



Revista Cubana de Salud Pública

ISSN: 0864-3466

ecimed@infomed.sld.cu

Sociedad Cubana de Administración de Salud
Cuba

Bacallao Galleste, Jorge

Indicadores basados en la noción de entropía para la medición de las desigualdades sociales en salud

Revista Cubana de Salud Pública, vol. 33, núm. 4, octubre-diciembre, 2007

Sociedad Cubana de Administración de Salud

La Habana, Cuba

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=21433407>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Rev Cubana Salud Pública v.33 n.4 Ciudad de La Habana oct.-dic. 2007

Centro de Investigaciones y Referencia de Aterosclerosis de La Habana

Indicadores basados en la noción de entropía para la medición de las desigualdades sociales en salud

Jorge Bacallao Gallestey1

RESUMEN

El artículo trata del problema de la medición de las desigualdades sociales en relación con la salud. En tal sentido, pasa revista general a los indicadores más usados, sus ventajas y desventajas y formula una innovación al cálculo del índice relativo de desigualdad. Dedica atención especial a los índices de falta de proporcionalidad, y en particular a los que se basan en la noción de entropía. Examina su fundamento, propiedades y ventajas. Demuestra la propiedad de invariancia y se sirve de ejemplos reales o simulados para ilustrar la propiedad de descomponibilidad, que constituye el principal atributo de estos índices.

Palabras clave: Desigualdades sociales, índice de Theil, índice de Kullback-Liebler, descomponibilidad, invariancia, equivalencia de entropía.

INTRODUCCIÓN

Hay abrumadoras evidencias de que la pobreza constituye una causa de mortalidad prematura y de incremento de la morbilidad,¹ y de que el deterioro de la salud agrava la pobreza y compromete el desarrollo económico.² Se considera, además, que la distribución desigual del ingreso en la sociedad representa un riesgo para la salud de sus miembros, independientemente de los niveles promedio de ingreso. Aunque varios estudios que toman como unidad de análisis la población en lugar del individuo han encontrado asociación entre la desigualdad y los indicadores globales de salud, se ha cuestionado la legitimidad de extrapolar dichos resultados al nivel individual, en virtud de la posible “falacia ecológica” que podría entrañar dicha extrapolación.^{3,4} Se ha hecho notar⁵ que la función que relaciona el ingreso con el nivel de salud a escala individual no es lineal, sino cóncava, de modo que el incremento de la salud se hace cada vez menor por unidad de incremento del ingreso y por consiguiente, una transferencia de recursos de los ricos a los pobres produce una ganancia de salud en estos últimos mucho mayor que la pérdida correspondiente en los primeros. Si éste fuese el caso, la relación entre la desigualdad social y la salud individual sería sólo aparente y podría atribuirse a la mencionada relación estadística no lineal (figura 1). Recientes estudios realizados con un enfoque multinivel sugieren, sin embargo, que aún

después de remover el “efecto de la concavidad” subsisten variaciones en la salud que sólo pueden atribuirse a un efecto contextual de las desigualdades.^{6,7}

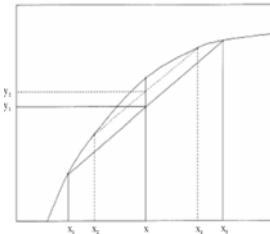


Fig.1. Relación entre ingreso y salud (x, y, respectivamente): una transferencia de $(x_4 - x_3)$ de los ricos a los pobres produce un incremento en la salud de estos últimos, muy superior al deterioro en la salud de los primeros.

Una de las más convincentes, aunque tal vez la menos técnica de las réplicas al argumento del "efecto de la concavidad" se debe a *Senn*,⁸ quien propuso el siguiente interesante símil: *Imagínense dos campos en los que se vierten cantidades idénticas de un fertilizante. En el primero de ellos esto se hace uniformemente en todo el terreno. En el segundo, algunas parcelas reciben una cantidad mucho mayor que otras. La cosecha es mucho mayor en el primer campo que en el segundo.* Una posible explicación (la del artefacto estadístico) implicaría que el incremento en rendimiento de las plantas más beneficiadas tiene un tope, que no compensa la pérdida de las plantas no fertilizadas. Otra explicación es que las plantas que reciben más fertilizante crecen mejor, absorben humedad de sus vecinas y al hacerlo crecen aún más y acaparan casi toda la luz solar. El crecimiento de algunas plantas afecta el crecimiento de las otras a través de mecanismos relativamente sencillos de explicar, que nada tienen que ver con la relación no lineal entre la cantidad de fertilizante y el crecimiento de las plantas.

