma dos dois subtotais para obtenção do resultado final.

Gisele (1ª série)- [36-14] *"Dá 22. Eu tirei dos 6 os 4, ai deu 2. Ai depois eu juntei os 20 que ficou e depois juntei mais 2, ficou 22"*.

Variação dos Resultados

Esta estratégia envolve a exploração, ainda que intuitiva, das relações fundamentais entre os termos da operação em jogo. Foi observada principalmente nos problemas de subtração e consiste na soma de unidades ao subtraendo de forma a igualá-lo a dez ou seus múltiplos, conforme o mais próximo, ou obter um valor pertencente a um cálculo já conhecido. A seguir, diminui-se do minuendo este novo valor, acrescentando, em seguida, ao resultado, as unidades que foram acrescentadas ao subtraendo.

André (3ª série)- [200-38] *"Tiro 100. Separei 100 e outro 100 aqui. 100 menos 38, o outro 100 tá aqui guardadinho. 100 menos 38 (...) 70 não dá porque não é 30 redondo. Então era 60 (...) como era 38, era 62"*.

Distribuição das Estratégias

A análise da distribuição das estratégias empregadas pelas crianças para a solução oral dos

PSICOLOGÍA REFLEXAO E CRÍTICA

problemas apresentados nos fazem considerar mais três outras estratégias além daquelas descritas anteriormente. São elas: a) o uso de resultados prévios, ou seja, a recuperação de fatos numéricos de memória; b) o cálculo mental realizado segundo os mesmos procedimentos do algoritmo escrito ensinado pela escola e, ainda, c) o uso de estratégias mistas de cálculo em que a criança emprega mais de uma dentre as estratégias anteriormente descritas. O emprego das estratégias de cálculo mental de acordo com a operação realizada e a série escolar pode ser visto nas [Tabelas 1](#) e [2](#).

Tabela 1: Distribuição das estratégias observadas na adição por série (em %)

Série	Contagem	Decomp.	Algoritmo	Mista	Res. prev.
Primeira	62	14	7	17	0
Segunda	26	14	29	31	0
Terceira	18	27	23	32	0
Quarta	14	36	29	20	1

Tabela 2: Distribuição das estratégias observadas na subtração por série (em %)

Série	Contagem	Compos.	Decomp.	Algoritmo	Mista	Var. res.	Res. prev.
Primeira	49	1	11	16	21	0	2
Segunda	24	0	15	35	26	0	0
Terceira	7	3	26	41	22	1	0
Quarta	12	2	34	33	16	3	0

A análise da distribuição das estratégias de cálculo mental empregadas pelas crianças confirma a evidência de estratégias múltiplas em adições e subtrações tal como descritas em estudos anteriores. No entanto, podemos dizer que os resultados do presente estudo podem ser tomados como referência quanto aos procedimentos de cálculo mental desenvolvidos por crianças brasileiras com escolaridade entre 1a. a 4a. série para resolver adições e subtrações, uma vez que, até então, tal investigação, com esta amplitude em termos de amostra e sistematicidade na descrição das estratégias utilizadas, não consta de publicações nacionais.

Uma ampla variedade de estratégias foi observada, tanto entre os sujeitos como entre problemas. Esta variedade se mantém, ainda, ao longo de diferentes séries escolares. Crianças de quarta série usam procedimentos de cálculo mental observados no grupo de primeira série. As diferenças decorrem por conta da frequência com que tais estratégias são

PSICOLOGÍA REFLEXAO E CRÍTICA

empregadas por crianças de diferentes séries.

De modo geral, tanto para as operações de soma quanto de subtração, a contagem, estratégia usada em larga escala por alunos da primeira série, tende a ter seu uso progressivamente reduzido nas séries seguintes, sendo substituída principalmente pelo uso da decomposição e do algoritmo. Tal fato pode ser relacionado à crescente familiaridade das crianças com o algoritmo da adição e subtração ensinados formalmente pela escola. Por outro lado, também pode estar associado, no caso de estratégias outras como a decomposição, à progressiva compreensão (esta não desenvolvida diretamente através do ensino formal) por parte da criança do sistema de numeração decimal e suas propriedades, ou seja, ao desenvolvimento de um sentido numérico.

