



Minería y Geología

E-ISSN: 1993-8012

revistamg@ismm.edu.cu

Instituto Superior Minero Metalúrgico de

Moa 'Dr Antonio Nuñez Jiménez'

Cuba

Legrá-Lobaina, Arístides Alejandro; Atanes-Beatón, Dulce María; Silva-Diéguez, Oris
Ramón

Evaluación de modelos 2D de variables geo-tecnológicas en un bloque de un yacimiento
laterítico cubano. Cuarta parte: método de polinomios locales

Minería y Geología, vol. 32, núm. 3, julio-septiembre, 2016, pp. 96-112

Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa 'Dr Antonio Nuñez Jiménez'
Holguín, Cuba

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=223547677007>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Evaluación de modelos 2D de variables geo-tecnológicas en un bloque de un yacimiento laterítico cubano. Cuarta parte: método de polinomios locales

Arístides Alejandro Legrá-Lobaina
Dulce María Atanes-Beatón
Oris Ramón Silva-Diéguez

Resumen

El método de polinomios locales (MPL) se basa en suponer que es posible estimar el valor de la variable U para cualquier coordenada P de su dominio, mediante polinomios locales determinados a partir de datos cercanos. En este trabajo se estudia la posibilidad de modelar 2D, mediante polinomios locales, las variables: espesor de la corteza (L) y concentraciones de níquel (Ni), hierro (Fe) y cobalto (Co), en un bloque de un yacimiento laterítico cubano. Finalmente se analiza si las modelaciones de las variables estudiadas dependen del método de estimación que se utilice.

Palabras clave: modelación; lateritas; yacimientos ferroniquelíferos; red de muestreo; estimación; método de polinomios locales.

Assessing the 2D models of geo-technological variables in a block of a cuban laterite ore body. Part IV Local polynomial method

Abstract

The local polynomial method is based on assuming that is possible to estimate the value of a U variable in any of the P coordinate through local polynomials estimated based on approximate data. This investigation analyzes the probability of modeling in two dimensions the thickness and nickel, iron and cobalt concentrations in a block of Cuban laterite ores by using the mentioned method. It was also analyzed if the results of modeling these variables depend on the estimation method that is used.

Keywords: modeling; laterite ore; sampling grid; estimation; local polynomial method.

1. INTRODUCCIÓN

El método de polinomios locales (MPL) es una opción para representar el comportamiento espacial de cierta propiedad U de algún objeto natural o tecnológico que se investigue. Este método se basa en suponer que es posible estimar el valor de la variable U para cualquier coordenada P de su dominio mediante polinomios locales determinados a partir de datos cercanos.

Aquí se estudia la posibilidad de modelar 2D mediante polinomios locales, las variables: espesor de la corteza (L) y las concentraciones de níquel (Ni), hierro (Fe) y cobalto (Co) en un bloque de un yacimiento laterítico cubano.

El yacimiento Punta Gorda para su exploración y explotación ha sido fragmentado administrativamente en 88 bloques cuadrados de $300m \times 300m$ (Cuador-Gil 2005; Martínez-Vargas & Pérez-Melo 2006). Cada bloque fue explorado en dos momentos:

- En el primero se realizó un muestreo con la denominada red de exploración (R_1), donde en cada bloque se perforaron hasta 81 pozos equidistantes, a una distancia uno de otro de 33,33 m en cada dirección este-oeste y sur-norte.
- En el segundo se muestreó con la red de explotación (R_2), donde en cada bloque se perforaron hasta 361 pozos, a una distancia uno de otro de 16,16 m en cada dirección este-oeste y sur-norte.

Durante estudio del bloque O48 (agotado en la actualidad) se realizó una nueva red (R_3) de hasta 1 369 pozos equidistantes, a una distancia uno de otro de 8,33 m en cada dirección geográfica.

Los modelos de recursos y de reservas preliminares a la explotación del bloque O48 se obtuvieron considerando R_1 con densidad de red menor que las densidades de R_2 y R_3 . Los métodos de estimación usados han sido el kriging y el inverso de una potencia de la distancia (Ilyas & Koike 2012; Cuador-Gil 2005; Martínez-Vargas & Pérez-Melo 2006; Legrá-Lobaina, Guilarte-Noa & Guevara-Pérez 2015).

Aunque es preferible la modelación 3D (Hillier *et al.* 2014) de una propiedad de interés e en un yacimiento, en ocasiones se realizan modelaciones 2D considerando los valores promedios verticales en cada punto del plano, de manera que la red de puntos generados es $(X_j; Y_j; U_j)$, donde también es de interés el espesor de la corteza (L) (Legrá-Lobaina, Guilarte-Noa & Guevara-Pérez 2015).

Este estudio tuvo los siguientes objetivos:

- Determinar, mediante los errores relativos absolutos, la efectividad del MPL que pronostica 2D los valores de las variables L, Ni, Fe y Co en el bloque O48 del yacimiento Punta Gorda.

Estudiar la influencia que tiene la selección del método (kriging, inverso de la distancia, funciones básicas radiales y polinomios locales) respecto a la eficacia de la estimación de las variables antes referidas en el bloque O48 del yacimiento Punta Gorda.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Datos

A partir de los datos del Ni, Fe y Co tabulados en R_3 se determinó un archivo que contiene n filas con 6 columnas (Legrá-Lobaina, Guilarte-Noa & Guevara-Pérez 2015):

- X (coordenada en la dirección este-oeste)
- Y (coordenada en la dirección sur-norte)
- L (espesor de la corteza de intemperismo)
- Ni (concentración porcentual del Ni)
- Fe (concentración porcentual del Fe)
- Co (concentración porcentual del Co)

En el archivo se tiene una red de $8,33\text{m} \times 8,33\text{m}$ y a partir de este se han identificado los datos de las redes R_1 y R_2 . Los principales resultados del análisis estadístico de los datos (Legrá-Lobaina, Caballero-Núñez y Jiménez-Roche 2015) aparecen en la Tabla 1.

