



RAM. Revista de Administração Mackenzie
ISSN: 1518-6776
revista.adm@mackenzie.com.br
Universidade Presbiteriana Mackenzie
Brasil

MATHEUS DE ARAUJO, JEVUKS; MAIA LEITE FILHO, PAULO AMILTON
Modelagem da volatilidade apresentada pelos índices ivbx-2 e smll em 2008 usando modelos da
família arch
RAM. Revista de Administração Mackenzie, vol. 13, núm. 4, julio-agosto, 2012, pp. 99-120
Universidade Presbiteriana Mackenzie
São Paulo, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=195423696005>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc



MODELAGEM DA VOLATILIDADE

APRESENTADA PELOS ÍNDICES IVBX-2 E SMLL EM 2008 USANDO MODELOS DA FAMÍLIA ARCH

JEVUKS MATHEUS DE ARAUJO

Doutorando em Economia pelo Departamento de Economia
da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

Professor do Departamento de Economia da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE).
Rua Dom Manoel de Medeiros, s/n, Dois Irmãos, Recife – PE – Brasil – CEP 52171-900
E-mail: jevuks@hotmail.com

PAULOAMILTON MAIA LEITE FILHO

Doutor em Economia pelo Departamento de Economia da
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

Professor do Departamento de Economia da Universidade Federal da Paraíba (UFPB).
Cidade Universitária, Castelo Branco, João Pessoa – PB – Brasil – CEP 58051-900
E-mail: pmaiaf@hotmail.com

Este artigo pode ser copiado, distribuído, exibido, transmitido ou adaptado desde que citados, de forma clara e explícita, o nome da revista, a edição, o ano e as páginas nas quais o artigo foi publicado originalmente, mas sem sugerir que a RAM endosse a reutilização do artigo. Esse termo de licenciamento deve ser explicitado para os casos de reutilização ou distribuição para terceiros. Não é permitido o uso para fins comerciais.



RESUMO

As séries financeiras são fortemente caracterizadas pela sua volatilidade, alternando períodos de alta e baixa volatilidade, ou seja, a variância dessas séries não é constante, variam com o tempo. Dessa forma, as séries financeiras podem apresentar heterocedastidade condicional. O trabalho analisa o comportamento das séries dos retornos dos índices IVBX-2 e SMLL em 2008, com o objetivo de identificar a volatilidade das séries. O eixo teórico central do trabalho é a teoria dos mercados eficientes, que considera que todas as informações relevantes já estão incorporadas nos preços das ações; dessa forma, o preço é uma boa medida de valor das ações. Os índices estudados são caracterizados por representar carteiras hipotéticas compostas por ações de menor valor e menor liquidez, essas características pressupõem um maior risco e um maior retorno associado a investimentos nesse tipo de carteira. A metodologia adotada foi o uso dos modelos da família ARCH. Os resultados da aplicação dos modelos indicam que as séries possuem um comportamento semelhante, com o coeficiente que mede a persistência de choques em torno de 1, e os impactos desses choques se dão de forma assimétrica, em que os choques negativos produzem um efeito maior do que choques positivos.

PALAVRAS-CHAVE

Modelos ARCH; Volatilidade; IVBX-2; SMLL; Mercados eficientes.

100

1 INTRODUÇÃO

Qualquer forma de investimento está sujeita a fortes abalos que ocorrem de tempos em tempos. No mundo todo, o mercado financeiro vem passando por um momento de fortes oscilações, que são refletidas na variabilidade dos preços

das ações. Segundo a teoria dos mercados eficientes, esses preços devem refletir todas as informações disponíveis; logo, momentos de grandes incertezas levam à ampliação da volatilidade dos preços, pois, admitindo a eficiência do mercado, as notícias serão logo incorporadas ao preço das ações.

Em época de fortes perturbações do mercado, conhecer o comportamento da volatilidade das ações torna-se ainda mais importante, haja vista a necessidade de se montar carteiras com menor exposição ao risco.

As séries financeiras são fortemente caracterizadas pela sua volatilidade, alternando períodos de alta e baixa volatilidade; ou seja, a variância dessas séries não é constante, oscilam com o tempo. Dessa forma, as séries financeiras podem apresentar heteroscedastidade condicional (variância do erro não constante ao longo do tempo, o erro depende do erro anterior).

A forte volatilidade dos mercados financeiros tem ampliado os riscos assumidos pelos investidores, especialmente aqueles que investem em ações de segunda linha, ou seja, aquelas ações de empresas que apresentam menor valor de mercado e menor liquidez e que, talvez por esse motivo, é associada a essas ações a existência de maiores riscos. Na Bovespa, o comportamento desses papéis pode ser analisado a partir dos índices: Small Caps (SMLL) e do IVBX-2.

Embora esses papéis sejam considerados de segunda linha, isso não implica classificar essas ações como papéis de menor qualidade. Para muitos analistas as empresas representadas por essas ações têm um forte potencial de crescimento. Dessa forma, advogam a ideia de que os investimentos em papéis de segunda linha (menor liquidez) devem possuir um horizonte de longo prazo.

Períodos de turbulência no mercado, como foi o ano 2008, fazem que os investidores aumentem a aversão ao risco, diminuindo, assim, o interesse em ações de segunda linha, ou mesmo abandonem as ações que possuem em busca de papéis com maior liquidez no mercado. Esse tipo de comportamento dos investidores amplia a volatilidade desses papéis. Dessa forma, em tempos de agitações financeiras, torna-se ainda mais importante conhecer o padrão de volatilidade assumido por esses tipos de investimento.

