

Coello-Velázquez, Alfredo L.; Hechavarría-Pérez, José R.; Castellanos-Pérez, Luis Orlando; Menéndez Aguado, Juan María

Modelación matemática de la fragmentación enlos trituradores de cono y de rodillos  
usando el modelo de Whiten (1972) modificado

Minería y Geología, vol. 33, núm. 4, octubre-diciembre, 2017, pp. 367-383

Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa 'Dr Antonio Nuñez Jiménez'  
Holguín, Cuba

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=223553249001>

# Modelación matemática de la fragmentación en los trituradores de cono y de rodillos usando el modelo de Whiten (1972) modificado

Alfredo L. Coello-Velázquez  
José R. Hechavarría-Pérez  
Luis Orlando Castellanos-Pérez  
Juan María Menéndez-Aguado

## Resumen

La modelación matemática del proceso de trituración de minerales mediante los métodos de balance de la población de partículas (PBM) es una herramienta fundamental en el análisis de procesos, la optimización y el diseño. Con el propósito de evaluar los eventos y procesos de fractura en los trituradores de cono y de rodillos se tomó como referencia el modelo estructural de Whiten (1972), modificando la función de distribución de la fragmentación. En tal sentido, esta función fue sustituida por la expresión de Austin y Luckie (1972). Para el desarrollo de la modelación se propuso un algoritmo elaborado en Matlab, como recurso para la determinación de los parámetros de fractura. El error de estimación del modelo estableció la factibilidad de su empleo en la modelación de la fragmentación de los trituradores evaluados, particularmente de los trituradores de rodillos, hasta hoy siempre descritos con modelos de fragmentación simple. Las funciones de clasificación y de distribución de la fragmentación, describen las particularidades de los eventos y procesos de fractura que tienen lugar en ambos trituradores.

**Palabras clave:** comminución; funciones de fracturas; métodos de balance de población de partícula; modelación matemática; trituración.

# Mathematical modeling of fragmentation in cone and roller crushers using modified Whiten's model (1972)

## **Abstract**

Crushing mathematical modeling using particles population balance method is a fundamental tool for process analysis, optimization and design. This paper deals with the evaluation of the fracture events and process in cone and rolls crushers. For that proposes, is taken as reference Whiten (1972) structural model modifying fragmentation distribution function. This function was replaced by Austin and Luckie (1972) expression. For model development, was created an algorithm using Matlab 13a like determining resource of fractures parameters. Model estimated error for evaluated crushers established the viability of its use for modelling and simulation, particularly for rolls crushers that even before were simulated by simple fragmentation models. Classification and fragmentation distribution functions obtained, describe the events and process fracture essentials that take place in both crushers.

**Keywords:** comminution; crushing; modeling; particles population balance method.

## 1. INTRODUCCIÓN

La comminución, término bajo el cual se agrupan los procesos de reducción de tamaño, ocupa un lugar importante en un numeroso grupo de industrias, tales como el procesamiento de minerales, la industria del cemento, la maderera, la química, la farmacéutica, de la cerámica y otras. Estos procesos son altos consumidores de energía (Stamboliadis 2002). Deniz (2003) asegura que, de toda la energía producida en el mundo, en la comminución se consume entre el 3-4 %.

En la industria minero-metalúrgica son empleados diferentes tipos de trituradores y molinos. En el caso particular de los trituradores, los de cono están ampliamente difundidos en el procesamiento de menas y rocas de dureza media y alta, mientras que los de rodillos tienen una presencia interesante en el procesamiento del carbón, caliza, yeso, fosfatos y minerales de hierro de dureza media y baja (Wills y Finch 2016). La principal diferencia entre ambos tipos de trituradores guarda relación con los mecanismos de fractura presentes en la fragmentación: la compresión y fricción para el triturador de cono y la compresión para el de rodillos.

El proceso de comminución, como norma, se caracteriza por la sucesión de varios fenómenos de fragmentación que operan simultáneamente o de forma consecutiva, o incluso de ambas formas (Lynch 1980). Los eventos de selección-fragmentación se suceden dentro de cada uno de esos eventos de fragmentación.

No obstante, puede suceder que cada evento sea precedido de un evento de separación dimensional, o sea, de una clasificación antes de cualquier evento de fragmentación. Este fenómeno de clasificación-fragmentación se pone de manifiesto principalmente en los trituradores de cono y de mandíbulas. En ambos casos, las partículas saldrán del triturador solo si son menores que la apertura de descarga del triturador. En otras palabras, el triturador de cono puede simplificarse en una zona de fragmentación y en una zona de clasificación (Leyva *et al.* 2015).

En los trituradores de cono, la fragmentación ocurre de forma progresiva por la compresión y desgaste sucesivo, resultado de la acción de los órganos de trabajo sobre el material en su acercamiento al punto descarga, describiendo así un evento de fragmentación múltiple.

Según Wills y Napier-Munn (2006), en la trituración por rodillos la fragmentación ocurre por la compresión simple de los rodillos, lo cual hace suponer que prevalece la fragmentación simple.

