



Nova Scientia

E-ISSN: 2007-0705

nova_scientia@delasalle.edu.mx

Universidad De La Salle Bajío

México

Hernández Cabanas, Joanka; Otero, José Antonio; Bravo-Castillero, Julián; Rodríguez-Ramos, Reinaldo; Monsiváis Galindo, Guillermo

Laminados magneto-electro-elásticos con variaciones en la orientación de la magnetización

Nova Scientia, vol. 2, núm. 4, mayo-octubre, 2010, pp. 58-76

Universidad De La Salle Bajío

León, Guanajuato, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=203315187004>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Revista Electrónica Nova Scientia

Laminados magneto-electro-elásticos con
variaciones en la orientación de la magnetización

Magneto-electro-elastic layered composite with
variations in the magnetization orientation

**Joanka Hernández Cabanas¹, José Antonio Otero¹, Julián
Bravo-Castillero², Reinaldo Rodríguez-Ramos² y Guillermo
Monsiváis Galindo³.**

¹Instituto de Cibernética Matemática y Física, Habana

²Facultad de Matemática y Computación, Universidad de La Habana, Habana

³Instituto de Física, Universidad Nacional Autónoma de México, México D. F.

Cuba-México

Resumen

Se han realizado varios estudios de la influencia de la orientación de la polarización en las características globales de los piezocompuestos. Extendiendo estas ideas, en el presente trabajo se estudia la influencia de la orientación de la magnetización en las características globales de un compuesto piezoeléctrico/piezomagnético. Usando el método de homogenización asintótica a doble escala se pueden obtener los coeficientes efectivos de laminados periódicos magneto-electro-elásticos con constituyentes triclinicos o de cualquier otra simetría en una forma matricial. A partir de esta forma matricial se determinan los coeficientes efectivos de un bilaminado de BaTiO_3 y CoFe_2O_4 con la polarización del piezoeléctrico en la dirección de la heterogeneidad y la de la ferrita formando un ángulo variable con esta dirección. En este compuesto, por la variación de la orientación de la magnetización, aparecen nuevas constantes efectivas, algunas de las cuales no se encuentran en ninguna de las dos fases por separadas. Con los coeficientes globales calculados se determinan varias figuras de méritos en función de la fracción volumétrica de uno de los constituyentes y del ángulo entre la magnetización y la polarización (θ), obteniendo que las relacionadas con el efecto magnetoeléctrico y con el efecto piezomagnético en determinadas direcciones alcanzan valores máximos para $\theta \neq 0$.

Palabras Clave: materiales compuestos, efecto magnetoeléctrico, homogeneización asintótica, orientación de la magnetización

Recepción: 23-03-10

Aceptación: 06-05-10

Abstract

The effect of the polarization orientation in the piezocomposites global characteristic has been studied and published. This work is inspired in this idea. In the present work, the effects of the magnetization orientation related to the effective properties in piezoelectric/piezomagnetic composite were studied. Using the asymptotic homogenization method, the effective coefficients of periodic magneto–electro–elastic layered composite with triclinic constituents or other type of symmetry can be obtained in a matrix form. By using this matrix, a two-layered composite formed by BaTiO_3 and CoFe_2O_4 is studied taking into account the influence of the polarization orientation on their effective properties. The piezoelectric polarization direction and discontinuity direction of layers are the same, while the ferrite magnetization direction form a variable angle with respect to the discontinuity direction. Due to magnetization rotation, new effective constants appear in this composite, and some of those were not present in any independent phases. Some effective figures of merit were computed as functions of the angle θ between magnetization and polarization. The maximum value of two figures of merit are not reached for $\theta = 0$, and these are related with magnetoelectric and piezomagnetic effect.

Keywords: composite materials, magnetoelectric effect, asymptotic homogenization, magnetization orientation

Introducción

Los materiales compuestos se definen como la mezcla de dos o más materiales insolubles entre sí, en la cual se mantienen íntegros cada componente. En dependencia de las características que se desean para el compuesto se decide la naturaleza de los constituyentes. Dentro de los más usados se encuentran los piezoeléctricos y los piezomagnéticos. Cuando se utilizan ambos para la realización de un compuesto se obtiene un material en el que se observa un acoplamiento entre los campos eléctrico y magnético, el denominado efecto magnetoeléctrico. Este consiste en que ante la acción de un campo magnético se origina una polarización eléctrica o ante la acción de un campo eléctrico se origina una magnetización.

Para determinar las propiedades efectivas de los compuestos se han desarrollado numerosos métodos de homogeneización entre los que se destacan los métodos micromecánicos y el método de homogeneización asintótica. (Mori y Tanaka, 1973) proponen un método micromecánico de homogeneización basado en una teoría de campo medio. (Huang y Kuo, 1997) usando el método de Mori-Tanaka, y el tensor de Eshelby magneto-electro-elástico obtienen la forma explícita de los coeficientes magnetoeléctricos en compuestos con inclusiones elipsoidales. (Lee et al., 2005) estudian el efecto electromagnético basándose en un análisis de elementos finitos combinado con una técnica de volumen representativo desarrollado para compuestos de dos o tres fases. (Camacho et al., 2006) utilizan el método de homogeneización asintótica combinado con un análisis de elementos finitos para determinar las propiedades efectivas de un compuesto bifásico 3-1.

Los compuestos laminados son unos de los más observados en la literatura. (Avellaneda y G. Harshé, 1994) fueron uno de los primeros estudios del efecto magnetoeléctrico en compuestos con láminas piezoeléctricas y piezomagnéticas. Posteriormente (Li y Dunn, 1998) determinan la forma de los coeficientes efectivos de un compuesto bifásico laminado y (Jacob Aboudi, 2001) lo hace también utilizando su generalización de un modelo de celdas. Basándose también en un modelo micromecánico (Chen et al., 2005) propone un procedimiento para determinar propiedades efectivas de compuestos laminados. (Bravo et al., 1998) utiliza el método de homogeneización asintótica a doble escala para obtener de forma explícita las propiedades de laminados piezoeléctricos, este resultado fue extendido recientemente a laminados magneto-

electro-termo-elásticos (Bravo-Castillero et al., 2009). En estos trabajos no se han considerado diferencias entre las orientaciones de las polarizaciones de las fases activas.