Tabla 1. Resultados estadísticos básicos de los valores de los datos

| Estadísticos Básicos | | | | | | |
|--|----------|--------|--------|------------------|---------------------|---------------------------|
| Red | Variable | Mínimo | Máximo | Media Aritmética | Desviación Estándar | Coefficiente de Variación |
| R ₁ (D=33,33m) 78 puntos | L | 12 | 42 | 23,44 | 6,13 | 0,26 |
| | Ni | 0,63 | 1,81 | 1,19 | 0,17 | 0,15 |
| | Fe | 16,76 | 45,99 | 36,89 | 6,8 | 0,18 |
| | Co | 0,029 | 0,163 | 0,075 | 0,03 | 0,41 |
| R ₂ (D=16,16m) 308 puntos | L | 3 | 44 | 19,88 | 6,00 | 0,30 |
| | Ni | 0,58 | 1,81 | 1,13 | 0,17 | 0,15 |
| | Fe | 16,76 | 50,4 | 41,0 | 5,65 | 0,14 |
| | Co | 0,029 | 0,188 | 0,088 | 0,029 | 0,33 |
| R ₃ (D=8,33m) 1262 puntos | L | 3 | 44 | 19,99 | 5,76 | 0,29 |
| | Ni | 0,43 | 2,2 | 1,12 | 0,18 | 0,16 |
| | Fe | 16,76 | 50,4 | 40,58 | 4,86 | 0,12 |
| | Co | 0,01 | 0,201 | 0,078 | 0,028 | 0,35 |

A partir de los datos puede deducirse que la magnitud más variable es la concentración de Co, luego el espesor L y las concentraciones de Ni y Fe.

2.2. Método de polinomios locales (MPL)

Se supone establecida la elipse de búsqueda (Deutsch y Journel 1998) caracterizada por sus radios r_1 y r_2 y el ángulo ϕ así como el valor de la potencia p del método.

Para estimar el valor de U en cualquier coordenada $(X;Y)$ se obtiene del conjunto de datos $(X_j;Y_j;U_j)$, $i=1,...,n$ un subconjunto conjunto de datos $(X_i;Y_i;U_i)$, $i=1,2,...,m \leq n$, tal que sus coordenadas $(X_i;Y_i)$ están en el interior de la elipse de búsqueda definida por r_1 , r_2 y ϕ con centro en el punto $(X_e;Y_e)$, donde se estimará el valor U_e .

El procedimiento (Golden Software INC 2012) contiene los siguientes pasos:

1. Calcular:

$$\bullet \quad T_{XX} = \frac{\cos(\phi)}{r_1}; \quad T_{XY} = \frac{\sin(\phi)}{r_1}; \quad T_{YX} = \frac{-\sin(\phi)}{r_2}; \quad T_{YY} = \frac{\cos(\phi)}{r_2}.$$

$$\bullet \quad A_{XX} = T_{XX}^2 + T_{YX}^2; \quad A_{XY} = 2(T_{XX}T_{XY} + T_{YX}T_{YY}); \quad A_{YY} = T_{YY}^2 + T_{XY}^2.$$

2. Determinar el polinomio local, que puede ser de una de las formas:

- Grado 1: $F_i(X;Y) = a + bX + cY$
- Grado 2: $F_i(X;Y) = a + bX + cY + dXY + eX^2 + fY^2$
- Grado 3: $F_i(X;Y) = a + bX + cY + dXY + eX^2 + fY^2 + gX^2Y + hXY^2 + iX^3 + jY^3$

Las acciones prácticas son las siguientes:

Para cada punto $(X_i;Y_i)$, vecino de $(X_e;Y_e)$, se calculan: $dX_i = X_i - X_e$ y $dY_i = Y_i - Y_e$

Luego se calcula: $R_i = \sqrt{A_{xx}dX_i^2 + A_{xy}dX_idY_i + A_{yy}dY_i^2}$

Y también se calcula el peso o ponderador del punto de índice j:

$$W_i = (1 - R_i)^p$$

Para encontrar el polinomio $F_i(X;Y)$ se debe minimizar la función

$$\psi(a,b,c,...) = \sum_{i=1}^N W_i [F(X_i;Y_i) - Z_i]^2 \text{ donde } a,b,c,... \text{ son los coeficientes}$$

desconocidos del polinomio. Para ello:

Se calculan las derivadas: $\frac{\partial \psi}{\partial a}, \frac{\partial \psi}{\partial b}, \frac{\partial \psi}{\partial c}, \dots$

Estas derivadas se igualan a cero y se obtienen un sistema de ecuaciones lineales, cuyas incógnitas son a,b,c,\dots

Resolviendo el sistema de ecuaciones (Bronshtein *et al.* 2007) se puede determinar el polinomio local $F_i(X;Y)$.

3. La estimación U_e en las coordenadas $(X_e;Y_e)$ consiste en evaluar el polinomio local correspondiente $F_i(X_e;Y_e)$.

Debe puntualizarse que el método MPL no es un interpolador exacto.