No que tange ao tipo de operação apresentada, se adição ou subtração, e a distribuição das estratégias de cálculo observam-se como mais freqüentes para ambas as operações os mesmos tipos de estratégias, ou seja, contagem, decomposição e algoritmo. No entanto, algumas estratégias foram observadas principalmente no caso da subtração como a composição e a variação dos resultados. Em ambos os casos, no entanto, a sua utilização não se mostrou expressiva pelas crianças que tomaram parte em nossa amostra.

No que se refere ao estudo de Carraher e Schliemann (1983), tomado como base da presente investigação, vemos, em relação à distribuição das estratégias de cálculo para os alunos da 1a. série, que as crianças, em ambos os estudos, utilizam amplamente a contagem para resolverem tanto adições como subtrações. Uma porcentagem bem mais alta de decomposição foi observada nas crianças da amostra deste estudo, ao passo que um maior percentual no uso do algoritmo foi observada no estudo das referidas autoras. Esta diferença em ambos os estudos pode ser explicada em termos dos procedimentos utilizados. No estudo de Carraher e Schliemann (1983), foi pedido a criança que solucionasse os cálculos por escrito, enquanto as estratégias descritas neste estudo referem-se à solução oral.

A distribuição das estratégias de cálculo em função do tipo de escola freqüentada pelas crianças (se pública ou particular), a série escolar e o tipo de operação requerida pode ser vista nas [Tabelas 3 a 6](#).

Tabela 3: Distribuição das estratégias observadas na adição por série na escola pública (em %)

Série	Contagem	Decomp.	Algoritmo	Mista
Primeira	64	11	10	15
Segunda	24	24	22	30
Terceira	17	30	23	30
Quarta	10	31	34	25

Tabela 4: Distribuição das estratégias observadas na adição por série na escola particular (em %)

Série	Contagem	Decomp.	Algoritmo	Mista	Res.
-------	----------	---------	-----------	-------	------

PSICOLOGÍA REFLEXAO E CRÍTICA

					prev.
Primeira	60	16	5	19	0
Segunda	27	3	36	34	0
Terceira	19	23	24	34	0
Quarta	17	41	24	16	2

Tabela 5: Distribuição das estratégias observadas na subtração por série na escola pública (em %)

Série	Contagem	Compos.	Decomp.	Algoritmo	Mista	Var. res.	Res. Prev.
Primeira	56	0	10	13	17	0	4
Segunda	21	0	26	29	24	0	0
Terceira	10	6	30	29	24	0	0
Quarta	6	1	28	38	24	3	0

Tabela 6: Distribuição das estratégias observadas na subtração por série na escola particular (em%)

Série	Contagem	Compos.	Decomp.	Algoritmo	Mista	Var. res.
Primeira	42	1	13	19	25	0
Segunda	27	0	4	40	29	0
Terceira	4	0	23	53	19	1
Quarta	17	3	41	29	8	2

Observou-se, em ambas as escolas, o uso de múltiplas estratégias por crianças de diferentes séries. Em termos gerais, para ambas as escolas, observa-se a mesma tendência quando da análise total dos dados, ou seja, o da progressiva substituição da contagem por estratégias mais sofisticadas de cálculo, principalmente a decomposição e o uso do algoritmo.

No que diz respeito às estratégias de decomposição e do uso do algoritmo é interessante notar que para a escola pública, freqüentada basicamente por crianças de classe trabalhadora, o emprego do algoritmo permanece, de maneira geral, par e passo ao da decomposição sendo que o uso do algoritmo supera em freqüência o da decomposição de uma maneira um pouco mais destacável apenas na quarta série. Tais dados podem traduzir o forte apelo do uso de estratégias informais de cálculo presentes desde cedo no cotidiano das

PSICOLOGÍA REFLEXAO E CRÍTICA

crianças.

Na escola particular, freqüentada por crianças de classe média, vemos que o uso da decomposição vai aumentando progressivamente com a série escolar. Ao contrário do observado na escola pública, vemos que é na quarta série da escola particular que a decomposição supera de maneira bastante expressiva o uso puro do algoritmo. Pode-se hipotetizar que haja aí uma interação entre a escolarização e a progressiva autonomia das crianças em serem responsáveis (por andarem então desacompanhadas) pela gestão do seu próprio dinheiro (ou dos responsáveis) em pequenas compras, lanches ou outro tipo de atividade realizada nas vizinhanças dos bairros onde moram.