Ressalta-se que a forte volatilidade desses papéis não representa piora na qualidade das empresas que eles representam, e, sim, uma mudança no comportamento dos investidores, que passam a dar preferência a ações de maior liquidez e menores riscos (CARTEIRA..., 2008). Assim, conhecer o padrão da volatilidade dessas ações pode representar a oportunidade de se obter grandes ganhos ou evitar grandes perdas.

Notícias recentes em jornais e sites especializados em mercado financeiro apontam que os papéis de menor liquidez foram os que apresentaram maior

queda no ano 2008; contudo, especialistas ainda acreditam ser esses os melhores investimentos de longo prazo.

O objetivo deste trabalho é verificar a heterocedasticidade condicional, ou seja, a volatilidade nos Índices SMALL e IVBX-2 registrados na Bovespa em 2008. Utilizando como instrumental os modelos da família ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*). Dessa forma, deseja-se modelar a volatilidade dessas carteiras hipotéticas, de forma a conhecer a reação a choques, bem como a persistência desses sobre o comportamento das séries.

O trabalho está dividido em seis seções, considerando esta Introdução a Seção 1. Na Seção 2, apresenta-se uma abordagem conceitual; na Seção 3, apresentam-se os modelos da família ARCH; na Seção 4, apresenta-se a base de dados; na Seção 5, há a aplicação dos modelos e discussão dos resultados. Por fim, na Seção 6, são apresentadas as considerações finais do artigo.

2 ABORDAGEM CONCEITUAL

No processo de tomada de decisão, os agentes estão intrinsecamente sujeitos a avaliações que fazem acerca de quais os melhores investimentos a ser realizados. As avaliações notadamente têm se fundamentado em análises detalhadas de risco e retorno que cada agente faz de seus investimentos. Assim, as decisões de investimento estimam os retornos ante os riscos inerentes.

Com um trabalho precursor na análise de risco e retorno, Markowitz (1952) observa que os investidores procuram um portfólio que forneça um risco mínimo para os possíveis níveis de retorno. Segundo Markowitz (1952), o risco e o retorno são coisas intimamente ligadas às escolhas dos investidores; entretanto, o risco (variância do retorno) é algo indesejável.

No modelo definido por Markowitz (1952), os investidores devem selecionar suas carteiras levando em consideração simplesmente a média e a variância dos retornos. Quando escolhem suas carteiras maximizando o retorno esperado $E(R)$ e minimizando sua variância $V(R)$.

Analiticamente temos: o retorno esperado de um é dado por

$$E(R) = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i \quad (I)$$

102

em que:

X_i é a parcela da renda investida na ação i .

A variância

$$V(R) = \sum_{i=1}^N x_i^2 V_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j c_{ij}, \quad i \neq j \quad (2)$$

$$c_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}; \quad v_i = \sigma_i^2$$

em que:

x_i é parcela da renda investida no ativo i^{th} ;

V_i é a variância da ação i^{th} ;

C_{ij} é a covariância da entre a ação i^{th} e a ação j^{th} .

A análise feita por Markowitz (1952) demonstra que o retorno esperado de uma carteira pode ser mensurado como sendo a média ponderada dos retornos esperados das ações individuais que compõem a carteira. Enquanto risco esperado da carteira, além da análise dos riscos individuais, deve-se levar em consideração as covariâncias calculadas para pares de ativos. Dessa forma, o modelo proposto pelo autor ressalta a importância da diversificação da carteira, com o objetivo de maximizar os retornos e minimizar os riscos.

Seguindo a análise de risco e retorno originada no trabalho de Markowitz (1952), Sharpe (1964) desenvolveu o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Segundo o autor, mediante a diversificação, uma parte do risco total pode ser eliminada (risco diversificável). Entretanto, há um componente de risco sistemático (não diversificável) inerente mesmo a combinações eficientes de ativos.

Segundo Sharpe (1964), a escolha de carteiras mais eficientes resultará de uma combinação de ativos livre de risco e de ativos com risco. Dessa forma, mesmo com combinações eficientes não são possíveis ganhos elevados de forma permanente.

Weston e Brigham (2004) definem o risco como a probabilidade de ocorrência de algo desfavorável, que pode ser mensurado pelo uso de medidas estatísticas que avaliem a dispersão, como desvio padrão, variância e coeficiente de variação.

O risco diversificável pode ser eliminado pelo aumento do número de ativos que compõem a carteira, desde que esses ativos apresentem retornos independentes. A independência dos retornos dos ativos pode ser obtida pelo coeficiente de correlação, que varia entre -1 e +1. Quando os ativos apresentam correlação positiva (+1) não há possibilidade de redução do risco, pois os retornos se comportam de forma idêntica, ou seja, estão crescendo e diminuindo, nos mesmos momentos. Quando os ativos apresentam correlação negativa (-1) existe a possibilidade de eliminação completa do risco diversificável, pois os retornos se comportam de forma oposta; ou seja, quando um está caindo, o outro está subindo (ELTON et al., 2004).

