RAM. Revista de Administração Mackenzie
ISSN: 1518-6776
revista.adm@mackenzie.com.br
Universidade Presbiteriana Mackenzie
Brasil

VENEGAS-MARTÍNEZ, FRANCISCO

INMUNIZACIÓN DE FLUJOS FINANCIEROS CON FUTUROS DE TASAS DE INTERÉS: UN ANÁLISIS DE DURACIÓN Y CONVEXIDAD CON EL MODELO DE NELSON Y SIEGEL

RAM. Revista de Administração Mackenzie, vol. 4, núm. 1, 2003, pp. 108-123
Universidade Presbiteriana Mackenzie
São Paulo, Brasil

Inmunización de Flujos Financieros con Futuros de Tasas de Interés: un Análisis de Duración y Convexidad con el Modelo de Nelson y Siegel

HEDGING FUTURE CASH FLOWS WITH INTEREST-RATE FUTURES CONTRACTS: A DURATION AND CONVEXITY ANALYSIS UNDER THE NELSON & SIEGEL MODEL

FRANCISCO VENEGAS-MARTÍNEZ
Director del Centro de Investigación en Finanzas,
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de
Monterrey (ITESM), Campus Ciudad de México.
Calle del Puente 222, Aulas 3, Cuarto piso,
Col. Ejidos de Huipulco, Del. Tlalpan, 14380 México, D. F.,
E-mail: fvenegas@campus.ccm.itesm.mx

RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo de inmunización de flujos financieros, pasivos y activos, contra el riesgo de tasa de interés mediante el uso de contratos a futuros sobre CETES (títulos de deuda pública del gobierno Mexicano). Las estrategias de cobertura que se derivan del modelo propuesto conducen a una reducción significativa del riesgo de mercado. Los conceptos de duración y convexidad monetaria desempeñan un papel importante en el desarrollo del modelo en cuanto a la medición y el control del riesgo. Específicamente, se controla el riesgo de desplazamientos paralelos y moderados en la estructura intertemporal de la tasa de interés y no existe control sobre otros riesgos. La robustez de las estrategias obtenidas se evalúa con la metodología de valor en riesgo. A manera de ilustración, el modelo desarrollado es aplicado en la cobertura de un conjunto de flujos financieros.

PALABRAS CLAVE

Inmunización de portafolios; Riesgo de tasa de interés; Futuros; Valor en riesgo.

ABSTRACT

In this paper we present a model to immunize a future stream of assets and liabilities against interest-rate risk by means of futures contracts on government bonds. The hedging strategies derived from the model reduce significantly the market risk. The concepts of dollar duration and dollar convexity play an important role in measuring and controlling interest-rate risk. Specifically, the risk of small or moderate parallel shifts in the term structure of interest rate is controlled, there is no control on other risks. The robustness of the derived strategies is assessed in terms of the methodology of value at risk. An application is addressed by the way of illustration.

KEYWORDS

Portfolio immunization; Interest-rate risk; Futures contracts; Value at risk.

1 INTRODUCCIÓN

El tamaño considerable que los mercados de futuros financieros han alcanzado se debe en gran medida a la flexibilidad que estos instrumentos proporcionan a sus usuarios para entrar o salir rápidamente del mercado. Esto gracias a su liquidez y al bajo nivel de apalancamiento que requieren. Los futuros financieros, en particular los que se refieren a títulos de deuda pública, son herramientas útiles que permiten a las tesorerías de corporativos controlar el riesgo de tasa de interés con costos bajos de transacción. El riesgo crédito de estos instrumentos es nulo debido a la asociación del mercado con una cámara de compensación que, a cambio de una comisión, actúa como contraparte de todas las partes, garantizando el cumplimiento de las obligaciones adquiridas. En conclusión, los futuros financieros son instrumentos que permiten a las tesorerías planear sus flujos de pasivos y activos en respuesta a sus expectativas económicas y financieras, reduciendo el riesgo y la incertidumbre del mercado con bajos costos de transacción.

El riesgo por fluctuaciones adversas en la tasa de interés que enfrentan las tesorerías de corporativos se refleja en la posibilidad de que los flujos que se tienen planeados no se presenten ni en la magnitud ni en los tiempos que se esperaban. El riesgo de tasas de interés puede reducirse, y en ocasiones eliminarse, si se cubren adecuadamente los flujos esperados tomando posiciones en futuros sobre títulos de deuda gubernamentales. En este trabajo, con base en la distribución empírica del valor presente de los flujos financieros, damos respuesta a las siguientes preguntas: ¿cómo podemos medir el riesgo asociado a diferentes escenarios o estados de la naturaleza y cómo podemos inmunizar contra este tipo de riesgo el valor presente de nuestros flujos esperados?

La inmunización de un conjunto de flujos esperados consiste en determinar un portafolio de futuros que genere los flujos de efectivo que se requiere para compensar las pérdidas en el valor presente, es decir, se desea determinar un portafolio que cubra el valor presente de los flujos esperados contra el riesgo de tasas de interés. En este trabajo, las estrategias de inmunización se determinan con base en la duración y convexidad monetarias del valor presente de los flujos y de los futuros. Para evaluar la robustez de las estrategias obtenidas en términos globales, es decir, en términos del comportamiento histórico de la tasa de interés, se genera la distribución conjunta del valor presente de los flujos financieros y de los flujos propios que producen los futuros. Se comparan las varianzas de las distribuciones empíricas de los flujos financieros con y sin futuros, y se estiman pérdidas potenciales en términos del valor en riesgo.