Los modelos basados en el balance de la población de partículas son herramientas muy útiles en la modelación de procesos de trituración y molienda (Coello *et al.* 2011). En su esencia, estos métodos consideran que el proceso de reducción de tamaño básicamente contiene dos elementos: a) el evento de fractura representado por la función de distribución de la fragmentación, b) el proceso de fractura, representado por la función de selección. En los trabajos de Lynch (1980) y Kelly & Spottiswood (1990) están ampliamente tratados los fundamentos de las funciones de fractura.

La función selección ( $S$ ) expresa la probabilidad de que las partículas sean seleccionadas para el proceso de fragmentación. Esta probabilidad depende del tamaño de las partículas (Lynch, 1980). La función de distribución de la fragmentación ( $B$ ) describe la forma en que se redistribuye el tamaño del material después de la fragmentación de las partículas originales (Coello, Menéndez & Laborde 2008).

La función de distribución de la fragmentación en su forma parcial se representa como  $b_{i,j}$  y expresa la fracción de masa de las partículas de tamaño mayor que  $i$ , obtenida por la fragmentación de las partículas de tamaño mayor  $j$ . En forma acumulada  $B_{i,j}$  cuantifica la fracción másica de los fragmentos de tamaño menor que  $i$ , obtenidos por la fractura de las partículas de mayor tamaño  $j$ .

Considerando las características particulares del trabajo de los trituradores de cono y de rodillos, en lugar de la función de selección se propone utilizar una función de clasificación que expresa la esencia de la fragmentación en los trituradores de cono y de mandíbulas, principalmente. Esta función ha sido ampliamente utilizada en la modelación del proceso de trituración en trituradores de cono (Whiten 1972; Leyva *et al.* 2015), trituradores de martillo (Nikolov 2002, 2004; Coello *et al.* 2011; Austin, Van Orden & Pérez 1980) y para la trituración en rodillos (Kwon *et al.* 2012).

Whiten (1972) definió en la función de clasificación que los elementos de la matriz diagonal son obtenidos a partir de una función de tamaño de partícula  $C(x_i)$ , la cual proporciona la probabilidad de una partícula de tamaño ( $x_i$ ) de entrar en la fragmentación del triturador.

Para describir esta función, en la trituración en cono de menas de plomo-zinc del yacimiento de Broken Hill en Australia, Whiten empleó una función de probabilidad dependiente del tamaño de las partículas. Los parámetros de esta función dependen de la apertura de descarga de las trituradoras (*closed size setting*). Esta función ha sido utilizada ampliamente anteriormente con resultados satisfactorios (Leyva *et al.* 2015; Hechavarría *et al.* 2008).

Por su esencia, la función de probabilidad empleada por Austin *et al.* (1981) es una función de clasificación. Austin prefija el módulo de distribución de su ecuación igual para todos los materiales. Resulta poco probable que la forma de distribución de la función de probabilidad sea siempre la misma.

Para la descripción matemática de la función de distribución de la fragmentación (*B*) se han propuesto diferentes expresiones matemáticas. En su modelo, Whiten (1972) para la modelación de esta función, utilizó la ecuación de Broadbent y Callcot (1956). La expresión de Austin y Luckie (1972) ha sido empleada para representar dicha función, tanto en procesos de molienda como de trituración (Nikolov 2004; Hernández *et al.* 2008; Coello *et al.* 2011; Leyva *et al.* 2015; Laborde 2005).

Los modelos estructurales que aparecen con mayor frecuencia en la literatura corresponden a Reid (1965) y a Whiten (1972). El modelo de fragmentación simple (Reid 1965) se puede representar según el esquema de la Figura 1.

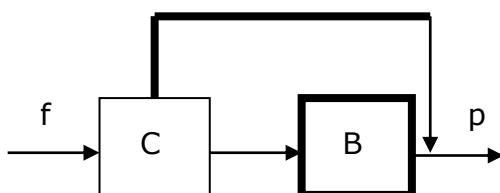


Figura 1. Modelo estructural de Reid (1965).

El modelo estructural de Whiten (1972), presentado en la Figura 2, describe un proceso donde las partículas pueden someterse a varios eventos de fragmentación. Su extendida aplicación es muestra de su probada eficacia en la práctica de la modelación y simulación de varios trituradores.

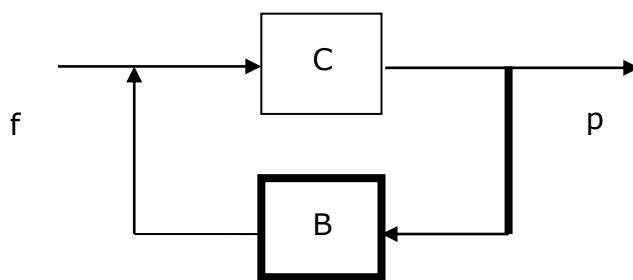


Figura 2. Esquema del modelo estructural de Whiten (1972).

Varios investigadores (Austin *et al.* 1981; Soni, Shukla & Kundu 2009) usaron un modelo de fragmentación simple para la modelación de la trituración de rodillos lisos. Sin embargo, otros (Kwon *et al.* 2012) emplearon un modelo de fragmentación múltiple para describir el triturador

de rodillos desarrollado por Austin, Van Orden & Pérez (1980) muy diferente del modelo de Whiten (1972). De acuerdo con ellos (Kwon *et al.* 2012) en este modelo, luego de una fragmentación primaria, las partículas pueden ser seleccionadas para una re-fragmentación o simplemente pasar sin ella, para considerar el proceso de reaglomeración del carbón en estos trituradores.

