



EURE

ISSN: 0250-7161

eure@eure.cl

Pontificia Universidad Católica de Chile  
Chile

Ortúzar, Juan de Dios; Román, Concepción  
El problema de modelación de demanda desde una perspectiva desagregada: el caso del transporte  
EURE, vol. XXIX, núm. 88, diciembre, 2003, pp. 149-171  
Pontificia Universidad Católica de Chile  
Santiago, Chile

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=19608807>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica  
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Esta sección está destinada a recoger artículos que, pese a no estar referidos explícitamente a temas urbanos y/o territoriales, pueden ser de interés para los lectores de EURE. El artículo que se publica en esta oportunidad fue invitado por las autoridades que se desempeñaron hasta el número 85 de la Revista, invitación que la actual Dirección ha entendido pertinente mantener.

Juan de Dios Ortúzar\*\*  
Concepción Román\*\*\*

## El problema de modelación de demanda desde una perspectiva desagregada: el caso del transporte\*\*\*\*

### Abstract

*Disaggregate models, based on the study of individual's behavior making their consumption choices, are considered today the right tool in the analysis and prediction of demand. This discipline has experienced an increasing development in the last decades, both in a methodological and empirical level. In this article, an actualized overview of the problem of demand modeling from a disaggregate perspective is presented, emphasizing the case of the transport, in which the mayor part of the applications has been developed. Microeconomical basis, the most important aspects related to modeling and the sources of information of this models are analyzed. In relation with this sources, a special mention about the modeling with declared preferences and mixed data is made.*

**Keywords:** demand, transport, disaggregate models, methodology.

### Resumen

Los modelos desagregados, basados en el estudio del comportamiento de los individuos a la hora de tomar sus decisiones de consumo, constituyen hoy por hoy la herramienta adecuada en el análisis y predicción de la demanda. Esta disciplina ha experimentado un creciente desarrollo en las últimas décadas, tanto a nivel metodológico como empírico. En este artículo se presenta una panorámica general actualizada del problema de la modelización de la demanda desde una perspectiva desagregada, haciendo especial hincapié en el caso del transporte, donde se han desarrollado la mayor parte de las aplicaciones. Se analizan los fundamentos microeconómicos, los aspectos más relevantes relacionados con la modelización y las fuentes de información de las que se nutren estos modelos. En relación a estas últimas se hace una mención especial a la modelización con datos de preferencias declaradas y datos mixtos.

**Palabras clave:** demanda, transporte, modelos desagregados, metodología.

## 1. Introducción

La regulación de precios en servicios e infraestructuras de transporte, las decisiones de inversión en capacidad a largo plazo y las políticas que afectan a la distribución intermodal de los tráficos requieren, para su evaluación, la capacidad de predecir previamente el comportamiento de la demanda. El carácter indivisible, específico, de alto costo irrecuperable y larga duración de las infraestructuras de transporte elevan el valor económico de la predicción de la demanda que condiciona la elección del tamaño óptimo de las inversiones.

Una gran parte de los problemas de economía del transporte pueden reducirse al compromiso que se establece entre producción y costos de usuario. Las grandes inversiones que requieren las redes de transporte suponen costos de construcción, conservación y mantenimiento elevados que permiten reducir el costo de viajar. Mayores costos de producción se justifican si se reducen suficientemente los tiempos, y se incrementa la calidad y la seguridad de los desplazamientos (Winston, 1985; Small, 1999).

El costo de desplazarse no sólo se reduce a la tarifa o al costo operativo del vehículo propio, sino que también conlleva un consumo de tiempo que los individuos valoran de diferente manera. Por esta razón, en economía del transporte se utiliza el concepto de costo generalizado, que incluye, además de los costos directos del transporte, la valoración económica de las variables que influyen en las decisiones de los viajeros. El costo generalizado es

un reflejo directo de la idea de utilidad indirecta que a su vez representa la desutilidad de viajar (Deaton & Muellbauer, 1980).

La introducción de libertad de entrada en los mercados de transporte da lugar a que los operadores dirijan sus estrategias competitivas no sólo a bajar los precios sino también a reducir el costo generalizado de los usuarios. Las reacciones ante cambios en el costo generalizado serán diferentes según las circunstancias de cada viaje. No solamente son diferentes las personas sino que el mismo individuo reaccionará de forma diferente según el motivo del viaje, la hora del viaje, el medio de transporte elegido, etcétera. El modelo de demanda debe, por tanto, ser capaz de recoger toda esta variabilidad con el fin de evitar la aplicación de medidas de política que puedan afectar negativamente al bienestar social.

La demanda de servicios de transporte posee características que la diferencian claramente de la demanda de otros bienes y servicios (ver la discusión en Ortúzar y Willumsen, 1994). El primer elemento a destacar es su carácter derivado. Generalmente, no se demanda viajar per se, sino que se hace con el objetivo de realizar una actividad localizada en el espacio y en el tiempo. Por ejemplo, en áreas urbanas es frecuente observar que los niveles de congestión son más elevados en las primeras horas de la mañana y en las últimas de la tarde, que en el resto del día. En el contexto de los viajes interurbanos también es posible detectar componentes estacionales en el comportamiento de la demanda. Esta característica dinámica y espacial de la demanda, está justificada fundamentalmente por la propia naturaleza de la actividad económica.

Para satisfacer la demanda de servicios de transporte se requiere la interacción de tres elementos: la infraestructura o red, el conjunto formado por los distintos servicios y un sistema de gestión. La oferta requiere, generalmente, la combinación de capital público y privado a través de las infraestructuras y de los distintos operadores de transporte. Además, ésta debe ser consumida en el instante y en el lugar en que es producida; de no ser así, los ingresos derivados de la venta se pierden. Para obtener una oferta adecuada de infraestructuras de transporte debemos ser capaces de predecir la demanda con un alto nivel de

\*\* Departamento de Ingeniería de Transporte, Pontificia Universidad Católica de Chile. E-mail: jos.ing@puc.cl

\*\*\* Departamento de Análisis Económico Aplicado, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. E-mail: croman@empresariales.ulpgc.es

\*\*\*\* Los autores desean agradecer de forma especial las valiosas sugerencias del profesor Ginés de Rus a una versión preliminar de este trabajo. Cualquier error u omisión es, por supuesto, de nuestra responsabilidad. También deseamos dejar constancia del gran apoyo otorgado por el Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico de Chile (FONDECYT) a esta línea de investigación por casi dos décadas.

fiabilidad y lograr así una asignación óptima de los recursos. La aplicación de una política de inversión en infraestructuras basada en predicciones de la demanda excesivamente optimistas puede dar lugar a un exceso de capacidad que origine problemas a la hora de recuperar la inversión. Si por el contrario, la predicción se hace por defecto, aparecerán problemas de congestión que no podrán ser resueltos en el corto plazo debido a la imposibilidad de aumentar la capacidad. En este sentido, existen varias experiencias a nivel internacional que evidencian fallos en políticas de inversión llevadas a cabo a partir de predicciones de demanda erróneas (ver, por ejemplo, Fishbein y Babbar, 1996; Gómez-Ibáñez, 1997).

Los modelos de demanda desagregados constituyen, en la actualidad, la herramienta de análisis adecuada para abordar el problema de modelar la demanda por transporte. Estos se basan en el análisis del comportamiento de cada consumidor individual y cuentan con una base teórica sólida dentro del marco de la microeconomía de las elecciones discretas (McFadden, 1981) y de la teoría de la utilidad aleatoria (Domencich & McFadden, 1975). Por esta razón, su aplicación no sólo se extiende dentro del ámbito de la economía del transporte sino en cualquier contexto relacionado con la economía de las elecciones discretas (Ortúzar, 2000).

Entre las ventajas que estos modelos presentan sobre la metodología tradicional, basada en el empleo de información agregada, cabe destacar la posibilidad de realizar un análisis desagregado de elementos tan importantes como las elasticidades de la demanda y el valor subjetivo del tiempo de los viajeros.

Las fuentes de información empleadas comúnmente por los modelos desagregados son las **preferencias reveladas** y las **preferencias declaradas**. Las primeras se basan en las elecciones efectivamente realizadas por los individuos; y aportan información acerca de la importancia relativa de las distintas variables que influyen en su decisión. Las preferencias declaradas también capturan esta misma idea pero, a diferencia de las preferencias reveladas, se basan en la construcción de escenarios hipotéticos que son presentados al consumidor para que indique su elección (ver Louviere et al., 2000). La principal ventaja que presentan estos

métodos es que pueden ser empleados para analizar la demanda de alternativas no existentes en el mercado. Sin embargo, cuentan con el inconveniente de que no siempre los individuos hacen lo que declaran que van a hacer. La explotación conjunta de ambas fuentes de datos permite abordar de forma satisfactoria este problema.

El objetivo de este artículo es presentar una panorámica general actualizada sobre el problema de modelar la demanda en el contexto de las elecciones discretas tratando de conectar los fundamentos microeconómicos con el desarrollo empírico de la metodología. En el artículo se hace especial referencia al caso del transporte, donde esta metodología ha sido ampliamente aplicada y donde se han producido los principales avances metodológicos. En la sección segunda se analizan las ventajas comparativas del enfoque desagregado sobre los enfoques alternativos tradicionales, así como sus fundamentos teóricos basados en la microeconomía de las elecciones discretas y en la teoría de la utilidad aleatoria. En la sección tercera se discuten cuales son los aspectos más importantes que se debe tener en cuenta a la hora de establecer un modelo determinado. En la sección cuarta se aborda el problema de predecir la demanda agregada a partir de un modelo desagregado. En la sección quinta se presentan las distintas fuentes de datos empleadas por los modelos desagregados, analizando las ventajas e inconvenientes de cada una de ellas. En la sección sexta, se presentan algunas aplicaciones interesantes de los resultados aportados por esta metodología en el ámbito de la política pública. Por último, en la sección séptima se presentan las conclusiones más relevantes que se desprenden de este trabajo.

## **2. El enfoque de modelación desagregado**

El problema de modelar la demanda de transporte se fue resolviendo progresivamente en forma más satisfactoria a través de las cuatro últimas décadas, hasta establecer una metodología a la que generalmente se reconoce como enfoque clásico. Esta considera el problema del transporte como un proceso secuencial en que interactúan diferentes submodelos: generación-atracción de viajes, distribución, reparto modal y asignación de tráfico a la

red (últimamente se ha añadido, al menos en concepto, la elección de la hora del viaje). La entrada de estos modelos está constituida por variables de naturaleza agregada que están relacionadas con el comportamiento conjunto de un determinado grupo de individuos; éstas son empleadas para estimar variables dependientes de tipo continuo (por ejemplo, el número total de viajes producidos entre dos zonas), dada una relación funcional que intenta representar el fenómeno objeto de estudio. Estos modelos, también llamados de primera generación, no han estado exentos de crítica, debido principalmente a su poca flexibilidad, escasa precisión, elevado costo y a su débil orientación a la toma de decisiones políticas (Ortúzar & Willumsen, 1994). Aunque este modelo clásico ha sido el más difundido para analizar el problema general del transporte, existen otros modelos, también de naturaleza agregada, que permiten establecer predicciones de la demanda en un contexto particular (véase, por ejemplo, Fowkes *et al.*, 1985).