La literatura disponible sobre inmunización utilizando los conceptos de duración y convexidad es extensa. Vale la pena destacar los siguientes trabajos: Kolb (1998); Zenios (1996); Fabozzi (1994); Chance (1990); Cox, Ingersoll y Ross (1979); Platt (1986); Schaefer (1986); Chua (1984); Ingersoll, Skelton y Weil (1978); Bierwarg, Kaufman y Khang (1978); Bierwarg, Kaufman y Toevs (1983a, b); Fabozzi y Pollack (1987); y Granito (1984). La literatura sobre valor en riesgo es también abundante, así que sólo mencionamos algunos ejemplos: Jorion (1999); Beckstrom y Campbell (1995); y Kupiec (1995).

Este trabajo está organizado como sigue. En la sección 2, se presenta un método local de inmunización de flujos financieros que utiliza duración y convexidad monetarias. En la sección 3, se desarrolla un método global de inmunización con base en el valor en riesgo. En la sección 4, se ilustra el método de inmunización propuesto en la cobertura financiera de un conjunto de flujos. Finalmente, en la sección 5, se resumen los principales resultados de la investigación, se destacan las limitaciones y ventajas del método empleado y, por último, se mencionan algunas líneas de investigación futura.

2 METODO LOCAL DE INMUNIZACIÓN DE FLUJOS FINANCIEROS

En esta sección se presenta un modelo de decisión para inmunizar flujos financieros con futuros sobre tasas de interés. El modelo emplea los conceptos de duración y convexidad monetaria útiles en la medición y el control del riesgo por desplazamientos paralelos y moderados en la tasa de interés. A partir de las estructuras de plazos de la tasa de interés de CETES, generadas con el modelo de Nelson y Siegel, se obtienen las distribuciones empíricas de un conjunto de flujos financieros con y sin inmunización, y se comparan los efectos en la varianza y en el valor en riesgo a niveles predeterminados de probabilidad.

2.1 ESTIMACIÓN DE LA CURVA DE RENDIMIENTO DE CETES CON EL MODELO DE NELSON Y SIEGEL

El modelo de Nelson y Siegel (1987) puede verse como una extensión del modelo Vasicek (1977), ya que considera reversión a la media. Sin embargo, una diferencia esencial entre éstos es que el primero modela la evolución de la tasa forward instantánea y el segundo la tasa *spot*. Nelson y Siegel proponen un modelo parsimonioso que no contiene términos polinomiales a fin de evitar tendencias explosivas. El modelo de Nelson y Siegel puede compararse con los de Hull y White (1990) y Ho y Lee (1986). La desventaja principal de estos últimos es que la curva de rendimiento calibrada depende de la pendiente de la tasa forward.

Específicamente, Nelson y Siegel sugieren que la tasa instantánea forward, $f(t, T)$, de plazo T al tiempo de referencia t, sigue una dinámica de acuerdo a

$$f(t,T) = \beta_0 + \beta_1 \, exp\left(-\frac{T - t}{\tau}\right) + \beta_2 \left(\frac{T - t}{\tau}\right) exp\left(-\frac{T - t}{\tau}\right) \quad (1)$$

donde β_0, β_1 y β_2 son parámetros por determinar. La ecuación anterior es la solución de una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden con raíces reales e iguales, y τ es un parámetro asociado a la velocidad de convergencia de la tasa forward. Observe que la componente β_0 puede verse como la contribución de la tasa forward en el largo plazo. Los otros componentes tienden a cero cuando el vencimiento aumenta, ya que se multiplican por un término que decrece exponencialmente. Asimismo, la segunda componente $\beta_1 \exp(-(T - t)/\tau)$ puede verse como la contribución de la tasa forward en el corto plazo. Este componente converge más rápido a cero que la tercer componente, $\beta_2((T - t)/\tau)\exp(-(T - t)/\tau)$, cuando se incrementa el plazo. Esta función también tiene un término de decaimiento exponencial pero multiplicado por el factor $(T - t)/\tau$, que se incrementa con el plazo a vencimiento. Por lo tanto, este último término empieza en cero (cuando T es igual a t) y se incrementa hasta un máximo antes de converger otra vez en cero.

En el modelo de Nelson y Siegel (1987) para obtener el rendimiento de un bono cupón cero en función del vencimiento T, simplemente se promedia la tasa forward en $[t, T]$, es decir,

$$R(t,T) = \frac{1}{T - t}\int_t^T f(t,s) \, \mathrm{d} s. \quad (2)$$

En este caso, la curva de rendimiento está dada por:

$$R(t,T) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)\left[1 - \exp\left(-\frac{T - t}{\tau}\right)\right]\frac{T - t}{\tau} - \beta_2 \exp\left(-\frac{T - t}{\tau}\right). \quad (3)$$

En la ecuación anterior, β_0 está asociada a la curva de rendimiento de largo plazo y la suma $\beta_1 + \beta 2$ está asociada a la curva de rendimiento a corto plazo. Las principales características del modelo de Nelson y Siegel son: 1) la tasa forward tiene un comportamiento suave; 2) produce curvas de rendimiento sigmoideas; 3) evita movimientos bruscos; 4) presenta reversión a la media; y 5) detecta tendencias sistemáticas en los datos.