En los piezocompuestos ha sido demostrado que la orientación de la polarización de los constituyentes influye en las propiedades globales del compuesto. (Nan et al., 2000) usando una teoría de campo medio determinan las características efectivas y los factores de acoplamiento mecánico de piezocompuestos 0-3 y 1-3 con fases polarizadas en diferentes direcciones. Posteriormente (Kar-Gupta et al., 2005) analizan el efecto de las diferencias en las características globales de los piezocompuestos 1-3 al variar la orientación polarización de la fibra.

En este trabajo se extiende el estudio de la influencia de la orientación de las fases activas en las propiedades del compuesto a laminados magneto-electro-elásticos. Usando el método de homogeneización asintótica a doble escala se estudia la influencia de la variación de la orientación de la magnetización en las características globales de un laminado de BaTiO₃ y CoFe₂O₄. Se determinan las propiedades efectivas de este compuesto en función de la fracción volumétrica de uno de los constituyentes y del ángulo entre la polarización de la fase piezoeléctrica y la magnetización de la otra fase. A partir de estas propiedades se determinan algunas figuras de mérito.

Método

Ecuaciones Fundamentales

Consideremos laminado magneto-electro-elástico con fases de materiales con cualquier simetría (matemáticamente es equivalente a considerar 21 constantes elásticas independientes, 18 constantes piezoeléctricas independientes, 18 constantes piezomagnéticas independientes, 6 constantes dieléctricas independientes, 6 constantes diamagnéticas independientes y 6 constantes magnetoeléctricas independientes). Consideremos además x_3 como la dirección perpendicular a las láminas y condiciones de contacto ideal entre las láminas. El comportamiento de este sistema va a estar regido por la Segunda Ley de Newton y por las de Maxwell. En ausencia de cargas libres estas leyes pueden ser escritas en la forma (1):

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial D_i}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial B_i}{\partial x_i} = 0. \quad (1)$$

Las ecuaciones constitutivas que relacionan al tensor de los esfuerzos σ , al vector desplazamiento u , al vector desplazamiento eléctrico D , al vector inducción magnética B , al potencial eléctrico φ y al magnético ψ vienen dadas en (2).

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}(u_k, \varphi, \psi) &= c_{ijkn} \frac{\partial u_k}{\partial x_n} + e'_{ijn} \frac{\partial \varphi}{\partial x_n} + q'_{ijn} \frac{\partial \psi}{\partial x_n}, \\ D_i(u_k, \varphi, \psi) &= e_{ikn} \frac{\partial u_k}{\partial x_n} - \varepsilon_{in} \frac{\partial \varphi}{\partial x_n} - \lambda_{in} \frac{\partial \psi}{\partial x_n}, \\ B_i(u_k, \varphi, \psi) &= q_{ikn} \frac{\partial u_k}{\partial x_n} - \lambda_{in} \frac{\partial \varphi}{\partial x_n} - \mu_{in} \frac{\partial \psi}{\partial x_n}.\end{aligned}\quad (2)$$

En estas expresiones c_{ijkn} , e_{ijk} , q_{ijk} , λ_{ij} , ε_{ij} y μ_{ij} son las componentes de los tensores elástico, piezoeléctrico, piezomagnético, magnetoeléctrico, dieléctrico, y diamagnético respectivamente.

Homogeneización

En el método de homogenización asintótica a doble escala se utilizan dos sistemas de coordenadas cartesianas: $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ que da la posición del cuerpo y es llamado sistema de coordenadas globales y el sistema de coordenadas locales $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)$. La razón entre estos sistemas de coordenadas viene dada por $y_i = \frac{x_i}{\alpha}$ con $\alpha \ll 1$. Los tensores de las propiedades del material y la densidad son Y -periódicos y dependerán sólo de las coordenadas locales: $c_{ijkl} = c_{ijkl}(\mathbf{y})$, $e_{ijk} = e_{ijk}(\mathbf{y})$, $q_{ijk} = q_{ijk}(\mathbf{y})$, $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(\mathbf{y})$, $\mu_{ij} = \mu_{ij}(\mathbf{y})$, $\lambda_{ij} = \lambda_{ij}(\mathbf{y})$ y $\rho = \rho(\mathbf{y})$.

Los potenciales y el desplazamiento se pueden escribir como un desarrollo asintótico en torno al parámetro (3).

$$\begin{aligned}u_k &= u_k^{(0)}(\mathbf{x}) + \alpha u_k^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots, \\ \varphi &= \varphi^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \alpha \varphi^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots, \\ \psi &= \psi^{(0)}(\mathbf{x}) + \alpha \psi^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots.\end{aligned}\quad (3)$$

Las funciones $u_i^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}), u_i^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \dots, \varphi^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \varphi^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \dots, \psi^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \psi^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \dots$ son periódicas en las coordenadas locales. Sustituyendo (3) en las ecuaciones constitutivas (2) estas toman la forma:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \alpha \sigma_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots, \\ D_i &= D_i^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \alpha D_i^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots, \\ B_i &= B_i^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \alpha B_i^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots,\end{aligned}\quad (4)$$