2.3. Procedimiento para aplicar el método MPL

En el presente trabajo a partir de los datos de la red R_1 se estimaron, por el método MPL, los valores de cada magnitud U de interés (L, Ni, Fe y Co) en los puntos P_i de la red R_3 . Se tomó un polinomio de grado 3 y $p=3$; $r_1=r_2=120$ y $\phi=0$.

Luego se estudiaron, mediante estadígrafos descriptivos elementales, los comportamientos del error absoluto relativo de los valores estimados (expresadas porcentualmente en la ecuación 1) y denominados V_{MER} (Miller, Freund & Johnson 2005):

$$V_{MER_i} = 100 \frac{|U_i - S(P_i)|}{|U_i|} \quad (1)$$

Para el procesamiento informático se usó el software Tierra, versión 2.1 (Legrá-Lobaina 2014) y el software Surfer, versión 11.0.642 (Golden Software INC. 2012)

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los estadígrafos calculados para el índice V_{MER} son:

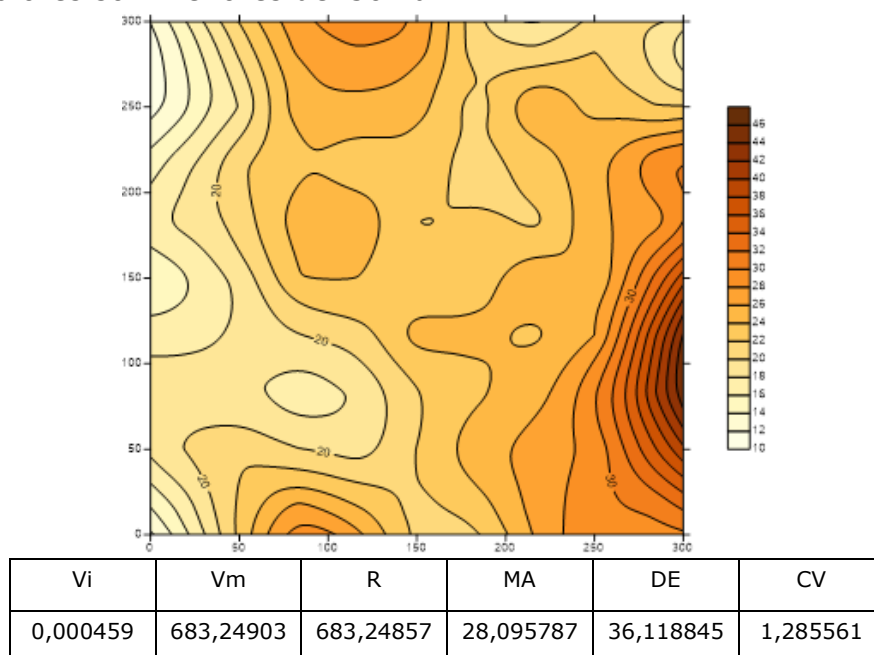
- Valor mínimo (V_i)
- Valor máximo (V_m)
- Rango ($R = V_m - V_i$)
- Media aritmética (MA)
- Desviación estándar (DE)
- Coeficiente de variación ($CV = DS/MA$)

3.1. Comportamiento de las variables

Las Figuras de la 1 a la 4 recogen, en su parte superior, el comportamiento de cada variable dentro de la frontera de los datos de R3, y debajo, los resultados estadísticos básicos y el histograma de distribución de frecuencias de los valores V_{MER} en el modelo MPL, obtenido para cada una de ellas.

3.1.1. Espesor de la corteza de intemperismo (L)

El histograma de distribución de frecuencias (Figura 1) de los valores V_{MER} en el modelo MPL, obtenido para L, revela que, aproximadamente, el 68 % de los valores son menores del 30 %.