En cualquier caso, existe un justificado y creciente interés por la medición y el estudio de las desigualdades sociales, que se justifica por el empeño en identificar los factores que las generan, con el fin de eliminarlos o disminuirlos. La literatura sobre la temática de las desigualdades contiene un vasto repertorio de técnicas para su medición que se revisan brevemente en este artículo y que han sido extensamente estudiadas por otros autores.^{9,10}

Hay una familia de estas medidas que se basan en la noción de proporcionalidad y que presentan una serie de propiedades atractivas. La literatura actual muestra una decidida preferencia por estas medidas,^{11,12} debido a algunos atributos métricos importantes. El presente artículo examina dos de estas medidas [los índices de Theil y de Kullback-Liebler (KL)] y dedica especial atención a sus fundamentos y ventajas.

UNA OJEADA GENERAL A LOS INDICADORES PARA LA MEDICIÓN DE LAS DESIGUALDADES

Wagstaff y otros¹³ han identificado tres atributos esenciales que debe cumplir todo indicador de las desigualdades sociales, que se resumen en ser sensible: (a) al efecto de los factores socioeconómicos de la desigualdad; (b) a la influencia de toda la jerarquía social (y no sólo de sus grupos extremos) y (c) a cambios en la composición de la población (y no sólo a la distribución de la salud entre sus distintos estratos

socioeconómicos). Por su parte *Kunst y Mackenbach*,¹⁴ han propuesto una clasificación de los indicadores de acuerdo a su nivel de complejidad, al propósito de la medición (Registrar el efecto o el impacto) y al referente elegido para la medición de la desigualdad (el grupo más alto o el promedio de la condición socioeconómica) y se detienen en consideraciones acerca de los posibles usos (la cuantificación transversal de la desigualdad, o la medición de sus tendencias y variaciones temporales). Los juicios comparativos en el trabajo de estos autores se formulan en relación con los objetivos y las condiciones de uso de cada recurso métrico.

A continuación se pasa una breve revista de los tipos de indicadores más usuales, con énfasis en sus ventajas y desventajas.

Comparaciones dos a dos

Son comparaciones simples entre dos grupos que se usan muy frecuentemente para medir la evolución de las desigualdades. Las dos más comunes son la diferencia (medida absoluta) y el cociente entre las tasas (medida relativa), que tienen, como es sabido, una interpretación diferente. A lo largo de todo el siglo XX las tasas de mortalidad infantil en los Estados Unidos descendieron sistemáticamente tanto en blancos como en negros. También disminuyó la diferencia entre las tasas; sin embargo, el cociente disminuyó aproximadamente hasta mediados de siglo y luego aumentó de nuevo, en lo que algunos autores interpretaron como un incremento de la brecha racial. No obstante, en un interesante y polémico trabajo, *Scanlan*¹⁵ ha demostrado que a medida que un suceso se hace más infrecuente en dos grupos que son objeto de comparación y que progresan simultáneamente en sus condiciones de salud, el cociente entre sus tasas tiende a aumentar, al tiempo que se acerca a 1 (y por tanto a la situación de plena igualdad) el cociente entre las tasas del suceso complementario.

En cualquier caso, las comparaciones entre grupos extremos adolecen de dos defectos básicos: en primer lugar, ignoran lo que ocurre en las clases intermedias, es decir, fuera de las clases extremas y en segundo lugar, no toman en cuenta el tamaño de las clases y por tanto, no son sensibles a una redistribución poblacional entre los grupos que se comparan, lo que es un gran inconveniente para estudios diacrónicos en que los cambios pueden sobrevenir tanto a causa de una redistribución del indicador de salud como de las personas entre las clases.

Índices basados en la regresión

- a. *Índice de efecto (regresión simple del indicador de salud sobre el indicador socioeconómico)*. Si se desea describir la relación entre un indicador socioeconómico (medido en términos absolutos) y un indicador de salud, esta es una buena opción. Como es obvio, para que esta descripción sea adecuada, es imprescindible evitar los llamados *sesgos de especificación*, en que se incurre cuando no se selecciona el modelo que describe la relación funcional correcta. El índice de efecto basado en la regresión es simplemente la pendiente de la ecuación de regresión y responde a la pregunta: ¿qué cambio en el indicador de salud puede esperarse como resultado de un cambio en el indicador socioeconómico? El ajuste de la regresión para el cálculo del índice de efecto permite también responder a la siguiente pregunta: ¿qué proporción en la

variación del indicador de salud depende de variaciones correspondientes en el indicador socioeconómico?

La más obvia limitación de estos procedimientos (basados en la regresión) es nuevamente el *sesgo de especificación* que puede ocurrir, no sólo porque no se ha escogido el modelo adecuado, sino también *porque no se han incluido en el modelo las variables adecuadas*, algo que ocurrirá *a fortiori* si se utiliza un solo indicador socioeconómico para describir los grupos.

- b. *El índice de desigualdad de la pendiente y el índice relativo de desigualdad.* Wagstaff y otros¹³ les atribuyen a estos índices las tres propiedades que ellos consideran esenciales para cualquier medida de la desigualdad social en relación con la salud:
- Que utilizan la información contenida en toda la población y no sólo en los extremos,
 - que es sensible a las redistribuciones de la población entre los distintos grupos y
 - que reflejan la dimensión socioeconómica.