En la actualidad, el empleo de modelos estimados con datos agregados suele limitarse a la predicción y planificación a gran escala, si bien, los modelos desagregados están cobrando cada vez un papel más importante en este terreno. Tal es el caso de los modelos nacionales de demanda aplicados en algunos países de Europa (Gunn, 1999).

La necesidad de superar las obvias deficiencias del enfoque clásico en los años 70 dio lugar a la aparición de los modelos desagregados o de segunda generación. Estos entienden el problema de modelación de demanda en transporte como el resultado de una serie de decisiones tomadas por cada individuo particular, que se enfrenta a un conjunto de alternativas y que elegirá aquella que maximice su utilidad dadas sus restricciones (costo, tiempo, etc.). Los modelos de este tipo son denominados por Domencich y McFadden (1975) modelos de comportamiento, debido a que, a diferencia del enfoque tradicional, no están basados en una visión descriptiva de la demanda, sino más bien tratan de representar explícitamente el comportamiento de los individuos reflejando la demanda desagregada o a nivel individual. En este sentido, es preciso considerar un enfoque analítico alternativo al modelo clásico del comportamiento del consumidor.

## 2.1. La microeconomía de las elecciones discretas

La evidencia empírica ha demostrado que una gran parte de las decisiones económicas implican la elección entre un conjunto de alternativas discretas. Cuando se consumen bienes de esta naturaleza (no divisibles), tal como es el caso del transporte, lo que importa no es cuánto se consume sino el qué. El comportamiento del consumidor está representado por las decisiones o elecciones que éste realice y, en este caso, el problema de análisis de la respuesta de la demanda a nivel agregado ante cambios en los factores que la determinan, se cuantificará a través de los efectos que estos cambios producen sobre las decisiones que toman los individuos. Por ejemplo, una subida en el precio de transporte público puede hacer que un individuo elija otra alternativa o que simplemente siga viajando en transporte público al nuevo precio; no obstante, el efecto a nivel agregado queda representado por el número total de individuos que cambian de alternativa, y a este nivel, **extensivo**, se da el concepto de margen que en economía tradicional ocurre a nivel individual o **intensivo** (Ortúzar, 2000).

Uno de los postulados que modifica la teoría económica clásica establece que la utilidad se deriva de las características de los bienes y no de los bienes *per se* (Lancaster, 1966). En este sentido, el consumo de un individuo está determinado por las cantidades que consume de bienes divisibles y por la elección de alternativas discretas que están representadas por una serie de atributos que reflejan características. De este modo la formulación del problema del consumidor es la siguiente<sup>1</sup>:

$$\underset{Y, j}{\text{Max}} U(Y, Q_j) \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} & \sum_i P_i Y_i + c_j \leq I \\ \text{s. a: } & Y_i \geq 0 \quad j \in J \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Esta formulación está basada en el planteamiento original de McFadden (1981). Una discusión más detallada puede encontrarse en Jara-Díaz (1998).

Donde  $P_i$  e  $Y_i$  son los precios y las cantidades del bien  $i$  de naturaleza continua,  $Q_j$  representa el vector de características de la alternativa discreta  $j$ ,  $c_j$  representa el costo de dicha alternativa,  $I$  es el ingreso del individuo y  $J$  el conjunto de alternativas disponibles. En general  $Q_j$  incluye aquellos atributos medibles que determinan las decisiones del consumidor. En los modelos de demanda de transporte es usual que la variable tiempo de viaje forme parte del vector  $Q_j$  debido a que aparte de influir en las decisiones de los individuos es una variable de política importante.

La existencia de solución al problema (2.1) está garantizada si la función de utilidad cumple las propiedades matemáticas deseadas<sup>2</sup>. La resolución de las condiciones de primer orden para cada  $j$  proporciona las demandas condicionales  $Y_j(P, I - c_j, Q_j)$ . De la sustitución de  $Y_j$  en la función de utilidad se obtiene la función de utilidad indirecta condicional  $V_j = V_j(P, I - c_j, Q_j)$ <sup>3</sup>, que representa la máxima utilidad que puede obtener el individuo al elegir la alternativa  $j$ . Al maximizar en  $j$ <sup>4</sup>, el individuo elegirá aquella alternativa que le proporcione máxima utilidad. Si se define  $V^* = \max_{j \in J} V_j(P, I - c_j, Q_j)$ , la identidad de Roy proporciona la demanda de las alternativas discretas:

$$-\frac{\partial V^*}{\partial c_j} = \delta_j = \begin{cases} 1 & \text{si } V_i \geq V_j \quad \forall j \neq i \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.2)$$

que en este caso es una variable discreta.

Derivando  $V_j$  podemos obtener los resultados siguientes:

<sup>2</sup>  $U$  es continua en  $(Y, Q_j)$  para cada  $j$ , dos veces diferenciable con continuidad en  $Y$  con  $\frac{\partial U}{\partial Y} > 0$  y estrictamente cuasiconcava para cada  $Q_j$  y cada  $j$ .

<sup>3</sup> Esta función es continua en  $(I - c_j, p, Q_j)$  dos veces diferenciable y homogénea de grado cero en  $(I - c_j, p)$ , estrictamente cuasiconvexa en  $p$ , y además se cumple que  $\frac{\partial V_j}{\partial (I - c_j)} > 0$ .

<sup>4</sup> Se podrá considerar sólo la parte de  $V_j$  que sea relevante. Esta se denomina utilidad indirecta condicional truncada y se suele representar por  $U_j$ .

$$\begin{aligned} \text{Utilidad marginal del ingreso} &= \frac{\partial V_j}{\partial I} = -\frac{\partial V_j}{\partial c_j} \\ \text{Valor subjetivo de la característica } k &= \frac{\partial V_j / \partial q_{kj}}{\partial V_j / \partial c_j} \end{aligned} \quad (2.3)$$

La cuantificación de estas magnitudes podrá llevarse a cabo una vez que  $V_j$  se haya estimado empíricamente. En general, cualquier función de utilidad indirecta que cumpla las propiedades matemáticas adecuadas puede ser aproximada<sup>5</sup> en función del nivel de precisión que deseemos obtener, por una especificación lineal en los parámetros que incorpore diversas transformaciones e interacciones de las variables explicativas. La especificación elegida para la función de utilidad indirecta condicional de manera sustancial aspectos tan importantes como el valor subjetivo de un atributo determinado (por ejemplo, el valor del tiempo), el análisis del efecto que produce la variación conjunta de dos o más variables (interacciones) y el papel que juega el ingreso sobre las decisiones de los individuos.

En relación a este último punto, en Jara-Díaz (1998) se demuestra que la elección de una alternativa depende del nivel de ingreso del individuo cuando la aproximación local de la función de utilidad indirecta es de orden superior o igual a dos. En la práctica, esto significa que el ingreso influye en las decisiones del consumidor siempre que la función  $V_j$  estimada incluya términos en elevados al cuadrado o a potencias superiores.

Otras formulaciones del problema del consumidor que consideran la variable tiempo como un recurso económico y, por tanto, añaden una restricción adicional de tiempo, permiten discutir la forma de incorporar la variable ingreso y la variable tiempo a la especificación de la función de utilidad indirecta. En Jara-Díaz (1998) se puede encontrar una interesante discusión donde se subrayan las propiedades más importantes de estos modelos así como las implicaciones que éstas tienen sobre su correcta especificación.

<sup>5</sup> A través de un desarrollo de Taylor.

## 2.2. La teoría de la utilidad aleatoria

La teoría de la utilidad aleatoria proporciona el fundamento teórico de los modelos de elección discreta, los cuales representan la herramienta estadística que permite abordar de forma empírica el problema de modelar la demanda en el contexto de elecciones discretas<sup>6</sup>. Esta establece lo siguiente:

- Los individuos se comportan como *homo economicus*, es decir, actúan de forma racional y poseen información perfecta. Por esta razón, eligen la alternativa que les proporciona la máxima utilidad, dadas sus restricciones.
- Dado un conjunto general de alternativas  $A$ , las restricciones a las que se enfrenta cada individuo  $q$  determinan el conjunto de alternativas que éste tiene disponible  $A_q \subseteq A$ .
- Cada individuo asocia una utilidad  $U_i$  (utilidad indirecta condicional truncada) a cada una de las alternativas  $A_i \in A_q$ .

De acuerdo con los postulados de Lancaster (1966), se plantea la existencia de un conjunto de variables o atributos  $X_{iq}$ , que representan aspectos medibles que el individuo  $q$  tiene en cuenta a la hora de tomar sus decisiones. Sin embargo, el analista puede detectar la presencia de inconsistencias aparentes en el comportamiento de los individuos<sup>7</sup>. Estas son explicadas por los defectos en la información que posee el investigador; de ahí, que éste no pueda conocer con certeza qué utilidad asocian los individuos a las alternativas, por lo que debe ser tratada analíticamente como una variable aleatoria. Desde esta perspectiva, la probabilidad de que un individuo  $q$  seleccione la alternativa vendrá dada por:

<sup>6</sup> Las primeras referencias a esta teoría se encuentran en el ámbito de la psicología (ver Thurstone, 1927). Desarrollos formalizados más recientes se pueden consultar en McFadden (1974), Manski (1977) y Ortúzar y Willumsen (1994).

<sup>7</sup> Por ejemplo, se puede observar que dos individuos con las mismas características realizan elecciones diferentes bajo las mismas condiciones (los mismos atributos en la función de utilidad). También puede ocurrir que un individuo no siempre elija la mejor alternativa desde el punto de vista de los atributos considerados por el investigador (Ortúzar, 1982).

$$P_{iq} = P(U_{iq} \geq U_{jq} \quad \forall A_j \in A_q \quad j \neq i) \quad (2.4)$$

La naturaleza aleatoria de las funciones de utilidad se debe a diversos factores. Manski (1977) identifica cuatro fuentes distintas de aleatoriedad:

- Atributos no observados por el investigador que el individuo sí considera en su elección.
- Variaciones en los gustos de los individuos.
- Errores en la medición de los atributos.
- Empleo de variables proxy para medir algunos atributos.