El problema homogeneizado y las ecuaciones constitutivas homogéneas pueden ser escritos en las formas (5) y (6):

$$\frac{\partial \langle \sigma_{ij}^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle}{\partial x_j} = \bar{\rho} \frac{\partial^2 u^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \langle D_i^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial \langle B_i^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

donde:

$$\begin{aligned}\langle \sigma_{ij}^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle &= \bar{c}_{ijkn} \frac{\partial u_k^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_n} + \bar{e}_{ijn}' \frac{\partial \varphi^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_n} + \bar{q}_{ijn}' \frac{\partial \psi^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_n}, \\ \langle D_i^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle &= \bar{e}_{ikn} \frac{\partial u_k^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_n} - \bar{\varepsilon}_{in} \frac{\partial \varphi^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_n} - \bar{\lambda}_{in} \frac{\partial \psi^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_n}, \\ \langle B_i^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle &= \bar{q}_{ikn} \frac{\partial u_k^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_n} - \bar{\lambda}_{in} \frac{\partial \varphi^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_n} - \bar{\mu}_{in} \frac{\partial \psi^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_n}\end{aligned}\quad (6)$$

y $\langle (\bullet) \rangle = 1/|\mathbf{Y}| \int (\bullet) d\mathbf{y}$ representa al operador promedio. Las barras sobre las constantes del material están indicando que son las propiedades efectivas del compuesto.

Las aproximaciones enésimas de los campos, presentes en las ecuaciones (4), dependen de los términos n y $n+1$ del desplazamiento y los potenciales (Otero, 2003). Por lo que para obtener de forma explícita los coeficientes efectivos se propone $u_k^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, $\varphi^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ y $\psi^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ en la forma (7) y se sustituyen en la aproximación de orden cero de los campos.

$$\begin{aligned}
u_n^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= N_n^{kl}(\mathbf{y}) \frac{\partial u_k^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_l} + W_n^l(\mathbf{y}) \frac{\partial \varphi^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_l} + S_n^l(\mathbf{y}) \frac{\partial \psi^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_l} \\
\varphi^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \Phi^{kl}(\mathbf{y}) \frac{\partial u_k^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_l} + \Theta^l(\mathbf{y}) \frac{\partial \varphi^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_l} + \Xi^l(\mathbf{y}) \frac{\partial \psi^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_l} \\
\psi^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \Psi^{kl}(\mathbf{y}) \frac{\partial u_k^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_l} + \Omega^l(\mathbf{y}) \frac{\partial \varphi^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_l} + \Upsilon^l(\mathbf{y}) \frac{\partial \psi^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_l}
\end{aligned} \quad (7)$$

Los factores dependientes de las coordenadas locales que aparecen en las ecuaciones anteriores reciben el nombre de funciones locales y son funciones periódicas.

Con esta sustitución se puede llegar a los problemas locales L_1, L_2 y L_3 . (8).

$$L_1 = \begin{cases} \frac{d\sigma(N_n^{kl}, \Phi^{kl}, \Psi^{kl})}{dy_3} = -\frac{dc_{i3kl}}{dy_j} \\ \frac{dD(N_n^{kl}, \Phi^{kl}, \Psi^{kl})}{dy_3} = -\frac{de_{3kl}}{dy_3} \\ \frac{dB(N_n^{kl}, \Phi^{kl}, \Psi^{kl})}{dy_3} = -\frac{dq_{3kl}}{dy_3} \end{cases} \quad L_2 = \begin{cases} \frac{d\sigma(N_n^{kl}, \Phi^{kl}, \Psi^{kl})}{dy_3} = -\frac{de'_{i3l}}{dy_3} \\ \frac{dD(N_n^{kl}, \Phi^{kl}, \Psi^{kl})}{dy_3} = -\frac{d\varepsilon_{3l}}{dy_3} \\ \frac{dB(N_n^{kl}, \Phi^{kl}, \Psi^{kl})}{dy_3} = -\frac{d\lambda_{3l}}{dy_3} \end{cases} \quad L_3 = \begin{cases} \frac{d\sigma(N_n^{kl}, \Phi^{kl}, \Psi^{kl})}{dy_3} = -\frac{dq'_{i3l}}{dy_3} \\ \frac{dD(N_n^{kl}, \Phi^{kl}, \Psi^{kl})}{dy_3} = -\frac{d\lambda_{3l}}{dy_3} \\ \frac{dB(N_n^{kl}, \Phi^{kl}, \Psi^{kl})}{dy_3} = -\frac{d\mu_{3l}}{dy_3} \end{cases} \quad (8)$$

La solución de estos problemas puede escribirse en la forma matricial (9).

$$\bar{C} = \langle C \rangle + \langle PM^{-1}P^T \rangle - \langle PM^{-1} \rangle \langle M^{-1} \rangle^{-1} \langle M^{-1}P^T \rangle \quad (9)$$

donde:

$$M = \begin{pmatrix} c_{3333} & c_{3323} & c_{3313} & e_{333} & q_{333} \\ c_{2333} & c_{2323} & c_{2313} & e_{332} & q_{332} \\ c_{1333} & c_{1323} & c_{1313} & e_{331} & q_{331} \\ e_{333} & e_{323} & e_{313} & -\varepsilon_{33} & -\lambda_{33} \\ q_{333} & q_{323} & q_{313} & -\lambda_{33} & -\mu_{33} \end{pmatrix}, \quad y \quad P = \begin{pmatrix} c_{1133} & c_{1123} & c_{1113} & e_{311} & q_{311} \\ c_{2233} & c_{2223} & c_{2213} & e_{322} & q_{322} \\ c_{3333} & c_{3323} & c_{3313} & e_{333} & q_{333} \\ c_{2333} & c_{2323} & c_{2313} & e_{323} & q_{323} \\ c_{1333} & c_{1323} & c_{1313} & e_{313} & q_{313} \\ c_{1233} & c_{1223} & c_{1213} & e_{312} & q_{312} \\ e_{133} & e_{123} & e_{113} & -\varepsilon_{13} & -\lambda_{13} \\ e_{233} & e_{223} & e_{213} & -\varepsilon_{23} & -\lambda_{23} \\ e_{333} & e_{323} & e_{313} & -\varepsilon_{33} & -\lambda_{33} \\ q_{133} & q_{323} & q_{113} & -\lambda_{13} & -\mu_{13} \\ q_{233} & q_{223} & q_{213} & -\lambda_{23} & -\mu_{23} \\ q_{333} & q_{323} & q_{313} & -\lambda_{33} & -\mu_{33} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} [c]_{6 \times 6} & [e]_{6 \times 3}^T & [q]_{6 \times 3}^T \\ [e]_{3 \times 6} & -[\varepsilon]_{3 \times 3} & -[\lambda]_{3 \times 3} \\ [q]_{3 \times 6} & -[\lambda]_{3 \times 3} & -[\mu]_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

Un desarrollo similar puede obtenerse expandiendo la forma cerrada (5.5) (Bravo-Castillero et al., 2008).

