



Revista Diálogo Educacional

ISSN: 1518-3483

[dialogo.educacional@pucpr.br](mailto:dialogo.educacional@pucpr.br)

Pontifícia Universidade Católica do  
Paraná  
Brasil

Medina, Denise

Como ensinar matemática nos primeiros anos escolares em tempos do Movimento da  
Matemática Moderna?

Revista Diálogo Educacional, vol. 16, núm. 48, mayo-agosto, 2016, pp. 403-422

Pontifícia Universidade Católica do Paraná  
Paraná, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=189146904008>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal

Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto



## ***Como ensinar matemática nos primeiros anos escolares em tempos do Movimento da Matemática Moderna?***

*How to teach Mathematics in the inicial grades during the Modern Mathematics Moviment period?*

*Comment enseigner la mathématique dans les premières années d'école pendant le Mouvement de la Mathématiques Moderne?*

**Denise Medina\***

Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ), Rio de Janeiro, RJ, Brasil

---

### **Resumo**

A Pedagogia Ativa, tratada nesse artigo, forma de ensinar apreçoada por Zoltan Dienes, tem como destaque a metodologia da descoberta, que defendia a abordagem da aritmética com a prática de jogos, utilizando diferentes tipos de material estruturado, com regras

---

\* DM: Doutora em Educação, e-mail: denise.franca@uerj.br

determinadas, de acordo com a ideia abstrata que se planeja concretizar. Assim a questão norteadora deste artigo é: buscar compreender o método proposto por Dienes para o ensino dos saberes aritméticos, em tempos do Movimento da Matemática Moderna (MMM), principalmente no Estado de São Paulo e posto a circular por todo país. A periodicidade do texto relaciona-se a um período de expansão e criação dos sistemas de ensino no Brasil, com transformações na estrutura, no funcionamento, nos programas e no currículo de Matemática, de acordo com as normativas impostas pelas LDB 4.024/61 e LDB 5.692/71. Na articulação das questões, fiz uso da abordagem da História Cultural e me apoiei nos conceitos de representação, apropriação e estratégias, postas por Chartier (1991) e Certeau (1982). Concluí que o ensino da aritmética nas séries iniciais acompanhou as recomendações dos campos da psicologia e da didática. O artigo ainda procura ressaltar a apropriação das ideias de Zoltan Dienes, defendendo uma abordagem estruturalista para a Matemática e o uso de materiais estruturados, que produziram grandes reformulações na didática, ressignificando o quê, como e pra quem ensinar.

**Palavras-chave:** Aritmética. Zoltan Dienes. Pedagogia Ativa. Movimento da Matemática Moderna.

### **Abstract**

*The Active Pedagogy, contemplated in this article, a way of teaching defended by Zoltan Dienes, has as one of its highlights the methodology of the discovery which in turn defended the arithmetic approach with games using different structured materials with rules according to the abstract idea that is aimed to accomplish. This way, the question that guides this article is: In which way was the method introduced by Dienes standardized in the teaching of arithmetic's knowledges during the MMM, specially in São Paulo and circulated throughout the country. The periodicity of the text relates to a period of expansion and creation of educational systems in Brazil, with changes in structure, operation, programs and Mathematics curriculum, according to the regulations imposed by the LDB 4.024 / 61 and LDB 5,692 / 71. During the articulation of issues, I made use of the approach of cultural history and leaned on the concepts of representation, appropriation*

*and strategies posed by Chartier (1991) and Certeau (1982). I concluded that the arithmetics in the early grades, followed the recommendations of the fields of psychology and didactics. The article also seeks to highlight the appropriation of Zoltan Dienes' ideas, advocating a structuralist approach to mathematics and the use of structured materials which produced major reformulations in teaching, giving a new meaning on what, how and whom to teach.*

**Keywords:** *Arithmetics. Dienes. Active Pedagogy. Modern Mathematics Moviment.*

### **Résumé**

*La pédagogie active, traité dans cet article, est une forme de comme enseigner diffusée par Zoltan Dienes, qui met en évidence la méthodologie de la découverte, en préconisant l'approche arithmétique en utilisant des jeux avec différents types de matériels structurés avec certaines règles, selon l'idée abstraite que si vous avez l'intention d'accomplir. Donc, la question principale de cet article est de comprendre la méthode proposée par Dienes pour l'enseignement des savoirs arithmétiques pendant le MMM, principalement à São Paulo puis mettre à circuler dans tout le pays. La périodicité du texte se rapporte à une période d'expansion et à la création des systèmes d'éducation au Brésil, avec des changements dans la structure, le fonctionnement, les programmes et les cursus de mathématiques, selon les règles imposées par la LDB 4.024 / 61 et LDB 5.692 / 71. Pour orienter l'article, j'ai fait usage de l'approche d'Histoire Culturelle et je me suis penchée sur les concepts de représentation, d'appropriation et de la stratégie, posée par Chartier (1991) et Certeau (1982). J'ai conclu que l'enseignement de l'arithmétique dans les premières années a suivi les recommandations des domaines de la psychologie et de la didactique. L'article vise aussi à mettre en évidence l'appropriation des idées de Zoltan Dienes, en préconisant l'approche structuraliste pour la Mathématique et l'utilisation de matériels structurés, qui a produit des transformations dans la didactique et a donné une autre signification à quoi, comment et à qui enseigner.*