Existen diversas interpretaciones del modelo de utilidad aleatoria. La adoptada comúnmente por los economistas se debe a McFadden (1974) y establece que la función de utilidad puede expresarse como la suma de una componente observable o representativa y de una componente no observable de naturaleza aleatoria. De este modo,

$$U_{iq} = V_{iq} + \varepsilon_{iq} \quad (2.5)$$

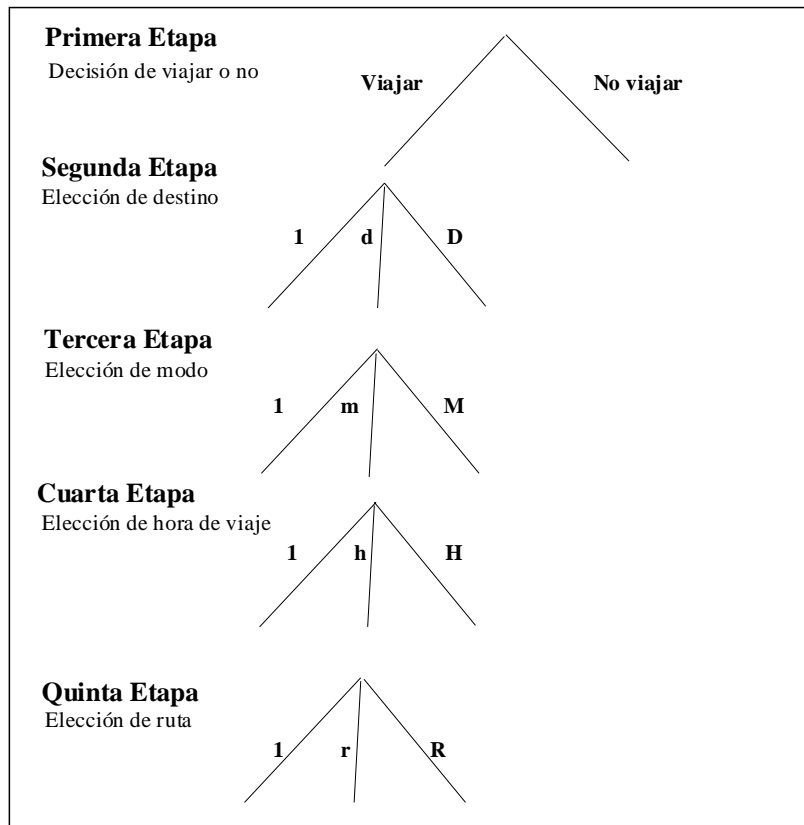
donde  $V_{iq}$  es la utilidad representativa (u observable por parte del modelador) que el individuo  $q$  asocia a la alternativa  $A_i$  y se expresa en términos de un vector de atributos medibles  $X_{iq}$ ;  $\varepsilon_{iq}$  representa la componente aleatoria de la utilidad y recoge los aspectos señalados anteriormente.

La variable dependiente refleja el comportamiento del individuo y es una variable discreta. El modelo tiene, por tanto, un carácter probabilístico y su estimación entrega, como resultado, la distribución de probabilidad de la variable dependiente para cada observación individual. Que a su vez dependerá de las hipótesis que se efectúen acerca de la distribución conjunta del vector de errores aleatorios  $(\varepsilon_{iq} \quad A_i \in A_q)$ .

## 2.3. El caso del transporte

Desde una perspectiva desagregada, el proceso de toma de decisiones al que se enfrenta un viajero podría representarse a través de una estructura jerárquica como la representada en la figura 1. Dada una localización geográfica y un propósito, el individuo inicialmente decide si realiza o no un viaje (de hecho, puede tomarse la decisión de

Figura 1. Posible estructura del proceso de decisión del viajero.



efectuar más de un viaje; ver Daly, 1997). Tomada la decisión de viajar, la persona debe decidir el lugar de destino; una vez elegido éste, debe determinar el modo de transporte en que va a viajar entre todos los que tiene disponibles; luego la hora de salida y por último, dadas las elecciones realizadas en las etapas anteriores, debe elegir la ruta.

Esta estructura de toma de decisiones secuencial, donde la elección de cada etapa está condicionada por las elecciones en etapas anteriores, se plantea fundamentalmente para propósitos analíticos. En realidad, las decisiones probablemente se toman de manera simultánea y en la mente del viajero es difícil separar las decisiones de cada etapa. Por otra parte, el orden de la secuencia no

es rígido pues existen casos donde puede ser más apropiado plantear la elección de modo antes que la elección de destino; por ejemplo, en el caso de viajes no-obligados, como ir de compras o al cine, los potenciales destinos están condicionados por la accesibilidad del transporte público, y si un individuo no tiene coche disponible su elección de destino puede ser muy distinta.

Dependiendo del alcance del estudio, el enfoque desagregado puede aplicarse por separado a cada una de las etapas del proceso de decisión, pero los modelos de elección de modo de transporte son los que han aportado resultados más interesantes (ver Ben Akiva y Lerman, 1985).



### 3. Aspectos generales sobre la modelación

Una vez construido el soporte teórico que permite tratar las decisiones del consumidor desde una perspectiva de elección discreta, existen varios aspectos relacionados con la construcción de un modelo apropiado que deben ser tenidos en cuenta en la fase de modelación. En esta sección se resumen aquellos que consideramos más importantes, tanto para la especificación como para la estimación de los modelos (para un estudio más detallado se puede ver Ortúzar, 1982, o Ben Akiva y Lerman, 1985).

#### 3.1. Especificación del modelo

Las cuestiones que se debe tener en cuenta a la hora de especificar un modelo están sujetas a experimentación por parte del investigador y además están limitadas por la disponibilidad de datos y de software adecuado.

Dada una fuente de datos determinada es posible construir varios modelos con distintas estructuras para representar el fenómeno objeto de estudio. En muchas ocasiones se puede establecer un orden jerárquico que permite decidir qué modelo es estadísticamente superior; sin embargo, en otros casos el investigador se enfrenta ante el problema de la imposibilidad de discriminar entre modelos que se encuentran situados al mismo nivel en la jerarquía. Por otro lado, dependiendo de las condiciones del problema y de la forma funcional que se postule para la distribución de los errores, se tendrá que distintos modelos pueden resultar más apropiados (ver Munizaga et al., 1997).

Los aspectos más importantes que se deben analizar en la fase de especificación son: la determinación del conjunto de elección, la forma funcional que presenta la función de utilidad, la selección de variables y cómo éstas entran en la función de utilidad y, por último, la estructura del modelo, que dependerá de las diversas hipótesis formuladas acerca de la distribución de la componente aleatoria de la función de utilidad.

#### 3.1.1. Determinación del conjunto de elección

El conjunto de elección de un individuo está constituido por todas las alternativas que éste tiene disponibles. La determinación precisa de este conjunto no es, en general, una tarea sencilla, sobre todo en los casos en que el individuo se enfrenta a un elevado número de opciones. Una forma de obtener el conjunto de elección consiste en preguntar directamente al individuo qué alternativas no tiene disponibles y por qué. Esto permite distinguir entre disponibilidad subjetiva y objetiva (se recomienda utilizar la última para modelización). La disponibilidad objetiva de una alternativa está definida por una serie de restricciones de tipo físico (por ejemplo, la existencia o no de una parada de autobús cerca del domicilio del individuo), presupuestario (por ejemplo, un individuo con poco poder adquisitivo quizás no pueda pagar la tarifa del avión para un viaje de media distancia), y de disponibilidad de tiempo (por ejemplo, ir al trabajo caminando no sería factible si esto implica un gran consumo de tiempo). Por otro lado, la parte subjetiva está determinada por defectos en la información del individuo (por ejemplo, un individuo puede desconocer la existencia de un modo de transporte determinado), problemas sociales (no es aceptable ser visto en un modo de transporte aparentemente poco digno), etc. Esclarecer al máximo si estas restricciones están presentes o no, puede ayudar al investigador a determinar de una manera más precisa el conjunto de elección. En Swait (1984) se puede encontrar una discusión más detallada del papel que juegan las restricciones de tipo personal y medioambiental a la hora de determinar este conjunto. Por otro lado, y aunque hace más complejo el esfuerzo de modelización, se puede adoptar un enfoque más general que incluye la determinación del conjunto de elección como una parte del modelo (ver Morikawa, 1996).

La determinación incorrecta del conjunto de elección puede acarrear problemas serios en la fase de estimación del modelo. Por ejemplo, si el analista considera alternativas que el individuo ignora a la hora de hacer su elección, se está exigiendo al modelo un esfuerzo innecesario y finalmente éstas pueden aparecer estimadas con probabilidad posi-

tiva de ser elegidas aun cuando en la práctica esto no ocurra para este individuo.

En los modelos de elección modal, generalmente los individuos se enfrentan a un número reducido de alternativas y, en estos casos, no resulta muy complejo determinar con exactitud el conjunto de elección debido a que generalmente es posible aplicar criterios relativamente objetivos que permitan determinar si una alternativa está o no disponible. Sin embargo, en los modelos de distribución de viajes o de elección de destino, esto puede constituir un problema considerable debido a que no todos los individuos discriminan de igual forma acerca de cuáles son los destinos posibles. En McFadden (1978) se aborda este problema y se demuestra que en el caso del modelo logit multinomial (el más simple y popular, pero también el más restrictivo de los modelos de elección discreta), se pueden obtener estimadores insesgados para los parámetros al considerar como conjunto de elección muestras aleatorias del conjunto total de opciones. Desgraciadamente esta propiedad no es compartida por modelos más generales actualmente disponibles.

### 3.1.2. La forma funcional de la función de utilidad

Otro aspecto de interés en la especificación de los modelos está relacionado con la forma funcional que toma la utilidad representativa  $V_{iq}$ . En este sentido se pueden formular varias hipótesis. La forma lineal en los parámetros presenta varias ventajas debido a su buen comportamiento en la fase de estimación. En efecto, en este caso se puede garantizar la existencia de solución única a la hora de maximizar la función de verosimilitud. Daganzo (1979) demuestra que si se relaja esta hipótesis, en general, el estimador máximo verosímil no es único. Sin embargo, la representación lineal no siempre es apropiada para todos los contextos (véase, por ejemplo, Foerster 1979; Daly, 1982).

El empleo de funciones de utilidad no lineales implica necesariamente cambios en los mecanismos que los individuos emplean para intercambiar los distintos atributos, debido a que estos se expresan en términos del cociente entre las respectivas utilidades marginales. Un buen ejemplo puede ser

el cálculo del valor del tiempo de viaje, que se vería afectado por la forma funcional (ver por ejemplo, Train y McFadden, 1978; Gaudry et al., 1989).

Sin embargo, aun cuando se considere la forma lineal en los parámetros, existen otros factores que deben estar sujetos a discusión. En el caso lineal la expresión más general de la utilidad representativa viene dada por:

$$V_{iq} = \sum_k \theta_{ikq} f(X_{ikq}) \quad (3.1)$$

donde  $X_{ikq}$ , representa el valor del atributo  $k$  para el individuo  $q$  en la alternativa  $i$ ,  $\theta_{ikq}$  son los parámetros a estimar y  $f$  es alguna función de transformación, por ejemplo de tipo Box-Cox (ver Gaudry y Wills, 1978).