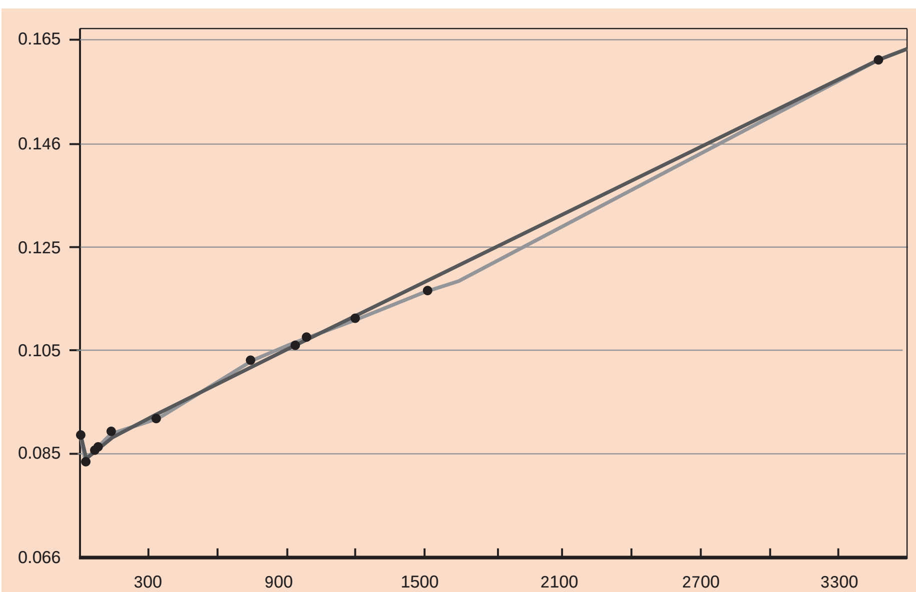
El parámetro τ en la ecuación de la curva de rendimiento define la velocidad con la cual β_1 y β_2 se acercan a cero. La cantidad $1/\tau$ corresponde a la velocidad de convergencia en el modelo de Hull y White. Cuando τ disminuye, la curva de rendimiento converge más rápido al equilibrio de largo plazo de β_0. Recíprocamente, cuando τ aumenta, la curva de rendimiento converge más lentamente al equilibrio de largo plazo de β_0.

En el modelo de Nelson y Siegel, β_0, β_1, β_2 y τ son las cuatro variables exógenas. El primer paso para determinar el valor de cada parámetro es definir un valor τ que sea consistente con el comportamiento de la reversión a la media. En general, existe una compensación entre el ajuste de la curvatura en el corto plazo de la estructura y el ajuste de la curvatura en el largo plazo de la estructura. Valores pequeños de τ producen un mejor ajuste en las tasas de menor plazo. Por el contrario, valores grandes de τ conducen a un mejor ajuste en las tasas de interés de plazos más largos. Una vez que τ se ha seleccionado, β_0, β_1 y β_2 se estiman mediante mínimos cuadrados.

Es importante destacar que el proceso propuesto no considera la selección del parámetro τ. En su lugar, se propone ajustar el modelo para varios valores de

GRÁFICA 1

CURVAS ESTIMADAS DE RENDIMIENTO PARA $\tau = 2.5$ Y $\tau = 35$ CON FECHA DE INICIAL T = 20 DE FEBRERO DE 2002 (EL EJE VERTICAL REPRESENTA TASAS DE RENDIMIENTO Y EL EJE HORIZONTAL DÍAS PLAZO)



τ entre 0 y 200, a través de incrementos arbitrarios de 0.5 en 0.5. La R^2 de la regresión más alta es el criterio para seleccionar un conjunto de estimadores para β_0, β_1 y β_2. Otra posibilidad consiste en elegir τ justo antes de que la tasa forward en largo plazo se torne negativa. Desafortunadamente, no hay procedimientos analíticos para elegir τ sólo existen algunos criterios empíricos entre los que se encuentran los ya mencionados. En la Gráfica 1 se presentan dos curvas estimadas de rendimiento para $\tau = 2.5$ y $\tau = 35$ en función del tiempo en días. En este ejercicio se utilizaron los precios de la fecha de referencia $t = 20$ de febrero de 2002, para correr la regresión.