Quando, no entanto, as decisões se baseiam na estabilidade da matriz de correlação que permite a eliminação do risco diversificável, elas desconsideram as constantes oscilações do mercado, as quais são ampliadas em momentos de crise. As fortes oscilações alteram a estrutura da matriz de correlação, modificando os resultados antes estabelecidos (RAMOS, 2003).

Para mensurar o retorno de uma carteira devemos considerar o retorno esperado e o retorno incerto; o primeiro diz respeito às previsões que os agentes fazem sobre os investimentos efetuados e baseiam-se nas informações que os agentes possuem; e o segundo diz respeito a resultados imprevisíveis decorrentes de informações não conhecidas *ex ante*. Dessa forma, seria como se o retorno fosse resultado da soma de um elemento esperado mais uma surpresa. Assim, temos que o retorno de ações ou carteiras de ações serão influenciados por surpresas, ou seja, por notícias ou informações que o investidor não esperava (ROSS; WESTERFIELD; JAFFE, 2008).

A teoria de mercado eficiente defende a hipótese de que as informações estarão refletidas no comportamento dos preços, assim, o preço das ações se ajustará a boas ou más notícias, tão logo estas estejam disponíveis. Segundo Fama (1970), um mercado eficiente é aquele em que os preços refletem todas as informações disponíveis.

Segundo Brealey e Myers (2005), quando assumimos a hipótese de eficiência do mercado estamos referindo-nos à fácil acessibilidade que todos os investidores têm ao conjunto de informações disponíveis, e que todas as informações relevantes são refletidas nos preços das ações.

Um das implicações da hipótese de mercado eficiente é que o comportamento dos preços é imprevisível, descrevendo um passeio aleatório. Logo, as variações nos preços também são interpretadas como uma forma de se mensurar o risco.

Fama (1970) apresenta a notação de um retorno esperado como sendo:

$$E(\tilde{P}_{J,T+1}|\varphi_t) = [1 + E(\tilde{r}_{J,T+1}|\varphi_t)]P_{J,T} \quad (3)$$

em que:

E é o operador de valor esperado;

$P_{J,T}$ é o preço do título J no tempo T;

$P_{J,T-1}$ é preço no tempo T-1;

$r_{J,T+1}$ é retorno percentual;

φ_t representa o conjunto de informações disponíveis;

O símbolo (\sim) indica as variáveis aleatórias no tempo t.

Aceitando a hipótese de eficiência do mercado, estamos, notadamente, restringindo a possibilidade de ampliar de forma anormal os retornos dos investimentos pelo uso de informações disponíveis. Dado um conjunto de informações (ϕ_t), os agentes poderão fazer projeções do retorno no tempo ($t + 1$). Tal projeção pode estar acima ou abaixo do retorno de equilíbrio. No entanto, não há possibilidade do uso das informações (ϕ_t) para se obter lucros acima do que é compatível com risco do investimento (ELTON et al., 2004).

Segundo Fama (1995), o mercado eficiente retrata a interação entre uma grande quantidade de investidores racionais e maximizadores de lucros, onde os acontecimentos passados e as previsões de acontecimentos futuros já estão refletidos nos preços, sendo essa uma medida adequada do valor das ações em qualquer tempo.

3 MODELOS DA FAMÍLIA ARCH

A metodologia adotada neste trabalho utiliza modelos de volatilidade condicional da família ARCH, os quais consideram a dependência temporal dos retornos. Segundo Bueno (2008), esses modelos surgiram em razão da forte importância dada ao estudo do risco e da incerteza na teoria econômica; ressalta, ainda, possíveis fragilidades da aplicação empírica dos modelos com o CAPM.

Segundo Morettin (2006), os modelos da família ARCH são úteis para modelagem da volatilidade. A ideia central por trás deles é que o retorno não é correlacionado serialmente, mas a volatilidade depende dos retornos passados.

3.1 ARCH (P) – AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETROSCEDASTICITY

Desenvolvido por Engle (1982), RCH (p) considera a variância condicional como uma função linear do quadrado das informações passadas. Temos, então, que a variância do erro depende, ou é função, do erro passado ao quadrado, ou seja, o erro está condicionado a informações adquiridas no período anterior.

O erro apresenta a seguinte distribuição:

$$\varepsilon_t \sim N[0, (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)] \quad (4)$$

105

em que a variância do erro é função de um termo constante somado ao quadrado do erro do período anterior. Na prática, o erro não precisa apresentar distribuição normal, basta ser independente e identicamente distribuído. Considera-se, também, a variância sendo igual a 1.

Representação de um modelo ARCH(p)

$$\varepsilon_t = \sigma_t \mu_t, \mu_t \sim iid.(0,1)$$

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$E(\varepsilon_t^2) = 1$$

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \\ E(\varepsilon_t^2 | I_{t-1}) &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \end{aligned} \tag{5}$$

em que:

I_{t-1} é o estoque de informações disponíveis em $t-1$.

Restrições paramétricas: $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, p$

3.2 GARCH (P,Q) – GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY

Apresentado por Bollerslev (1986), o GARCH (p,q) considera que a função linear da variância condicional também inclui variâncias passadas. Dessa forma, sugere um modelo mais parcimonioso. A variância passa a ser representada por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \tag{6}$$

em que:

α_0 mede a extensão em de um choque;

$(\alpha_0 + \beta_1)$ revela a medida de persistência de um choque na volatilidade.