El hecho que los parámetros de un determinado atributo de cierta alternativa puedan tomar valores diferentes para cada individuo  $q$ , significa que está presente el fenómeno de la variación interpersonal en los gustos. No todos los modelos permiten tratar apropiadamente este fenómeno, debido a que muchos exigen homogeneidad en la muestra y esto puede ser un serio inconveniente en algunos casos<sup>8</sup> (ver la discusión en Fowkes y Wardman, 1988). Sin embargo, cuando la variación en los gustos tiene una naturaleza sistemática, generalmente explicada por las características socioeconómicas, basta con segmentar la muestra o emplear variables ficticias para tratar adecuadamente el problema. En estos casos, la utilidad representativa puede expresarse sin pérdida de generalidad como:

$$V_{iq} = \sum_k \theta_{ik} f(X_{ikq}) \quad (3.2)$$

### 3.1.3. Selección de variables

Una vez que se ha optado por una forma funcional adecuada para la función de utilidad representativa, el interés se centra en determinar qué variables o atributos la explican y en qué forma lo

<sup>8</sup> Esta discusión será analizada con más profundidad más adelante, cuando se aborde el problema de la estructura del modelo.

hacen. La utilidad de una alternativa está explicada por dos grupos de variables: aquellas que representan características propias de la alternativa, denominadas también variables de *nivel de servicio* (tiempo de viaje, costo, comodidad, etc.) y aquellas que corresponden a atributos socioeconómicos de los individuos (sexo, edad, posesión de coche, etc.). Las variables de nivel de servicio pueden ser genéricas o específicas; en este último caso, se podrá analizar si una persona valora de manera diferente un mismo atributo dependiendo de la alternativa que se trate. No existe una regla general que permita decidir qué variables son genéricas y cuáles no. En la práctica, después de ensayar varios modelos y contrastar varias hipótesis, el investigador dispondrá de una serie de argumentos que le permitirán determinar la naturaleza de cada atributo (ver Ortúzar, 1982).

Entre las variables de tipo socioeconómico, el ingreso juega un papel destacado ya que su incorporación a la función de utilidad indirecta está relacionada con las hipótesis consideradas en la formulación del problema del consumidor. El modelo de Train y McFadden (1978) está basado en la hipótesis de que el individuo elige libremente el número de horas que dedica a trabajar. Este supuesto da lugar a que en la especificación de la función de utilidad indirecta (condicional truncada, ver Jara-Díaz y Ortúzar, 1986)<sup>9</sup> de la alternativa  $i$ , el costo pueda aparecer dividido por la tasa salarial o por el ingreso (ver, por ejemplo, Swait y Ben-Akiva, 1987). Si por el contrario el ingreso individual es considerado como un valor fijo, la especificación correcta implica que el costo debe ser dividido por la tasa de gasto<sup>10</sup> (ver Jara-Díaz y Farah, 1987).

Jara-Díaz y Ortúzar (1989) contrastan este hecho empíricamente. Analizan distintas especificaciones donde el costo se divide por la tasa salarial y por la tasa de gasto, llegando a la conclusión que este último caso conduce a modelos estadísticamente superiores en la muestra analizada por ellos, que corresponde mayoritariamente a empleados con una jornada de trabajo fija.

<sup>9</sup> Utilidad representativa de la alternativa  $i$  que se emplea en la teoría de la elección discreta.

<sup>10</sup>  $I/(T-W)$ , donde  $I$  es el ingreso,  $T$  es el tiempo total y  $W$  es el número de horas trabajadas.

### 3.1.4. Estructura del modelo

Las diversas hipótesis que se pueden formular sobre la distribución del vector de componentes aleatorias en la ecuación (2.5), dan lugar a la formulación de distintos modelos. Si se supone que los  $\varepsilon_{iq}$  son variables aleatorias independiente e idénticamente distribuidas (iid) Gumbel, con parámetros  $(0, \beta)$ <sup>11</sup>, la ecuación (2.4) da lugar al modelo logit multinomial (MNL, en adelante). En este caso, la probabilidad de que el individuo  $q$  seleccione la alternativa  $i$  viene dada por la expresión (Domencich y McFadden, 1975):

$$P_{iq} = \frac{\exp \beta V_{iq}}{\sum_j \exp \beta V_{jq}} \quad A_j \in A_q \quad (3.3)$$

donde el parámetro  $\beta$  está relacionado con la desconocida desviación típica de los errores por la expresión:  $\beta^2 = \frac{\pi^2}{6\sigma^2}$ . Lógicamente, este parámetro (de escala) no es estimable y por tanto los coeficientes  $\theta_{ik}$  estimados (máximo verosímiles) aparecen multiplicados por el factor de escala. En algunas circunstancias, esto da lugar a ciertos problemas que se comentarán más adelante.

El modelo MNL descansa sobre el supuesto de independencia de alternativas irrelevantes; esta implica que el cociente entre las probabilidades de elección de dos alternativas cualesquiera no está afectado por la presencia o ausencia de alternativas adicionales en el conjunto de elección (como caso ilustrativo de este problema, véase el famoso ejemplo del bus azul - bus rojo propuesto en Mayberry, 1973).

En general, esta propiedad no puede ser considerada como algo ventajoso, puesto que el modelo tenderá a predecir en forma incorrecta si existen opciones correlacionadas (ver la discusión en Williams y Ortúzar, 1982). Existen diversos tests estadísticos que permiten verificar si un modelo

<sup>11</sup> La interpretación de los parámetros, así como otras propiedades de la distribución de probabilidad Gumbel pueden verse en Ben-Akiva y Lerman (1985). Nótese también, por otra parte, que bajo este supuesto la utilidad aleatoria  $U_{iq}$  sigue la misma distribución Gumbel, pero con distinta media.

**Tabla 1.** Modelos teóricamente correctos según la matriz de covarianza.

| Modelo             | Correlación entre Alternativas | Correlación entre Observaciones | Heteroscedasticidad entre Alternativas | Heteroscedasticidad entre Observaciones |
|--------------------|--------------------------------|---------------------------------|--|---|
| Logit Multinomial  |                                |                                 |  |   |
| Logit Jerárquico   | $\Gamma$                       |                                 |  |   |
| Logit Mixto        | $\Gamma$                       | $\Gamma$                        | $\Gamma$                               | $\Gamma$                                |
| Probit Multinomial | $\Gamma$                       | $\Gamma$                        | $\Gamma$                               | $\Gamma$                                |

Fuente: Munizaga (1997).

satisface o no la propiedad de independencia de las alternativas irrelevantes (Hausman & McFadden, 1984; McFadden, 1987). No obstante, lo más usual en la práctica es trabajar en conjunto con el modelo logit jerárquico (HL)<sup>12</sup>, que es una generalización relativamente sencilla del anterior (Williams, 1977; Daly, 1987) y que permite resolver este problema eficazmente. La probabilidad de elección en este caso es consistente con el principio de maximización de la utilidad aleatoria (ver la discusión en Carrasco y Ortúzar, 2002).

Cuando se sospeche que la correlación entre las alternativas pueda ser arbitraria, o se sospeche que pueda existir heteroscedasticidad (ver Munizaga et al., 2000), se deben plantear modelos más generales como el probit multinomial (MNP, en adelante). Una referencia más extensa puede encontrarse en Daganzo (1979); en este caso, los

errores siguen una distribución normal multivariante con media cero y matriz de covarianzas arbitraria. Otra ventaja que presenta el MNP frente a las estructuras tipo logit mencionadas anteriormente, es que permite tratar el problema de variación interpersonal en los gustos cuando la componente sistemática de la función de utilidad es lineal en los parámetros, debido a que estos últimos son tratados como variables aleatorias. El principal problema es que este modelo es menos tratable desde el punto de vista estadístico cuando el número de alternativas es superior a tres, por lo que debe ser evaluado de forma numérica recurriendo a aproximaciones; sin embargo, con el aumento del poder de los ordenadores y los fuertes desarrollos en técnicas de simulación y aproximación numérica, el MNP ha llegado recientemente a constituirse en una proposición razonable (Munizaga et al., 1997).

**Tabla 2.** Influencia de la naturaleza de los datos en la matriz de covarianza.

| Caso   | Correlación entre Alternativas | Correlación entre Observaciones | Heteroscedasticidad entre Alternativas | Heteroscedasticidad entre Observaciones |
|--|--------------------------------|---------------------------------|--|---|
| Alternativas similares                             | $\Gamma$                       |                                 |  |   |
| Alternativas con una componente común              | $\Gamma$                       |                                 |  |   |
| Datos mixtos PR-PD                                 |                                |                                 |  | $\Gamma$                                |
| Múltiples respuestas PD                            |                                | $\Gamma$                        |  | $\Gamma$                                |
| Diferencias entre los encuestados                  |                                |                                 |  | $\Gamma$                                |
| Diferencias en el nivel de información de opciones |                                |                                 | $\Gamma$                               |   |
| Distinta variabilidad de los atributos             |                                |                                 | $\Gamma$                               |   |
| Datos agregados                                    | $\Gamma$                       |                                 | $\Gamma$                               |   |

Fuente: Munizaga (1997).

<sup>12</sup> Véase Ben-Akiva y Lerman (1985), páginas 126-128; Ortúzar y Willumsen (1994), páginas 216-221.

Existe finalmente otra familia de modelos, que aun teniendo una estructura de MNL, permiten que los parámetros presenten cierta distribución de probabilidad a lo largo de la población. Si los parámetros son desconocidos no es posible computar el término derecho de la ecuación (3.3). Para evaluar el valor esperado de  $P_{ij}$  a lo largo de la población es preciso recurrir nuevamente a técnicas de simulación. Estos modelos son denominados logit mixto, logit con parámetros aleatorios, o logit de componentes de error, y fueron introducidos inicialmente por Boyd y Mellman (1980) y Cardell y Dunbar (1980). Esta metodología es objeto de intenso estudio en la actualidad y han surgido varios trabajos que investigan diversos aspectos en este tipo de modelos (ver, por ejemplo, Ben-Akiva y Bolduc, 1996; McFadden y Train, 1998; Munizaga y Alvarez, 2000; Train, 1998).

La tabla 1 establece una clasificación de los modelos que deben ser aplicados en cada caso en función de cómo sea la matriz de covarianza.

La presencia de correlación y/o heteroscedasticidad entre alternativas y/o observaciones puede deberse a distintas causas. Generalmente, éstas se relacionan con la naturaleza de la información empleada para la estimación de los modelos. La tabla 2 establece una clasificación que permite conocer cuál es la influencia que tiene la naturaleza de los datos en la matriz de covarianza.

### 3.2. Estimación

Una vez que se ha optado por una especificación determinada, para poder llegar a la fase de predicción, es preciso estimar todos los parámetros desconocidos que aparecen en la función de utilidad del modelo. Dependiendo de la forma funcional, los parámetros determinarán el valor de las utilidades marginales; específicamente, los parámetros desconocidos deberán tomar valores tales que el comportamiento individual predicho por el modelo se ajuste en la medida de lo posible a su comportamiento real. La representación matemática de este principio básico se consigue a través del método de estimación de máxima verosimilitud. Los estimadores máximo verosímiles son aquellos que hacen que el modelo replique con probabilidad máxima la muestra observada (ver, por ejemplo, Wonnacott y

Wonnacott, 1977). Desde el punto de vista de la estadística, no se cuestiona si la especificación del modelo es correcta o no; simplemente se hacen inferencias acerca de los parámetros desconocidos en la representación matemática del fenómeno.