Laminado bifásico con variaciones en la dirección de magnetización

Consideremos un material formado por láminas de BaTiO_3 y CoFe_2O_4 , de ancho mucho menor a la longitud del compuesto y colocadas de manera tal que la polarización del piezoeléctrico \vec{v}_p esté orientada en la dirección de la discontinuidad y la dirección de magnetización \vec{v}_M de la ferrita forme un ángulo θ con esta. Para el estudio de este compuesto se define un sistema de coordenadas globales x_i y otro x'_i tal que la polarización del piezoeléctrico esté orientada en la dirección positiva del eje x_3 , la dirección de magnetización de la ferrita coincida a lo largo del eje x'_3 y x_2 sea igual a x'_2 (figura.1).

La matriz de transformación del sistema x'_i al otro sistema puede escribirse en la forma:

$$a = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (10)$$

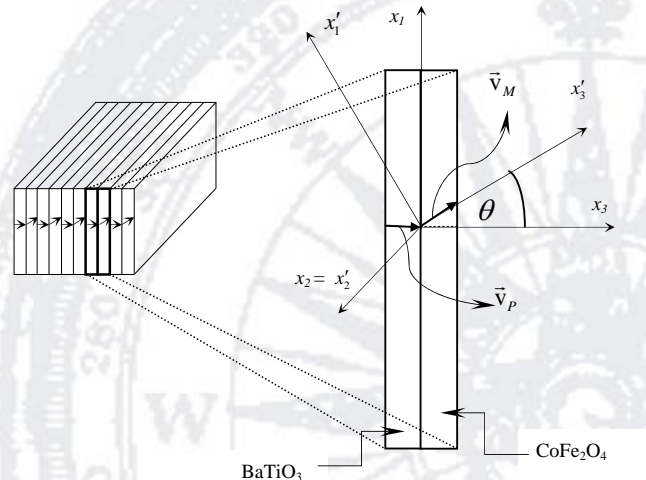


Figura 1. Esquema de laminado. Polarización del piezoeléctrico orientada en la dirección de la discontinuidad y magnetización de la otra fase formando un ángulo θ con

Haciendo uso de esta transformación de coordenadas los tensores de las propiedades de la ferrita en el sistema x_i toman la forma:

$$\begin{aligned} c_{ijkl} &= a_{ii'}a_{jj'}a_{kk'}a_{ll'}c_{i'j'k'l'}, \quad \varepsilon_{ij} = a_{ii'}a_{jj'}\varepsilon_{i'j'}, \\ e_{ijk} &= a_{ii'}a_{jj'}a_{kk'}e_{i'j'k'}, \quad \mu_{ij} = a_{ii'}a_{jj'}\mu_{i'j'}, \\ q_{ijk} &= a_{ii'}a_{jj'}a_{kk'}q_{i'j'k'}, \quad \alpha_{ij} = a_{ii'}a_{jj'}\alpha_{i'j'}. \end{aligned} \quad (11)$$

Resultados

Propiedades efectivas.

Al calcular las propiedades del compuesto para el caso límite ($\theta = 0$), los resultados obtenidos coinciden con los alcanzados por Li y Dunn (1998) y Aboudi (2001), ambos por métodos diferentes. Las figuras 2-6 muestran algunas de las propiedades efectivas obtenidas en función del ángulo entre la magnetización y la polarización, en todas se ha considerado ambas láminas de igual tamaño. Además de los coeficientes obtenidos para el caso límite, que son funciones pares de θ , se obtienen nuevos coeficientes efectivos que son funciones impares de θ . Los datos necesario para los cálculos se han obtenido de (Bravo-Castillero et al., 2008). El eje de simetría de la CoFe_2O_4 no coincide con ningún eje del sistema x_i , por lo que en este sistema los tensores de las propiedades de la ferrita no van a tener una forma correspondiente con la simetría del material.

La figura 2 ilustra coeficientes elásticos efectivos, mientras que la figura 3 muestra coeficientes piezoeléctricos efectivos. Los coeficientes mostrados en estas figuras son cero cuando ambas fases tienen simetría 6mm y sus polarizaciones están orientadas en la misma dirección. El comportamiento de los coeficientes elásticos y piezoeléctricos es semejante, por ejemplo la gráfica de c_{1113} es similar a e_{111} . Los coeficientes piezoeléctricos de la figura 3 no aparecen en ninguna de las fases independientes, son propiedades que surgen en el compuesto como un efecto de segundo orden. Para entender la aparición de estos coeficientes podemos suponer que el material se encuentra ante la acción de un campo de deformaciones S_{11} , Debido a la rotación del sistema de simetría de la ferrita respecto al sistema x_i , en el sistema propio de la ferrita, $x_{i'}$, este campo de deformaciones va a descomponerse en $S_{1'1'}$, $S_{3'3'}$ y $S_{1'3'}$ lo que va a originar un

esfuerzo de compresión $\sigma_{2'2'}, \sigma_{1'1'}, \sigma_{3'3'}$ y $\sigma_{1'3'}$. Volviendo al sistema de coordenadas x_i las tres últimas van a tener una componente σ_{13} en este sistema. La tracción en las fronteras de las fases debe ser constante por lo que se originará un σ_{13} en la fase piezoeléctrica, que será la causa de la aparición en esta fase de un campo eléctrico E_1 . Esto es lo que justifica la existencia del coeficiente e_{111} en el compuesto y su semejanza a el coeficiente c_{1113} . De manera similar se puede justificar la aparición del resto de los coeficientes piezoeléctricos de la figura 3.