Restrições são dadas por: $\alpha_0 > 0$, $i = 1, 2, \dots, q$; $\beta_j > 0$, $j = 1, 2, \dots, p$ e $\alpha_0 + \beta_1 < 1$

Dessa forma, se o somatório dos coeficientes $(\alpha_0 + \beta_1)$ resultar em valores próximos a zero, tem-se que um choque sobre a volatilidade terá efeitos rápidos sobre o comportamento da série, ou seja, a variância da série deverá convergir para média em um curto período de tempo. Quanto mais próximo de 1 for o valor do somatório, mais lentamente o choque irá dissipar-se, ou seja, a variância deve demorar a convergir novamente para média. Quando esse somatório for maior do que 1, indica que os choques terão um longo período de duração.

A identificação da ordem modelo GARCH a ser estimado é usualmente feita a partir dos critérios AIC (*Akaike Information Criterion*) e SBC (*Bayesian Information Criterion*).

Ao observar o comportamento da variância condicional nas séries financeiras, tem-se verificado comportamento assimétrico da volatilidade, ou seja, o tipo das informações passadas leva a comportamentos distintos em intensidades diferentes. Constatou-se que choques positivos levam a um crescimento da volatilidade menor do que choques negativos, assim, informações ou inovações positivas possuem um impacto menor do que informações ou inovações negativas. Essas assimetrias podem ser modeladas com modelos EGARCH e TGARCH.

3.3 EGARCH (P,Q) – GARCH EXPONENCIAL

Nelson (1991) apresenta um modelo capaz de descrever as diferentes respostas aos choques positivos e negativos, absorvendo, assim, os impactos assimétricos. O modelo é formalizado da seguinte maneira:

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2) + \alpha_1 \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] + \gamma \left[\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}}} \right] \quad (7)$$

em que:

γ captura a assimetria;

Se $\gamma < 0$, um choque negativo aumentará a volatilidade;

Se $\gamma > 0$, um choque positivo diminuirá a volatilidade dos retornos;

Se $\gamma = 0$, haverá ausência de assimetria na volatilidade dos retornos.

O coeficiente β indica a persistência de choques na volatilidade.

3.4 TGARCH (P,Q)

Zakoian (1994) propôs um modelo de heterocedasticidade condicional para verificar os efeitos de choques positivos e negativos na volatilidade. Esses efeitos são capturados pela variável *dummy* do modelo:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 \quad (8)$$

em que:

d_{t-1} é a variável *dummy*, tal que $d_{t-1} = 1$, se $\varepsilon_{t-1} < 0$ e $d_{t-1} = 0$, se $\varepsilon_{t-1} > 0$;

γ , captura a simetria;

β_1 , mede a persistência dos choques.

4 BASE DE DADOS

Os dados utilizados neste trabalho foram coletados no *site* da Bovespa e correspondem a informações diárias do preço de fechamento das carteiras hipotéticas desenvolvidas e simuladas pela Bovespa, todas as informações referem-se a 2008. Os índices formulados pela Bovespa servem de parâmetro para avaliar o desempenho de vários tipos de ações. Estes estão distribuídos em áreas que refletem o comportamento de setores ou grupos específicos de empresas.

Os índices utilizados neste trabalho são assim apresentados pela Bovespa:

O Índice Valor Bovespa – 2^a Linha (IVBX-2) foi desenvolvido em conjunto pela BOVESPA e pelo jornal *Valor Econômico*, visando mensurar o retorno de uma carteira hipotética constituída exclusivamente por papéis emitidos por empresas de excelente conceito junto aos investidores, classificadas a partir da 11^a posição, tanto em termos de valor de mercado como de liquidez de suas ações.

Criados pela BM&FBOVESPA, o Índice BM&FBOVESPA Small Cap (SMILL) têm por objetivo medir o comportamento das empresas listadas na Bolsa de modo segmentado, [...] o índice Small Cap medirá o retorno de uma carteira composta por empresas de menor capitalização. As ações componentes serão selecionadas por sua liquidez, e serão ponderadas nas carteiras pelo valor de mercado das ações disponíveis à negociação (2009, grifo do autor).

Dessa forma, o trabalho avalia duas carteiras hipotéticas com características semelhantes em sua composição: a primeira é formada por empresas de segunda linha e a segunda por empresas pequenas recém-incorporadas ao mercado financeiro. Ambas apresentam em sua composição ações com uma exposição maior ao risco do que, por exemplo, uma carteira formada pelas ações que compõem o Ibovespa ou MLCX.

5 APLICAÇÃO DOS MODELOS¹ E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os dados foram organizados de forma a estimar um modelo autorregressivo dinâmico. Dado que Y_t é o valor observado para os Índices, então a variação do índice entre dois períodos é dada por:

¹ Para aplicação dos modelos foi usado o software Eviews 5.