**Mots-clés:** *Arithmétique. Dienes. Pédagogie active. Mouvement de la mathématiques moderne.*

## Introdução

Por que analisar a representação de como ensinar Aritmética nos tempos do Movimento da Matemática Moderna (MMM)? Ora, são muitas as representações sobre esse Movimento, no entanto, constatamos que ele marcou um momento de transição, desencadeando mudanças nas práticas tradicionais em sala de aula, ao apresentar uma nova forma de entender e trabalhar o ensino e a aprendizagem da Matemática, divulgando uma nova proposta de ensino.

O chamado Movimento da Matemática Moderna (MMM) constituiu-se em um conjunto de ações ocorridas em grande parte do mundo, originadas pelo descompasso entre o desenvolvimento da disciplina Matemática e o ensino. Foram muitas as propostas de mudanças divulgadas, sobretudo na década de 1960. Os adeptos, de um modo geral, objetivavam modernizar o ensino, alterando e atualizando os conteúdos e métodos, incentivando a participação de professores em eventos nos quais se discutia o tema.

Acredito que o propósito do estudo seja a problematização sobre o que era ensinar Aritmética e as metodologias sugeridas para esse ensino nas séries iniciais e assim, contribuir para o entendimento do processo de aprendizagem de Matemática e como o processo influenciou — e continua influenciando — a didática da Matemática no quadro educacional atual.

Cotejando os trabalhos sobre o MMM<sup>1</sup>, com as entrevistas de seus protagonistas, verifica-se que, apesar da origem europeia, foram os investimentos do governo norte-americano os grandes responsáveis pela divulgação do Movimento de reforma pelo mundo, desencadeando a proliferação dos congressos, a formação de grupos de estudos, as experiências em novas metodologias, e agregaram mais adeptos e multiplicadores.

Os defensores das mudanças pretendiam abordar o ensino da Matemática como uma estrutura, por meio da linguagem da teoria dos conjuntos e da introdução de novos conteúdos, mas sem abandonar os antigos.

---

<sup>1</sup> Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1791>.

O professor Sangiorgi<sup>2</sup> é considerado um dos protagonistas do MMM no Brasil. Seu poder de liderança e articulação culminou em livre acesso a várias esferas e conseguia, sempre que possível, as condições para executar seus projetos, em relação às reformulações do ensino de Matemática.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, de 1961, de acordo com Haidar (1998), concedeu considerável margem de autonomia aos Estados, ao oferecer alguma liberdade a experiências educacionais. Nesse período, Sangiorgi já era conhecido como eminente autor de livros didáticos e por suas ideias de reforma, fazendo parte da elite de professores da rede estadual de São Paulo.

Em virtude dos cursos oferecidos, podemos dizer que muitos grupos de estudos foram fundados no Brasil a partir do Movimento: GEEM, Grupo de Estudo do Ensino de Matemática; (GEEMPA), Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática; (GEPEM), Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática (NEDEM), entre outros.

Esse ideário defendido pelo MMM foi divulgado, por meio de documentos e cursos para professores, a toda a rede de ensino paulista e para outros estados. Isso pode ser explicado, em grande medida, pela rede de sociabilidade trançada entre os professores defensores do Movimento, com o patrocínio da SEE-SP (Secretaria Estadual de Educação de São Paulo), que adotou tal discurso como o oficial. Formou-se o cenário para mudanças com a promulgação das duas leis nacionais da educação: 4.024/1961 e 5.692/1971.

Após 13 anos de estudos e discussões, foi promulgada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB). Considerada um avanço em prol da descentralização da educação, pela primeira vez, uma legislação conseguiu fixar diretrizes gerais para a Educação nacional. Ao abordar todos os níveis e com validade para todo território nacional, caminhou para a

---

<sup>2</sup> Sangiorgi licenciou-se em Física, pela USP, em 1943; é mestre em lógica pela Universidade de Kansas, Estados Unidos, desde 1961; doutor em Matemática, pela USP, desde 1973; e livre-docente pela Escola de Comunicação e Artes (ECA), da USP, desde 1977. Foi professor do magistério secundário oficial do Estado de São Paulo e da Universidade Presbiteriana Mackenzie. (MEDINA, 2012).

unificação dos sistemas de ensino na descentralização e flexibilização curriculares. Também inovou ao propor um planejamento educacional e a abertura de novas experiências, como a criação dos ginásios vocacionais e pluricurriculares.

Em 1964, começa no Brasil o governo militar, centralizado, com uma política de desenvolvimentismo associado à economia e embasada na indústria e no capital estrangeiro. O Plano Federal de Educação é revisado e são incluídas normas para estimular a elaboração dos planos estaduais, pois, com a criação do salário-educação, em 1964, os recursos destinados ao Ensino Primário aumentam consideravelmente.