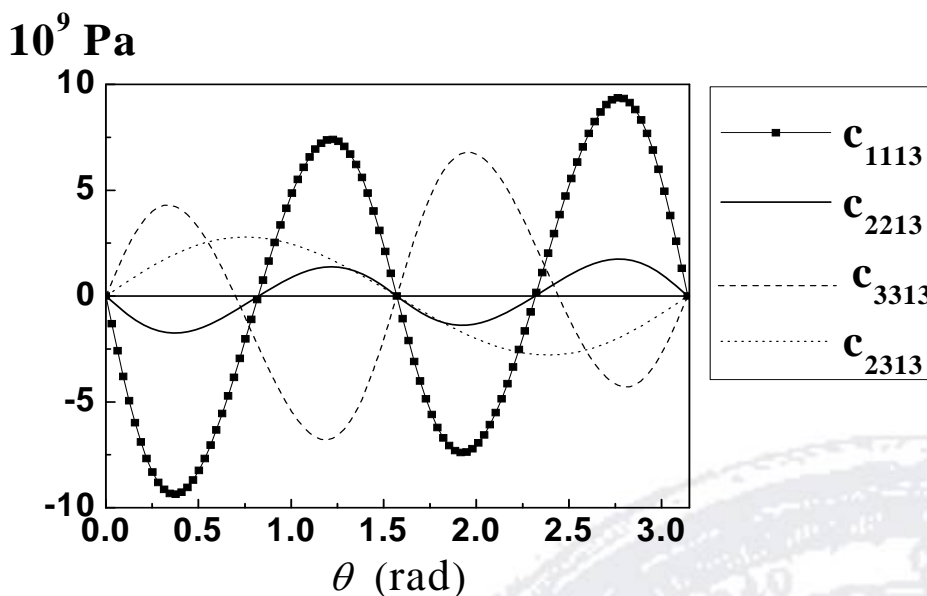


Figura 2. Coeficientes elásticos efectivos de bilaminado de $\text{CoFe}_2\text{O}_4\text{-BaTiO}_3$ en función de θ .

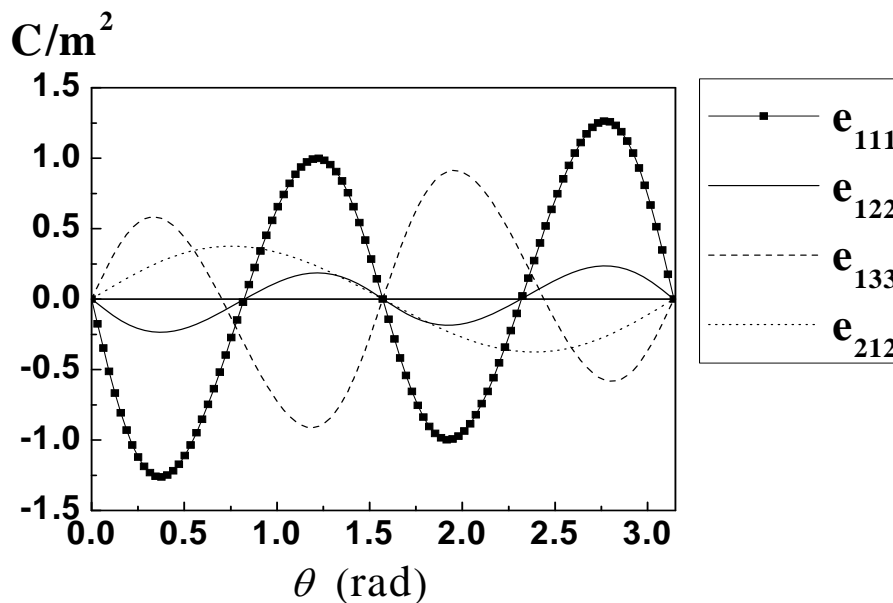


Figura 3. Coeficientes piezoeléctricos efectivos de bilaminado de CoFe_2O_4 - BaTiO_3 en función de θ .

La figura 4 muestra coeficientes efectivos piezomagnéticos en función del ángulo θ . Para $\theta = 0$ las constantes q_{11} , q_{12} y q_{13} son cero, mientras que $q_{33} \neq 0$. Todos estos coeficientes son diferentes de cero en la fase piezomagnética, al variar el ángulo. Las coordenadas x_i no son las coordenadas de máxima simetría de la ferrita cuando $\theta \neq 0$, esta es la causa por la que muchos coeficientes que normalmente se reportan como ceros no lo sean en este caso.

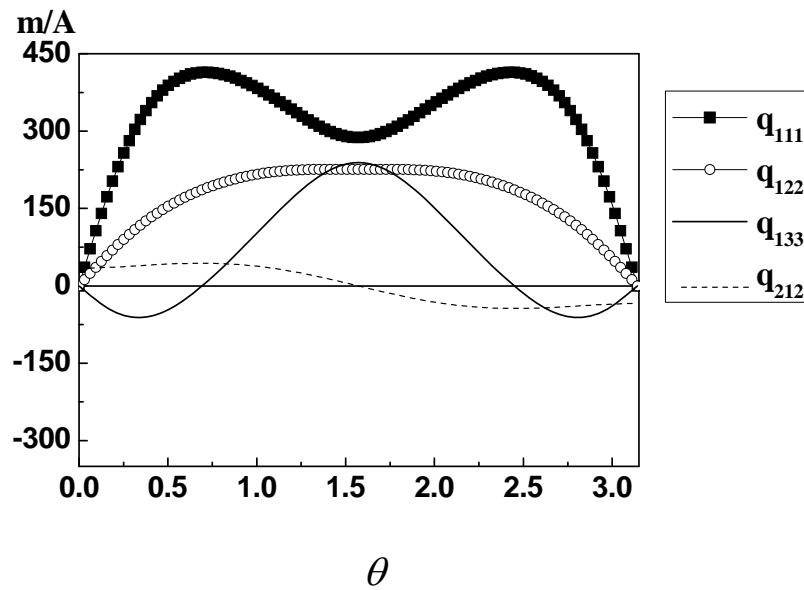


Figura 4. Coeficientes piezomagnéticos efectivos de bilaminado de CoFe_2O_4 - BaTiO_3 en función de θ .