El índice de desigualdad de la pendiente (IDP) se define como la pendiente del modelo de regresión lineal siguiente:

$$s_i = a + b * ridit_i \quad (1)$$

en el cual si representa al indicador de salud en el grupo i , a es el intercepto, b la pendiente y $ridit_i$ se refiere a la ubicación relativa en el arreglo de valores ordenados de acuerdo a la condición socioeconómica, o sea el punto medio de la proporción acumulada de población en hasta el grupo i . Es fácil notar que si se duplica el indicador de salud, sin que haya cambios en la condición socioeconómica se tendría que:

$$S_i = 2s_i = 2a + 2b * ridit_i$$

con lo cual se duplicaría el indicador de desigualdad (IDP). Pamuk¹⁶ sugiere dividir por la media del indicador de salud (S) para obtener de ese modo un índice relativo de desigualdad (ya independiente de los niveles de salud) al que llaman *índice relativo de desigualdad* (IRD), que se definiría por tanto como:

$$IRD = -\frac{b}{\frac{s}{S}}$$

Kunst y Mackenbach17 sugieren la siguiente definición del IRD:

$$IRD = \frac{a}{a+b} \quad (II)$$

en donde a y b son los parámetros del modelo (I). Si se ve que a y a+b corresponden, respectivamente, a los valores del indicador de salud en los extremos de la distribución social (para ridit=0 y ridit=1, respectivamente) resulta que el IRD propuesto por estos autores es de nuevo un riesgo relativo o un cociente de tasas, que toma en cuenta a todos los grupos y que se pondera por el tamaño de los grupos. Esta propuesta, sin embargo, se basa en extrapolación de la relación (I) a extremos ficticios que nunca se alcanzan en la práctica, puesto que los valores extremos del ridit son inalcanzables.

Si los grupos se ordenan desde el de peor al de mejor condición socioeconómica, la pendiente en (I) es siempre negativa y se puede calcular como:

$$b = s(ridit = 1) - s(ridit = 0)$$

...en donde 1 y 0 son los extremos teóricos (inalcanzables) del recorrido del ridit. Si se redefine,

$$b = s(ridit_k) - s(ridit_1)$$

en donde riditk y ridit1 corresponden a los ridits del mejor y del peor de los grupos (se supone que hay k grupos que han sido ordenados de peor a mejor), resulta que:

$$b = s_{mejor} - s_{peor}$$

Una versión mejorada del IRD sería:

$$IRD = \frac{s_{peor}}{s_{mejor}} \quad (III)$$

con lo que el IRD queda definido como el cociente de las tasas estimadas. Se tiene que el IDP queda redefinido como la diferencia y el IRD como el cociente de las tasas estimadas entre el peor y el mejor de los grupos. Surge la siguiente pregunta: ¿para qué trabajar con la diferencia y el cociente de las tasas estimadas, si ya se dispone de las tasas reales u observadas? La respuesta es: porque las tasas estimadas son tasas "corregidas" para el efecto de los grupos intermedios y con ello se recupera la simplicidad de la diferencia o el cociente de tasas y se aprovecha toda la información contenida en los estratos intermedios.

Medidas de impacto

(a) *El riesgo atribuible poblacional.* Es una medida relativa del indicador de salud que se obtiene calculando como un porcentaje con respecto al promedio, la diferencia entre la tasa poblacional y la tasa que corresponde al grupo con mejor situación socioeconómica. Si el indicador de salud es un indicador de mortalidad o morbilidad, la medida sería expresión del incremento en el riesgo.

$$RAP = 100 * \frac{\text{tasa promedio} - \text{tasa del país con mejor situación}}{\text{tasa promedio}} \% \quad (IV)$$

El RAP porcentual varía entre 0 y 100 y se interpreta como el porcentaje de mejoría en la población que se alcanzaría si todos los grupos tuvieran las tasas de salud del mejor grupo socioeconómico.

La principal virtud del RAP es que su cálculo es muy simple y también su interpretación. El principal defecto es que ignora la distribución total de la enfermedad.

(b) *El índice de disimilitud.* Se usa para medir desigualdad en el caso de la distribución de los recursos, y no en el caso de un indicador de salud, propiamente. El índice absoluto de disimilitud mide el volumen del recurso que hay que redistribuir entre las clases para alcanzar la igualdad absoluta entre la proporción del indicador de salud del grupo y la proporción poblacional. Por esta razón, *su uso es impróprio cuando se trata de un indicador de salud común como la mortalidad o la morbilidad*, ya que implicaría redistribuir muertes o casos de una enfermedad.