A aceleração no ritmo do crescimento econômico e na demanda social de educação agrava a crise do sistema educacional, que há muito tempo já vinha deficiente, justificando os vários acordos de colaboração técnica e financeira entre o Ministério da Educação e Cultura (MEC) e a *Agency for International Development* (AID), os quais tinham o objetivo de diagnosticar e solucionar tais problemas.

Nesse período, segundo Romanelli (1982), além das medidas centralizadoras adotadas pelo governo federal para suprir a demanda de matrículas e expansão do ensino, foram acrescidas outras, que visavam à estruturação do ensino, para atender às orientações dos pactos MEC-USAID<sup>3</sup>.

O princípio de terminalidade expresso na lei, reformulavam ensino em importantes aspectos, tornando obrigatórias a escolaridade para

---

<sup>3</sup> São assinados 12 acordos MEC-USAID, entre 1964 e 1968, que pressionaram e exigiram racionalização e eficácia na aplicação de recursos. Os técnicos agiam segundo uma lógica empresarial, marcando toda a política educacional, caracterizada pelo desenvolvimentismo, produtividade, eficiência, controle e repressão. Para atender à demanda, os acordos enfocavam a integração dos ensinos, isto é, estavam vinculados a uma reorganização da escola fundamental. O governo precisava colocar todos na escola para formar mão de obra, com alguma educação e treinamento, e, ao mesmo tempo, que fosse muito produtiva e barata. Os acordos, quando tomam forma de divulgação de metodologias de pesquisa, aumentando a introdução de técnicas de ensino modernizantes, desviam a atenção das problemáticas e do contexto nacional. Quanto aos conteúdos a serem trabalhados, foram supervalorizados os das áreas tecnológicas, manifestados na predominância de treinamentos nesses setores. (MEDINA, 2012).

crianças entre 7 e 14 anos, e a realização do Ensino Fundamental em oito anos, com extinção do Exame de Admissão. Desse modo, procurou-se diminuir um dos pontos de estrangulamento do antigo sistema, representado pela transição do primário para o então ginásio<sup>4</sup>.

A tendência tecnicista implantada pela Lei 5.692/1971 surge, então, com ênfase nas tecnologias do ensino, tirando o centro do processo de ensino-aprendizagem do professor e do aluno, o fazendo focar nos objetivos instrucionais e nas técnicas de ensino, com divisão do trabalho pedagógico entre os especialistas da educação. Há preocupações com a economia de pensamento e o raciocínio rápido demandados pela sociedade em desenvolvimento. Em grande medida, a lei corroborava o ideário do MMM, em um período em que se encontrava bem consolidado no Ensino Primário.

O conjunto de ideias propagado pelo MMM adequava-se perfeitamente à política econômica adotada pelo País e à concepção tecnicista da nova LDB, de 1971. Esse fato pode ter impulsionado o privilégio na divulgação dessas ideias nas publicações oficiais destinadas a professores nesse período.

## **Metodologia e análise: Como ensinar segundo Dienes**

Amparados pelas orientações de teóricos em História Cultural (CERTEAU, 1982; CHARTIER, 1991) iniciamos nossa investigação de como ensinar segundo a aritmética pela seleção de fontes que nos ajudassem em nossa procura.

Certeau (1982) afirma que o fazer do historiador deve ser problematizado, discutindo seus procedimentos e limitações, decorrentes do lugar social onde está vinculado e as regras de sua escrita. É fato que esse

---

<sup>4</sup> Atualmente, o Ensino Fundamental tem nove anos, e a nomenclatura correta para o que chamamos no texto de primário é Ensino Fundamental I (1º ao 5º ano) e para ginásio é Ensino Fundamental II (6º ano ao 9º ano).



lugar implica passos de maior importância tais como da definição de métodos, da topografia de interesses, das séries documentais, das questões priorizadas, etc. Tudo isso está ligado à relação mantida pelo historiador com o lugar em que se encontra.

Levantamos programas de ensino, legislações, livros didáticos e publicações dirigidas a professores primários com o intuito de buscar uma representação de como ensinar aritmética em tempos do MMM. Contudo, em um movimento natural subsequente, partimos para o estudo das bibliografias recomendadas nessas publicações. Constatamos que em todas as selecionadas aparecia o nome de Zoltan Dienes como referência.

A dinâmica a partir desse ponto foi buscar compreender como as ideias de Dienes foram postas a circular nas publicações para professores. O que nos leva à reorganização da problemática de pesquisa, que foi reformulada. Assim, a questão norteadora desse artigo é: Há a necessidade de compreender o método proposto por Dienes para o ensino dos saberes aritmeticos em tempos do MMM?

Dienes<sup>5</sup> é um dos grandes pioneiros dos estudos alusivos à metodologia para o ensino nas séries iniciais e considerado referência no campo da Educação Matemática, em decorrência de suas teorias sobre a aprendizagem. Seus estudos exploram, principalmente, a construção de conceitos, processos de formação do pensamento abstrato e o desenvolvimento das estruturas matemáticas, desde os primeiros anos na escola.