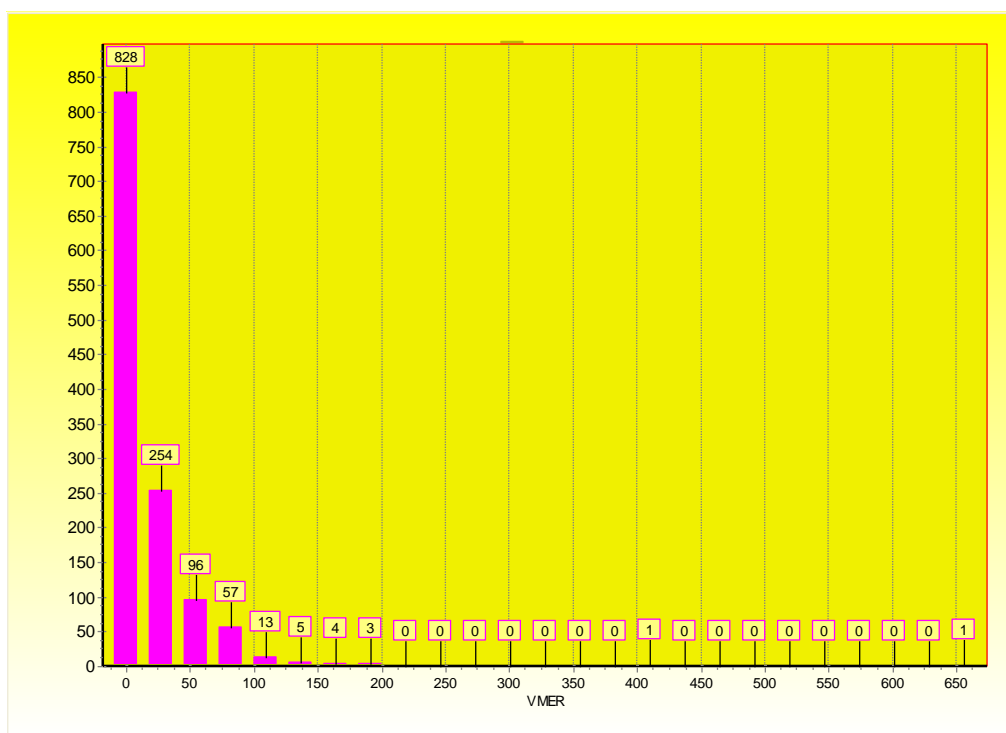
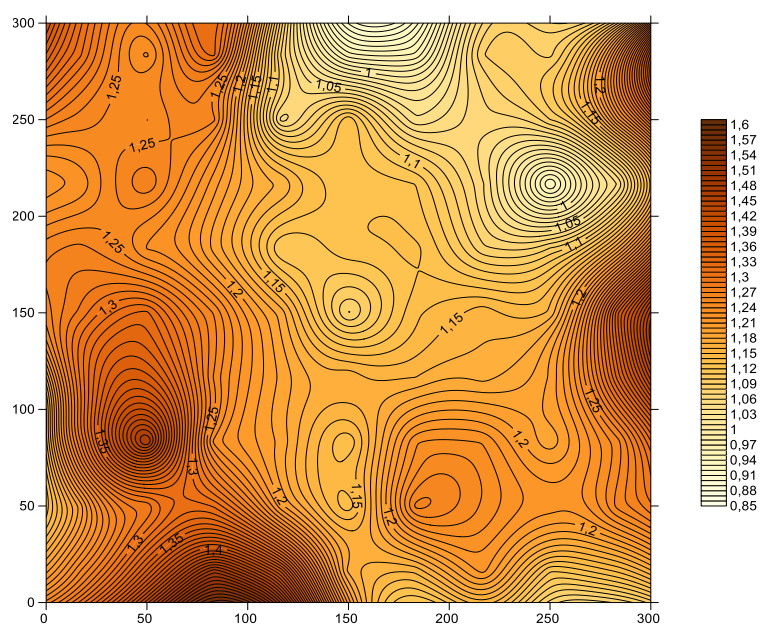


Figura 1. Modelación del comportamiento dentro de la frontera de los datos de R_3 según el MPL, estadística básica y distribución de frecuencias de VMER para la variable L.

3.1.2. Concentración porcentual del Ni

Las estimaciones de Ni, según el método MPL, dentro de la frontera de los datos de R_3 se muestra en la Figura 2. Aproximadamente el 90 % de los valores VMER son menores del 30 %.



| Vi | Vm | R | MA | DE | CV |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| 0,028630 | 138,73468 | 147,24747 | 13,618712 | 12,764578 | 0,937282 |

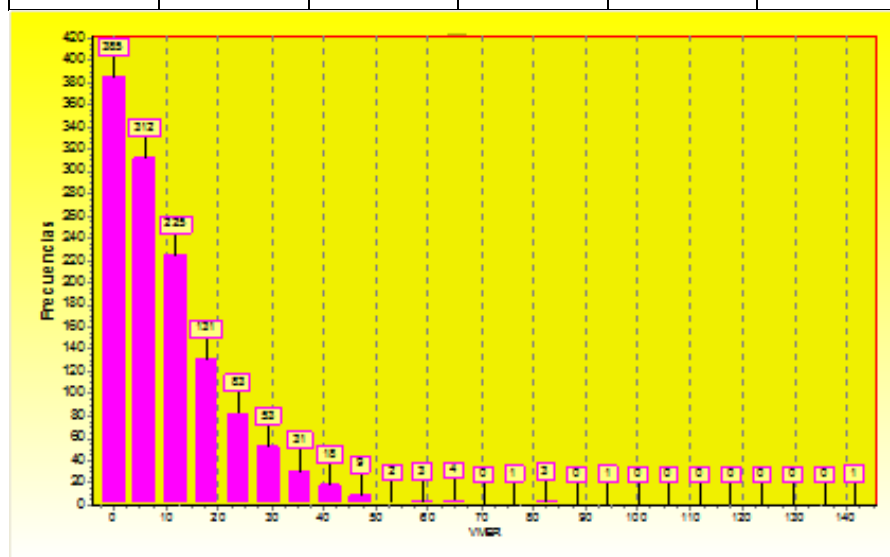
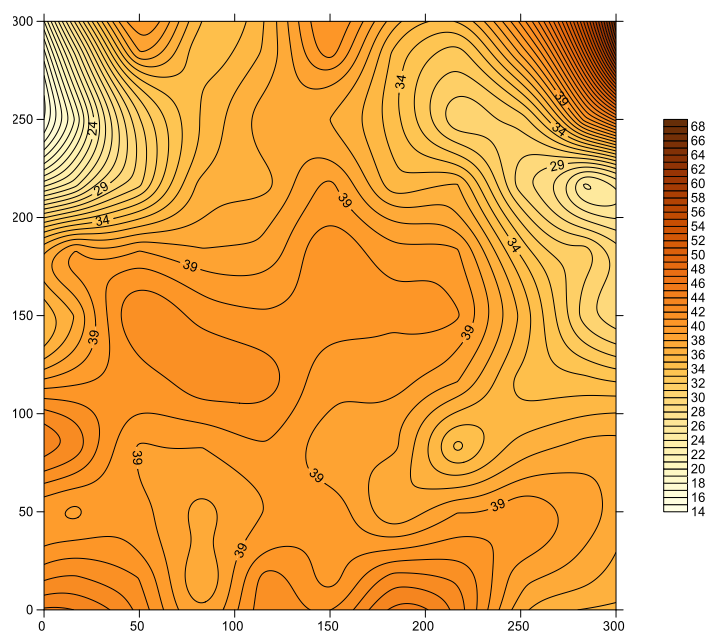


Figura 2. Modelación del comportamiento dentro de la frontera de R3, según MPL, estadística básica y distribución de frecuencias de VMER para la variable N_i .