2.2 DURACIÓN Y CONVEXIDAD DE FUTUROS DE TASAS DE INTERÉS

En esta sección se define la duración y convexidad monetaria de los futuros sobre CETES a 91 días, los cuales son los instrumentos financieros de cobertura que utilizaremos para inmunizar nuestros flujos de efectivo. Para valuar el futuro del CETE a 91 días se utilizará un registro histórico de las curvas de rendimiento estimadas, R_n, con la metodología de Nelson y Siegel:

$$F^{(n)}_{t,T,T+91} = M\left[\frac{1 + R_n^{(T)}\left(\dfrac{T-t}{360}\right)}{1 + R_n^{(T+91)}\left(\dfrac{T + 91 - t\tau}{360}\right)}\right]. \tag{4}$$

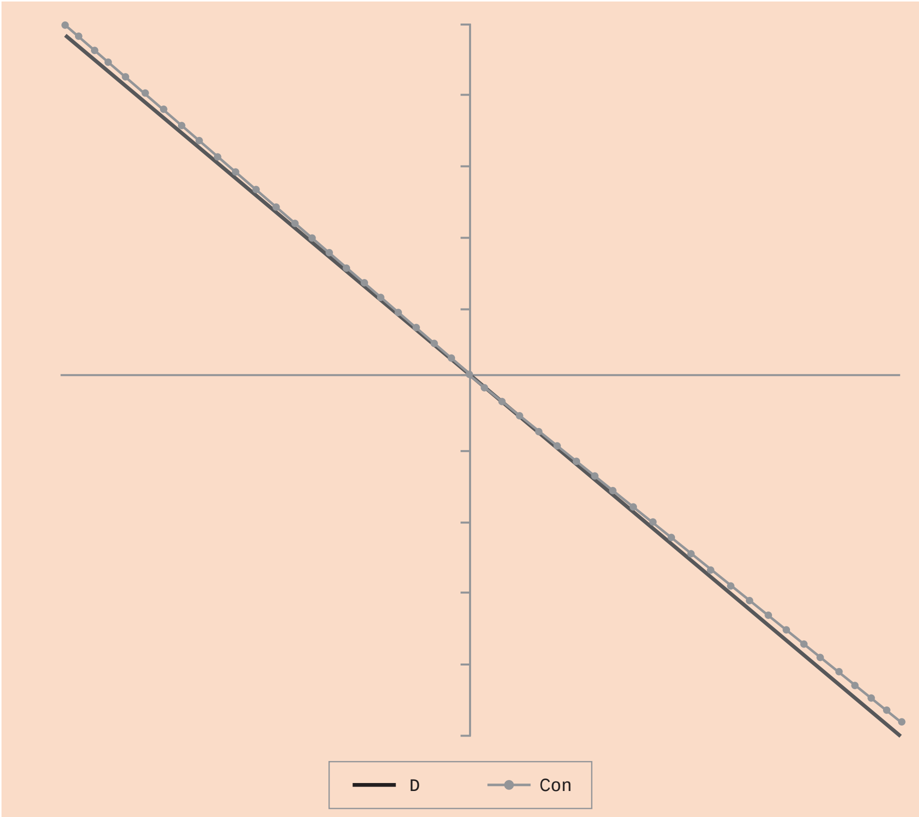
Aquí, $F^{(n)}_{t,T,T+91}$ es el precio del futuro del CETE a 91 días, observado al tiempo t, con vencimiento en T y plazo de inversión $T + 91$. $R_n^{(T+91)}$ es la tasa de CETES en el intervalo $[t,T\ 91]$, $R_n^{(T)}$ es la tasa de interés estimada de CETES en $[t,T]$ y M es el valor nominal del contrato. Note también que el paréntesis de la ecuación (1) expresa la tasa *forward*.

La duración del futuro es la derivada de (4) con respecto de la tasa de interés y la convexidad es la segunda derivada del futuro con respecto de la tasa de interés. En la Gráfica 2, se presentan la duración y convexidad monetaria de un futuro de CETES. Se puede apreciar que, para cambios moderados en la tasa de interés, el diferencial entre estas dos medidas de sensibilidad aumenta.

Existen dos flujos importantes que se generan con un contrato futuro en los tiempos T y $T + 91$: el precio $F^{(n)}_{t,T,T+91}$ y valor nominal M del activo subyacente, respectivamente. Es importante destacar que conforme nos acercamos al tiempo T, el precio del futuro se aproxima al precio *spot* del CETE a 91 días. Por esta razón se presenta un flujo de efectivo por la operación pactada (compra o venta).

GRÁFICA 2

DURACIÓN Y CONVEXIDAD MONETARIA DE UN FUTURO DE CETES A 91 DÍAS ESTIMADAS EL 20 DE FEBRERO DE 2002



2.3 DETERMINACIÓN DEL NÚMERO DE CONTRATOS

La pregunta que se responde en esta sección es cómo podríamos cubrir nuestros flujos financieros para evitar pérdidas de valor presente por la exposición al riesgo mercado. Para realizar la cobertura de flujos de efectivo que se tienen programados, podríamos seguir los cuatro principios siguientes:

- Tomar una posición con futuros inversa a la posición que se mantiene sobre el flujo. Es decir, si estamos largos en nuestros flujos, entonces tomamos una posición corta a futuro y *viceversa*.
- Determinar el número de contratos a futuro. Esto lo podríamos llamar "ajuste por volumen".

Si el futuro está referido a una fecha diferente a la fecha del flujo, entonces las posibles pérdidas o ganancias que se generen en nuestros flujos pueden ser diferentes a las posibles ganancias o pérdidas que se generaría con nuestra posición en futuros, por lo que es necesario que nuestra posición en futuros, además de ajustarse por volumen, se ajuste por la duración y convexidad monetaria de nuestros flujos.

Si los cambios no son pequeños desplazamientos paralelos sino cambios moderados, podrían cometerse errores graves de aproximación. Por lo anterior, es importante considerar las limitaciones de la convexidad de nuestros flujos y de nuestros futuros.