---

<sup>5</sup> Matemático húngaro (1916-2014) obtém o título de Doutor em Matemática e Psicologia, pela Universidade de Londres, em 1939. Trabalhou como professor em Highgate School e nas Universidades de Southampton, Sheffield, Manchester e Leicester, todas na Inglaterra. Torna-se pesquisador do Centro de Estudos Cognitivos da Universidade de Harvard (1960-1961) e professor adjunto em Psicologia na Universidade de Adelaide-Austrália (1961-1964). É nomeado diretor do Centro de Investigação em Psicomatemática, em Sherbrooke, Quebec, em 1964 e, após o fechamento do Centro em 1975, por motivos políticos, dedica seus estudos à educação indígena, como professor na Universidade de Brandon, no Canadá, até 1978. Divulga suas ideias, exercendo consultoria, em vários países (Itália, Alemanha, Hungria, Nova Guiné e Estados Unidos) e para diferentes organizações (OECE e UNESCO), em todo o mundo. Participa da fundação, em 1964, do ISGML, que promove encontros sobre Educação Matemática, realizados na Hungria, Itália, Inglaterra e, em outros países, com desdobramentos na América Latina. (MEDINA, 2012).

Propõe concretizações de conceitos matemáticos abstratos, a partir de manipulações de materiais estruturados em jogos, brincadeiras, histórias, etc. Seus dois primeiros livros, *Aprendizado moderno de Matemática* e a *Coleção Primeiros Passos*, publicados originalmente na Inglaterra em 1960 e 1966, respectivamente, influenciam até hoje os trabalhos desse campo de pesquisa.

Trata-se de um sujeito que marca rupturas no ensino de Matemática, ao afirmar que ela deve ser vista como uma estrutura de relações e não apenas considerada como um conjunto de técnicas. Propõe para o ensino uma metodologia alternativa, adequada ao desenvolvimento de processos psicológicos.

Os resultados completos da experiência realizada em Leicester (1958-1959), conhecida como Projeto Leicestershire, foram compilados e publicados no livro *Aprendizado Moderno de Matemática*, procurando satisfazer a curiosidade sobre o novo modo de ensinar, visto que, quando a obra foi escrita, não havia nenhum projeto nas séries iniciais, a não ser o do *University of Illinois Committes on School Mathematics* (UICSM), que se interessava unicamente pelo trabalho nas escolas secundárias.

Então publica, em 1964, em Melbourne, o livro *Matemática Moderna no Ensino Primário*, com objetivo de mostrar como ensinar Matemática Moderna para crianças, de maneira “perfeitamente” adequada às suas capacidades. Outras considerações sobre tal experiência foram relatadas em *Pensando em Estruturas*, publicado em 1965. Percebemos na leitura dos textos de Dienes o uso de crítica cruel ao que chama de método tradicional de ensino, como estratégia de convencimento a suas propostas metodológicas. Faz parte de seu estilo construir a argumentação por meio de uma análise do “antigo”, apontando equívocos, criticando a ineficiência e inadequação da metodologia atual.

Essa nova abordagem exige outros métodos, nos quais a aprendizagem está condicionada a um ensino realizado com vasto material manipulável em atividades investigativas, em situações que retratem concretamente as estruturas e com professores que compreendam o completo significado delas e a maneira como as crianças aprendem.

Outro ponto que diferencia as propostas de Dienes da *antiga abordagem* refere-se à ênfase dada à metodologia, com a introdução de materiais manipuláveis para a realização das atividades, predominantemente de trabalho em grupo. Podemos dizer que Dienes levou para as salas de aula blocos lógicos, material multibase e o material dourado, visto que as atividades são propostas para serem realizadas com a utilização de tais instrumentos.

Estruturalista como Jean Piaget, os pressupostos das ideias de Dienes são influenciados pela Psicologia Cognitiva e abordam o ensino da Matemática explorando-a como uma estrutura única, procurando desenvolver uma nova metodologia, utilizando jogos em atividades, com materiais concretos, que retratam as estruturas fundamentais da Matemática.

O autor enfatiza que qualquer proposta de ensino de Matemática deve nortear-se por princípios psicológicos e pedagógicos. Para tal, é exigida uma implantação acompanhada de mudanças também nas maneiras de entender o ensino, a aprendizagem, o papel dos currículos, livros didáticos, etc.

Segundo Dienes (1967a, p. 33), Piaget “foi o primeiro a perceber que o processo de formação de um conceito toma muito mais tempo do que se supunha anteriormente”, visto que a construção conceitual relaciona-se ao desenvolvimento das estruturas elementares compostas na sua produção. Também incorpora de Piaget diversas problemáticas relacionadas à aprendizagem. Essa nova concepção sobre a construção do conhecimento gera novas noções sobre o significado de aprender Matemática e como ensinar. Insere-se, pois, nesse cenário, aprofundando seus estudos, e propõe alterações didáticas, junto a preocupações com o desenvolvimento psicológico e a construção do pensamento da criança, em que a direção da aprendizagem é exatamente contrária à proposta de organização tradicional.