$$Y_t = Y_t - Y_{t-1} \quad (9)$$

Aplicando o logaritmo natural à série, define o retorno (\ln retorno) como composto continuamente por:

$$R_t = \ln(Y_t) - \ln(Y_{t-1}) \quad (10)$$

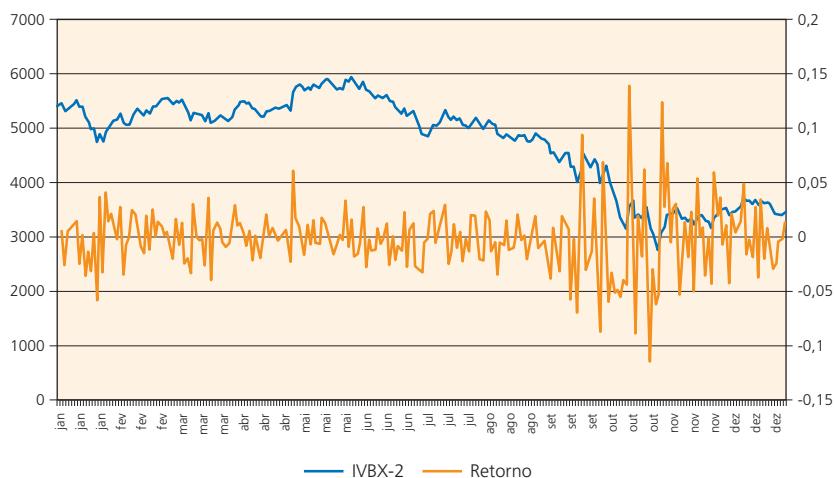
ou seja, aplica o logaritmo e depois tira a primeira diferença.

Os gráficos 1 e 2 demonstram o comportamento do retorno das séries em valores diários em 2008. A partir da observação gráfica, já se pode perceber uma ampliação da volatilidade dos retornos no período de setembro a agosto.

A Tabela 1 apresenta os valores da estatística descritiva do retorno. O teste de normalidade Jarque-Bera calculado a partir da assimetria e da curtose é usado para testar a hipótese de que a amostra foi extraída de uma distribuição normal, o seu resultado demonstra que os resíduos não apresentam uma distribuição normal.

A assimetria apresenta um resultado da distribuição dos dados. Os resultados revelam uma assimetria à direita para a série do SMLL, pois a média é maior do que a mediana, e uma assimetria à esquerda na série do IVBX-2, pois a média é menor do que a mediana. A curtose demonstra que os dados das duas séries apresentam uma distribuição leptocúrtica.

GRÁFICO 1
COMPORTAMENTO DO ÍNDICE IVBX-2 EM 2008



109

Fonte: Bovespa (2009).

GRÁFICO 2

COMPORTAMENTO DO ÍNDICE SMLL EM 2008



Fonte: Bovespa (2009).

Esses resultados (gráficos acima e estatísticos abaixo) demonstram que as séries dos retornos apresentam sinais de heterocedasticidade e de agrupamento de volatilidade.

TABELA I

ESTATÍSTICA DESCRIPTIVA

ESTATÍSTICA	SMLL	IVBX-2
	VALOR	VALOR
Média	-0,0029	-0,0018
Mediana	-0,0019	-0,0020
Desvio Padrão	0,0279	0,0289
Assimetria	0,0023	0,4552
Curtose	7,5639	7,1292
Jarque-Bera	215,2422	184,7548
Probabilidade	0,0000	0,0000

Fonte: Elaborada pelos autores.

O próximo procedimento foi verificar por meio do correlograma da série e do teste de raiz unitária (Dickey-Fuller) se ela apresenta comportamento estacionário ou não. Observou-se que as séries são não estacionárias, e uma indicação de um AR(1) para ajustamento de ambas. Como as séries são estacionárias na primeira diferença, o que representa a própria série do retorno, temos que o retorno é estacionário. Ou seja, há evidências de validação da hipótese de mercados eficientes, onde o retorno estará flutuando em torno de uma média.

Após estimação do AR(1), realizou-se o teste do tipo Multiplicador de Lagrange (LM-ARCH) sobre os resíduos para verificar a existência de heteroscedasticidade condicional.

O teste possui o seguinte desdobramento:

$$\varepsilon_t^2 = \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \beta_h \varepsilon_{t-h}^2 + \mu_t$$

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_h = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0, \text{ ou } \beta_2 \neq 0, \text{ ou } \beta_h \neq 0$$

A hipótese nula nos diz que a série não possui heterocedasticidade condicional, enquanto a hipótese alternativa nos confirma a existência de heterocedasticidade.

A aplicação do teste para séries dos retornos nos confirmou a existência de heterocedasticidade condicional; ou seja, rejeitou a hipótese nula. A Tabela 2 apresenta o resultado do teste.

TABELA 2
TESTE ARCH-LM

	ESTATÍSTICA	VALOR	PROBABILIDADE
SMILL	F	24,4348	0,0000
	TxR ²	41,1629	0,0000
IVBX-2	F	21,5029	0,0000
	TxR ²	36,9691	0,0000

Fonte: Elaborada pelos autores.

A estimação do modelo ARCH(1) (distribuição t-Student) para ajustar as séries dos retornos dos dois índices. Constatou-se que parâmetros são todos estatisticamente significativos. Posteriormente, observa-se o comportamento dos resíduos do modelo estimado pela análise do correlograma e concluiu-se que não existe heterocedasticidade nos resíduos do modelo ajustado para ambos os índices.