La especificación de un modelo es producto de una combinación de la aplicación de teorías de comportamiento individual y de métodos estadísticos que permiten contrastar juicios subjetivos establecidos por el investigador. Normalmente, el proceso comienza con una teoría establecida a priori y con un conjunto de hipótesis consistentes con diversas especificaciones del modelo. La contrastación de estas hipótesis permite decidir si los supuestos son confirmados estadísticamente. Existe gran variedad de tests estadísticos que se pueden plantear para contrastar hipótesis relacionadas con la especificación del modelo. En Ortúzar (1982) y en Ben-Akiva y Lerman (1985), se puede encontrar una amplia revisión de todos ellos con diversas aplicaciones empíricas.

## 4. Predicción agregada con modelos desagregados

Superada la fase de construcción del modelo, se debe entrar en la fase predictiva. Se trata, pues, de obtener predicciones agregadas del comportamiento global de los individuos en la población objeto de estudio desde una perspectiva desagregada. Esta es una etapa clave, puesto que los resultados que se deriven serán utilizados por el planificador para la toma de decisiones. No sólo se puede decidir cuál será la demanda agregada de cada alternativa, sino que también se podrá conocer cuál es la sensibilidad que ésta presenta ante cambios en los valores de las distintas variables de política que se hayan incluido en el modelo.

A pesar de que el modelo construido es desagregado e intenta reflejar el comportamiento individual, en la fase de modelación es inevitable cometer algún tipo de agregación cuando se miden los atributos que explican la función de utilidad. Estos errores de agregación serán trasladados a la fase predictiva. En Alonso (1968), se establece una aproximación de la magnitud que pueden tener estos errores a partir de la cual se puede decidir cuál es la tasa de mejora del error total, al mejorar la medición de

una de las variables. Lógicamente, esto implica establecer un compromiso entre el costo de incrementar la calidad de la información a emplear como entrada y la exactitud con que se desea medir los datos. Aparte de los ya señalados, se deben considerar los errores producidos en el proceso de estimación estadística del modelo. Estos permitirán decidir qué variables aportan (o no) explicación al mismo. Así, el analista podrá tomar decisiones acerca de una especificación determinada, que al igual que en el caso anterior no está exenta de realizar algún tipo de compromiso. Dadas estas consideraciones, el problema planteado se puede resumir en la siguiente frase (Daly & Ortúzar, 1990): "Dado un modelo para predecir el comportamiento (por ejemplo, probabilidad de elección) de un individuo con características conocidas, al enfrentar un conjunto de opciones con atributos que también son conocidos, ¿qué se debe hacer para efectuar una predicción para toda la población?"

El modelo estimado permite conocer, para un individuo dado, la probabilidad de elección de cada alternativa en función de los atributos considerados en la función de utilidad. En general, ésta se expresará por:

$$P_{iq} = f_i(\bar{X}_{iq}; \bar{\theta}) \quad (4.1)$$

Si se conoce la distribución del vector de atributos para toda la población, el problema de determinar la probabilidad de elección de la alternativa en el ámbito agregado se reduce al cómputo de la integral:

$$P_i = \int_{\bar{X}_i} f_i(\bar{X}_{iq}; \bar{\theta}) g(\bar{X}_i) d\bar{X}_i \quad (4.2)$$

Donde  $g$  es la función de densidad del vector de atributos  $\bar{X}_i$ . Sin embargo, esta medida de agregación no es operativa en la práctica ya que, en general, no se conoce el valor de  $g$  y aun en el caso en que se pudiesen formular distintas hipótesis, el cálculo de la integral requeriría un enorme esfuerzo computacional<sup>13</sup>; por ello, se hace preciso buscar medios que permitan aproximar la probabilidad agregada.

El método de agregación más simple, denominado "enfoque inocente" consiste en reemplazar cada atributo por su valor promedio en la población, de manera que:

$$P_i \approx f_i(\bar{X}_{iq}; \bar{\theta}) \quad (4.3)$$

Este método no es muy apropiado cuando  $f_i$  no es lineal, ya que se cometen sesgos importantes en la predicción<sup>14</sup>. Este sesgo puede reducirse si se divide la población en un número finito de estratos o clases homogéneas y se aplica el enfoque inocente a cada clase. Este método se denomina "método de clasificación" y en este caso la probabilidad agregada se aproxima por:

$$P_i \approx \sum_C \frac{N_C}{N} f_i(\bar{X}_{ic}; \bar{\theta}) \quad (4.4)$$

donde  $\frac{N_C}{N}$  es la proporción de individuos en

la clase C y  $\bar{X}_{ic}$  es el vector que representa el promedio de los atributos en dicha clase (como se ve, si hay sólo una clase este método es idéntico al enfoque inocente). Un problema que se plantea es el número de clases a considerar y cómo definir las; McFadden y Reid (1975) definen un criterio para determinar las clases en función del tamaño de la varianza de las diferencias entre los distintos pares de utilidades estimadas y demuestran que con ocho clases definidas de esta forma, el sesgo de agregación es despreciable.

El método de "enumeración muestral" considera los valores de los atributos para una muestra representativa de la población objeto de estudio (por ejemplo, la muestra usada para estimar el modelo). En este caso la probabilidad de elección de la alternativa  $A_i$  se aproxima por:

$$P_i \approx \frac{1}{N} \sum_n f_i(\bar{X}_{in}; \bar{\theta}) \quad (4.5)$$

<sup>13</sup> En Ben-Akiva y Lerman (1985) se trata el caso logit y probit cuando los atributos siguen una distribución normal.

<sup>14</sup> Esto es debido a que cuando  $f$  no es una función lineal  $E[f(x)] \neq f(E[x])$ .

Este método resulta eficiente cuando el conjunto de elección no es muy grande y se realizan predicciones a corto plazo. Sin embargo, cabe esperar que algunas características de la población sean sensibles al paso del tiempo; en estos casos, se puede abordar el problema aplicando el método de enumeración muestral para una muestra artificial propuesto en Daly y Gunn (1986). También se puede ver que si cada individuo es una clase, este método es idéntico al método de clasificación.

Existen otros métodos de agregación que se basan en la obtención de la distribución del vector de atributos a lo largo de la población empleando distintos procedimientos. Una revisión más detallada de ellos se puede encontrar en Ben-Akiva y Lerman (1985).

Por último, cabe mencionar que en la fase predictiva puede aparecer un problema serio cuando se producen cambios en la varianza de los errores de los datos usados en la fase de estimación y en la fase de predicción. Esto puede ser debido a un cambio en el método de medición de los datos o a un cambio real en la componente aleatoria. Ortúzar e Ivelic (1987) muestran que si los errores en la fase de estimación son menores que los errores en la fase predictiva, la demanda será sobrestimada y viceversa.

## 5. Las fuentes de datos

La información empleada en modelación desagregada puede ser de diversa naturaleza. Principalmente se distinguen tres tipos de fuentes de datos: preferencias reveladas (PR), preferencias declaradas (PD) y datos mixtos (empleo conjunto de datos de PR y PD).

### 5.1. La modelación con datos de PR

Para predecir el comportamiento de los individuos se han empleado tradicionalmente técnicas basadas en la observación de su comportamiento real. En general, estos datos de PR representan un corte transversal y se obtienen a partir de encuestas que tratan de medir los valores de los atributos, tanto de la alternativa elegida como de las no elegidas por cada individuo. Esto permite estimar, con técnicas estadísticas apropiadas, la función de uti-

lidad de cada alternativa que represente las preferencias de cada individuo.

Sin embargo, el empleo de este tipo de datos no está exento de problemas. Las principales limitaciones se deben a:

- Presencia de correlación entre algunas variables explicativas de interés. Por ejemplo, es frecuente encontrar correlación entre el tiempo de viaje y el costo. Esto impide estimar los parámetros que permiten determinar la relación marginal de sustitución entre ambas variables.
- Escasa variabilidad entre los valores que toman los atributos a lo largo de la muestra. Esto da lugar a la aparición de problemas en la fase de estimación.
- Existencia de errores de medición de las variables. Ya se ha comentado que al medir datos de PR es inevitable la aparición de errores debidos básicamente a la necesidad de cometer cierta agregación, al nivel de precisión empleado, o achacables a la propia percepción de los individuos. Estos errores se trasladan a la fase predictiva y pueden dar lugar a que el modelo no explique realmente lo que pretende explicar (ver Daly y Ortúzar, 1990).
- Dificultad de evaluar el impacto de variables de tipo cualitativo, tales como, comodidad, fiabilidad, seguridad, etcétera.

Aparte de estas restricciones de carácter técnico, no es posible emplear datos de PR cuando el objetivo es analizar la demanda de alternativas no existentes en el mercado; por ejemplo, la introducción de un nuevo modo de transporte o la implantación de un nuevo sistema de tarificación (ver por ejemplo Bianchi *et al.*, 1998). En estos casos se hace necesario recurrir a otros procedimientos de obtención de la información que permitan determinar cómo son las preferencias de los individuos.

### 5.2. La modelación con datos de PD

Al hablar de datos de PD se hace referencia a un conjunto de técnicas que se basan en declaraciones de individuos acerca de cuáles son sus preferencias cuando se les presentan opciones que describen una serie de situaciones o escenarios

hipotéticos contruidos por el investigador en un diseño experimental. Esta es la principal diferencia con las PR, que emplean datos sobre situaciones observadas.

Estas técnicas comenzaron a aplicarse a principios de los años '70 en problemas relacionados con la investigación de mercado, y las primeras aplicaciones en el campo del transporte se deben a Louviere et al. (1973). En la actualidad, aunque el enfoque ha sido ampliamente aplicado<sup>15</sup> en este campo, existen aspectos que aún están sometidos a debate.

Por su propia naturaleza, estos métodos requieren del diseño de encuestas específicas para obtener los datos. El primer aspecto a tener en cuenta para construir los distintos escenarios es definir las variables que intervienen en el modelo, así como los niveles que estas pueden tomar. Los niveles deben ser asignados de forma realista y no entrar en contradicción con la experiencia de los individuos que van a ser entrevistados. En Fowkes y Wardman (1988) se sugiere que para obtener un diseño satisfactorio, los niveles de las variables deben ser asignados de manera que con los distintos escenarios planteados se recorra un amplio rango de valores *frontera* o de equi-utilidad para los distintos atributos (por ejemplo, valores frontera del tiempo), que sean consistentes con el de los individuos de la muestra. Este concepto se ha ampliado a la utilización de "diagramas de rayos" (Fowkes, 2000) por parte de la mayoría de los especialistas en la práctica (ver la discusión en Bates, 1998).

La combinación de niveles define distintos escenarios que constituyen el diseño experimental. Generalmente, se pretende que el diseño sea "ortogonal", es decir, que asegure que cada atributo varía independientemente de los demás, de forma que se pueda aislar su efecto en la función de utilidad indirecta. Esto evita los problemas de multicolinealidad que aparecen cuando se emplean datos de PR, donde en muchas ocasiones se encuentran atributos que varían en una misma dirección y es imposible aislar el efecto de cada uno por

separado. Además, en estos diseños, por su propia naturaleza, resulta sencillo incorporar al modelo variables de tipo cualitativo.