Os princípios de Dienes, como já dissemos, se baseiam nas ideias de Piaget sobre o desenvolvimento das estruturas lógicas matemáticas, que dependem da alimentação, complementação e ampliação, por meio de adequadas experiências de ensino. Sendo assim, a noção de meio

é fundamental para compreender as propostas de Dienes. Na medida em que considera a aprendizagem como um processo de adaptação do indivíduo a um meio, condiciona o sucesso da aprendizagem ao poder de “um determinado meio”, em gerar situações as quais exijam do sujeito adaptações para dominar as situações surgidas.

Em um meio criado artificialmente são propostos jogos com material estruturado, possibilitando a construção das estruturas lógicas elementares, cuja participação intenciona possibilitar a descoberta, a construção e visualização das estruturas matemáticas.

A didática para o ensino de Matemática, divulgada por Dienes, vai ao encontro das descobertas da Psicologia Genética, concebendo uma escola com métodos ativos. O anúncio de suas propostas vem acompanhado com exemplos de atividades, geralmente experiências malsucedidas do método tradicional, a fim de promover suas proposições como as mais convenientes, condizentes às novas descobertas da Psicologia e da Pedagogia. Assim, divulgando a representação de *ensino moderno* como aquele que respeita e contribui para o desenvolvimento das estruturas mentais. Mais ainda ressalta uma representação de sucesso, justificada com o argumento de que, nessa nova metodologia, as atividades são elaboradas de maneira a permitir maiores interações da criança com o meio, conforme as novas teorias de aprendizagem, respeitando as etapas do desenvolvimento infantil.

Seu discurso de convencimento estrutura-se a partir de uma análise crítica da situação atual do ensino de Matemática. Constrói as representações de *antigo* e *novo*, utilizando um olhar crítico contundentemente sobre os métodos tradicionais, ao mesmo tempo em que anuncia as vantagens do *método novo* proposto por ele. Dienes anuncia suas novas propostas para o ensino a partir da representação de que a natureza generalizada da Matemática é um de seus atributos. É fato que, ao propor mudanças, o autor traz a análise do passado em seu auxílio, divulgando uma nova didática, contrapondo-a a uma representação de ensino tradicional, construída a partir do diálogo com o passado, num discurso, em grande medida, maniqueísta.

Como seria essa nova abordagem? Pedagogia  
ativa e método da descoberta

Qual o novo modelo de atividade adequada, de acordo com Dienes, indispensável para a aquisição das mais elementares noções de Matemática? “O ensino de Matemática deve refletir as concepções e avanços da disciplina, deve dar ênfase às estruturas matemáticas e lógicas, bem como aos conceitos unificadores de relações, funções (operadores) e morfismos” (Dienes, 1969, p. 31).

Uma das novidades trazidas pelo autor para a didática da Matemática é a revelação da necessidade de uma Matemática anterior à escolar, do ponto de vista pedagógico. Trata-se de uma Pré-Matemática, que explora atividades condizentes com o período de desenvolvimento psicológico. Nesse período (aproximadamente antes dos 7 anos) são construídas estruturas lógicas simples, sem as quais não há possibilidade de construção de conceitos matemáticos elementares. Tradicionalmente, inicia-se a Matemática escolar com a introdução do conceito de número, considerado elementar; porém, nessa perspectiva, tal conceito, aos 6 anos, não é concreto, ou seja, ainda não existe mentalmente.

Dienes publicou muitos de seus livros no Brasil, exemplificando a metodologia proposta, com muitas sugestões de atividades nessa linha. Abaixo apresento um levantamento de algumas de suas publicações.

**Quadro 1** - Alguns livros de Zoltan Dienes (APLBS; Biblioteca IME-USP; Editoras Herder; EPU; OCDL; entre outras) (Continua)

Título	Publicação cidade	Publicação Brasil
Aprendizado Moderno de Matemática	Building up Mathematics. Londres: Hutchinson Educational, 1960.	RJ: Zahar 1967. Tradução do inglês
A Matemática Moderna no Ensino Primário	Mathematics in the primary school. Melbourne: Macmillan, 1964.	São Paulo, Rio de Janeiro: Ed. Fundo de Cultura S.A., 1967. Tradução do francês.

**Quadro 1** - Alguns livros de Zoltan Dienes (APLBS; Biblioteca IME-USP; Editoras Herder; EPU; OCDL; entre outras) (Conclusão)