TABELA 3

ESTIMAÇÃO DO MODELO ARCH(1) – DISTRIBUIÇÃO T-STUDENT

SMLL				
	COEFICIENTE	ERRO	ESTATÍSTICA Z	PROBABILIDADE
AR(1)	-0,3050	0,0219	-13,8709	0,0000
EQUAÇÃO DA VARIÂNCIA				
C	0,0009	3,91E-05	7,4086	0,0000
α_1	1,0207	0,2141	4,7655	0,0000
IVBX-2				
	COEFICIENTE	ERRO	ESTATÍSTICA Z	PROBABILIDADE
AR(1)	-0,2246	0,0317	-7,0818	0,0000
EQUAÇÃO DA VARIÂNCIA				
C	0,0004	4,43E-05	9,5613	0,0000
α_1	0,5870	0,1322	4,4394	0,0000

Fonte: Elaborada pelos autores.

Os modelos ARCH (1) estimados, a partir da equação (5), para séries foram:

- Para o retorno do SMLL

$$\sigma_t^2 = 0,0009 + 1,0207 \varepsilon_{t-1}^2$$

- Para o retorno do IVBX-2

$$\sigma_t^2 = 0,0004 + 0,5870 \varepsilon_{t-1}^2$$

O próximo passo é a estimação do modelo GARCH, para as séries dos retornos, o critério de escolha do modelo foi menores AIC e SBC identificados. O modelo que melhor se enquadrou com os critérios de escolha foi GARCH (1,1), esse modelo foi o melhor para ambas as séries.

Os modelos GARCH (1,1) estimados, a partir da equação (6), para séries foram:

- Para o retorno do SMLL

$$\sigma_t^2 = 3,25 \times 10^{-5} + 0,3163 \varepsilon_{t-1}^2 + 0,6689 \sigma_{t-1}^2$$

- Para o retorno do IVBX-2

$$\sigma_t^2 = 3,11 \times 10^{-5} + 0,1780 \varepsilon_{t-1}^2 + 0,7812 \sigma_{t-1}^2$$

Todos os coeficientes do modelo estimado são estatisticamente significativos (Tabela 4). O coeficiente de persistência medido pela soma ($\alpha_1 + \beta_1$) capta uma alta persistência dos choques, o coeficiente se aproxima de 1 em ambas equações estimadas, os valores são de 0,9852 e 0,9592 para os SMLL e para o IVBX-2 respectivamente. Essa persistência indica que após um choque a variância deve demorar a retornar ao nível da média, ou seja, após a pancada há uma forte volatilidade dos retornos, das duas séries estudadas.

TABELA 4
ESTIMAÇÃO DO MODELO GARCH (1,1)

SMLL				
	COEFICIENTE	ERRO	ESTATÍSTICA Z	PROBABILIDADE
C	3,25E-05	8,04E-05	4,0483	0,0001
α_1	0,3163	0,0958	3,3000	0,0010
β_1	0,6689	0,0600	11,1436	0,0000
IVBX-2				
	COEFICIENTE	ERRO	ESTATÍSTICA Z	PROBABILIDADE
C	3,11E-05	1,28E-05	2,4223	0,0154
α_1	0,1780	0,0664	2,6774	0,0074
β_1	0,7812	0,0726	10,7511	0,0000

Fonte: Elaborada pelos autores.

A estimativa dos modelos EGARCH e TARCH segue os mesmos critérios de escolha do modelo GARCH o AIC e o SBC, os modelos indicados para duas séries são EGARCH (1,1) e TARCH (1,1). As tabelas 5 e 6 trazem, respectivamente, a estimativa dos modelos EGARCH (1,1) e TARCH (1,1).

Os modelos EGARCH (1,1) estimados, a partir da equação (7), para séries foram:

- Para o retorno do SMLL

$$\ln(\sigma_t^2) = -0,5472 + 0,9565 \ln(\sigma_{t-1}^2) + 0,2631 \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] - 0,1779 \left[\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}}} \right]$$

- Para o retorno do IVBX-2

$$\ln(\sigma_t^2) = -0,1504 + 1,0027 \ln(\sigma_{t-1}^2) + 0,1818 \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] - 0,1944 \left[\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}}} \right]$$

Os resultados da persistência do choque, representado pelo coeficiente β em ambas as equações dos modelos EGARCH, são próximos de 1, sendo 0,9565 para série dos retornos do índice SMLL e 1,0027 para série dos retornos do índice IVBX-2. O resultado indica que choque terá um período maior de duração, os resultados corroboram os obtidos pelo modelo GARCH.

O coeficiente de assimetria γ é significativo (Tabela 5) e possui o sinal esperado, indicando assimetria no comportamento da série.

O sinal negativo do coeficiente de assimetria, representado pelo γ , indica que períodos de quedas nas séries dos retornos são seguidos de intensa volatilidade (esse resultado pode ser observado no gráfico no período de setembro a novembro), enquanto períodos de elevação nas séries são seguidos de volatilidade menos intensa, ou seja, moderada.

TABELA 5
ESTIMAÇÃO DO MODELO EGARCH (1,1)

SMLL				
	COEFICIENTE	ERRO	ESTATÍSTICA Z	PROBABILIDADE
C	-0,5472	0,1997	-2,7400	0,0061
β_1	0,9565	0,0216	44,1618	0,0044
α_1	0,2631	0,0890	2,9550	0,0031
γ	-0,1779	0,0625	-2,8469	0,0000

(continua)

TABELA 5 (CONCLUSÃO)
ESTIMAÇÃO DO MODELO EGARCH (1,1)

IVBX-2				
	COEFICIENTE	ERRO	ESTATÍSTICA Z	PROBABILIDADE
C	-0,1504	0,0089	-16,8711	0,0000
β_1	1,0027	0,0059	169,5508	0,0000
α_1	0,1818	0,0570	3,1883	0,0014
γ	-0,1944	0,0464	-4,1866	0,000

Fonte: Elaborada pelos autores.