Comúnmente, la evaluación del trabajo de los trituradores y molinos está basada en la información energo-tecnológica que requiere de múltiples y laboriosos cálculos (Wills & Finch 2016).

El propósito de este artículo es exponer un modelo matemático, cuyo algoritmo desarrollado en *Matlab* no solo permite obtener la información suficiente para la evaluación del trabajo de los trituradores, sino que además brinda la posibilidad de valorar los eventos y procesos de fractura presentes en la conminución de materiales.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

### 2.1. Descripción del modelo

Para la modelación del proceso de conminución se emplea el modelo de balance de la población de partícula de la ecuación (1) propuesta por Whiten (1972).

$$p = ((I - C) \cdot (I - BC)^{-1}) f \quad (1)$$

I= es la matriz de identidad.

C= función de clasificación, u.

B= función de distribución de la fragmentación, u.

### 2.2. Parámetros del modelo

#### *Función de clasificación*

Para la descripción de la función de clasificación se asume la función de Whiten (1972):

$$\left. \begin{array}{l} C_j = 1 - \left( \frac{x_j - k_1}{k_2 - k_1} \right)^{k_3} \quad \text{para } k_1 \leq x_j \leq k_2 \\ C_j = 1 \quad \text{Si} \quad x_j > k_2 \\ C_j = 0 \quad \text{Cuando} \quad x_j < k_1 \end{array} \right\} \quad (2)$$

Donde:

$dj$ : tamaño de partículas.  $Cj$  es la probabilidad o razón de fragmentación de las partículas de tamaño  $j$ ,  $k_1$  tamaño máximo de las partículas con probabilidad de fragmentación igual cero (mm),  $k_2$  es el tamaño mínimo de partículas con probabilidad de fragmentación igual a uno (mm) y  $k_3$  es una constante adimensional que caracteriza la forma de distribución de tamaño del material.

#### *Función de distribución de la fragmentación*

Para describir esta función se emplea la ecuación de Austin & Luckie (1972).

$$B_{ij} = \left\{ \begin{array}{l} \phi \left( \frac{x_i}{x_j} \right)^\alpha + (1 - \phi) \left( \frac{x_i}{x_j} \right)^\beta \text{ si } i < j \\ 0. \text{ ----- para } i > j \end{array} \right\} \quad (3)$$

$B_{i,j}$  es la fracción de masa con tamaño de partículas  $i$  obtenida por la fragmentación de las partículas de mayor tamaño  $j$ ,  $x_j$  es el tamaño de las partículas iniciales,  $x_i$  es la fracción de masa de las partículas con tamaño máximo  $i$  que aparecen después de la fragmentación de las partículas originales. Los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\phi$  son adimensionales y dependen de las condiciones del proceso.

La ecuación (3) genera un sistema de ecuaciones no lineales con varias incógnitas. Los métodos de solución mediante prueba y error resultan excesivamente laboriosos, aún con el uso de programas informáticos. Su solución presenta cierta complejidad por el uso de herramientas matemáticas.

### **2.3. Algoritmo para la determinación de las funciones de C y B**

La determinación de  $B$  y  $C$ , por separado, permite obtener modelos de mayor alcance, pero se requiere de gran laboriosidad y recursos. Sin embargo, su determinación conjunta presupone una economía del tiempo, recursos e información. Según Kelly y Spottiswood (1990) este tipo de técnicas se han convertido en una verdadera moda.

El algoritmo empleado para la obtención y validación del modelo se representa en el esquema de la Figura 3. Como etapa previa a la modelación se deben obtener las distribuciones de tamaño del mineral de alimentación ( $f$ ) y del producto ( $p$ ), mediante la toma de muestras y la caracterización del tamaño del mineral a través del método de análisis de tamices.

El algoritmo presentado en la Figura 3 se puede dividir en las siguientes etapas:

- I. Introducción de los datos iniciales ( $x$ ,  $f$  y  $p$ )
- II. Introducción del intervalo de valores de los coeficientes de  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $a$ ,  $\beta$  y  $\phi$ .
- III. Cálculo de las matrices  $b$  y  $C$  que representan las funciones de la fractura.
- IV. Cálculo del vector  $p$  mediante el modelo matricial (1) y las funciones  $B$  y  $C$ .
- V. Búsqueda de los valores de los parámetros de las funciones de la fragmentación mediante algoritmo de optimización. Para esto se emplean métodos iterativos en la obtención de un mínimo para el error estándar del modelo.
- VI. Validación del modelo mediante criterios estadísticos como Chi-cuadrado, comparaciones de la media y la desviación estándar entre los valores observados y calculados de la distribución de tamaño del producto (p observado y p calculado).

Para la validación del modelo se asumen como datos los valores de  $f$ ,  $p$  y  $x$  (Tablas 1 y 2) de una mena de zinc (Taggart & Behre 1945) procesadas en dos tipos de trituradoras: una de cono y una de rodillos.