De su definición se infiere también que es *insensible a la dimensión socioeconómica de la desigualdad*. Se define como:

$$ID = \frac{1}{2} \sum_j |s_{jk} - s_{jp}|$$

en donde ...

s_{jk} = fracción poblacional del recurso de salud en el grupo j

s_{jp} = fracción poblacional en el grupo j

La tabla 1 contiene información relativa al número de médicos en varios países andinos.

Tabla 1. Distribución de médicos en los países andinos. Año 1999

País	Población (en miles)	Fracción poblacional	No. de médicos	Fracción poblacional
Venezuela	22 777	0,219	55 120	0,408
Colombia	37 068	0,357	48 138	0,255
Ecuador	11 937	0,115	15 502	0,117
Perú	24 367	0,234	31 644	0,186
Bolivia	7 774	0,074	10 096	0,033
Total	103 923	1,000	134 957	1,000

Fuente: Schneider MC, Castillo-Salgado C, Bacallao J, Loyola E, Mujica O, Vidaurre M, Roca A. Métodos de medición de las desigualdades de salud. revista Panamericana de Salud Pública. 2002;33:398-414.

$$ID = (|0,219 - 0,408| + |0,357 - 0,255| + |0,115 - 0,117| + |0,234 - 0,186| + |0,074 - 0,033|) = 0,191$$

Si este número se multiplica por el número total de médicos en la región andina, se tendría:

$$0,191 \times 134,597 = 25,797 \text{ médicos a redistribuir para lograr total igualdad}$$

La varianza entre grupos. Es un indicador muy útil para medir la desigualdad con respecto a grupos no ordenados, porque pondera por el tamaño de los grupos y es sensible a la magnitud de la diferencia con respecto al promedio. Sin embargo no incluye explícitamente la dimensión socioeconómica. En sus usos en el campo de la economía no es muy popular porque no es invariante a cambios de escala.¹⁸ Sin embargo, la no invariancia no es un defecto importante en el caso de la desigualdad en salud, en donde usualmente se desea tomar en cuenta las cargas absolutas de desigualdad. La varianza entre grupos se define como:

$$VEG = \sum_{j=1}^k p_j (s_j - \mu)^2$$

en donde p_j designa la proporción poblacional del grupo j , s_j es el promedio del indicador de salud en el grupo j y μ es la media poblacional del indicador de salud.

Las medidas de desproporcionalidad. En la evaluación de las desigualdades emerge con gran frecuencia la noción de desproporcionalidad. Por ejemplo, Braveman y otros¹⁹ afirman que “los pobres llevan una carga desproporcionada de enfermedad y muerte prematura.” Expresiones de este tipo dejan claramente expuesta la noción ética de que

los pobres experimentan una carga de enfermedad y muerte muy superior a la que les correspondería si la enfermedad y la muerte prematura se distribuyesen uniformemente en la población. Normalmente, la noción de “distribución uniforme” se interpreta en el sentido de que la carga de enfermedad o muerte en los grupos sociales es proporcional al tamaño relativo de dichos grupos. Si este fuese el caso, las tasas de mortalidad o morbilidad de todos los grupos sociales sería la misma y todas serían idénticas a la tasa de mortalidad en la población. Por ejemplo, los datos que aparecen en la tabla 2 corresponden a una población ficticia de 100 personas entre las cuales hay 40 enfermos. La distribución que describe la tabla es la de proporcionalidad absoluta, y por tanto de desigualdad nula.

Tabla 2. Distribución de la carga de enfermedad en una población hipotética de cuatro clases

Clases	Tamaño de la clase	Tamaño relativo	Cantidad de enfermos	Carga de enfermedad	Tasa
1	30	30/100=0,30	12	12/30=0,30	12/30=0,4
2	20	0,20	8	0,20	8/20=0,4
3	25	0,25	10	0,25	10/25=0,4
4	25	0,25	10	0,24	10/25=0,4
Total	100		40		

Por el contrario, si se examinan las cifras que aparecen en la tabla 3, tomadas de un trabajo de *Miníño* y otros,²⁰ exhiben una clara desproporción: los ciudadanos, tanto hombres como mujeres, con mayor escolaridad exhiben una carga de muerte inferior a su proporción poblacional. Lo contrario ocurre en los grupos intermedio y de menor educación.

Tabla 3. Distribución de la mortalidad total por sexo y años de educación

Años de educación	Hombres		Mujeres	
	Muertes (%)	Población (%)	Muertes (%)	Población (%)
>12	32	55	33	55
12	45	32	46	32
<12	24	13	21	12
Total	100	100	100	100

Dos de los más comunes índices de desproporcionalidad son el índice de Gini (basado en la curva de Lorenz) y el índice de concentración (basado en la curva del mismo nombre). La diferencia entre ambos consiste en que el primero se usa para medir desigualdad en ingreso u otro indicador socioeconómico, o para medir desigualdad en salud, en poblaciones ordenadas de acuerdo al indicador de salud; mientras que el segundo se usa para medir desigualdades sociales en salud, en poblaciones ordenadas de acuerdo a niveles de un indicador socioeconómico. Cuando los ordenamientos de acuerdo al indicador socioeconómico y al indicador de salud coinciden, el índice de

Gini y el de concentración toman el mismo valor. Ambos se basan en la comparación de la distribución del indicador de salud con la distribución uniforme. El lector interesado en estos índices, ampliamente tratados en la literatura económica y salubrista, puede consultar, por ejemplo a *Firebaugh*.^{21,22}

En este texto sólo se tratarán dos de las medidas de desproporcionalidad, ambas basadas en la noción de entropía, y en especial a una de ellas: el índice de Theil.