<b>Título</b>	<b>Publicação cidade</b>	<b>Publicação Brasil</b>
As seis etapas do processo de aprendizagem	Paris: OCDL, 1967.	São Paulo: Herder, 1969. Tradução do original francês
O Poder da Matemática	The Power of Mathematics. Londres: Hutchinson Educational, 1963.	São Paulo: Herder, 1969. Tradução do inglês com supervisão do GEEM. São Paulo: EPU, 1974. Tradução do francês.
Pensando em estruturas	Thinking in Structures. Harlow: Hutchinson Educational, 1965.	São Paulo: EPU, 1974. Tradução do francês.
Exploração do espaço e prática de medição	Harlow, Eng.: Educational Supply Association, 1966.	São Paulo: Herder, 1969.
Primeiros passos em Matemática Vol.1 - Lógica e jogos lógicos Vol.2 - Conjuntos, números e potências Vol.3 – Exploração do espaço	First Years in Mathematics. Harlow: Hutchinson Educational, 1966. OCDL: Paris, 1967	1ª edição. São Paulo: Editor Herder, 1967, com supervisão do GEEM. Trad. do Inglês, 1969. São Paulo: EPU, 1974. Tradução do francês.
Geometria pelas transformações: Vol.1 Vol.2 Vol.3 - Grupos e coordenadas Frações com fichas de trabalho	Geometry through transformations. Harlow: Hutchinson Educational, 1967.	São Paulo: 1ª edição: Editor Herder, 1967 (com supervisão do GEEM). São Paulo: EPU, 1975. Tradução do francês: <i>La géométrie par lestransformations</i>
Frações com fichas de trabalho	Nova York: Herder and Herder, 1967.	São Paulo: 1ª edição: Editor Herder, 1969. São Paulo: EPU, 1979.

Fonte: elaborado pela autora (2012)

Guardadas as devidas cautelas, podemos dizer que as propostas de Dienes surgem preenchendo a lacuna de modelos de atividades, operacionalizando a abordagem estruturalista da Matemática, para um “aluno piagetiano”. Dienes propõe atividades manipulativas, que, conforme sua representação de aprendizagem matemática, contribuem para a construção das noções elementares.

Segundo ele, para aprender Matemática, a criança deve percorrer estágios de abstração, ligados entre si, de maneira complexa. Apoiado na teoria psicogenética de Piaget, divulga uma teoria análoga sobre os processos de aprendizagem, identificando seis etapas distintas. Em *As seis etapas do processo de aprendizagem em Matemática*, considerada literatura imprescindível nos cursos de formação oferecidos aos professores da rede pública de São Paulo, na década de 1970 e que fundamentou todas as publicações expedidas pelas Secretarias de Educação do Estado.

O autor afirma que, para compreender realmente um conceito ou estrutura matemática, além de abstrair, é necessário analisar, perceber relações entre eles e utilizar, de modo a permitir o início de outro processo, para a compreensão de um novo conceito. Denomina a primeira etapa do processo de aprendizagem matemática de *jogo livre*, cujo objetivo é propiciar oportunidades em que as crianças, ao manusearem um material concreto, se adaptem a uma nova situação proposta. A fase se resume basicamente em uma atividade lúdica, na qual a criança interage com o ambiente.

Na segunda fase de abstração, após a adaptação à situação proposta, ou seja, da *brincadeira com o material*, se presume que as crianças estejam aptas a aceitar a imposição de algumas restrições. É denominado de *regras do jogo*, cujo desafio é tornar a adaptação possível, combinar e construir novas estruturas, utilizando as regularidades descobertas e as limitações do meio.

Na terceira etapa, *jogo do dicionário ou isomorfismo*, as classificações já realizadas permitem a percepção de propriedades comuns entre regras, surgindo, assim, outras mais gerais, adaptáveis a várias situações. A construção mental torna-se ferramenta para novas operações, abstrações e generalizações.

O autor acredita que as crianças, após assimilarem às regras e estruturas, passem a descrevê-las por meio de tabelas, desenhos ou gráficos que traduzam o resultado das operações.

*Descrição de uma representação* é a quinta etapa, na qual explora-se e descrevem-se as propriedades comuns das representações construídas, das abstrações. A representação facilita a percepção das propriedades principais do ente matemático criado e, por esse motivo, surge à necessidade da criação de uma linguagem, com o objetivo de descrever o que foi representado.

O autor lembra que é interessante propor uma discussão sobre vantagens e limitações de cada linguagem, a fim de optar e socializar a de consenso.

Dada a impossibilidade de descrever completamente as propriedades, por meio da linguagem, há a sexta etapa, fruto de todas as anteriores, denominada *axiomatização*, em que se organizam sistematicamente algumas propriedades dos sistemas formais criados. Nessa fase, já se identifica quando uma estrutura está incluída em outra, estabelecendo equações de transformação entre os elementos gerados. O quadro a seguir apresenta uma síntese do processo:

**Quadro 2** - As seis etapas do processo de aprendizagem (Dienes, 1969)

1ª Etapa	2ª Etapa	3ª Etapa	4ª Etapa	5ª Etapa	6ª Etapa
Jogo Livre	Jogo com Regras	Jogo do Isomorfismo	Representação	Descrição de uma Representação	Axiomatização
Exploração livre, manipulação; Percepção de características físicas; Aquisição de vocabulário; Uso dos sentidos, etc.	Percepção de restrições; Adaptação à nova situação; Verbalização.	Percepção de propriedades comuns entre regras; Relações de natureza abstrata existentes entre jogos; Comparação.	Representação da estrutura comum em diferentes registros, de forma mais organizada e inteligível; Busca por uma representação gráfica para a estrutura.	Descrição de uma representação; Exploração das propriedades das representações construídas e das abstrações; Busca por tradução da representação simbólica.	Sistema formal, método, organização de algumas propriedades, axiomas, teoremas e provas.