La figura 5 muestra el comportamiento de ϵ_{31} y ϵ_{33} . La primera de estas constantes es cero para $\theta = 0$. La diferencia entre las escalas de ambas de dos órdenes de magnitud.

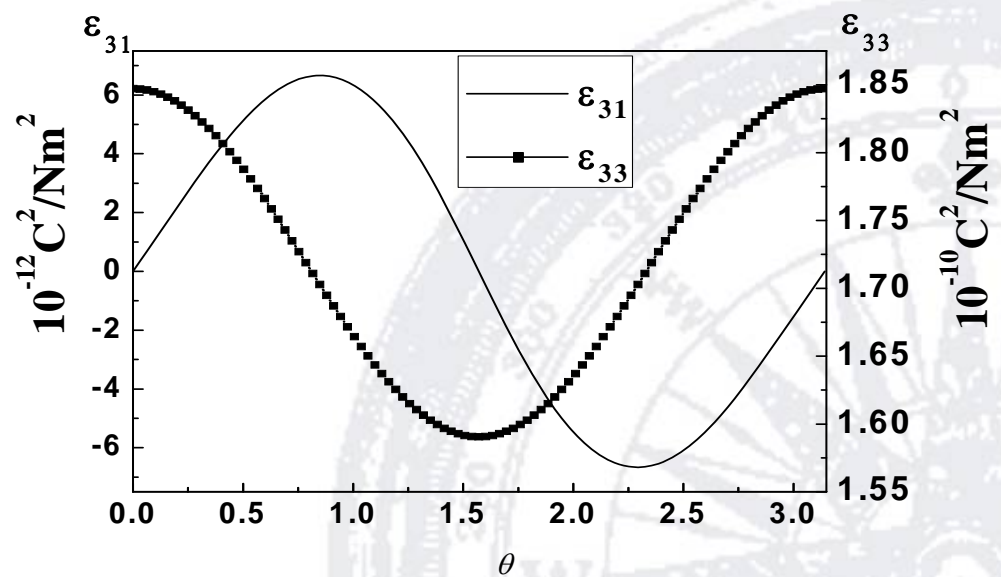


Figure 5. Coeficientes dieléctricos efectivos de bilaminado de CoFe_2O_4 - BaTiO_3 en función de θ .

Finalmente la figura 6 muestra la variación del coeficiente magnetoeléctrico λ_{11} para diferentes fracciones volumétricas de BaTiO_3 .

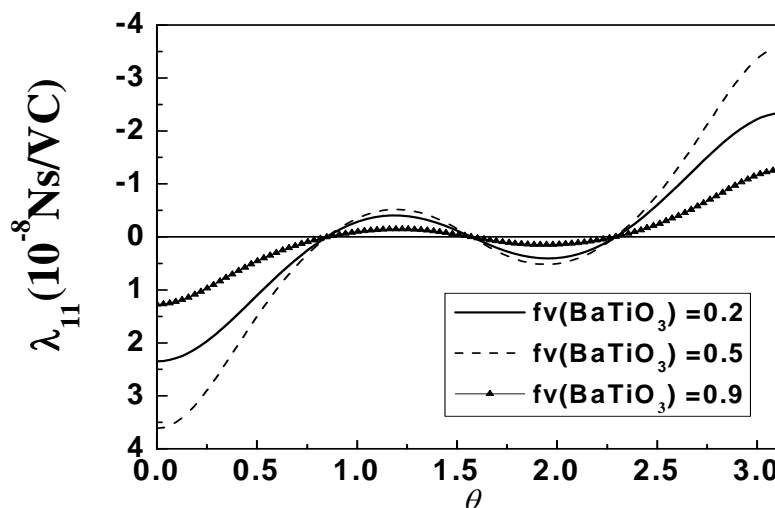


Figure 6. Coeficiente efectivo λ_{11} de bilaminado de $\text{CoFe}_2\text{O}_4\text{-BaTiO}_3$ en función de θ .

Para comprender las dos últimas figuras supongamos que se coloca el compuesto bajo la acción de un campo eléctrico uniforme E_1 . Esto va a producir un D_1 en ambas fases y un D_3 en la fase piezomagnética, debido a la continuidad de la componente normal de D se va a producir un D_3 en ambas fases. La diferencia de dos órdenes en los coeficientes dieléctrico (figura 5) es debido a que el campo D_3 es originado por las constantes eléctricas de la ferrita, mientras que en el origen de D_1 entran las constantes eléctricas de ambas fases. La acción de E_1 va a provocar además directamente un esfuerzo σ_{31} en la fase piezoeléctrica y por las condiciones de continuidad de las tracciones en la frontera va a originarse un σ_{31} en la otra fase, lo que va a provocar en esta fase un campo magnético H_1 y por consiguiente un campo inducido B_1 .

Figuras de mérito

Como se ha visto, al variar el ángulo θ las propiedades efectivas del compuesto cambian y por consiguientes también lo harán las figuras de mérito, que dependen de las propiedades efectivas.