El método que se propone para inmunizar los flujos financieros es el siguiente: se igualan la duración monetaria y la convexidad monetaria de dos series de futuros de CETES, con la duración monetaria y la convexidad monetaria de los flujos financieros. El sistema resultante contempla 2 ecuaciones con 2 incógnitas, digamos N_1 y N_2, que representan el número de contratos a futuro sobre CETES de dos series. Así pues, el sistema que se tiene que resolver es:

$$\begin{aligned} &D\left(T_1;F^{(n)}_{t,T_1,T_1+91}\right)N_1 + D\left(T_2;F^{(n)}_{t,T_2,T_2+91}\right)N_2 + D_n(f) \\ &C\left(T_1;F^{(n)}_{t,T_1,T_1+91}\right)N_1 + C\left(T_2;F^{(n)}_{t,T_2,T_2+91}\right)N_2 + C_n(f) \end{aligned} \tag{5}$$

donde $D\left(T_1;F^{(n)}_{t,T_1,T_1+91}\right)$ y $C\left(T_1;F^{(n)}_{t,T_1,T_1+91}\right)$ denotan, respectivamente, la duración y convexidad monetarias del futuro $F^{(n)}_{t,T,T+91}$. De la misma manera, $D_n(f)$ y $C_n(f)$ y denotan la duración y convexidad de los flujos financieros en cuestión. En este caso, se puede verificar rápidamente que la solución está dada por:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{D_n(f)C\left(T_2;\ F^{(n)}_{t,T_2,T_2+91}\right) - C_n(f)D\left(T_2;\ F^{(n)}_{t,T_2,T_2+91}\right)}{D\left(T_1;\ F^{(n)}_{t,T_1,T_1+91}\right)C\left(T_2;\ F^{(n)}_{t,T_2,T_2+91}\right) - C\left(T_1;\ F^{(n)}_{t,T_1,T_1+91}\right)D\left(T_2;\ F^{(n)}_{t,T_2,T_2+91}\right)}, \\ N_2 &= \frac{D_n(f)C\left(T_1;\ F^{(n)}_{t,T_1,T_1+91}\right) - C_n(f)D\left(T_1;\ F^{(n)}_{t,T_1,T_1+91}\right)}{D\left(T_1;\ F^{(n)}_{t,T_1,T_1+91}\right)C\left(T_2;\ F^{(n)}_{t,T_2,T_2+91}1\right) - C\left(T_1;\ F^{(n)}_{t,T_1,T_1+91}\right)D\left(T_2;\ F^{(n)}_{t,T_2,T_2+91}\right)}. \end{aligned} \tag{6}$$

Observe que N_1 y N_2 dependen de varios factores: 1) de los montos y fechas de los flujos de efectivo y 2) de los precios y vencimientos de los contratos futuros. Si $N_i > 0$, se genera una posición larga (comprar contratos), en caso contrario se genera una posición corta (vender contratos). El costo de la estrategia de inmunización se calcula multiplicando N_1 y N_2 por los correspondientes márgenes iniciales (aportaciones iniciales mínimas) y, en su caso, por el margen adicional (aportaciones excedentes) cuando la calidad crediticia del inversionista así lo amerite.

Se dice que los contratos futuros $F = \left\{F^{(n)}_{t,T_1,T_1+91}, F^{(n)}_{t,T_2,T_2+91}\right\}$, con fechas de vencimiento T_1 y T_2 y fechas de plazo de inversión $T_1 + 91$ y $T_2 + 91$, inmunizan a f si $F = \left\{F^{(n)}_{t,T_1,T_1+91}, F^{(n)}_{t,T_2,T_2+91}\right\}$ y N_1 y N_2 satisfacen (6). Es importante señalar algunas limitaciones del método. Primero, con tres o más series de futuros de tasas de interés, se obtendría un sistema de dos ecuaciones con tres o más incógnitas. Por lo tanto, existirá un número infinito de estrategias de cobertura, de las cuales se pueden escoger algunas que cumplan ciertas restricciones sobre cantidades de contratos en función de la liquidez de los mismos. De la misma forma, podríamos incluir como restricción el valor presente del portafolio (flujos y futuros), lo que de alguna manera permitiría considerar ternas de series de futuros de CETES en lugar de pares; ya que tendríamos en este caso un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas. Segundo, el método nos cubre de manera limitada contra cambios no moderados, siendo insuficiente la incorporación de la convexidad. La actualización periódica de la estrategia permitirá una mejor protección ante el riesgo.

El método supone liquidez infinita (efecto precio despreciable) y supone además que se pueden vender fracciones de contratos futuros. Sin embargo, es importante notar que la estandarización de los contratos no permite tomar posiciones sobre nominales distintos a los múltiplos generados por el tamaño del contrato. Por último, vale la pena señalar que existen métodos alternativos para inmunizar riesgos de tasas de interés en flujos financieros que minimizan la convexidad.

3 METODO GLOBAL DE INMUNIZACIÓN DE FLUJOS FINANCIEROS (VALOR EN RIESGO)

Una vez que se han determinado las soluciones locales del problema de inmunización, dichas estrategias de cobertura se evalúan en términos globales, es decir, en términos de las variaciones de mercado de la tasa de interés en el escenario del último año. A partir de un registro histórico de la estructura de plazos de la tasa de interés de CETES, se genera la distribución del valor presente de un conjunto de flujos financieros con y sin cobertura.