Fonte: elaborada pela autora, a partir do livro (2012)

Como oferecer e concretizar ideias abstratas para crianças? Para isso, Dienes utiliza-se da teoria de conjuntos e da possibilidade de concretizar conceitos abstratos, utilizando material, conduzindo as crianças a abstraírem ideias antes não concretizadas, considerando os avanços da Matemática e o desenvolvimento da psicogênese.



Usa a psicologia da aprendizagem para explicar a lacuna existente entre a experiência concreta e sua representação, visto que em Matemática a criança utiliza outra linguagem. Como a linguagem é uma forma complexa, com muitas regras e a experiência que estes símbolos trazem, ainda são muito estranhos e novos em suas representações.

Apesar das crianças das séries iniciais já terem condições de simbolizar experiências realizadas com materiais, ainda não é uma linguagem, pois o desenvolvimento desta se estende por vários anos, como consequência da formação de conceitos. Por esse motivo, o autor sugere paciência para esperar que o sistema de linguagem esteja completo, antes do simbolismo matemático assumir toda a significação.

Sem se alongar em muitos argumentos, justifica que o estudo de Aritmética é didaticamente mais adequado, visto a facilidade da compreensão do conceito de número e os seus diferentes aspectos. Argumenta que sendo “o número um conceito muito complexo, para aprender a harmonizar entre si os elementos conceituais que os constituem, é indispensável conhecer estes elementos” (Dienes, 1967b, p. 1).

Para a construção do conceito de número, Dienes indica os jogos de multibase como os mais adequados, já que o material ilustra concretamente as propriedades das potências. Ressalta, ainda, a possibilidade de sempre criar meios artificiais que permitam a aprendizagem de um conjunto qualquer de noções matemáticas, com a utilização de materiais concretos adequados ao objetivo que se tem em mente.

Outro ponto trazido de Piaget refere-se ao fato de que operar é agir, isto é, as operações matemáticas (somar, subtrair, multiplicar e dividir) dependem da atividade da criança, das noções construídas anteriormente e das coordenações de pensamento que vai realizando. Talvez, por isso, o método de Dienes ficou conhecido como Pedagogia Ativa, perspectiva na qual, a metodologia da descoberta na prática de jogos é mais indicada, utilizando diferentes tipos de material estruturado, com regras determinadas, de acordo com a ideia abstrata que se planeja concretizar.

Dienes também postula a Matemática como muito complexa e, por isso, deve sempre ser aprendida gradativamente, partida de experiências

concretas, por meio de jogos propostos que simulem as estruturas matemáticas. Assim, só após atividades de classificação, seriação — atividades que originam a gênese do número, a noção de quantificação e faz parte da gênese das estruturas lógicas elementares — e sequências, podemos prosseguir para outros jogos que personifiquem estruturas mais complexas.

Dessa maneira, é necessário que o ensino de Aritmética se adapte, etapa por etapa, ao desenvolvimento das estruturas mentais, em cada fase do desenvolvimento da criança. Assim, o destaque nas séries iniciais volta-se para ações que explorem as estruturas lógicas elementares, oferecendo situações em que são construídas estruturas lógicas simples, de modo que a criança possa construir novas e mais complexas estruturas, sem as quais não há possibilidade de construção de conceitos matemáticos elementares, nem ação sobre as operações aritméticas.

Por meio dos argumentos supracitados notamos que aí está o grande diferencial das ideias de Dienes sobre o conceito de números, ou seja, primeiro consideramos a propriedade comum aos elementos do conjunto, sem relacioná-los com sua cardinalidade. Nessa fase, o enfoque é para as estruturas matemáticas lógicas, assim como sobre as noções unificadoras de relação, função e morfismos.

Na perspectiva dessa Pedagogia, a aprendizagem ocorre à medida que são oferecidas situações artificiais, com conjuntos de objetos físicos que permitam a concretização de conceitos matemáticos. A ação de observar, manipular e refletir sobre conjuntos de objetos, em jogos propostos, resulta na formação de relações matemáticas, fazendo com que o aluno descubra as estruturas matemáticas envolvidas.

As atividades sugeridas abordam de classificações simples até muito complexas. Inicialmente, Dienes orienta as que priorizam a exploração de propriedades físicas dos objetos, talvez com o objetivo de possibilitar a observação de novos atributos, adquirindo maior repertório para critérios. Em todos os estágios, as tarefas devem ser planejadas em sequência crescente de dificuldade, ou seja, primeiramente reconhecendo, pelo menos um atributo em objetos, até o reconhecimento de propriedades comuns a objetos de diferentes conjuntos.

A tarefa sugerida para as primeiras etapas tem como objetivo possibilitar a exploração do material, a fim de perceber e descrever os atributos dos objetos, conduzindo a criança a estabelecer relações entre eles. Numa primeira fase, são priorizados os jogos de exploração de características físicas dos objetos, de aquisição de vocabulário, percepção de objetos por meio de pistas e, depois, aumentando o grau de dificuldade, se passa a realizar atividades em que a criança possa assinalar semelhanças e diferenças, e perceba que os objetos podem ser relacionados com o que têm de semelhante.