La ortogonalidad está garantizada cuando se consideran todas las combinaciones posibles de los niveles de las variables. Esto constituye lo que se denomina un diseño "factorial completo". Este diseño permite estimar no sólo los efectos aislados de todos los atributos sino también todas las posibles interacciones entre ellos. El problema es que en estos casos el número de escenarios puede ser muy elevado y el experimento puede producir fatiga en el entrevistado, disminuyendo la calidad de las respuestas. Por tanto, lo que se suele hacer en la práctica es utilizar un diseño "factorial fraccional", que consiste en seleccionar sólo un subconjunto de escenarios del diseño factorial completo (en función de cuáles sean los efectos aislados e interacciones que se desee medir). Para construir tales diseños se puede consultar los catálogos que aparecen en Kocur et al. (1982) o Hahn y Shapiro (1966), o utilizar programas especializados (Bradley, 1988; SDG, 1990).

El paso siguiente a la construcción del diseño es analizar las respuestas que dan lugar a la variable dependiente del modelo. Se pueden distinguir tres tipos de respuestas declaradas:

- a) Elección (*choice*). El individuo selecciona en cada escenario presentado la alternativa preferida. Este tipo de experimento es bastante sencillo y es el que más se asemeja a lo que los individuos hacen en la vida real.
- b) Jerarquización (*ranking*). En este caso el individuo ordena todas las alternativas que le son presentadas de acuerdo a sus preferencias. Las respuestas de jerarquización aportan más información que las respuestas de tipo elección, ya que no sólo permiten conocer cual es la mejor alternativa, sino que también cual es la posición relativa de cada una de ellas. Si el individuo contesta adecuadamente, este método aporta sin duda más información acerca de cómo se intercambian unos atributos por otros.

Previo a la modelación con estos datos utilizando el MNL, las respuestas de jerarquización se transforman a varias elecciones de acuerdo a

<sup>15</sup> En Permain et al. (1991) se puede encontrar una guía de referencia; además un completo libro sobre el tema acaba de aparecer (Louviere et al., 2000).



la *regla de explosión* del ranking (véase Chapman y Staelin, 1982).

- c) Escalamiento (rating o generalised choice). En este caso los individuos expresan el grado de preferencia entre dos opciones de acuerdo a una escala semántica. A efectos de la explotación posterior, a cada punto de dicha escala se puede asociar un valor numérico. Las respuestas en este ejercicio son las que más información aportan, y éste resulta sencillo para los entrevistados.

Los modelos con este tipo de respuesta pueden ser estimados por regresión lineal tras aplicar la transformación de Berkson-Theil (ver Louviere, 1988) a los puntos de la escala. Un problema que surge es determinar cuáles son los valores más apropiados para asignar a cada punto de la escala semántica. Una discusión sobre estos aspectos, y una descripción de otros métodos para estimar el modelo en este caso, se pueden ver en Ortúzar y Garrido (1994a).

Una vez obtenida la respuesta, se debe controlar la calidad del experimento de PD. Esto se suele llevar a cabo realizando encuestas piloto o trabajando con datos simulados según se sugiere en Fowkes y Wardman (1988). En este último caso, la idea consiste en generar una muestra de individuos ficticios que se enfrenta a un proceso de elección similar al planteado en el experimento. Para simular las respuestas se debe cuantificar la parte medible y la parte aleatoria de la función de utilidad. En el primer caso se asumen unos valores dados para los parámetros (que pueden estar basados en otros estudios y deben ser adecuados para la población de interés), y con ellos se calcula la utilidad representativa en cada escenario. Para determinar el error, basta generar variables aleatorias con la distribución específica del modelo a estimar. Uno de los problemas que aparece, por ejemplo en el caso del MNL, es que la desviación típica de los errores es desconocida y se debe realizar un proceso de simulación con distintos valores. Garrido (1991) recomienda que los valores de la desviación típica deben estar comprendidos entre la mayor y menor diferencia entre las utilidades representativas, de modo que la parte aleatoria no sea muy influyente en la elección, pero tampoco despreciable.

Con la muestra simulada, se estima el modelo. Si los parámetros que se habían fijado con anterioridad se recuperan con un margen de error pequeño, el experimento puede considerarse como válido. En caso contrario, será necesario revisar los valores asignados a los niveles de las variables.

Dada una situación a analizar, un problema que se plantea es qué tipo de respuesta es la más apropiada para cada caso. En Ortúzar y Garrido (1994b) se comparan los tres tipos de respuestas anteriores. En principio, ninguno de los tres enfoques puede ser rechazado porque produzca modelos que no sean estadísticamente satisfactorios, sin embargo, la decisión de optar por un método determinado debe estar basada en las dificultades asociadas tanto a la recolección de datos como a su análisis.

Una característica de la modelización con datos de PD es que de cada individuo es posible obtener múltiples observaciones (pseudoindividuos) para la muestra de datos. Esto supone una importante ventaja comparativa en términos de costo respecto a la modelización con datos de PR, donde cada individuo aporta una única observación. Sin embargo esto plantea el problema de cómo estimar el modelo, por ejemplo con máxima verosimilitud, dado que la usual hipótesis de independencia entre observaciones no es estrictamente válida. Durante mucho tiempo se pensó que el error potencial de esta falencia estaba radicado en la obtención de estadísticos sobrevaluados para la significancia de los parámetros estimados. No obstante, hoy se sabe que al modelar correctamente (lo que desgraciadamente es mucho más complejo), también pueden variar los valores medios de los coeficientes (Ortúzar et al., 2000). Afortunadamente, la familia de modelos logit mixto es particularmente apropiada para tratar este problema (ver Louviere et al., 2000).

### 5.3. *El problema del factor de escala y la modelización con datos mixtos*

En la modelización con datos de PD se tiene garantía de que las variables explicativas son exactas, dada la naturaleza de los experimentos. Sin embargo, la principal limitación que se atribuye a estos modelos es la potencial ausencia de compromiso entre lo que el individuo declara que va a

hacer y lo que luego hará en la realidad <sup>16</sup>. Esto da lugar a la aparición de errores de medición en la variable dependiente. Bates (1988) señala que, en realidad, lo que el modelo estima no es la verdadera utilidad  $U_{iq} = V_{iq} + \varepsilon_{iq}$ , sino una pseudoutilidad  $\dot{U}_{iq}$ , que difiere de la verdadera en un error  $\eta_{iq}$ ; de este modo:

$$U_{iq} = V_{iq} + \varepsilon_{iq} = \dot{U}_{iq} + \eta_{iq} \quad (5.1)$$

con lo que:

$$\dot{U}_{iq} = V_{iq} + \varepsilon_{iq} - \eta_{iq} \quad (5.2)$$

Si denominamos  $\delta_{iq} = \varepsilon_{iq} - \eta_{iq}$ , la ecuación (5.2) se transforma en:

$$\dot{U}_{iq} = V_{iq} + \delta_{iq} \quad (5.3)$$

donde se puede apreciar, que tanto  $U_{iq}$  como  $\dot{U}_{iq}$  poseen la misma utilidad representativa pero difieren en la componente aleatoria;  $\delta_{iq}$  representa el error que se comete al estimar la pseudoutilidad y, por tanto, contiene aspectos no medibles de naturaleza aleatoria. De este modo, la ecuación (2.2) se transforma en:

$$U_{iq} = V_{iq} + \delta_{iq} + \eta_{iq} \quad (5.4)$$

Por tanto, en un modelo de PD la componente aleatoria se descompone en:  $\eta_{iq}$  que mide los efectos producidos por el sesgo en las respuestas y  $\delta_{iq}$  que cuantifica los aspectos no medibles de naturaleza aleatoria señalados con anterioridad.

Cuando hay sesgo en las respuestas, las predicciones de la demanda pueden verse afectadas ya que los coeficientes aparecen multiplicados por el factor de escala  $\beta$  que depende de la desviación típica de los errores. Si lo que se estima efectivamente es la pseudoutilidad, como  $\sigma_{\varepsilon_{iq}-\eta_{iq}}^2 = \sigma_{\varepsilon_{iq}}^2 + \sigma_{\eta_{iq}}^2$ , el factor de escala en este caso va a ser menor, lo que da lugar a una estimación diferente de la probabilidad (ver ecuación 3.3). En Wardman (1991), se analizan los efectos que

tienen los errores del experimento de PD sobre las probabilidades de elección.

Sin embargo, este problema no se plantea cuando el objetivo es cuantificar la relación marginal de sustitución entre los atributos (por ejemplo, calcular los valores subjetivos del tiempo de viaje), ya que en este caso el factor de escala se cancela.

El problema originado por el cambio en el factor de escala cuando se modela con datos de PD puede ser abordado tratando de ajustar dichos datos al comportamiento real de los individuos. Este viene reflejado por los datos de PR, con lo que, si se dispone de las dos fuentes (PR y PD), es posible explotar las ventajas de ambos de manera que el sesgo en las respuestas aparezca atenuado por el comportamiento real de los individuos. Esto es lo que se denomina modelación con datos mixtos.

Ben Akiva y Morikawa (1990) abordan el problema suponiendo que la diferencia entre los errores de los modelos de PR y PD se pueden representar como una función de sus varianzas, de modo que:

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \mu^2 \sigma_{\eta}^2 \quad (5.5)$$

siendo  $\varepsilon$  el error en la modelación con PR y  $\eta$  el error en la modelación con PD;  $\mu$  es un factor de escala desconocido. Para una alternativa  $A_i$  se pueden considerar las funciones de utilidad que se obtendrían con ambas fuentes de datos:

$$U_i^{PR} = \theta X_i^{PR} + \alpha Y_i^{PR} + \varepsilon_i \quad (5.6)$$

$$\mu U_i^{PD} = \mu(\theta X_i^{PD} + \beta Z_i^{PD} + \eta_i)$$

donde  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\theta$  son parámetros a estimar;  $X^{PR}$  y  $X^{PD}$  representan el conjunto de atributos comunes a ambas fuentes de datos, e  $Y^{PR}$  y  $Z^{PD}$  representan los grupos de atributos que pertenecen sólo a una de las fuentes (PR y PD, respectivamente).

La estimación del factor de escala  $\mu$  permite explotar conjuntamente todos los datos, ya que en ese caso los errores poseerían la misma varianza. El problema de estimación conjunta de ambas fuentes de datos se puede abordar de dos formas:

<sup>16</sup> En Bonsall (1985) se establece una clasificación de los distintos tipos de sesgo que pueden aparecer en las respuestas de los individuos.

secuencialmente (ver Ben-Akiva y Morikawa, 1990) o de forma simultánea, planteando una estructura jerárquica equivalente (ver Bradley y Daly, 1997). Ambos procedimientos producen estimaciones consistentes.

## 6. Algunas aplicaciones de modelos de demanda desagregados

Los resultados aportados por los modelos de demanda desagregados constituyen insumos importantes en asuntos relacionados con la política pública. Aunque son muchas sus aplicaciones, éstas cobran especial relevancia cuando se trata de tomar decisiones de inversión en infraestructuras, donde los ahorros de tiempo, el valor social que ha de otorgarse a estos y la evaluación de los beneficios de los usuarios juegan un papel esencial

### 6.1. El valor individual y social del tiempo

Los ahorros de tiempo constituyen una de las fuentes de beneficio más importantes que se derivan de los proyectos de transporte (Small, 1992; Hensher, 1989). Estos beneficios pueden ser interpretados a través de dos enfoques diferentes. El primero de ellos descansa sobre la idea del "tiempo como recurso productivo". Si la disminución del tiempo de viaje conduce a un aumento equivalente en el tiempo de trabajo, los beneficios se expresarán en términos del aumento correspondiente de la producción. El segundo enfoque está relacionado con el aumento en la utilidad social producido por el aumento en la utilidad de los individuos como consecuencia de la mejora en las condiciones de viaje.