Tabla 1. Valores iniciales de los datos para la trituradora de cono (After, Taggart & Behre 1945)

Datos iniciales para el triturador de cono											
x, mm	100	76	51	38	25,4	19	12,7	9,5	7,65	3,75	0,074
f, mm	9,1	26,4	19,5	11,6	7,1	0	11,4	0	0	0	14,9
p, mm	0	0	0	0	20,8	13,6	23,5	8,5	6,7	8,5	18,4

Tabla 2. Valores iniciales de los datos para la trituradora de rodillos (After, Taggart & Behre 1945)

Datos iniciales para el triturador de rodillos											
x, mm	2,36	1,65	1,39	1,16	0,83	0,5	0,35	0,24	0,17	0,14	0
f, mm	0,1	6,1	35,4	35,9	19,1	2,6	0,4	0,1	0	0,1	0
p, mm	0	1,2	15,4	35,5	30,5	8,5	3,7	1,6	1,1	0,8	0

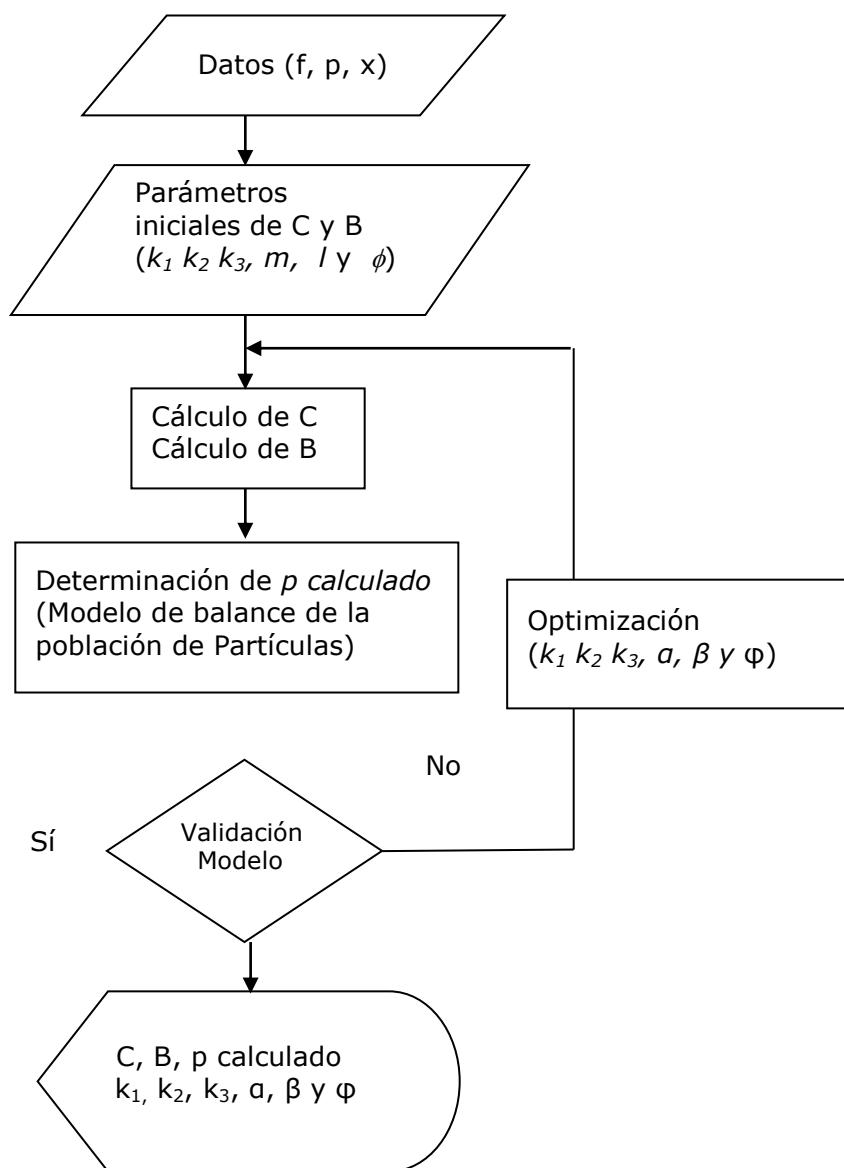


Figura 3. Algoritmo para los cálculos iterativos de los parámetros de fractura.

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 3.1. Análisis de las funciones de clasificación y de distribución de la fragmentación.

En las Figuras 4 y 5 se presenta la función clasificación obtenida para las trituradoras de cono y de rodillos, respectivamente. Ambas funciones se describen de forma adecuada mediante la expresión 2. De acuerdo con los valores de  $k_3$ , la forma de la distribución de la función de probabilidad es diferente para ambos trituradores.

La diferencia en los coeficientes  $k_1$  y  $k_2$  está dada por las diferencias en el tamaño de alimentación, el *closed size setting* (CSS) y las especificidades de los mecanismos de fragmentación de ambas trituradoras. Los valores de

los coeficientes del modelo de la función de clasificación aparecen en la Tabla 3.