3.1 DISTRIBUCIÓN GLOBAL DEL VALOR PRESENTE DE UN CONJUNTO DE FLUJOS ESPERADOS

En esta sección llevaremos a cabo un análisis estadístico del comportamiento histórico de la curva de rendimiento a fin de obtener la distribución del valor presente de un conjunto dado de flujos financieros. Considere, como antes, un conjunto de flujos esperados, tanto de pasivos como de activos, $f + \{f_1, f_2,..., f_l ,..., f_m\}$ en fechas preestablecidas $t_1, t_2 ,..., t_l ,..., t_m$. Suponga que se cuenta con un registro histórico, B, de curvas de rendimiento R_n. El valor presente de los flujos financieros, f, con la tasa de la j-ésima curva de rendimiento se denotará por $V_j(f)$. Si B es pensado como un conjunto de posibles escenarios (estados de la naturaleza), entonces $\{V_1(f),...,V_j(f),...,V_n(f)\}$ puede verse como una muestra proveniente de la distribución del valor presente de f, denotado por $V(f)$. La distribución empírica de $V(f)$ se define para cualquier $x \in (-\infty, \infty)$ como:

$$G_m(x) = \begin{cases} 0, & si\ x < V_{(1)}(f), \\ \frac{k}{n}, & si\ V_{(k)}(f) \leq x < V_{(k+1)}(f) \quad (k = 1,2,...,l,...,n-1), \\ l, & si\ x \geq V_{(n)}(f), \end{cases} \tag{7}$$

donde $V_{(1)}(f),...,V_{(j)}(f),...,V_{(n)}(f)$ son las estadísticas de orden de la muestra $\{V_1(f),...,V_j(f),...,V_n(f)\}$, *i.e.*, los valores muestrales ordenados en forma creciente. El percentil (o cuantil de orden p) de $V(f)$, denotado por x_p, se define mediante:

$$p \leq G_m(x_p) \leq p + \Pr_G\{V(f) = x_p\}. \tag{8}$$

La distribución empírica nos permite calcular la probabilidad de que el valor presente de nuestros flujos tome valores menores que un cierto percentil, lo cual es útil para establecer regiones de riesgo con cierto nivel de confianza. Es decir, dentro del contexto de la metodología del valor en riesgo y construyendo una distribución empírica, podemos calcular el valor en riesgo de nuestro portafolio (flujos de activos y pasivos) para variaciones diarias de las tasas, con un cierto nivel de confianza.

3.2 DISTRIBUCIÓN GLOBAL DEL VALOR PRESENTE DE UN CONJUNTO DE FLUJOS ESPERADOS CUBIERTOS CON FUTUROS

Una vez que hemos calculado el número de contratos futuros de dos series de CETES, como soluciones locales, se determina la distribución del valor presente de un conjunto de flujos esperados incorporando futuros; a fin de evaluar las soluciones globalmente y cuantificar el riesgo de este portafolio ampliado con la incorporación de operaciones financieras derivadas. Considere un conjunto de flujos financieros, $f = \{ f_1, f_2,..., f_l ,..., f_m \}$ en fechas preestablecidas t_1, t_2 ,..., t_l,..., t_m. Suponga, además, que se cuenta con una muestra B de curvas de rendimiento. Entonces, el valor presente de los flujos financieros incluyendo los futuros, $F = \left\{F^{(n)}_{t,T_1,T_1+91}, F^{(n)}_{t,T_2,T_2+91}\right\}$, que inmunizan dichos flujos con la estructura de plazos asociada al j-ésimo elemento de B, con fechas de vencimiento T_1 y T_2 y fechas de plazo de inversión $T_1 + 91$ y $T_2 + 91$, respectivamente, se denota por $V_j(f, F)$. En este caso, la distribución empírica de $V(f,F)$ se define para cualquier $z \in (-\infty, \infty)$ como:

$$H_m(z)=\begin{cases} 0, & si\ z < V_{(1)}(f,F), \\ \frac{k}{n}, & si\ V_{(k)}(f,F) \leqslant z < V_{(k+1)}(f,F) \quad (k = 1,2,...,l...,n-1), \\ l, & si\ z \geqslant V_{(n)}(f,F), \end{cases} \tag{9}$$

donde $V_{(1)}(f,F),...,V_{(j)}(f,F),...,V_{(n)}(f,F)$ son las estadísticas de orden de la muestra $\{V_1(f,F),...,V_j(f,F),...,V_n(f,F)\}$, *i.e.*, son los valores muestrales ordenados en forma creciente. El percentil (o cuantil de orden p) de $V(f,F)$, denotado por z_p, se define mediante:

$$p \leqslant H_m(z_p) \leqslant p + \mathrm{Pr}_H \{V(f, F) = z_p\}. \tag{10}$$

4 APLICACIÓN DEL METODO

Uno de los métodos más utilizados en la medición de riesgos de mercado es el de Valor en Riesgo (VeR) (véase JORION, 1999). En esta metodología se genera la distribución de pérdidas potenciales, la cual se utiliza para estimar intervalos de confianza de posibles pérdidas con cierto grado de confianza estadística y en un plazo determinado. En esta sección, estamos interesados en analizar potenciales pérdidas en el valor presente de un conjunto de flujos de efectivo, a través de los valores históricos de la tasa de interés.