El procedimiento habitual que se sigue en la práctica a la hora de evaluar dichos beneficios consiste en transformar en unidades monetarias el tiempo ahorrado por el proyecto usando un precio o valor social del tiempo obtenido a partir de estimaciones de la productividad del trabajo (primer enfoque) o de la estimación de modelos de demanda desagregados (segundo enfoque).

De acuerdo con la teoría del bienestar, la función de bienestar social  $U_s = U_s(U_1, \dots, U_n)$

se expresa en términos de la utilidad de cada individuo que a su vez depende de su ingreso individual y de los precios (utilidad indirecta). Pearce y Nash (1981) defienden la aplicación de este enfoque a la evaluación social de proyectos, donde es habitual expresar los beneficios derivados del proyecto a través de los beneficios percibidos por cada individuo. La variación en el bienestar social debida a un proyecto será igual a:

$$dU_s = \sum_q \left( \partial U_s / \partial U_q \right) \left( \partial U_q / \partial I \right) dB_q \quad (6.1)$$

Donde se denomina  $\Omega_q = \partial U_s / \partial U_q$  al peso social del individuo  $q$ ,  $\lambda_q = \partial U_q / \partial I$  a la utilidad marginal de la renta del individuo  $q$  y  $dB_q \approx VS_{T_q} \Delta T_q$  representa la variación en el excedente del consumidor  $q$  debido al proyecto, que según se demuestra en Jara-Díaz (1990) se puede aproximar por el ahorro de tiempo del individuo multiplicado por su valor subjetivo del tiempo. De este modo la expresión 6.1 se transforma en:

$$dU_s = \sum_q \Omega_q \lambda_q VS_{T_q} \Delta T_q \quad (6.2)$$

Dado un factor  $\lambda_s$  que convierta  $U_s$  a unidades monetarias<sup>17</sup>, el término que multiplica a  $\Delta T_q$  dividido por  $\lambda_s$  representará el valor social del tiempo del individuo  $q$ .

$$\frac{\Omega_q \lambda_q VS_{T_q}}{\lambda_s} = \frac{\Omega_q \partial U_q / \partial T_q}{\lambda_s} \quad (6.3)$$

Como se desprende de la expresión anterior, el valor social del tiempo depende de tres factores: La percepción subjetiva del tiempo por parte de los viajeros, la valoración del dinero por parte de quienes financian el proyecto (por ejemplo, los contribuyentes) y de la importancia relativa que los políticos asocian a cada individuo o grupo de individuos. A este respecto, Gálvez y Jara-Díaz (1998) señalan que cuando se considera un enfoque neutro donde  $\Omega_q = 1 \quad \forall q$ ,  $\lambda_s$  es un promedio ponderado de las utilidades marginales de la renta de los individuos y representa la utilidad social del di-

<sup>17</sup> Ver Gálvez y Jara-Díaz (1998) para una discusión acerca de la obtención de este factor.

nero. Si la utilidad marginal del tiempo es idéntica para todos los individuos se obtiene un único valor social del tiempo que será multiplicado por el total de ahorros de tiempo. La contrastación empírica de este supuesto requiere comprobar que no haya diferencias significativas en el coeficiente del tiempo entre los diferentes estratos de la población. Para ello será necesario especificar un modelo de elección discreta que permita analizar la existencia o no de diferencias entre los distintos grupos de individuos.

## 6.2. Medidas de variación en el bienestar social

En un contexto más general, la evaluación de políticas públicas requiere realizar un análisis de sus efectos sobre el bienestar social. En el proceso de evaluación se han de comparar los beneficios con los costos, y esto se llevará a cabo transformando a unidades monetarias los cambios de utilidad experimentados por los individuos. Small y Rosen (1981) aplican las herramientas convencionales de la economía del bienestar a las situaciones de elección discreta. El valor de la variación compensatoria agregada tras la aplicación de una política (por ejemplo, de transporte) que produce un cambio en la utilidad de los individuos de  $U^0$  a  $U^1$  viene dada por:

$$VC = -\frac{M}{\lambda} \int_{U^0}^{U^1} \sum_{i=1}^N P_i(U_1, \dots, U_N) dU_i \quad (6.4)$$

Donde M es el número de usuarios, N el número de alternativas discretas,  $P_i$  es la probabilidad de elección de la alternativa i,  $U_i$  la utilidad de la alternativa i y  $\lambda$  la utilidad marginal de la renta.

En el caso del modelo Logit multinomial, la integral de línea planteada en la ecuación (6.4) se puede resolver sin dificultad dando lugar a:

$$VC = -\frac{M}{\lambda} \ln \sum_{i=1}^N \exp U_i \Big|_{U^0}^{U^1} \quad (6.5)$$

La obtención de la expresión (6.4) está basada en las dos siguientes hipótesis:  $\lambda$  es independiente de los precios y de las características de las alternativas y la proporción de gasto en transporte

con respecto al gasto total del consumidor es despreciable, es decir no hay efecto ingreso. En Jara-Díaz y Farah (1987) se analizan las implicaciones de relajar las hipótesis planteadas por Small y Rosen (1981), concluyendo que en la mayoría de los países en vías de desarrollo, donde el efecto ingreso es relevante, se hace preciso formular un enfoque alternativo. Por tanto, al problema de seleccionar un enfoque de modelización adecuado que permita captar el efecto ingreso se une el de desarrollar una medida que permita captar con fiabilidad el beneficio de los usuarios.

## 7. Conclusiones

El transporte constituye un insumo importante para la mayoría de las actividades económicas. Por esto, se hace preciso disponer de modelos que reflejen las características de los mercados de transporte y que analicen el comportamiento de sus usuarios. Este artículo ha centrado su atención en subrayar la importancia del empleo de modelos de demanda estimados a partir de datos individuales, destacando no sólo los fundamentos teóricos y los aspectos metodológicos, sino también resaltando las implicaciones que hay detrás de una correcta predicción de la demanda.

Como se ha puesto de manifiesto a lo largo del trabajo, existen una serie de ventajas de carácter teórico y empírico que justifican el empleo de los modelos desagregados frente a los agregados. En primer lugar, cabe destacar que su fundamento teórico descansa sobre la teoría del comportamiento individual. En segundo lugar, los modelos desagregados ofrecen una especificación mucho más rica que permite capturar las características más importantes de los usuarios. En tercer lugar, ayudan a comprender de forma más clara cuáles son los factores que determinan el grado de competencia entre las distintas alternativas ofrecidas en el mercado, debido a que el modelo desagregado es estimado a partir de los atributos que reflejan sus características principales y las características socioeconómicas de los individuos. De este modo es posible analizar las respuestas de la demanda a nivel individual y establecer posteriormente el nivel de agregación deseado. Los últimos desarrollos metodológicos que han dado lugar a una familia de

modelos más avanzados ha contribuido positivamente a avanzar en esta línea.

El empleo de modelos que se nutren de la información procedente de las preferencias declaradas por los individuos, presenta además un serie de ventajas adicionales a las ya señaladas. Estos permiten analizar la demanda de alternativas no existentes en el mercado, por tanto su aplicación resulta de gran interés cuando se trata de evaluar la construcción de nuevas infraestructuras o la creación de nuevos servicios. Por construcción, los diseños de preferencias declaradas evitan muchos de los problemas que aparecen en la modelación con preferencias reveladas, además de que el costo de obtención de los datos es más reducido. Sin embargo, no hay que olvidar el establecer un tratamiento adecuado para superar las limitaciones que aparecen como consecuencia del sesgo producido en las respuestas. En estos casos, la modelación con datos mixtos constituye la forma más apropiada de abordar estos problemas.

Por último, aunque la metodología no ha proporcionado aún soluciones definitivas en lo que concierne a obtener predicciones con un alto nivel de exactitud, es justo reconocer que la mayoría de los modelos aplicados en los últimos años han producido respuestas satisfactorias a la vez que han permitido aplicar políticas basadas en análisis mucho más sofisticados.

## 8. Referencias bibliográficas

- Alonso, W. (1968). "Predicting best with imperfect data". *Journal of the American Institute of Planners*, 34: 248-255.
- Bates, J. J. (1988). "Econometric issues in SP analysis". *Journal of Transport Economics and Policy*, 22: 59-69.
- \_\_\_\_\_ (1998). "Reflections on stated preference: theory and practice". Ortúzar, J. de D., D. Hensher y S. Jara-Díaz (eds.), *Travel Behavior Research: Updating the State of Play*. Oxford: Pergamon.
- Ben-Akiva, M. & D. Bolduc (1996). "Multinomial probit with a logit kernel and a general parametric specification of the covariance structure". Working Paper, Department of Economics, Université Laval.
- Ben-Akiva, M. & S. R. Lerman (1985). *Discrete choice analysis: theory and application to travel demand*. Cambridge, Mass.: The MIT Press.
- Ben-Akiva, M. & T. Morikawa (1990). "Estimation of travel demand models from multiple data sources". *Proceedings 11th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*. Yokohama, Japón, julio de 1990.
- Bianchi, R., S.R. Jara-Díaz y J. de D. Ortúzar (1998). "Modelling new pricing strategies for the Santiago Metro". *Transport Policy*, 5: 223-232.
- Bonsall, P. (1985). "Transfer price data its definition, collection and use". Ampt, E. S., A. J. Richardson y W. Brög (eds.), *New survey methods in transport*. Utrecht: VNU Science Press.
- Boyd, J. H. & R. E. Mellman (1980). "The effect of fuel economic standards on the U.S. automotive market: a hedonic demand analysis". *Transportation Research*, 14A: 367-378.
- Bradley, M. (1988). "Realism and adaptation in designing hypothetical travel choice concepts". *Journal of Transport Economics and Policy*, 22: 121-137.
- Bradley, M. A. & A. J. Daly (1997). "Estimation of logit choice models using mixed stated preference and revealed preference information". Stopher, P. & M. Lee-Gosselin (eds.), *Understanding travel behaviour in an era of change*. Oxford: Pergamon.
- Cardell, N. & F. Dunbar (1980). "Measuring societal impacts of automobile downsizing". *Transportation Research*, 14A: 423-434.
- Carrasco, J. A. & J. de D. Ortúzar (2002). "Review and assessment of the nested logit model". *Transport Reviews*, 22 (en imprenta).
- Chapman, R. G. & R. Staelin (1982). "Exploiting rank ordered choice set data within the stochastic utility model". *Journal of Marketing Research*, 19: 288-301.
- Daganzo, C. F. (1979). *Multinomial probit: the theory and its applications to demand forecasting*. Nueva York: Academic Press.
- Daly, A. J. (1982). "Estimating choice models containing attraction variables". *Transportation Research*, 16B: 5-15.
- \_\_\_\_\_ (1987). "Estimating 'tree' logit models". *Transportation Research*, 21B: 251-268.