En las figuras siguientes se puede ver el comportamiento de κ_t, o_t y l_t , definidas en (13)¹, en función del ángulo θ .

$$\begin{aligned}\kappa_t &= \frac{e_{333}}{\sqrt{c_{3333}\epsilon_{33}}}, \\ l_t &= \frac{q_{333}}{\sqrt{c_{3333}\mu_{33}}} \\ \text{y } o_t &= \frac{\lambda_{33}}{\sqrt{\mu_{33}\epsilon_{33}}}\end{aligned}\tag{12}$$

La figura 7 muestra la variación de κ_t en función del ángulo, mientras que en la figura 8 se puede observar el comportamiento de κ_t en función de la fracción volumétrica de BaTiO₃ para dos valores diferentes del ángulo θ .

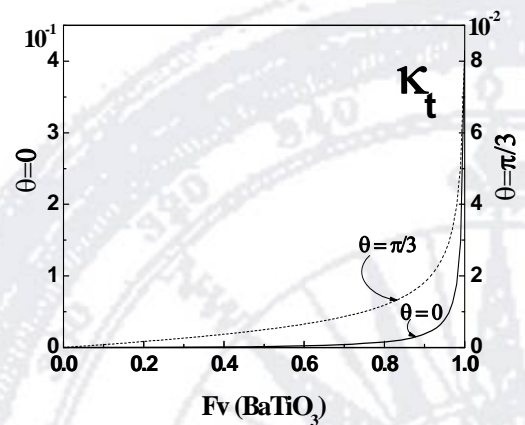
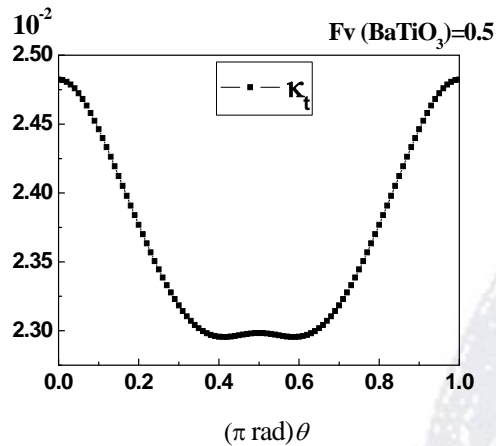


Figura 7. κ_t en función de θ para $Fv(\text{BaTiO}_3)=0.5$ **Figura 8.** κ_t en función de la $Fv(\text{BaTiO}_3)=0.5$ para $\theta=0$ y $\theta=\frac{\pi}{3}$.

¹ Estas figuras de mérito corresponden a factores de acoplamiento que dependen de las mismas variables termodinámicas que las ecuaciones constitutivas (3).

En estas figuras se nota que el máximo de κ_t se alcanza cuando la magnetización y la polarización están alineadas.

En las figuras 9 y 10 se muestra el comportamiento del módulo de ι_t en función del ángulo θ y de la fracción volumétrica de BaTiO₃ respectivamente. Como se ve en ambas figuras, a diferencia de κ_t , ι_t aumenta en una región al aumentar el ángulo θ . El máximo de esta función no se alcanza cuando $\theta = 0$, ni cuando $\theta = \pi$.

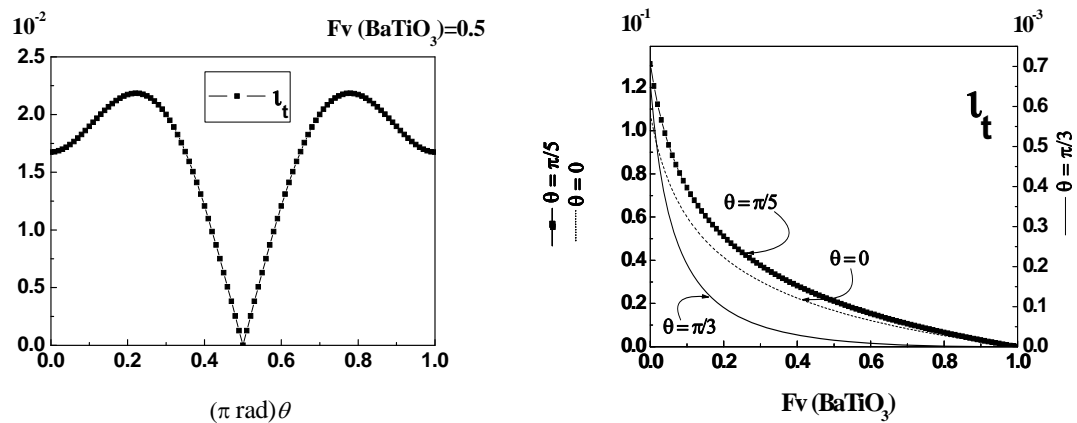


Figura 9. ι_t en función de θ para $Fv(\text{BaTiO}_3)=0.5$ **Figura 10.** ι_t en función de la $Fv(\text{BaTiO}_3)=0.5$ para $\theta = \frac{\pi}{3}$ y $\theta = \frac{\pi}{5}$.

Para $\theta = \frac{\pi}{2}$ ι_t se hace cero, debido a que para este valor la orientación de la magnetización de la ferrita es perpendicular a la dirección x_3 .

Por último se ve en la figura 11 la dependencia de σ_t de la fracción volumétrica de BaTiO₃ para diferentes valores del ángulo. Al igual que ι_t , σ_t no alcanza su valor máximo para $\theta = 0$.