Tabla 3. Valor de los coeficientes de la función de clasificación

No	Tipo de triturador	Valor de los coeficiente		
		$k_1$ , mm	$k_2$ , mm	$k_3$ , u
1	De cono	31,9	7,99	1,025
2	De rodillos	1,646	0,155	1,730

El coeficiente de nitidez (SI) es una medida de la inclinación de la curva de la clasificación (Austin & Concha 1994); cuando el valor de SI es igual a 1, la clasificación es ideal. El coeficiente de nitidez para el triturador de cono y de rodillos resultó 0,6 y 0,4, respectivamente. Esto significa que, en el triturador de cono, las partículas minerales mayores que el tamaño  $d_{50}$  tienen mayor oportunidad de fragmentación. Teniendo en cuenta que los tamaños relativos ( $d_{50}/d_{\max}$ ) de ambos trituradores son iguales, se puede concluir que las partículas menores que el  $d_{50}$  tienen menores oportunidades de fragmentación en el triturador de rodillos. Esto explica la mayor producción de finos en los primeros.

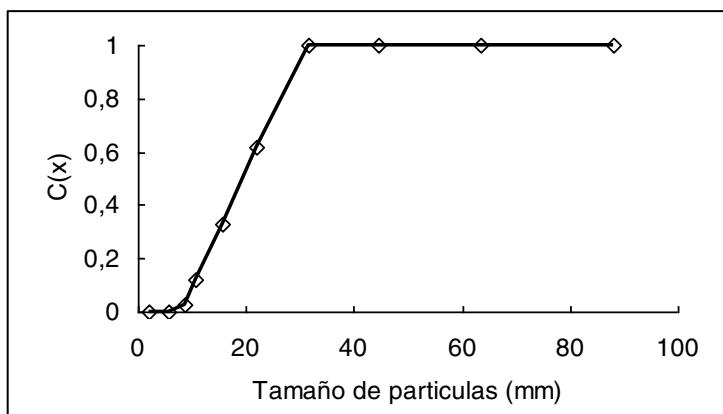


Figura 4. Función clasificación para la trituradora de cono.

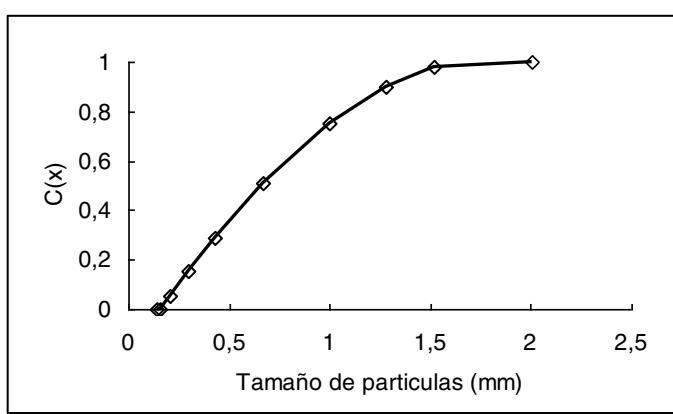


Figura 5. Valores de la función clasificación en la trituradora de rodillos.

La forma de la función de distribución de la fragmentación para ambos trituradores sigue las mismas regularidades independientemente de las diferencias en los tamaños de alimentación. Pole (2005) encontró regularidades similares en la trituración en trituradoras de mandíbulas para el yacimiento de Caimanes. Resulta interesante que para las menas de zinc empleadas en este estudio también se cumplen estos patrones de conducta de la función de distribución de la fragmentación.

Estos elementos confirman los postulados de Nikolov (2002) sobre la independencia de la forma de la función de distribución de la fragmentación del tamaño inicial para la trituración de las rocas de caliza (Nikolov 2002) y de zeolitas (Hechavarría *et al.* 2008); más bien, depende del tipo de material (Leyva *et al.* 2015). El BWI de ambas rocas y la mena de zinc son cercanos: 12,1 kWh/t para la caliza (Wills y Finch 2016) y 13,2 kWh/t (Pole 2005) y 12,42 kWh/t (Lewis & Horst 1980) para la mena de zinc.

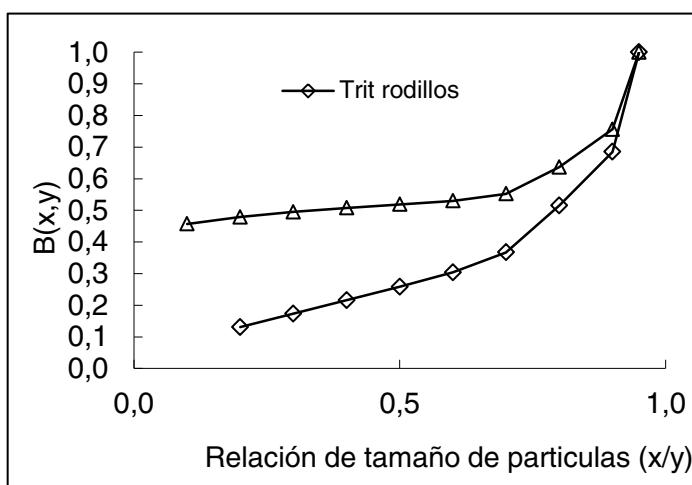


Figura 6. Función de distribución de fragmentación para ambos trituradores.