Vencidas as primeiras fases de reconhecimento dos objetos, a criança passa a trabalhar representações gráficas com diversos materiais. As situações propostas exigem organização de materiais variados, em espaços determinados. O objetivo é classificar objetos, de acordo com um critério e verificar se esse pode ser representado no diagrama dado. É preciso oferecer situações em que se produza a necessidade de um registro gráfico, claro para todos.

No processo, é imprescindível propor situações de aprendizagem, de modo a propiciar a aquisição de uma linguagem que forneça suporte para abstração e generalização de conceitos, partindo do concreto. A classificação lógica é determinada quando a criança adquire o conceito de relação de pertinência e de inclusão. Nesse momento, as atividades tratam de explorar a formação de classes.

O autor definiu os conceitos de variabilidade perspectiva e matemática. No caso da variabilidade perspectiva, se refere a uma classificação ligada a percepção, como por exemplo, quando usamos diferentes materiais para classificação. Quanto à variabilidade matemática é ligada a estrutura. Quando trabalhamos a aritmética em diferentes bases, utilizamos a variabilidade matemática pois estão ligadas às estruturas matemáticas.

## **Considerações finais**

Como são tratados os saberes elementares, em tempos do MMM? A metodologia da descoberta propõe o trabalho em grupo com

atividades que levem ao aluno operar e agir para atingir a abstração matemática necessária, de acordo com etapas preestabelecidas.

Como vimos, são introduzidos os conceitos de conjunto, pertinência, subconjuntos e operações com conjuntos, que, didaticamente, facilitam a abordagem de estruturas básicas para a compreensão do conceito de número. Trata-se de atividades as quais procuram desafiar as crianças a observar, perceber e descrever atributos dos objetos, a fim de estabelecer relação de semelhança e diferença entre eles, estimular a formação de classes pela discriminação e generalização das características observadas.

Então, se passa a estudar as relações entre conjuntos e em seguida, as operações efetuadas com conjuntos que originam outros (reunião, interseção, complementação).

Ressaltamos que, na perspectiva de Dienes, a sequência de introdução dos novos conteúdos é rígida e controlada. Dessa forma, as atividades exploram o estabelecimento de correspondência entre elementos dentro de dois conjuntos. Nessa etapa, é aconselhável a prática de jogos nas quais as crianças estabeleçam correspondências entre conjuntos e consigam discriminar quais são objeções. A partir daí, os conjuntos se ordenam e assim, se vai dos conjuntos à correspondência, e da correspondência biunívoca ao número cardinal e ordinal, entrando no sistema de numeração. Seguindo essa linha, uma vez familiarizada com a noção de conjuntos e sem preocupações referentes à simbologia formal, se pode agrupar os conjuntos que tenham a mesma propriedade numérica. Finalmente, a estrutura pode ser ampliada com a introdução da adição, da multiplicação e depois subtração e divisão, nesta ordem.

Em síntese, Dienes faz circular suas ideias de como ensinar aritmética para crianças por meio de livros e cursos. Propõe atividades abrangendo o desenvolvimento das estruturas lógicas elementares, numa sequência de acordo com o desenvolvimento cognitivo da criança, construindo novas estruturas a partir das já existentes. Considera ainda que, seguindo essas orientações quanto à sequência de lições e jogos, a compreensão do conceito de número pela criança pode ser facilitada.

## Referências

CERTEAU, M. *A Escrita da História*. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.

CHARTIER, R. *A história cultural: entre práticas e representações*. Lisboa: Difel, 1991.

DIENES, Z. P. *Aprendizado Moderno da Matemática*. Trad. de Jorge Enéas Fortes. 2ª edição. Rio de Janeiro: Zahar, 1967b.

DIENES, Z. P. *A Matemática Moderna no Ensino Primário*. Trad. de António Simões Neto. Lisboa: Livros Horizonte Ltda., s/d . Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130361>>. Acesso: Fev. / 2015.

DIENES, Z. P. *Coleção Primeiros Passos*. São Paulo: Herder, 1967a.

DIENES, Z. P. *As seis etapas do processo de aprendizagem*. São Paulo: Herder, 1969.

HAIDAR, M. A educação básica no Brasil. In: MENESES, J. G. et al. *Estrutura e funcionamento da educação básica — leituras*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 1984. p. 59-99.

MEDINA D. *Do primário ao primeiro grau: as transformações da matemática nas orientações das Secretarias Municipais de São Paulo (1961 – 1979)*. 2012. (Tese em educação). Universidade de São Paulo. São Paulo, 2012.

ROMANELLI, O. *História da Educação no Brasil*. 3.ed. Rio de Janeiro: Editora Vozes, 1982.

Recebido: 18/11/2015

Received: 11/18/2015

Aprovado: 16/02/2016

Approved: 02/16/2016