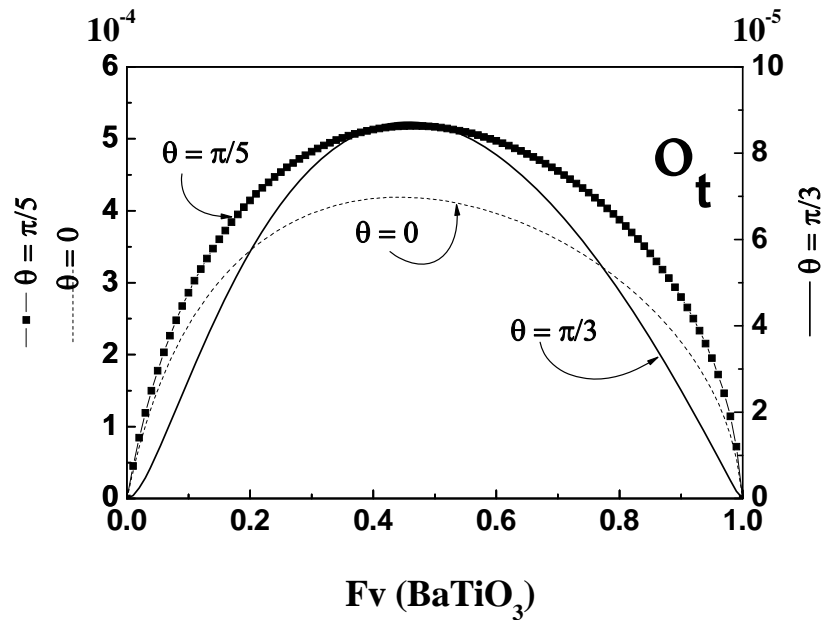


Figura 11. o_i en función de la $F_v(\text{BaTiO}_3)$ para $\theta = 0$, $\theta = \frac{\pi}{3}$ y $\theta = \frac{\pi}{5}$.

En las coordenadas x_i la constante q_{333} de la fase piezomagnética es la combinación de varias constantes piezomagnéticas, como se puede ver en el sistema (11). Esta constante no alcanza su máximo valor cuando $\theta = 0$, e influye directamente en el comportamiento de las constantes efectivas q_{333} y λ_{33} que es similar al de t_i y o_i respectivamente.

Conclusiones

La orientación de la polarización de las fases juega un importante papel en las características globales de un compuesto. En este trabajo se ha estudiado la influencia de la orientación de la magnetización en un laminado con una fase piezoeléctrica y otra piezomagnética. A partir de una forma matricial, obtenida mediante el método de homogeneización asintótica, se han determinados los coeficientes efectivos de bilaminados de CoFe_2O_4 – BaTiO_3 . En estos laminados, manteniendo la polarización de la fase piezoeléctrica en la dirección de la discontinuidad, se ha variado el ángulo entre la magnetización de la otra fase y la dirección de discontinuidad, lo que ha permitido estudiar la influencia de la dirección de la magnetización en el comportamiento global del compuesto. Además de las propiedades globales de los laminados,

completan el estudio la determinación de las figuras de mérito globales en función del ángulo entre la magnetización y la polarización. Es relevante el hecho de que las funciones no alcanzan su máximo cuando la polarización y la magnetización están alineadas. Con los resultados alcanzados se demuestra la fuerte dependencia que tienen las características globales del compuesto de la dirección de la magnetización.

Agradecimientos

Los autores desean agradecer al proyecto CONACyT No. 82474, México por el soporte financiero.

Referencias

- Avellaneda, M. y Harshé, G. (1994). Magnetolectric effect in piezoelectric/magnetostrictive multilayer (2-2) composites. *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* (5): 501-513.
- Aboudi, J. (2001). Micromechanical analysis of fully coupled electro-magneto-thermo-elastic multiphase composites. *Smart Mater. Struct.* (10): 867-877.
- Bravo, J., Otero, J. A., Ramos, R. R. y Bougert, A. (1998). Asymptotic homogenization of laminated piezocomposite materials. *Internacional Journal Solids and Structures*. (35): 427-441
- Bravo-Castillero J, Rodríguez-Ramos, R. Guinovart Díaz, H. Mechkour, J.A. Otero J. H. Cabanas, F.J Sabina. (2009). Effective properties of multilayered magneto-electro-elastic composite with coupled thermal effects. *JoMMS*.(4- 5): 819-836
- Bravo-Castillero, J., Rodríguez-Ramos, R., Mechkour, H., Otero, J.A. y Sabina, F.J, (2008). Homogenization of magneto- electro-elastic multilaminated materials. *Q. Jl Mech. Appl. Math* (61-3): 311-332.
- Camacho-Montes, H., Rodríguez-Ramos, R., Bravo-Castillero, J., Guinovart-Díaz, R., Sabina, F.J. (2006). Effective coefficients for two phase magneto-electro-elastic fibrous composite with square symmetry cell in-plane mechanical displacement and out-of-plane electric magnetic field case. *Integrated Ferroelectrics*. (83): 49-65
- Chen, I.Z., Shouwen, Y. Meng, L. y Lin Y. (2002). Effective properties of layered magneto-electroelastic composites. *Comput. Struct.* (57): 177-182.

- Huang, J.H. y Kuo, W.S. (1997). The analysis of piezoelectric/piezomagnetic composite materials containing ellipsoidal inclusions. *J. Appl. Phys.* (81): 1378–1386.
- Kar-Gupta, R. y Venkatesh, T. A. (2005). Electromechanical response of 1-3 piezoelectric composites: Effect of poling characteristics. *J. Appl. Phys.* (98): 1-14.
- Lee, J., Boyd, J.G. y Lagoudas, D.C. (2005). Effective properties of three-phase electromagnetoelastic composites. *Int. J. Engng Sci.* (43): 790–825.
- Li, L. y Dunn, M.L. (1998). Micromechanics of magneto-electroelastic composite materials: average fields and effective behaviour. *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* (9): 404–416.
- Mori, T. y Tanaka, K. (1973). Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metall.* (21): 571–574.
- Nan, C. W. y G. J. Weng. (2005). Influence of polarization orientation on the effective properties of piezoelectric composites. *J. Appl. Phys.* (88-1): 416-423.
- Otero, José Antonio. (2003). Estudio de la propiedades efectivas y propagación de ondas en laminados piezocompuestos laminados. Tesis de doctorado en Ciencias Física, Universidad de la Habana.
- Wu, T.L. y Huang, J.H. (2000). Closed form solutions for the magnetoelectric coupling coefficients in fibrous composites with piezoelectric and piezomagnetic phases. *Int. J. Solids Struct.* (37): 2981–3009.