Los parámetros de fractura de la expresión de Austin y demás colaboradores (1972) se presentan en la Tabla 4. Los valores de los parámetros de fractura se muestran consecuentes con los mecanismos de fragmentación de las trituradoras evaluadas y, por ende, con las fracturas generadas en las partículas minerales: el clivaje y la abrasión para las trituradoras de cono, y el clivaje para las de rodillos.

Tabla 4. Parámetros de fractura del modelo de Austin *et al.* (1972)

Tipo de triturador	$\Phi$	$\alpha$	$\beta$
De cono	0,55	0,11	14,9
De rodillos	0,42	0,9	13,9

En cuanto a la generación de finos, los parámetros de fractura ( $\Phi$  y  $\alpha$ ) confirman que las trituradoras de cono generan más finos que las

trituradoras de rodillos; el valor de  $\varphi$  es mayor que en el primero. Los valores de  $\alpha$  demuestran que el mecanismo de fractura generador de partículas finas (abrasión) está presente en el triturador de cono. A juzgar por el valor del coeficiente  $\alpha$  para el triturador de rodillos también existe cierta generación de finos, sin embargo, esta producción de finos debe estar relacionada con la refragmentación del material entre los rodillos y entre el material interior.

Básicamente estos elementos se asocian a la intensidad de la energía aplicada a las partículas minerales. De acuerdo con Kelly y Spottiswood (1990), los mecanismos de fractura y los resultados de la distribución de tamaño dependen de la intensidad de la energía aplicada en la fragmentación.

La tendencia a la sustitución de los trituradores de rodillos por trituradoras de cono (Wills & Napier-Munn 2006) es una expresión práctica de los argumentos anteriormente planteados.

### 3.2. Análisis de los resultados de la distribución granulométrica

En las Figuras 6 y 7 se aprecia que la distribución granulométrica de los productos modelados para cada triturador sigue patrones similares a la distribución granulométrica del producto triturado en los objetos reales. El error estándar de estimación de los modelos es de 2,16 % y 1,28 % para las trituradoras de cono y de rodillos, respectivamente.

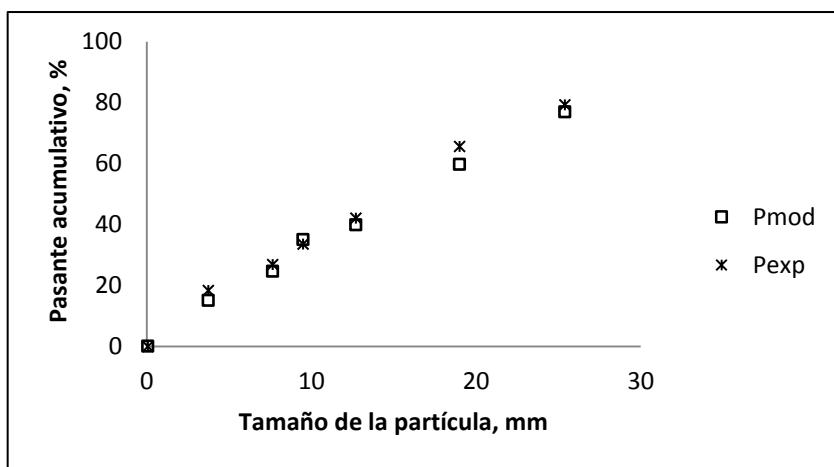


Figura 6. Distribución granulométrica del producto calculado y observado en la trituradora de cono.

Resulta interesante que la sensibilidad del modelo asume las diferencias en los mecanismos de fragmentación de ambos trituradores. La tendencia de la distribución de tamaño modelada para ambas trituradoras es un poco diferente. La distribución de tamaño del producto del triturador de cono

sigue un patrón lineal, mientras para el triturador de rodillos sigue una tendencia en forma de una función S.

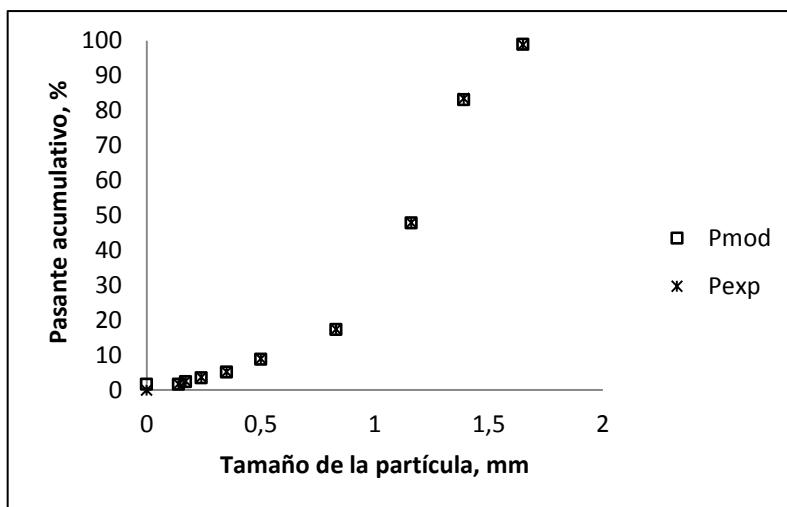


Figura 7. Distribución granulométrica del producto calculado y observado en la trituradora de rodillos.