3.1.3. Concentración porcentual de Fe

Para el caso de esta variable (Figura 3) aproximadamente el 93 % de los valores V_{MER} son menores del 30 %.



| Vi | Vm | R | MA | DE | CV |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| 0,020195 | 149,42144 | 149,40124 | 13,054519 | 11,972257 | 0,917097 |

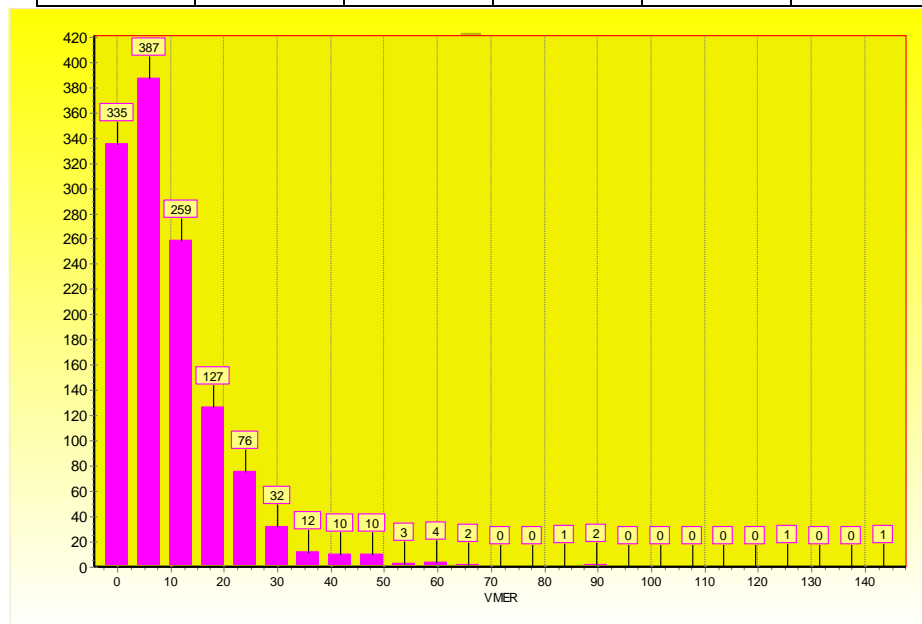
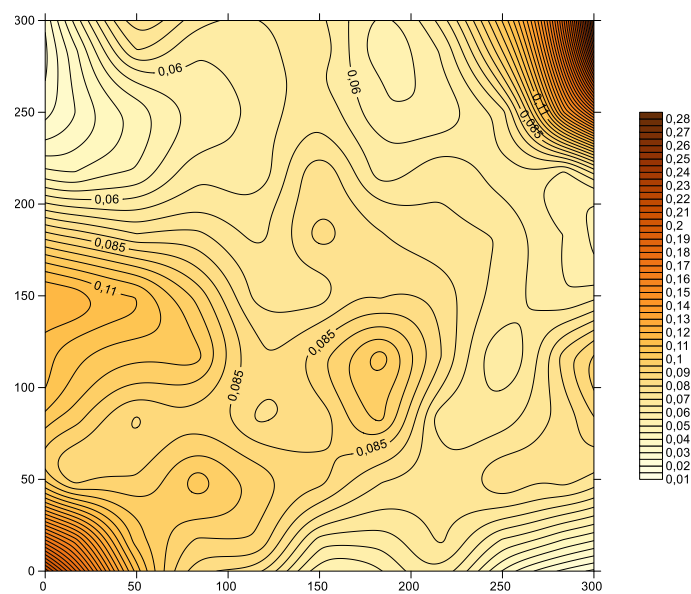


Figura 3. Modelación dentro de la frontera de R3, estadística básica e histograma de VMER para la variable Fe.

3.1.4. Concentración porcentual de Co

Los resultados para el Co (Tabla 4) mostraron que, aproximadamente, el 65 % de los valores VMER son menores del 30 %.



| Vi | Vm | R | MA | DE | CV |
|----------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------|
| 0,046523 | 1044,686 3 | 1044,639 8 | 31,48234 3 | 51,50699 0 | 1,63606 |