- \_\_\_\_\_ (1997). "Improved methods for trip generation". Proceedings 25th European Transport Conference, vol. P415: 207-222. PTRC, Londres.
- Daly, A. J. & H. F. Gunn (1986). "Cost effective methods for national level demand forecasting". Ruhl, A. (ed.), Behavioral research for transport policy. Utrecht: VNU Science Press.
- Daly, A. J. & J. de D. Ortúzar (1990). "Forecasting and data aggregation: theory and practice". Traffic Engineering and Control, 31: 632-643.
- Deaton, A. & J. Muellbauer (1980). Economics and consumer behaviour. Cambridge: Cambridge University Press.
- Domencich, T. & D. McFadden (1975). Urban travel demand: a behavioural analysis. Amsterdam: North Holland.
- Fishbein, G. & S. Babbar (1996). "Private financing of toll roads". RMC Discussion Paper Series, 117, World Bank, Washington.
- Foerster, J. F. (1979). "Mode choice decision process models: a comparison of compensatory and non-compensatory structures". Transportation Research, 13A:17-28.
- Fowkes, A. S. (2000). "Recent developments in stated preference techniques in transport research". Ortúzar, J. de D. (ed.), Stated preference modelling techniques. Londres: Perspectives 4, PTRC.
- Fowkes, A. S., C. A. Nash y A. E. Whiteing (1985). "Understanding trends in inter-city rail traffic in Great Britain". Transportation Planning and Technology, 10: 65-80.
- Fowkes, A. S. & M. Wardman (1988). "The design of stated preference travel choice experiments with special reference to interpersonal taste variations". Journal of Transport Economics and Policy, 22: 27-44.
- Gálvez, T. E. & S. R. Jara-Díaz (1998). "On the social valuation of travel time savings". International Journal of Transport Economics, 25: 205-219.
- Garrido, R. A. (1991). Preferencias declaradas en la modelación de demanda por nuevas alternativas de transporte. Tesis de Magister. Santiago: Departamento de Ingeniería de Transporte, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Gaudry, M. J. I., S. R. Jara-Díaz y J. de D. Ortúzar (1989). "Value of time sensitivity to model specification". Transportation Research, 23B: 151-158.
- Gaudry, M. J. I. & M. I. Wills (1978). "Estimating the functional form of travel demand models. Transportation Research, 12: 257-289.
- Gómez-Ibáñez, J. A. (1997). "Mexico's private toll road program". Mimeo, Kennedy School of Government, Harvard University, Case Study 15-97-1402.0.
- Gunn, H. F. (1999). "An overview of European national models". Lundqvist, L. & L. G. Mattson (eds.), National transport models: recent developments and prospects. Estocolmo: The Swedish Transport and Communications Research Board.
- Hahn, G. J. & S. S. Shapiro (1966). "A catalogue and computer program for design and analysis of orthogonal symmetric and asymmetric fractional experiments". Report N° 66-C-165, General Electric Research and Development Centre, Nueva York.
- Hausman, J. J. & D. McFadden (1984). "Specification tests for the multinomial logit model. Econometrica, 52: 1219-1240.
- Hensher, D. A. (1989). "Behavioural and resource values of travel time savings: a bicentennial update". Australian Road Research, 19: 223-229.
- Jara-Díaz, S. R. (1990). "Consumer's surplus and the value of travel time savings". Transportation Research, 24B: 73-77.
- \_\_\_\_\_ (1998). "Time and income in travel choice: towards a microeconomic activity-based theoretical framework". Garling, T., T. Laitila y K. Westin (eds.), Theoretical foundations of travel choice modeling. Estocolmo: Elsevier Science.
- Jara-Díaz, S. R. & M. Farah (1987). "Transport demand and users' benefits with fixed income: the goods/leisure trade-off revisited". Transportation Research, 21B: 165-170.
- Jara-Díaz, S. R. & J. de D. Ortúzar (1986). "Valor subjetivo del tiempo y rol del ingreso en la especificación de la demanda por transporte". Apuntes de Ingeniería, 24: 5-36.
- \_\_\_\_\_ (1989). "Introducing the expenditure rate in the estimation of mode choice models". Journal of Transport Economics and Policy, 23: 293-308.

- Kocur, G., T. Adler, W. Hyman y B. Aunet (1982). "Guide to forecasting travel demand with direct utility assessment". Report N<sup>o</sup> UMTA-NH-11-1-82, Urban Mass Transportation Administration, US Department of Transportation, Washington, D.C.
- Lancaster, K. J. (1966). "A new approach to consumer theory". *Journal of Political Economy*, 14: 132-157.
- Louviere, J. J. (1988). "Conjoint analysis modelling of stated preferences". *Journal of Transport Economics and Policy*, 22: 93-119.
- Louviere, J. J., D. A. Hensher y J. D. Swait (2000). *Stated choice methods: analysis and applications*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Louviere, J. J., R. Meyer, F. Stetzer y A.L.L. Beavers (1973). "Theory, methodology and findings in mode choice behaviour". Working Paper N<sup>o</sup> 11, Institute of Urban and Regional Research, University of Iowa.
- Manski, C. (1977). "The structure of random utility models". *Theory and Decision*, 8: 229-254.
- Mayberry, J. P. (1973). "Structural requirements for abstract-mode models of passenger transportation". Quand, R. E. (ed.), *The demand for travel: theory and measurement*. Lexington, Mass.: D.C. Heath and Co.
- McFadden, D. (1974). "The measurement of urban travel demand". *Journal of Public Economics*, 3: 303-328.
- \_\_\_\_\_ (1978). "Modelling the choice of residential location". Karlqvist, A., L. Lundqvist, F. Snickers y J. W. Weibull (eds.), *Spatial interaction theory and planning models*. Amsterdam North Holland.
- \_\_\_\_\_ (1981). "Econometric models of probabilistic choice". Manski, C. & D. McFadden (eds.), *Structural analysis of discrete choice data with econometric applications*. Cambridge, Mass.: The MIT Press.
- \_\_\_\_\_ (1987). "Regression based specification tests for the multinomial logit model". *Journal of Econometrics*, 34: 63-82.
- McFadden, D. & F. A. Reid (1975). "Aggregate travel demand forecasting from disaggregate behavioural models". *Transportation Research Record*, 534: 24-37.
- McFadden, D. & K. Train. (1998). "Mixed MNL models for discrete response". Working Paper, Department of Economics, University of California at Berkeley.
- Morikawa, T. (1996). "A hybrid probabilistic choice set model with compensatory and non-compensatory choice rules". Hensher, D. A., J. King y T. Oum (eds.), *World Transport Research*, 1: 317-325.
- Munizaga, M. A. (1997). *Implicancias de la naturaleza de los datos en la modelación de elecciones discretas*. Tesis de Doctorado. Santiago: Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Munizaga, M. A. & R. Alvarez (2000). "Modelos mixed logit: uso y potencialidades". Lindau, L. A., J. de D. Ortúzar y O. Strambi (eds.), *Engenharia de tráfego e transportes 2000: avanços para uma era de mudanças*. Rio de Janeiro: ANPET.
- Munizaga, M. A., B. G. Heydecker y J. de D. Ortúzar (1997). "On the error structure of discrete choice models". *Traffic Engineering and Control*, 38: 593-597.
- \_\_\_\_\_ (2000). "Representation of heteroscedasticity in discrete choice models". *Transportation Research*, 34B: 219-240.
- Ortúzar, J. de D. (1982). "Fundamentals of discrete multimodal choice modelling". *Transport Reviews*, 2: 47-78.
- \_\_\_\_\_ (2000). *Modelos econométricos de elección discreta*. Santiago: Ediciones Universidad Católica de Chile.
- Ortúzar, J. de D. & R. A. Garrido (1994a). "On the semantic scale problem in stated preference rating experiments". *Transportation*, 21: 185-201.
- \_\_\_\_\_ (1994b). "A practical assessment of stated preferences methods". *Transportation*, 21: 289-305.
- Ortúzar, J. de D. & A. M. Ivelic (1987). "Effects of using more accurately measured level of service variables in the specification and stability of mode choice models". *Proceeding 15th PTRC Summer Annual Meeting*, vol. P290: 117-130. PTRC, Londres.
- Ortúzar, J. de D., D. A. Roncagliolo y U. C. Velarde (2000). "Interactions and independence in stated preference modelling". Ortúzar, J. de D. (ed.), *Stated preference modelling techniques*. Londres: Perspectives 4, PTRC.

- Ortúzar, J. de D. & L. G. Willumsen (1994). *Modelling transport*. Chichester: John Wiley and Sons.
- Permain, D., J. Swanson, E. Kroes y M. Bradley (1991). *Stated preference techniques: a guide to practice*. Londres: Steer Davies Gleave y Hague Consulting Group.
- Pearce, D. W. & C. A. Nash (1981). *The social appraisal of projects: a text in cost-benefit analysis*. Basingtoke: MacMillan.
- SDG (1990). *The game generator: user manual*. Richmond: Steer Davies Gleave.
- Small, K. A. (1992). *Urban transport economics*. Chur: Harwood Academic Publishers.
- \_\_\_\_\_ (1999). "Project evaluation". Gómez-Ibáñez, J., W. B. Tye y C. Winston (eds.), *Essays in transportation economics*. Washington, D.C.: Brookings Institution Press.
- Small, K. A. & H. S. Rosen (1981). "Applied welfare economics with discrete choice models". *Econometrica*, 49: 105-130.
- Swait, J. D. (1984). *Probabilistic choice set formation in transportation demand models*. Ph. D. Dissertation, Department of Civil Engineering, MIT.
- Swait, J. D. & M. Ben-Akiva. (1987). "Empirical tests of a constrained choice discrete model: mode choice in Sao Paulo, Brazil". *Transportation Research*, 21B:103-115.
- Thurstone, L. (1927). "A law of comparative judgement". *Psychological Review*, 34: 273-286.
- Train, K. (1998). "Recreation demand models with taste differences over people". *Land Economics*, 74: 230-239.
- Train, K. & D. McFadden (1978). "The goods/leisure trade-off and disaggregate work trip mode choice models". *Transportation Research*, 12: 349-353.
- Wardman, M. (1991). "Stated preference methods and travel demand forecasting: an examination of the scale factor problem". *Transportation Research*, 25A: 79-89.
- Williams, H. C. W. L. (1977). "On the formation of travel demand models and economic evaluation measures of user benefit". *Environment and Planning*, 9A: 285-344.
- Williams, H. C. W. L. & J. de D. Ortúzar (1982). "Behavioural theories of dispersion and the misspecification of travel demand models". *Transportation Research*, 16B: 167-219.
- Winston, C. (1985). "Conceptual developments in the economics of transportation: an interpretive survey". *Journal of Economic Literature*, 23: 57-94.
- Wonnacott, T. H. & R. J. Wonnacott (1977). *Introductory statistics for business and economics*. Nueva York: John Wiley and Sons.