A continuación se ilustra el método propuesto de inmunización global para un conjunto de flujos de efectivo. Los objetivos específicos de este ejercicio son:

1) medir el riesgo a partir de métodos locales (para cambios pequeños en tasas de interés);
2) analizar cómo cambios adversos en la tasa de interés afectan el valor presente de los flujos;
3) presentar varias estrategias con futuros que inmunizan los riesgos de un conjunto de flujos; y

4) evaluar las distintas estrategias con el fin de seleccionar la más adecuada para cubrir los flujos de efectivo.

En el siguiente ejercicio, a partir de un registro histórico de la estructura de plazos de la tasa de CETES, se genera la distribución del valor presente de los flujos financieros. Posteriormente, con referencia a la curva de rendimientos más reciente se determinan la duración y convexidad monetaria del valor presente de dichos flujos y se calculan las cantidades de contratos futuros que lo inmunizan, las cuales son soluciones locales. Estas cantidades, junto con los precios de los futuros, se utilizan para generar la distribución conjunta de los flujos financieros y de los flujos propios de los futuros, tanto para el método propuesto como para su extensión que considera variaciones de mercado en la tasa de interés.

Se comparan las varianzas de las distribuciones empíricas de los flujos financieros con y sin futuros para ambos métodos, con el fin de analizar el efecto que en términos de reducción de riesgos tiene la incorporación de futuros en nuestro portafolio de activos y pasivos. En la Tabla 1 se presenta un conjunto de

TABELA 1

FLUJOS DE EFECTIVO, VENCIMIENTOS DE FUTUROS Y ESTRATEGIAS DE COBERTURA

Fechas de flujos	Montos de flujos	Vencimientos de futuros CETES			
31-Dic-01	−$910,000.00	21-Dic-01		método histórico	
31-Ene-02	−$950,000.00	20-Mar-02		c/futuros	s/futuros
31-Mar-02	$1,000,000.00	$N_1 = 11.98$	media	19,567.17	−9,222.72
30-Jun-02	$1,000,000.00	$N_2 = 14.16$	desv.est.	389.11	27,112.20
		21-Dic-01		método histórico	
		20-Jun-02		c/futuros	s/futuros
		$N_1 = 18.04$	media	18,452.89	−9,444.62
		$N_2 = 8.54$	desv.est.	5,117.80	28,279.42
		20-Mar-02		método histórico	
		20-Jun-02		c/futuros	s/futuros
		$N_1 = 43.27$	media	21,025.67	−9,444.62
		$N_2 = -17.26$	desv.est.	9,101.41	28,279.42

flujos dados, así como las fechas de vencimiento de los contratos futuros. La muestra de curvas de rendimiento que se consideró es del 31 de diciembre de 2001 al 30 de junio de 2002.

Como puede observarse, en la Tabla 1, las fechas preestablecidas de los flujos de efectivo no coinciden con las fechas de vencimiento de las series de

CETES. Después de igualar la duración monetaria y la convexidad monetaria de dos series de futuros de CETES con la duración monetaria y la convexidad monetaria de los flujos financieros, se obtienen las cantidades de contratos que inmunizan los flujos. La Tabla 1 muestra los resultados del método histórico.

Observe que para la estrategia con fechas de vencimiento T_1 = 21-Dic-01 y T_2 = 20-Mar-02 se tiene una reducción en la varianza al incluir futuros. Lo mismo sucede para las fechas de vencimiento T_1 = 21-Dic-01 y T_2 = 20-Jun-02, así como para T_1 = 20-Mar-02 y T_2 = 20-Jun-02. Sin embargo, para fechas de vencimiento lejanas a las de los flujos, la varianza de estos incluyendo futuros aumenta. Observe, de igual manera, que el par de series de varianza mínima en el valor presente de los flujos está dado por el primer caso, en donde la reducción de la varianza es altamente significativa.

TABLA 2

RESUMEN DE VARIACIONES DE MERCADO

	VARIACIONES DE MERCADO CON FUTUROS		VARIACIONES DE MERCADO SIN FUTUROS	
	Media	18,345.31	Media	25,5987.78
	Desv.Est.	498.36	Desv.Est.	18,758.23
Percentil	VP	Cambio respecto a la base	VP	Cambio respecto a la base
Máximo	21,234.55	2,888.78	123,582.57	102,252.81
0.995	20,874.48	1,543.77	92,571.19	71,741.79
0.990	20,783.72	1,503.25	85,424.78	67,093.95
0.950	20,276.82	936.18	57,378.41	38,078.45
0.900	19,432.35	543.89	42,043.52	21,713.76
0.800	19,215.85	256.82	33,175.04	13,845.46
0.700	19,199.17	203.41	27,645.42	10,359.66
0.600	19,151.57	131.82	27,123.85	7,887.09
0.500	19,130.88	87.12	24,545.25	5,652.79
0.400	19,118.42	−17.89	22,032.51	2,678.65
0.300	19,104.72	−75.02	18,677.51	−752.76
0.200	19,053.43	−173.53	13,973.41	−5,345.34
0.100	18,360.55	−482.21	7,778.17	−12,991.45
0.050	18,332.65	−752.35	1,875.01	−16,465.77
0.010	18,032.16	−1,256.66	−10,548.46	−29,878.23
0.005	17,868.44	−1,261.32	−23,826.99	−42,345.77
Mínimo	16,459.78	−3,698.67	−75,893.09	−93,972.45