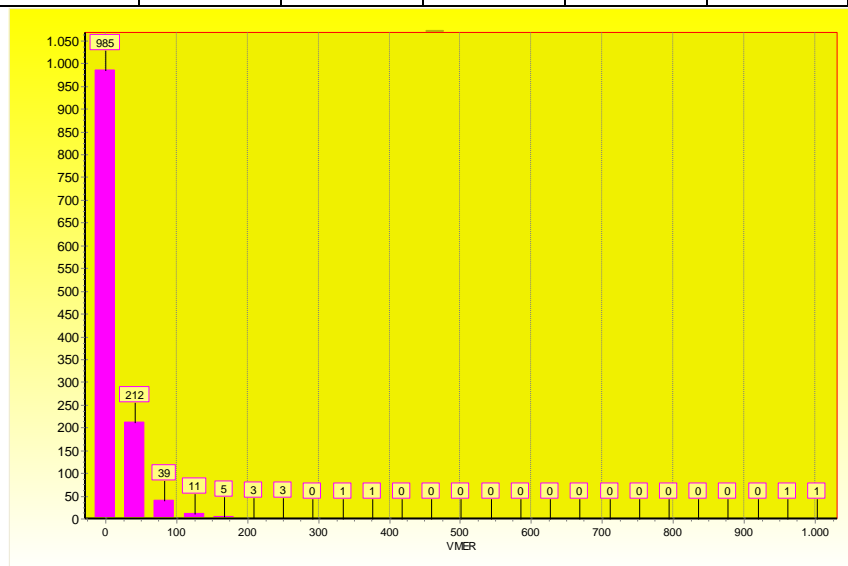


Figura 4. Modelación dentro de la frontera de R3, estadística básica e histograma de VMER para la variable Co.

3.1.5. Comparación de resultados por cuatro métodos

A partir de los resultados del presente trabajo y otros precedentes (Legrá-Lobaina, Guilarte-Noa & Guevara-Pérez 2015); Legrá-Lobaina, Quevedo-Mejías & Pupo-Mulgado 2015), la Tabla 2 resume los parámetros estadísticos básicos de los valores de los errores absolutos relativos en porcentaje para los métodos de kriging (K), inverso del cuadrado de la distancia (ID), funciones básicas radiales, según el modelo multicuadrático (FBR) y MPL, tal como se ha explicado en la presente investigación.

Tabla 2. Resumen de los parámetros estadísticos obtenidos por cuatro métodos para las variables L, Ni, Fe y Co (agrupados por variable)

| Variable | Modelo | Parámetros Estadísticos | | | | |
|----------|----------|-------------------------|--------|------------------|---------------------|---------------------------|
| | | Mínimo | Máximo | Media Aritmética | Desviación Estándar | Coefficiente de Variación |
| L | K | 0 | 696,25 | 28,72 | 36,62 | 1,38 |
| | ID | 0 | 668,27 | 29,33 | 40,13 | 1,36 |
| | FBR (MC) | 0 | 734,33 | 28,26 | 38,72 | 1,37 |
| | MPL | 0,00046 | 683,25 | 28,096 | 36,12 | 1,29 |
| Ni | K | 0 | 138,84 | 13,52 | 13,09 | 0,96 |
| | ID | 0 | 144,32 | 13,14 | 13,03 | 0,99 |
| | FBR (MC) | 0 | 133,5 | 14,02 | 13,47 | 0,96 |

| | | | | | | |
|----|----------|--------|---------|-------|-------|------|
| Fe | MPL | 0,029 | 138,74 | 13,62 | 12,77 | 0,94 |
| | K | 0 | 94,77 | 12,96 | 11,81 | 0,91 |
| | ID | 0 | 90,47 | 11,83 | 9,52 | 0,81 |
| | FBR (MC) | 0 | 105,65 | 13,66 | 12,86 | 0,94 |
| Co | MPL | 0,0201 | 149,42 | 13,06 | 11,97 | 0,92 |
| | K | 0 | 891,02 | 27,24 | 40,91 | 1,5 |
| | ID | 0 | 926,69 | 27,21 | 42,62 | 1,57 |
| | FBR (MC) | 0 | 1169,31 | 32,86 | 53,16 | 1,62 |
| | MPL | 0,047 | 1044,69 | 31,48 | 51,51 | 1,64 |

Un análisis de los resultados que se muestran en la tabla anterior indica que:

1. Respecto a los valores máximos de V_{MER} :

- El método de ID es el mejor para L y Fe. Para L y para Co el peor es FBR. El método K es el mejor para el Co y el peor para Fe es MPL.
- El Método FBR es el mejor para el Ni. El peor es ID.

2. Respecto a las medias aritméticas de V_{MER} :

- El MPL es el mejor para L. El peor para esta variable es ID.
- Para el Ni el mejor es MPL y el peor FBR. Lo mismo para el Fe y el Co.

3. Respecto al coeficiente de variación de V_{MER} :

- El MPL es el mejor para L. El peor es K.
- El MPL es el mejor para el Ni. El peor es ID.
- El método de ID es el mejor para Fe. El peor es FBR.
- El método de K es el mejor para Co. El peor es MPL.

Es bastante difícil poder determinar cuál de estos métodos es, en general, el más conveniente (Zimmerman *et al.* 1999) considerando solo dichos resultados. Entonces, resulta conveniente realizar alguna prueba de inferencia para evaluar para cada variable las hipótesis referidas a si hay o no relaciones entre los resultados de V_{MER} y el método que se utilice.

Para ello se considera para cada variable una tabla de frecuencias de aparición de valores "buenos" ($V_{MER} \leq 30$), "regulares" ($30 < V_{MER} \leq 66$) y "malos" ($V_{MER} > 66$). La prueba χ^2_α correspondiente se realiza con un nivel de significación $\alpha = 0,01$ (99 % de nivel de confianza).

En primer lugar se presenta en la Tabla 3 los resultados de las frecuencias o de resultados malos, regulares y buenos para cada variable.