La entropía es una medida de desorden: si la masa (la energía, la información) -o para intereses propios- la salud y el ingreso, se encuentran equitativamente distribuidos dentro de un sistema, la entropía es máxima (no hay desigualdades, ni margen de acción para la redistribución de las condiciones de salud o del bienestar económico). Si un sistema “progresa” hacia la igualdad, la entropía aumenta, y si se deteriora a expensas de un incremento de las desigualdades, la entropía disminuye y aumenta la redundancia. Los sistemas muy redundantes tienen una alta concentración y una distribución desigual. Estas nociones pueden aplicarse a la medición de las desigualdades sociales en salud.

Considérese una partición en clases de una población, de acuerdo a una variable socioeconómica. Supóngase además que las clases han sido ordenadas en función de dicha variable. Sean entonces: $i = 1, 2, \dots, k$

k : número de clases.

N_i : tamaño de la clase i -ésima.

Si: indicador de salud en la clase i -ésima.*

Defínase además:

$S = \sum S_i$: número total de eventos de salud en la población

$N = \sum N_i$: tamaño total de la población

$s_i = S_i/S$: carga relativa de enfermedad en el grupo i

$n_i = N_i/N$: fracción poblacional en el grupo i

Además, $t_i = \frac{S_i}{N_i}$: tasa del evento de salud en el grupo i

Dos de los más conocidos indicadores de desproporcionalidad basados en el concepto de entropía son:

$$T = \sum_i s_i \ln \left(\frac{s_i}{n_i} \right) : \text{índice de Theil}^{12} \quad (V)$$

$$KL = \frac{1}{2} \sum_i (s_i - n_i) \ln(t_i) : \text{índice de KL}^{11} \quad (VI)$$

Los dos índices pueden transformarse²¹ de modo que tomen valores en el intervalo (0,1). Las transformaciones son:

$$Z_T = 1 - \exp(-T); Z_{KL} = 1 - \exp(-KL) \quad (\text{VII})$$

El valor mínimo de 0 corresponde al caso en que $si = ni$ para todo i , o sea cuando, para todos los grupos, la carga de enfermedad en relación con la carga total es igual a la proporción poblacional. El valor máximo 1 se alcanza sólo como valor límite cuando las medidas no transformadas de los índices tienden a $+\infty$.

Propiedades

1. No incorporan explícitamente la dimensión socioeconómica: aunque la clasificación puede hacerse de acuerdo a un criterio o indicador socioeconómico, el cálculo de la desigualdad no toma en cuenta el posible ordenamiento.
 2. Son sensibles a los cambios en toda la jerarquía social: los tres índices hacen uso de la información contenida en todos los grupos que definen la clasificación y el ordenamiento. Por tanto, los cambios en la distribución afectan a los índices, independientemente de que ocurran en los extremos o en el centro de la jerarquía social.
 3. Son invariantes por cambios de escala: si se incrementa la población proporcionalmente en todos los grupos, o hay un cambio en la prevalencia que no altera sus tasas relativas, la medida de la desigualdad se mantiene constante.
- Vease el caso del índice Theil:

Si se hace

$$S_i \rightarrow kS_i; \quad N_i \rightarrow lN_i$$

se tendrá que $\sum_i kS_i = kS$ y $\sum_i lN_i = lN$

$$\text{Por tanto } T = \sum_i \frac{kS_i}{kS} * \ln \left(\frac{\frac{kS_i}{kS}}{\frac{lN_i}{lN}} \right) = \sum_i \frac{S_i}{S} * \ln \left(\frac{\frac{S_i}{S}}{\frac{N_i}{N}} \right) = \sum_i s_i \ln \left(\frac{s_i}{n_i} \right)$$

La demostración es inmediata también en el caso del índice de KL.¹¹

4. Son fáciles de interpretar: aunque los índices no pueden interpretarse de manera absoluta, por ejemplo, tomando un punto de corte a partir del cual pueda considerarse que la desigualdad es grande, y por debajo del cual es pequeña (tal y como sucede con otros indicadores estadísticos como la varianza o el coeficiente de correlación) la transformación al intervalo (0, 1) hace posible usar los índices para comparaciones en el tiempo, para evaluar el efecto de una intervención o para comparar el nivel de desigualdad con respecto a dos o más indicadores de salud. Por otro lado, en todos los casos es posible aplicar la

propiedad llamada “equivalencia de entropía”,²³ que facilita la interpretación y que puede enunciarse del modo siguiente:

Un sistema de k clases socioeconómicas con un nivel de desigualdad dado por Z puede homologarse con un sistema de dos clases tal que:

$$s_1 = n_2 = p \quad y \quad s_2 = n_1 = 1 - p \quad (\text{VIII}) \quad \text{en donde}$$

$$p = 1/\pi \left[\operatorname{sen}^{-1} (1 - Z) \right]^{(Z*0,06+0,6)} \quad (\text{IX})$$

Esta función es aproximadamente la inversa de:

$$Z = 1 - (1/p - 1)^{(2*p - 1)} \quad (\text{X})$$

Por ejemplo, si $ZKL = 0,75$, entonces $p = 0,13$ (tabla 1) que corresponde a una partición en dos clases en la que el 13 % de la sociedad acumula el 87 % de la carga de enfermedad o muerte (o el 87 % de los recursos en salud) mientras que el 87 % restante acumula el 13 % de la carga de enfermedad o muerte (o el 13 % de los recursos en salud). Sin embargo, si $ZKL = 0,00$, entonces $p = 0,50$ y ello equivale a la completa igualdad de una sociedad de dos clases de igual tamaño en la que cada una sufre el 50 % de la carga de enfermedad o muerte o posee el 50 % de los recursos. La tabla 4 muestra varios ejemplos de esta relación de equivalencia en el sentido de la entropía.

Tabla 4. Equivalencia en entropía y potencial de redistribución para eliminar la desigualdad

Índice $Z=1-(1/p-1)$ $(2*p - 1)$	Transformación $p=1/p[\operatorname{sen}-1(1-Z)]$ $(Z*0,06 + 0,6)$	Equivalencia en entropía		Potencial de redistribución (%)
0	0,50	50	50	0
		50	50	
0,14	0,36	64	36	14
		36	64	
0,29	0,30	70	30	20
		30	70	
0,44	0,24	76	24	26
		24	76	
0,5	0,22	78	22	28
		22	78	
0,56	0,20	80	20	30
		20	80	
0,75	0,13	87	13	37
		13	87	

Como muestra la tabla anterior, a medida que aumenta el valor de Z la distribución se hace más desigual y el potencial de redistribución se incrementa. Un sistema de clases socioeconómicas con una desigualdad de $Z = 0,56$ necesita una redistribución de 30 % para eliminar la desigualdad, porque el nivel de desigualdad existente corresponde al de una distribución en que el 20 % de la población soporta 80 % de la carga de enfermedad o muerte (o posee el 80 % de los recursos), mientras que el 80 % restante sólo experimenta el 20 % de la carga de enfermedad o muerte (o posee el 20 % de los recursos).

5. Descomponibilidad (una propiedad de los índices de Theil y de KL).

Una de las más importantes propiedades del índice de Theil, que también comparte el de KL, es que permite relacionar la desigualdad total en una población con la desigualdad atribuible a grupos sociales, mediante una relación aditiva semejante a la que caracteriza al análisis de la varianza. Si una población P se divide en k clases de acuerdo a un indicador socioeconómico X (simple o sintético), es posible demostrar que:

$$Theil_{TOTAL} = Theil_{entre\ grupos} + Theil_{dentro\ de\ grupos} \quad (XI)$$

En la expresión (XII) el término de la izquierda se refiere a la desigualdad entre todos los individuos de la población. La expresión para la desigualdad total puede deducirse de (V) notando que cada individuo sería una clase que representa una fracción poblacional igual a $1/n$, cuando n es el tamaño de la población en cuestión.

S tendría pues, que:

$$Theil_{TOTAL} = \sum_i \frac{y_i}{Y} \ln \left(\frac{y_i/Y}{1/n} \right) = \sum_i \frac{y_i}{Y} \ln \left(\frac{y_i}{\frac{1}{n}} \right) = \frac{1}{n} \sum_i \frac{y_i}{Y} \ln \left(\frac{y_i}{\frac{1}{n}} \right) \quad (XII)$$

Por otro lado, el Theil dentro de grupos puede calcularse como el promedio ponderado de los Theil de cada uno de los k grupos. Así pues:

$$Theil_{dentro\ de\ grupos} = \sum_{j=1}^k s_j T_j$$

en donde T_j simboliza el valor del índice Theil en el grupo j. Normalmente el Theil total y el Theil entre grupos se calculan aplicando las expresiones (V) y (XII) y el Theil dentro de grupos se obtiene por diferencia.

Ejemplos:

Se generó una muestra aleatoria de 1 100 valores del índice de masa corporal con una distribución normal con media 23 y varianza 4. A esos 1 100 valores se hizo corresponder:

- a. Una muestra aleatoria de 1 100 enteros uniformes entre 1 y 4.
- b. Una muestra de enteros entre 1 y 4 de tal suerte que las medias respectivas de los grupos del 1 al 4 fuesen: 21,02; 23,62; 24,99 y 26,94 (estos valores fueron elegidos arbitrariamente para generar diferencias entre grupos).

La tabla 5 muestra los resultados del cálculo de la desigualdad utilizando el índice de Theil y descomponiendo la desigualdad total en sus componentes “entre” y “dentro”. El porcentaje de desigualdad entre grupos es varias veces superior en el caso b.

Tabla 5. Descomposición de la desigualdad

Desigualdad	Caso a	Caso b
Theil “entre”	0,00033	0,00225
Theil “dentro”	0,003369	0,00144
Theil “total”	0,003699	0,00370
% desigualdad “entre”	8,92%	60,97%

Se ve claramente que en el segundo caso, la desigualdad entre grupos representa casi el 61 % de la desigualdad total, que es casi 7 veces más que en el caso en que la correspondencia entre los grupos y los valores del índice de masa corporal fue aleatoria.

La tabla 6 contiene datos poblacionales y tasas de enfermedad cerebro-vascular por provincias en Cuba en el año 2005. A partir de esas cifras se calcularán las fracciones poblacionales y las cargas de enfermedad de cada provincia (incluyendo al municipio Isla de la Juventud) y se obtendrá el Theil total. Se dividirá el país en tres regiones, dejando a la Isla de la Juventud como un cuarto grupo aparte, y se calculará el Theil entre regiones y el Theil dentro de regiones, este último por diferencia.

Tabla 6. Tasas de enfermedad cerebro-vascular por provincia y descomposición de la desigualdad total por regiones

	Población	Tasas	Provincias	Población	Tasas
Occidental	4 330 760	6,.1	P. del Río	733 924	6,2
			Habana	726 553	4,4
			C. Habana	2 191 391	5,8
			Matanzas	678 892	9,3
Central	2 887 699	4,8	Cienfuegos	816 741	4,3
			S. Spíritus	400 073	3,0
			Villa Clara	463 906	4,9
			C. de Avila	419 235	2,6
			Camagüey	787 744	6,8
Oriental	3 951 738	3,6	Las Tunas	531 700	2,2
			Holguín	1 031 106	3,8
			Granma	830 907	2,7
			S. de Cuba	1 045 508	4,7
			Guantánamo	512 517	3,7
I. Juventud	8 6 908	1,4	I. Juventud	86 908	1,4
Theil "entre" =0,027 Theil "dentro" = 0,041 Theil "total= 0,069			% de desigualdad entre= 39,7 Equivalencia de entropía entre= 0,44 Equivalencia de entropía total = 0,41		

Fuente: Hernández M. Información sobre pacientes dispensarizados y población de Cuba. Ministerio de Salud Pública. Cuba. 2005[serie en Intenet].[citado 9 Oct2006].

Disponible en: www.sld.cu/servicios/hta

La información clave del cuadro anterior puede resumirse en los siguientes aspectos:

- Hay una desigualdad de 0,069 que equivale a una sociedad dividida en dos grupos en la que uno de ellos representa al 41% de la población y posee el 59 % de la carga de enfermedad cerebrovascular. Esto significa que hay un margen porcentual de redistribución de 9 % para alcanzar la igualdad total.
- Casi el 40 % de la desigualdad puede atribuirse a diferencias entre las tres regiones del país y la Isla de la Juventud y el 60 % restante es desigualdad dentro de las regiones (la que a su vez sería susceptible de ser descompuesta en niveles más finos de desagregación hasta llegar al nivel individual).
- La desigualdad entre regiones se eliminaría con una redistribución de 6 % de la carga de enfermedad.

CONSIDERACIONES FINALES

Los indicadores basados en la noción de entropía definen un subgrupo dentro de una clase mayor de indicadores que miden falta de proporcionalidad entre una distribución poblacional y otra de la carga de enfermedad. Aunque no se usan de rutina en la práctica, su empleo es cada vez más frecuente en la literatura sobre desigualdades y poseen varias propiedades muy importantes: de particular interés resultan la invariancia de escala, y la descomponibilidad. Estas propiedades son comunes a los dos índices mencionados: Theil y Kullback-Liebler. El principal defecto consiste en que no incorporan explícitamente la dimensión socioeconómica. En otro artículo en preparación se considerarán algunas paradojas que surgen en la aplicación de estos índices a la medición total de la desigualdad entre individuos.

Summary

Entropy-based indicators for measurement of social inequalities in health

The article dealt with the measurement of social inequalities in health. In this regard, it reviewed both the most used indicators, their advantages and disadvantages and an innovative calculation of the relative inequality index. Special attention was paid to lack of proportionality indexes, especially those rooted in the notion of entropy, by examining the substantiation, properties and advantages. This article also showed the property of invariance and used real or simulated examples to illustrate the property of breaking down that constitutes the main attribute of these indexes.

Key words: Social inequalities, Theil's index, Kullback-Liebler's index, breakdown, invariance, entropy equivalence.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Marmot M. Does money really matter? Or is it a marker for something else? *Health Aff.* 2002;21:31-46.
2. Subramanian SV, Belli P, Karachi I. The macroeconomic determinants of health. *Annu Rev Public Health.* 2002;23:287-302.
3. Wagstaff A, van Doorslaer E. Income inequality and health: what does the literature tell us? *Annu Rev Public Health.* 2000;21:543-67.
4. Karachi I, Kennedy BP, Wilkinson RG. *The society and population health reader.* V1. Income inequality and health. New York, NY: The New Press; 1999.
5. Gravelle H. How much of the relationship between population mortality and unequal distribution of income is a statistical artefact? *BMJ.* 1998;316:382-5.
6. Subramanian SV, Blakely T, Karachi I. Income inequality as a public health concern: where do we stand? Commentary on "Is exposure to income inequality a public health concern?" *Health Serv Res.* 2003;38:153-67.

7. Subramanian SV, Kawachi I. The association between state income inequality as predictors of mortality: longitudinal cohort study. *BMJ*. 1997;314:1724-8.
8. Senn S. Mortality and distribution of income (letter). *BMJ*. 1998;316:1611.
9. Schneider MC, Castillo-Salgado C, Bacallao J, Loyola E, Mujica O, Vidaurre M, Roca A. Métodos de medición de las desigualdades en salud. *Revista Panamericana de Salud Pública*. 2002;12:398-415.
10. Mackenbach JP, Kunst AE. Measuring the magnitude of socio-economic inequalities in health: an overview of available measures illustrated with two examples from Europe. *Soc Sci Med*. 1997;44:757-71.
11. Bacallao J, Castillo-Salgado C, Schneider MC, Mujica O, Loyola E. Indices para medir las desigualdades de salud de carácter social basados en la noción de entropía. *Revista Panamericana de Salud Pública*. 2002;12:429-35.
12. Conceição P, Ferreira P. The young person's guide to the Theil index: suggesting intuitive interpretations and exploring analytical applications. University of Texas International Press: Working Paper No.14; 2000.
13. Wagstaff A, Paci P, van Doorslaer E. On the measurement of inequalities in health. *Soc Sci Med*. 1991;33:545-57.
14. Kunst AE, Mackenbach JP. Measuring socioeconomic inequalities in health. Copenhagen: WHO Regional Office for Europe;1994.
15. Scanlan J. Can we actually measure health disparities? *Chance*. 2006;47-51.
16. Pamuk ER. Social class inequality in infant mortality in England and Wales from 1921 to 1980. *Eur J Population*. 1988;4:1-21.
17. Kunst AE, Mackenbach JP. Measuring socioeconomic inequalities in health. Geneva: World Health Organization;1994 (EUR/ICP/RPD/416).
18. Sen AK, Foster JE. On economic inequality. Oxfot: Clarendon Press;1997.
19. Braveman P, Krieger N, Lynch J. Health inequalities in health. *Bull World Health Organization*. 2000;78: 232-4.
20. Miniño AM, Arias E, Kochanek KD, Murphy SL, Smith BL. Deaths: final data for 2000. *National vital statistics reports* 50, 15. Hyattsville, MD: National Center for Health Statistics;2002.
21. Firebaugh G. The new geography of global income inequality. Cambridge MA: Harvard University Press;2003.
22. Firebaugh G. Empirics of world income inequality. *Am J Sociol*. 1999;104:1597-630.

23. Kluge G. Entropywise equivalent societies [serie en Internet].[citado 29 Nov 1999]. Disponible en:<http://ourworld.compuserve.com/homepages/SMIPP/entequiv.htm>

Recibido: 23 de octubre de 2006. Aprobado: 5 de mayo de 2007.

Jorge Bacallao Gallestey. Centro de Investigaciones y Referencia de Aterosclerosis de La Habana. Policlínico “19 de abril”. Tulipán y Panorama. Plaza. La Habana, Cuba. Telefs. 881-4911 y 881-6365, e-mail: jbacallao@infomed.sld.cu

1DrC. de la Salud.

*Por lo general Si representa el número de eventos de salud (muertes o enfermedades) en el grupo i, pero puede tratarse también del promedio o el total de una variable continua cualquiera, por ejemplo, la expectativa de vida al nacer o el índice de masa corporal.

© 2008 1999, Editorial Ciencias Médicas

**Calle 23 # 177 entre N y O (Edificio Soto), Piso 2
Vedado, Plaza, Ciudad de La Habana, Código postal 10400
Cuba**



ecimed@infomed.sld.cu