Después de generar la distribución del valor presente de un conjunto de flujos esperados incorporando futuros, con el objetivo de determinar las soluciones globales, se tiene la siguiente tabla resumen del valor en riesgo por variaciones de mercado:

Por ejemplo, con un valor en riesgo del 0.5% hay una reducción de 1,261.32 en el valor presente respecto a la base del método histórico y una reducción de 42,345.77 en el valor presente respecto a la base con variaciones de mercado.

5 RESUMEN Y CONCLUSIONES

Se ha presentado un modelo de inmunización contra fluctuaciones adversas en la tasa de interés con futuros financieros. A partir de un registro histórico de las estructuras de plazos de la tasa de interés de CETES, generadas con el modelo de Nelson y Siegel, se obtuvieron las distribuciones empíricas de un flujo financiero dado, con y sin inmunización a través de contratos futuros. El objetivo fue comparar los efectos en la varianza de dichos flujos antes y después de la cobertura. Los conceptos de duración y convexidad monetaria desempeñaron un papel importante en el desarrollo del modelo en cuanto a la medición y control del riesgo en tasas de interés.

Siempre es posible encontrar un par de series de futuros de CETES que inmunicen a un flujo financiero *f*. Sin embargo, no siempre este par reduce la varianza de los flujos. Este problema es equivalente a uno de programación entera en donde se tiene un conjunto de puntos factibles sin restricción en el signo (pares de series) y se desea encontrar aquél que minimice la dispersión. En este sentido, se necesita más investigación para extender el conjunto factible con otros instrumentos de cobertura.

REFERENCIAS

BECKSTROM, R.; CAMPBELL, A. *An introduction to VAR*. Palo Alto, CA: CATS software, 1995.

BIERWARG, G. O.; KAUFMAN, G. G.; KHANG, C. Duration and bond portfolio analysis: an overview. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 13, n. 4, p. 671-681, 1978.

BIERWARG, G. O.; KAUFMAN, G. G.; TOEVS, A. Duration: its development and uses in bond portfolio management: an overview. *Financial Analysts Journal*, Charlottesville, v. 39, n. 4, p. 15-35, 1983a.

______. *Innovations in bond portfolio management*. Greenwich, CT: JAI Press, 1983b.

CHANCE, D. M. Default, risk and the duration of the zero coupon bonds. *Journal of Finance*. Columbo, v. 45, n. 1, p. 265-274, 1990.

CHUA, J. H. A closed-form formula for calculating bond duration. *Financial Analysts Journal*. Charlottesville, v. 40, n. 3, p. 76-78, 1984.

COX, J.; INGERSOLL, J.; ROSS, S. Duration and the measurement of basis risk. *Journal of Business*, Chicago, v. 52, n. 1, p. 51-61, 1979.

FABOZZI, F. *Advanced strategics in risk management fixed income securities*. Hampshire: McMillan, 1994.

FABOZZI, F.; POLLACK, I. *The handbook of fixed income securities*. Dow-Jones, Irwin, 1987.

GRANITO, M. *Bond portfolio immunization*. Cidade: Lexington Books, D.C. Heath and Company, 1984.

HO, T.; LEE, S. Term structure movements and pricing interest-rate contingent claims. *Journal of Finance*, Cidade, v. 41, n. 5, p. 1129-1142, 1986.

HULL, J. C.; WHITE, A. Pricing interest rate derivative securities. *Review of Financial Studies*, v. 3, n. 4, p. 573-592, 1990.

INGERSOLL, J. E.; SKELTON, J.; WEIL, R. L. Duration forty years later. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Cidade, v. 13, n. 4, p. 627-650, 1978.

JORION, P. *Valor en riesgo*. Cidade: Editorial Limusa; Grupo Noriega Editores, 1999.

KOLB, R. W. *Practical reading in financial derivatives*. Cidade: Blackwell publishers Ltd, 1998.

KUPIEC, P. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *Journal of Derivatives*, Cidade, v. 2, n. 1, p. 73-84, 1995.

NELSON, C. R.; SIEGEL, A. F. Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of Business*, Cidade, v. 60, n. 4, p. 473-489, 1987.

PLATT, R. B. *Controlling interest rate risk*: new techniques and applications for money management. Cidade: John Wiley & Sons, 1986.

SCHAEFER, S. Immunization and duration: a review of theory, performance and applications. In: STERN, J. M.; CHEW JR., D. H. (Eds.). *The revolution in corporate finance*. New York: Basil Blackwell, 1986.

VASICEK, O. A. An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, Cidade, v. 5, n. 1, p. 177-188, 1977.

ZENIOS, S. A. *Financial optimization*. Cidade: Cambridge University Press, 1996.

TRAMITAÇÃO
Recebido em 18/10/2002
Aceito em 20/12/2002