Cabe ainda uma palavra final no que se refere à categoria das estratégias mistas. Foram classificados nesta categoria os procedimentos de cálculo compostos predominantemente por duas ou mais estratégias. Os casos mais freqüentes desta categoria referem-se ao uso do algoritmo associado principalmente às estratégias de decomposição e contagem. Conforme já observado por Reed e Lave (1981), a integração de estratégias informais de cálculo ao algoritmo ensinado pela escola flexibiliza e potencializa os recursos de cálculo usados para a solução das operações aritméticas.

Conclusão

Os resultados indicam que as estratégias usadas no cálculo mental são flexíveis e parecem desenvolver-se como resultado da compreensão intuitiva da criança acerca do número e das propriedades do sistema de numeração, refletidas sob forma de verdadeiros "teoremas em ação", uma vez que, com exceção do algoritmo, nenhuma das outras estratégias se afigura como parte do currículo escolar.

Desde a primeira série as crianças demonstram o conhecimento de diferentes estratégias para a solução de adições e subtrações. Na 4ª série primária, embora as crianças demonstrem um conhecimento mais sofisticado de cálculo, isto não significa um abandono de outras estratégias de cálculo mental em favor do uso do algoritmo ensinado pela escola. Como demonstrado pela presença de estratégias mistas, a própria utilização do algoritmo ensinado pela escola se torna flexibilizado por sua combinação com outras estratégias informais de cálculo.

Futuros estudos nesta área podem levar a uma melhor compreensão do desenvolvimento do conceito de número e do sistema de numeração. Isto pode contribuir para a diminuição da diferença entre a matemática ensinada na escola primária e a matemática usada em situações de vida diária, entre os conhecimentos formais e informais.

Os resultados do presente estudo e de outros nesta mesma linha podem ser úteis na criação de condições mais efetivas de aprendizado pela consideração do que a criança pensa e conhece além do que lhe é ensinado na escola.

Referências

Carpenter, T. P. & Moser, J. M. (1984) The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 179-202.

Carraher, T. N. & Schliemann, A.D. (1983) A adição e a subtração na escola: algoritmos ensinados e estratégias aprendidas. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, 64, 234-242.

PSICOLOGÍA REFLEXAO E CRÍTICA

Carraher, T. N.; Carraher, D. N. & Schliemann, A. D. (1988). *Na Vida, Dez; Na Escola Zero*. São Paulo: Cortez.

Groen, G. & Resnick, L. B (1977). Can preeschool children invent addition algorithms? *Journal of Educational Psychology*, 69, 645-652.

Reed, H. & Lave, J. (1981). Arithmetic as a tool for investigating relations between culture and cognition. Em R. W. Casson (Ed.) *Language, Culture and Cognition*. New York: Mc Millan.

Siegler, R.S. & Jenkins, E. (1989). *How Children Discover New Strategies*. Hillsdale, New York: Erlbaum.

Siegler, R.S. & Crowley, K. (1991). The microgenetic method: a direct means for studying cognitive development. *American Psychologist*, 46, 606-620.

Vergnaud, G. (1985). Concepts et schemes dans une théorie opératoire de la representation. *Psychologie Française*, 30, 245-252.

¹ Trabalho realizado com equipe de bolsistas, Adriana C. Pimenta, Adriana M. Almeida, Andrea S. Mayor, Cristiane O. Carvalho, Luciana V. Moreira e Maria Alice F. Cosenza, alunas do Instituto de Psicologia da UFRJ, com apoio do CNPQ. Contou ainda com a colaboração, através de discussões e sugestões, da Prof. Analucia Dias Schliemann, a quem as autoras agradecem. Uma versão parcial do mesmo foi apresentada no XV International School Psychology Colloquium, em Istambul, 1992. Nossa gratidão às crianças que participaram deste estudo pelo muito que nos ensinaram.

² Endereço para correspondência: Instituto de Psicologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Av. Pasteur 250, Praia Vermelha, 22290-240, Rio de Janeiro, RJ.

³ Mestrado em Psicologia do Instituto de Psicologia da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, R. São Francisco Xavier 524, Sl.10024/ Bloco B, Maracanã, 20550-013, Rio de Janeiro, RJ.