Na estimação modelo TARCH (1,1) para as duas séries, os resultados de persistência confirmam os resultados dos modelos anteriores com valores próximos de 1, sendo respectivamente 0,8013 e 0,8466 para as séries do SMLL e IVBX-2.

Os modelos TARCH (1,1) estimados, a partir da equação (8), para séries foram:

- Para o retorno do SMLL

$$\sigma_t^2 = 2,35 \times 10^{-5} + 0,0020 \varepsilon_{t-1}^2 + 0,8013 \sigma_{t-1}^2 + 0,3037 \varepsilon_{t-1}^2$$

- Para o retorno do IVBX-2

$$\sigma_t^2 = 1,92 \times 10^{-5} + 0,0325 \varepsilon_{t-1}^2 + 0,8466 \sigma_{t-1}^2 + 0,3005 \varepsilon_{t-1}^2$$

TABELA 6
ESTIMAÇÃO DO MODELO TARCH (1,1)

SMLL				
	COEFICIENTE	ERRO	ESTATÍSTICA Z	PROBABILIDADE
C	2,35E-05	1,20E-06	1,9578	0,0005
β_1	0,8013	0,0612	13,0889	0,0000
α_1	0,0020	0,02154	0,0949	0,9243
γ	0,3037	0,1284	2,3649	0,0080

115

(continua)

TABELA 6 (CONCLUSÃO)
ESTIMAÇÃO DO MODELO TARCH (I,I)

IVBX-2				
	COEFICIENTE	ERRO	ESTATÍSTICA Z	PROBABILIDADE
C	1,92E-05	9,63E-06	1,9895	0,0000
β_1	0,8466	0,0570	14,8453	0,0000
α_1	-0,0325	0,0406	-0,7996	0,4239
γ	0,3005	0,1004	2,9920	0,0028

Fonte: Elaborada pelos autores.

Os resultados do modelo TARCH quanto aos coeficientes de assimetria γ indicam que a variância condicional é assimétrica; logo, choques positivos terão impactos diferentes de choques negativos. Os resultados do modelo TARCH confirmam os resultados já analisados no modelo EGARCH. Ressalta-se que o coeficiente de reação α_1 do modelo TARCH para as duas séries apresentou insig- nificância estatística (Tabela 6); contudo, essa constatação não inviabiliza a aná- lise dos coeficientes de assimetria γ e dos coeficientes de persistência β_1 .

De forma geral, os resultados encontrados demonstram que os índices SMALL e o IVBX apresentam uma forte volatilidade nos seus retornos, e que essas alterações foram intensificadas no período de turbulência econômica. Do ponto de vista teórico, uma maior variância no retorno da carteira implica aumentar a exposição do investimento ao risco.

Há evidências empíricas que corroboram a hipótese de mercado eficiente, ou seja, não são possíveis ganhos exorbitantes na negociação dessas carteiras. Embora exista uma persistência dos choques indicando que as flutuações pros- seguirão por um período maior de tempo, criando a possibilidade de ganhos ou perdas mais acentuadas nesses momentos, no médio e no longo prazos as séries de retorno analisadas devem voltar à proximidade da média.

Outro destaque a ser feito é quanto à ausência de diversificação das carteiras analisadas, o que aumenta consideravelmente seu risco. Isso pode ser uma das possíveis explicações para a forte volatilidade apresentada pelos índices, bem como para seu comportamento após os choques.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho se propôs a analisar o comportamento da volatilidade dos retornos dos índices SMLL e IVBX-2 e após aplicação dos modelos de heterocedasticidade condicional; ou seja, os modelos da família ARCH conseguiram atingir os objetivos do trabalho e modelar o padrão da volatilidade dos retornos das séries estudadas.

A análise gráfica das séries demonstra um comportamento bastante similar entre os dois índices estudados, ambos apresentam momentos comuns de aglomeração e volatilidade.

A partir da análise dos resultados obtidos com aplicação dos modelos da família ARCH, é possível concluir que séries dos retornos dos índices SMLL e IVBX-2 apresentam um comportamento de volatilidade condicional, com coeficiente de persistência de choques muito próximo de 1, indicando que a variância após um choque deve demorar a convergir para a média. Esse resultado foi corroborado por todos os modelos estimados.

Identificado que a série apresenta volatilidade, verifica-se que o comportamento dessa volatilidade se dá forma assimétrica, confirmando a hipótese de que choques positivos e negativos de mesma magnitude geram impactos diferentes nas séries. Pelos resultados, impactos negativos terão maiores efeitos sobre volatilidade; este resultado foi verificado nos modelos EGARCH e TARCH.

Os resultados dos modelos confirmam as indicações da observação gráfica e das informações da estatística descritiva, que já davam indícios da existência de volatilidade condicional bem como da persistência dos choques.

Conclui-se que as informações sobre a volatilidade e a reação aos choques positivos/negativos verificados nas séries de retornos do SMLL e do IVBX-2 são elementos fundamentais para tomada de decisão dos agentes, ainda mais por se tratar de indicadores de desempenho de carteiras com maior exposição ao risco.