Los resultados de las Figuras 7 y 8 representan la comparación entre los valores modelados y experimentales del producto de las trituradoras modeladas. Sus desviaciones muestran escasas diferencias, un poco más pronunciadas para el triturador de cono. Para el triturador de rodillos, la sensibilidad del modelo es mayor para las fracciones mayores de  $d_{10}$  aproximadamente; el caso del triturador de cono la distribución de las desviaciones es bastante homogénea a todo lo largo del espectro granulométrico.

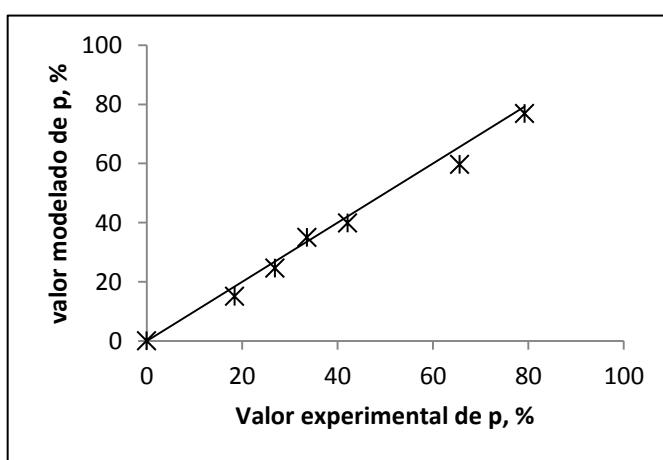


Figura 7. Correlación entre los valores del producto modelado y el producto experimental para la trituradora de cono.

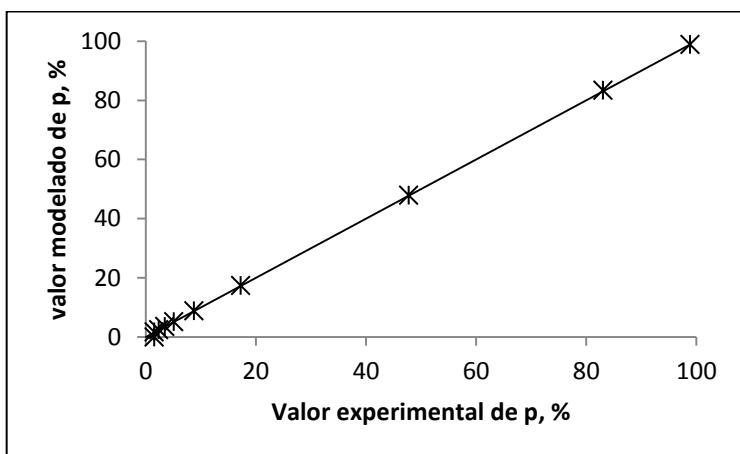


Figura 8. Correlación entre los valores del producto modelado y el producto experimental para la trituradora de rodillos.

En la Tabla 5 se observa que para una probabilidad de un 95 %, los valores calculados del criterio de Chi-cuadrado ( $\chi^2$ ) son muy inferiores a los valores críticos. Esto indica que existe una adecuada correspondencia entre los valores observados y los modelados.

Tabla 5. Resultados de la prueba Chi cuadrado

Tipo de trituradora	Valor del estadígrafo de Chi-cuadrado	
	Valor crítico	Valor obtenido
Trituradora de cono	12,5916	1,791
Trituradora de rodillos	16,9190	2,697

#### 4. CONCLUSIONES

- Las funciones obtenidas de clasificación y de distribución de la fragmentación describen las particularidades de los eventos y procesos de la fragmentación en ambos trituradores, específicamente para el triturador de cono; a las partículas minerales se les presentan mayores oportunidades de fragmentación con mayor producción de finos.
- El modelo matemático propuesto reproduce patrones similares de la distribución granulométrica del producto triturado en las trituradoras de cono y de rodillos con una adecuada precisión. Particularmente en esto último, antes simulado con un modelo de fragmentación simple, se demuestra la factibilidad del modelo de Whiten (1972) modificado.