Tabla 3. Frecuencias **o** de resultados malos, regulares y buenos para las variables L, Ni, Fe y Co.

| Variable | Resultado Método | Malos | Regulares | Buenos | Total |
|----------|------------------|-------|-----------|-----------------|-------|
| L | K | 134 | 268 | 860 (68,15 %) | 1 262 |
| | ID | 146 | 265 | 851 (67,43 %) | 1 262 |
| | FBR | 126 | 272 | 864 (68,46 %) | 1 262 |
| | MPL | 152 | 248 | 862 (68,3 %) | 1 262 |
| | Total | 558 | 1 053 | 3 437 (68,09 %) | 5 048 |
| Ni | K | 9 | 118 | 1 135 (89,94 %) | 1 262 |
| | ID | 10 | 106 | 1 146 (90,81 %) | 1 262 |
| | FBR | 9 | 125 | 1 128 (89,38 %) | 1 262 |
| | MPL | 13 | 108 | 1 141 (90,41 %) | 1 262 |
| | Total | 41 | 457 | 4 550 (90,14 %) | 5 048 |
| Fe | K | 3 | 111 | 1 148 (90,97 %) | 1 262 |
| | ID | 2 | 47 | 1 213 (96,12 %) | 1 262 |
| | FBR | 5 | 138 | 1 119 (88,69 %) | 1 262 |
| | MPL | 10 | 68 | 1 184 (93,82 %) | 1 262 |
| | Total | 38 | 417 | 4 593 (90,99 %) | 5 048 |
| Co | K | 81 | 338 | 843 (66,80 %) | 1 262 |
| | ID | 79 | 329 | 854 (67,67 %) | 1 262 |
| | FBR | 119 | 413 | 730 (57,85 %) | 1 262 |
| | MPL | 134 | 307 | 821 (65,06 %) | 1 262 |
| | Total | 413 | 1 387 | 3 248 (64,34 %) | 5 048 |

En la Tabla 4 se presentan las frecuencias esperadas **e** de resultados malos, regulares y buenos para cada variable.

Tabla 4. Frecuencias esperadas e para las variables L, Ni, Fe y Co

| Variable | Resultado Método | Malos | Regulares | Buenos | Total |
|----------|------------------|-------|-----------|----------|-------|
| L | K | 139,5 | 263,25 | 859,25 | 1 262 |
| | ID | 139,5 | 263,25 | 859,25 | 1 262 |
| | FBR | 139,5 | 263,25 | 859,25 | 1 262 |
| | MPL | 139,5 | 263,25 | 859,25 | 1 262 |
| | Total | 558 | 1053 | 3 437 | 5 048 |
| Ni | K | 10,25 | 114,25 | 1 137,5 | 1 262 |
| | ID | 10,25 | 114,25 | 1 137,5 | 1 262 |
| | FBR | 10,25 | 114,25 | 1 137,5 | 1 262 |
| | MPL | 10,25 | 114,25 | 1 137,5 | 1 262 |
| | Total | 41 | 457 | 4 550 | 5 048 |
| Fe | K | 9,5 | 104,25 | 1 148,25 | 1 262 |
| | ID | 9,5 | 104,25 | 1 148,25 | 1 262 |
| | FBR | 9,5 | 104,25 | 1 148,25 | 1 262 |
| | MPL | 9,5 | 104,25 | 1 148,25 | 1 262 |
| | Total | 38 | 417 | 4 593 | 5 048 |
| Co | K | 97 | 364 | 801 | 1 262 |
| | ID | 97 | 364 | 801 | 1 262 |
| | FBR | 97 | 364 | 801 | 1 262 |
| | MPL | 97 | 364 | 801 | 1 262 |
| | Total | 388 | 1 456 | 3 204 | 5 048 |

Siguiendo las ideas de Miller, Freund & Johnson (2005, p. 295) para cada variable se definen las hipótesis:

H_0 : La selección del método y los resultados de V_{MER} para L son independientes.

H_1 : La selección del método y los resultados de V_{MER} para L son dependientes.

Para el caso de la variable L se calcula:

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^C \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} = 4,332767305$$

Se determina χ_α^2 con $(R-1)(C-1)=6$ grados de libertad y se obtiene

$$\chi_{0,01;6}^2 = 16,8119.$$

La regla de decisión es que se rechaza la hipótesis H_0 si $\chi_c^2 > \chi_\alpha^2$. Dado que $\chi_c^2 < \chi_{0,01}^2$, entonces puede afirmarse con un 99 % de confianza que se acepta que la selección del método no influye en que los resultados de la estimación de L sean "Malos, "Regulares" o "Buenos".

Para la variable Ni se calcula:

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^C \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} = 3,280111433$$

Dado que $\chi_c^2 < \chi_{0,01}^2$, entonces puede afirmarse que se acepta con 99 % de confianza que la selección del método no influye en que los resultados de la estimación de Ni sean "Malos, "Regulares" o "Buenos".

Para la variable Fe se calcula:

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^C \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} = 20,3106774$$

En este caso se cumple que $\chi_c^2 > \chi_{0,01}^2$, entonces puede afirmarse que se acepta con un 99 % de confianza que la selección del método sí influye en que los resultados de la estimación de Fe sean "Malos, "Regulares" o "Buenos"; aunque no hay grandes diferencias entre los resultados de la misma clase obtenidos por diferentes métodos.

Nótese que en este caso las estimaciones realizadas por IPD han sido más eficaces que las que se realizaron con los otros métodos (más del 96 % de las estimaciones fueron buenas) y el método FBR tuvo un 88,69 % de estimaciones buenas. Para la variable Fe el método kriging y MPL tuvieron más del 90 % de estimaciones buenas.