O ano 2008 representa, especialmente no segundo semestre, um ano de forte instabilidade econômica e de predomínio de choques negativos sobre o mercado financeiro. Dessa forma, os retornos das carteiras analisadas deverão permanecer com forte volatilidade, mesmo após terem passado os possíveis epicentros da turbulência.

MODELING THE VOLATILITY PRESENTED BY INDEXES IVBX-2 AND SMLL IN 2008 USING MODELS OF THE ARCH FAMILY

ABSTRACT

The financial series are strongly characterized by its volatility, alternating periods of high and low volatility, i.e., the variance of these series is not constant, varying with time. Thus, the series may have heteroscedastidade financial circumstances. The paper analyzes the behavior of the series of returns of the indices IVBX-2 and SMLL in 2008, aiming to identify the volatility of the series. The central axis of the work is theoretical theory of efficient markets, it believes that all relevant information is already incorporated into stock prices, so the price is a good measure of value of shares. The indices studied are characterized as representing hypothetical portfolio consisting of shares of lesser value and lesser liquidity, these characteristics imply a higher risk and higher return associated with investments in such portfolio. The methodology adopted was the use of ARCH models in the family. The implementation of the models indicate the series have similar behavior, with the coefficient which measures the persistence of shocks around 1 and the impacts of these shocks occur so asymmetrical, where the negative shocks have a greater effect than positive shocks.

KEYWORDS

ARCH models; Volatility; IVBX-2; SMLL; Efficient market.

MODELACIÓN DE LA VOLATILIDAD PRESENTADA POR LOS ÍNDICES IVBX-2 Y SMLL EN 2008 UTILIZANDO MODELOS DE LA FAMILIA ARCH

RESUMEN

118

Las series financieras se caracterizan por su alta volatilidad, alternando períodos de alta volatilidad y baja, es decir, la variación de estos conjuntos no es constante sino que varía con el tiempo. Por lo tanto, la serie puede tener la libertad condicional heteroscedastidade financiera. El trabajo analiza el comportamiento de la serie de retornos del índice IVBX-2 y SMLL en 2008, con el objetivo de

identificar la volatilidad de la serie. El eje del trabajo teórico central es la teoría del mercado eficiente, que considera toda la información pertinente ya ha sido incorporada en el precio de las acciones, por lo que el precio es una buena medida de valor para el accionista. Los índices estudiados se caracterizan como la representación de la cartera hipotética consistente en acciones de menor valor y menor liquidez estas características implica un mayor riesgo y mayor rentabilidad asociada a las inversiones en dicha cartera. La metodología adoptada fue la utilización de los modelos de la familia ARCH, que consideran la dependencia temporal de los rendimientos. Los resultados de la aplicación de los modelos indican las series tienen un comportamiento similar, con el coeficiente que mide la persistencia de los choques en torno al 1 y el impacto de estos choques se producen de forma asimétrica, donde los shocks negativos tienen un efecto mayor que los shocks positivos.

PALABRAS CLAVE

Modelos ARCH; Volatilidad; IVBX-2; Smll; Mercados eficientes.

REFERÊNCIAS

- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, North-Holland, v. 31, p. 307-327, Apr. 1986.
- BREALEY, R. A.; MYERS, S. C. *Princípios de finanças empresariais*. 5. ed. São Paulo: MacGraw-Hill, 2005.
- BOVESPA. Índice valor BM&BOVESPA IVBX-2. Disponível em: <<http://www.bovespa.com.br/Principal.asp>>. Acesso em: 6 jan. 2009.
- BUENO, R. L. S. *Econometria de séries temporais*. São Paulo: Cengage Learning, 2008.
- CARTERIA de investimento em ações. *Small caps detém o pior desempenho*. 2008. Disponível em: <<http://carteiradeinvestimento.wordpress.com>>. Acesso em: 15 jan. 2009.
- ELTON, J. E. et al. *Moderna teoria das carteiras e análise de investimentos*. São Paulo: Atlas, 2004.
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, San Diego, v. 50, n. 4, p. 987-1007, July 1982.
- FAMA, E. F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, Chicago, v. 25, n. 2, p. 383-417, May 1970.
- _____. Random walks in stock market prices. *Financial Analysts Journal*, Chicago, v. 50, n. 16, p. 75-89, Feb. 1995.
- MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Maiden, v. 7, n. 1, p. 77-91, Mar. 1952.
- MORETTIN, P. A. *Econometria financeira: um curso em séries temporais financeiras*. São Paulo, 2006.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. *Análise de séries temporais*. 2. ed. rev. e ampl. São Paulo. Edgard Blücher, 2006.

- NELSON, D. B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new Aarouch. *Econometrica*, Maiden, v. 59, p. 347-370, Mar. 1991.
- RAMOS, M. A. G. *A volatilidade do mercado e a instabilidade das correlações entre ações*. 2003. Dissertação (Mestrado em Administração)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.
- ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W.; JAFFE, J. E. *Administração financeira*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- SHARPE, W. F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, Maiden, v. XIX, n. 3, p. 425-442, Sept. 1964.
- WESTON, J. F.; BRIGHAM, E. F. *Fundamentos da administração financeira*. 10. ed. São Paulo: Pearson, 2004.
- ZAKOIAN, J. M. Threshold heteroskedasticity models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Maryland Heights, v. 18, p. 931-955, Sept. 1994.