## 5. REFERENCIAS

- AUSTIN, L. G. & CONCHA, F. 1994: *Diseño y simulación de circuitos de molienda y clasificación*. CYTED. Programa Iberoamericano de Ciencia y Tecnología para el Desarrollo. Subprograma de Tecnología Mineral. Red de Fragmentación XIII-A.
- AUSTIN, L. G. & LUCKIE, P. T. 1972: Estimation of non-normalized breakage distribution parameters from batch grinding. *Powder Technol* 5: 267-277.
- AUSTIN, L. G.; VAN ORDEN, D. R. & PÉREZ, J. W. 1980: A preliminary analysis of smooth roll crushers. *International Journal of Mineral Processing* 6: 321-336.
- AUSTIN, L. G.; VAN ORDER, D. R.; Mc WILLIAMS, B. & PÉREZ, J. M. 1981: Breakage parameters of some materials in smooth roll crushers. *Powder Technology* 28: 245-251.
- BROADBENT, S. R. & CALLCOTT, T. G. 1956: A matrix analysis of processes involving particle assemblies. *Phil. Trans Royal Soc. Lond. Ser. A.* 249(960): 99-123.
- COELLO-VELÁZQUEZ, A. L.; MENÉNDEZ, A. J. M. & LABORDE, B. R. 2008: Grindability of lateritic nickel ores in Cuba. *Powder Technology* 182: 113-115.
- COELLO-VELÁZQUEZ, A. L.; MENÉNDEZ-AGUADO, J. M.; HECHAVARRÍA-PÉREZ, J. R.; SÁNCHEZ, A. B. & ÁLVAREZ, B. 2011: Toward the determining the behaviour of de fragmentation functions during the impact crushing of minerals. *Mineral and metallurgical processing* 28(2): 82-86.
- DENIZ, V. 2003: The effect of the fraction mill critical speed on kinetic breakage parameters of clinker and limestone in laboratory ball mill. Snd. International Mining Congress and Exhibition of Turkey-IMCET. ISBN-975-395-603-3.
- HECHAVARRÍA, J. R.; COELLO, V. A.; MENÉNDEZ, J. M. & LABORDE, R. 2008: Aplicación de los modelos de Nikolov en la trituración por impacto de la mineral zeolita del yacimiento San Andrés, Holguín. *Minería & Geología* 24(4).
- KELLY, E. G. & SPOTTISWOOD, D. J. 1990: The breakage function, what is it really? *Minerals Engineering* 3(5): 405-414.
- KWON, J.; CHO, H.; MUN, M. & KIM, K. 2012: Modeling of coal breakage in a double-roll crusher considering the reagglomeration phenomena. *Powder Technology* 232: 113-123.
- LABORDE, R. 2005: *Modelación y simulación matemática de la molienda del mineral laterítico con composición substancial compleja*. Tesis doctoral.

Alfredo L. Coello Velázquez & Juan María Menéndez Aguado (Tutores).  
Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa.

- LEWIS, F. M. & HORST, W. E. 1980: Comminution-classification-screening. In: Weiss, N. (ed). *SME Mineral Processing Handbook*. SME, NY.
- LEYVA-MORMUL, A.; COELLO-VELÁZQUEZ, A. L.; HECHAVARRÍA-PÉREZ, J. R.; MENÉNDEZ-AGUADO, J. M.; LEYVA-GONZÁLEZ, O. S. & LEYVA-RAMÍREZ, E. 2015: Modelo de Whiten (1972) modificado para modelación de la trituración de la antracita residual de Nicaro. *Minería & Geología* 31(1): 13-28.
- LYNCH, J. A. 1980: *Circuitos de trituración y molienda de minerales*. Editorial Rocas y Minerales, Madrid.
- NIKOLOV, S. 2002: A performance model for impact crusher. *Minerals Engineering* 15: 715-721.
- NIKOLOV, S. 2004: Modelling and simulation of particle breakage in impact crushers. *Int. J. Miner. Process.* 74: 219-225.
- POLE, F. M. 2005: *Caracterización de la preparación mecánica de las zeolitas naturales de Caimanes*. Coello-Velázquez, A. & Menéndez-Aguado, J. M. (Tutores). Tesis de maestría. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa.
- REID, K. J. 1965: A solution to the batch grinding equation. *Chemical Engineering Science* 20(11): 953-963.
- SONI, S. K.; SHUKLA, S. CH. & KUNDU, G. 2009: Modeling of particle breakage in a smooth double roll crusher. *International Journal of Mineral Processing* 90(1): 97-100.
- STAMBOLIADIS, E. T. 2002: A contribution to the relationship of energy and particle size in the comminution of brittle particulate materials. *Mineral Engineering* 15(10): 707-714.
- TAGGART, A. F. & BEHRE, H. A. 1945: *Handbook of mineral dressing, ores and industrial minerals*. John Wiley & Sons.
- WHITEN, W. J. 1972: The simulation of crushing plants with models developed using multiple spline regression. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy* 72(10): 257.
- WILLS, B. & FINCH, J. 2016: *Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery*. Eighth Edition. Elsevier Ltd, London, 496 p.
- WILLS, B.; NAPIER-MUNN. 2006: *Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery*. Seventh Edition. Elsevier Ltd, London, 450 p.

Alfredo L. Coello-Velázquez, [acoello@ismm.edu.cu](mailto:acoello@ismm.edu.cu)

Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Titular.  
Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa, Holguín, Cuba.

José R. Hechavarría-Pérez, [jhperez@facing.uho.edu.cu](mailto:jhperez@facing.uho.edu.cu)

Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Auxiliar.  
Universidad de Holguín “Oscar Lucero Moya”. Holguín, Cuba.

Luis Orlando Castellanos-Pérez, [locp@facinf.uho.edu.cu](mailto:locp@facinf.uho.edu.cu)

Universidad de Holguín, Cuba.

Juan María Menéndez Aguado, [maguado@uniovi.es](mailto:maguado@uniovi.es)

Doctor en Ciencias Técnicas. Universidad de Oviedo. España.