Para el Co se calcula:

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^C \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} = 52,13120837$$

Puesto que $\chi_c^2 > \chi_{0,01}^2$, entonces puede afirmarse que se acepta con un 99 % de confianza que la selección del método sí influye en que los resultados de la estimación de Fe sean "Malos, "Regulares" o "Buenos"; aunque para esta variable tampoco hay grandes diferencias entre los resultados de la misma clase obtenidos por diferentes métodos.

En esta oportunidad la estimación por FBR ha sido mucho menos eficaz que las que se realizaron con los otros métodos.

4. CONCLUSIONES

- Los resultados muestran que el método de polinomio local es capaz de estimar adecuadamente las magnitudes L, Ni, Fe y Co.
- El resumen que se muestra en la Tabla 2 caracteriza la calidad de los resultados obtenidos por MPL a un nivel comparable con la calidad de los otros métodos estudiados.
- Las Tablas 3 y 4 muestran que a pesar de que hay ciertos métodos que en particular obtienen mejores o peores resultados, los valores porcentuales de estimar bien dependen, en cierta medida, de la variabilidad del L, Ni, Fe y Co expresadas por sus respectivos coeficientes de variación descritos en la Tabla 1.
- A partir de los resultados de las pruebas χ^2_α puede establecerse que en los casos de L y Ni la selección del método no influye en la calidad de los resultados pero sí influye en los casos de Fe y Co.

Una recomendación práctica para los que estudian los recursos y reservas de estos yacimientos es que al seleccionar el método de estimación consideren la simplicidad, la eficacia y la eficiencia del método, estudiando previamente sus parámetros estadísticos, de modo que, en alguna medida, se optimice su potencial de pronóstico..

5. REFERENCIAS

- BRONSHTEN, I. N.; SEMENDYAYEV, K. A.; MUSIOL, G. & MÜHLIG, H. 2007: Handbook of Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 1163 p. ISBN: 978-3-540-72121-5.
- CUADOR-GIL, J. Q. 2005: Estudios de estimación y simulación geoestadística para la caracterización de parámetros geólogo-industriales en el yacimiento laterítico Punta Gorda. *Minería y Geología* 21(4): 1-48.
- DEUTSCH, C. V. & JOURNEL, A. G. 1998: *GSLIB: Geoestatistical software library and User's Guide*. Oxford University Press, New York, 369 p.
- HILLIER, M. J.; SCHETSELAAR, E. M.; DE KEMP, E. A. & PERRON, G. 2014: Three-dimensional modelling of geological surface using generalized interpolation with Radial Basis Function. *Mathematical Geosciences* 46(8): 931-953.

- ILYAS, A. & KOIKE, K. 2012: Geostatistical Modeling of Ore Grade Distribution from Geomorphic Characterization in a Laterite Nickel Deposit. *Natural Resource Research* 21(2): 177-191.
- GOLDEN SOFTWARE, INC, 2012: Surfer. Versión 11.0.642. Golden, Colorado, USA.
- LEGRÁ-LOBAINA, A. A. 2014: Software Tierra. Versión 2.2. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa.
- LEGRÁ-LOBAINA, A. A.; QUEVEDO-MEJÍAS, R.; PUPO-MULGADO; M. 2015: Evaluación de modelos de variables geo-tecnológicas en un bloque de un yacimiento laterítico cubano: Tercera parte: funciones básicas radiales. *Minería y Geología* 31(3): 11-25.
- LEGRÁ-LOBAINA, A. A.; GUILARTE-NOA, A. M. & GUEVARA-PÉREZ, T. 2015: Evaluación de modelos de variables geo-tecnológicas en un bloque de un yacimiento laterítico cubano: Primera parte: kriging e inverso de la distancia. *Minería y Geología* 31(1): 29-51.
- LEGRÁ-LOBAINA, A. A.; CABALLERO-NÚÑEZ, J. L.; JIMÉNEZ-ROCHE; K. 2015: Evaluación de modelos de variables geo-tecnológicas en un bloque de un yacimiento laterítico cubano: Segunda parte: Influencia de la densidad de la red de muestreo en el variograma. *Minería y Geología* 31(2): 1-20.
- MARTÍNEZ-VARGAS, A. & PÉREZ-MELO, N. 2006: ¿Cuál es el mejor método para estimar variables en yacimientos lateríticos de níquel y cobalto? *Minería y Geología* 22(3): 1-21.
- MILLER, I.; FREUND, J. & JOHNSON, R. 2005: *Probabilidades y Estadísticas para ingenieros*. Volumen I y II. Cuarta Edición. Prentice-Hall Hispanoamericana S.A., México, 624 p. ISBN: 0-13-712-761-8
- ZIMMERMAN, D.; PAVLIK, C.; RUGGLES, A. & ARMSTRONG, M. P. 1999: Experimental Comparison of Ordinary and Universal Kriging and Inverse Distance Weighting. *Mathematical Geology* 31(4): 375-390.

Arístides Alejandro Legrá Lobaina. alegra@ismm.edu.cu

Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Auxiliar. Departamento de Matemáticas
Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa

Dulce María Atanes Beatón. atanes@fco.uo.edu.cu

Máster en Ciencias. Profesor Asistente. Departamento de Matemáticas Aplicadas
Universidad de Oriente

Oris Ramón Silva Diéguez. oriss@ismm.edu.cu

Máster en Ciencias. Profesor Asistente. Departamento de Matemáticas
Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa