



Revista de Métodos Cuantitativos para la  
Economía y la Empresa

E-ISSN: 1886-516X

ed\_revmetcuant@upo.es

Universidad Pablo de Olavide  
España

Gil Lafuente, Anna M.; Ortigosa, Mauricio; Merigó, José M.

Teoría de la incertidumbre aplicada al valor del cliente en situaciones contractuales con intervalos de  
confianza

Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa, vol. 4, diciembre, 2007, pp. 75-97

Universidad Pablo de Olavide

Sevilla, España

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=233117223005>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto



UNIVERSIDAD  
PABLO DE OLAVIDE  
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA  
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (4). Páginas 75-97.  
Diciembre de 2007. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.  
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art15.pdf>

## Teoría de la incertidumbre aplicada al valor del cliente en situaciones contractuales con intervalos de confianza

GIL LAFUENTE, ANNA M.

Departamento de Economía y Organización de Empresas

Universidad de Barcelona (España)

Correo electrónico: [amgil@ub.edu](mailto:amgil@ub.edu)

ORTIGOSA, MAURICIO

Departamento de Economía y Organización de Empresas

Universidad de Barcelona (España)

Correo electrónico: [mortigosa@hotmail.com](mailto:mortigosa@hotmail.com)

MERIGÓ, JOSÉ M.

Departamento de Economía y Organización de Empresas

Universidad de Barcelona (España)

Correo electrónico: [jmerigo@ub.edu](mailto:jmerigo@ub.edu)

### RESUMEN

El valor del consumidor ha sido un concepto muy estudiado desde hace tiempo por investigadores en las áreas de marketing. La mayoría de estas investigaciones están basadas en supuestos deterministas o aleatorios, al medir magnitudes o eventos que intervienen en el cálculo del valor del cliente.

En muchas ocasiones, los modelos del valor del consumidor en los que se involucran magnitudes que hacen referencia al futuro, por el entorno regido por su mutabilidad y por la incertidumbre, resultan excesivamente precisos para poder reflejar la realidad. Kaufmann y Gil Aluja (1986), que son dos de los precursores e investigadores más notables en Europa en las técnicas operativas de gestión, sostenían que “lo impreciso, lo borroso, no tiene por qué ser inexacto”. Podemos trabajar con modelos en los que tradicionalmente se utilizan cifras precisas pero no son necesariamente exactos.

En la investigación que nos ocupa, proponemos las aportaciones necesarias para utilizar cifras inciertas, borrosas, pero más adecuadas a la realidad. Vamos a presentar, para ello, dos modelos del valor del cliente (CLV) con la herramienta menos estructurada de la teoría de la incertidumbre: los intervalos de confianza, con la finalidad de ayudar a trabajar magnitudes inciertas involucradas en el cálculo del CLV.

**Palabras clave:** valor del cliente; valor del consumidor; modelos del valor del cliente; intervalos de confianza; incertidumbre.

**Clasificación JEL:** C53; M31.

**2000MSC:** 90B60.

# The Uncertainty Theory assignment in the Customer Lifetime Valuation (CLV) for contractual settings with security intervals

## ABSTRACT

The Customer Lifetime Value (CLV) concept has been highly purposed in many researches in the marketing area since long time ago. Almost all of them tend to be based on determinist or stochastic assumptions when measuring magnitudes or events which have to do with CLV estimates.

Often, the Customer Lifetime Valuation (CLV) involves magnitudes that link to the future by the running environment, its mutability and uncertainty, and this turn out the results to be too accurate. Kaufman and Gil Aluja (1986), who are the two most well known European investigators, have carried out researches into several operative management techniques, stood by the following statement “Most of our traditional tools for formal modelling, reasoning, and computing are crisp, deterministic and precise in character”. Then traditional modelling with precise data can not necessarily mean to be accurate.

In this study the authors will deal with some useful directions for uncertainty data, fuzzy data to stand out more accurate according to the reality. Two different Customer Lifetime Value (CLV) models with a least structured uncertainty theory tool will be introduced as well as security intervals that are connected to uncertain magnitudes in the CLV estimation.

**Keywords:** customer lifetime value (CLV); customer lifetime valuation (CLV); customer lifetime value models (CLVM); security intervals; uncertainty.

**JEL classification:** C53; M31.

**2000MSC:** 90B60.



## 1. INTRODUCCIÓN

El campo del marketing ha tenido considerables cambios desde el inicio de los años ochenta; autores tales como Grönroos (1994, 2004), Gummesson (1994) y varios más, se refieren a dichos cambios como el nuevo paradigma del marketing y al igual que el propio concepto de marketing, ha sido estudiado desde diferentes ángulos.

Uno de los pioneros en utilizar el término de marketing relacional fue Leonard Berry en 1983 con estudios en marketing de servicios en Estados Unidos. Kandampully y Duddy (1999) describen la definición inicial de L. Berry acerca del marketing relacional de forma muy simple:

*“atraer, desarrollar y retener las relaciones con los consumidores”*

Esto supone ir más allá del marketing convencional, ya que no solo se limita en atraer clientes y efectuar intercambios, ésta definición plantea un enfoque dirigido a consolidar relaciones a largo plazo.

Otros autores como Morgan y Hunt (1994), Grönroos (1994), Gummesson (1996), Alet (2004) y varios más, contemplan en sus definiciones de marketing relacional tres elementos comunes a todos ellos:

1. El concepto de *relación*, que está presente en todos.
2. La *interactividad*, que se genera a partir del entramado de las relaciones entre las distintas figuras que intervienen en los procesos.
3. El carácter *temporal o a largo plazo* que se atribuye a toda relación.

Con estos elementos, aspectos tan comunes como participación de mercado, volumen de ventas, medidas financieras normalmente a corto plazo, entre otros más, dejan paso a nuevos indicadores como por ejemplo: la tasa de retención de clientes, el coste de adquisición de nuevos clientes, la vida media de un cliente, el valor del cliente para la empresa (customer lifetime value = CLV) y muchos más.

De todos estos indicadores, y atendiendo al arte de atraer y retener consumidores rentables con una perspectiva de relación a largo plazo con cada cliente, el valor del cliente (CLV) ha sido un concepto que ha llamado la atención para ser estudiado desde hace tiempo por diversos investigadores en el área de marketing.

El valor económico del cliente es, en última instancia, la mejor fuente de financiación de cualquier empresa. Entre los primeros investigadores que realizaron

estudios sobre el impacto económico que genera la fidelidad del cliente se encuentran Reichheld y Sasser (1990); ellos mencionan que una reducción del 5% en las bajas de clientes, el valor presente neto de los flujos de efectivo en la relación de un cliente promedio, puede ser incrementada del 25% al 85% según la actividad. Reichheld (2002) en su nueva edición del clásico libro escrito en 1996 “The Loyalty Effect”, menciona que para tratar a los clientes como activos económicos, es necesario cuantificar y predecir la duración o permanencia del cliente con la empresa y el ciclo de flujo de fondos del cliente.

Payne y Holt (2001), mencionan que la línea de investigación del CLV es importante por tres razones:

(1) Los diferentes segmentos de consumidores tienen diferente beneficio potencial para la empresa y el patrón de beneficio puede variar dependiendo del periodo en que se encuentre el ciclo de vida del cliente y otras consideraciones.

(2) Cuidar al grupo de consumidores que representan los más valiosos clientes durante largos periodos, puede incrementar significativamente el beneficio para la empresa.

(3) Finalmente, algunos estudios enfatizan la vinculación entre el clima de servicio interno y el impacto sobre la satisfacción del empleado y la retención del consumidor.

En la presente investigación, se presenta una propuesta teorica-metodológica para calcular el CLV, aplicables a ciertos contextos. La contribución principal se centra en abordar el tratamiento de la incertidumbre en la obtención del valor del consumidor. Muchos modelos propuestos se enfrentan a la incertidumbre con herramientas dentro de la teoría de la probabilidad, entendiendo la incertidumbre de manera diferente a como la definimos en el presente trabajo.

En el prólogo de uno de los libros de Kaufmann y Gil Aluja (1987), Raymond Barre, en ese momento profesor de Economía Política de París, menciona que los citados autores han mostrado que los hechos imprecisos y los números inciertos no pueden ser tratados según los mismos principios que los hechos precisos y los números ciertos o que las variables aleatorias. Los autores Kaufmann y Gil Aluja han sabido transformar instrumentos ya empleados en el ámbito de la certeza o de lo probable para

aplicarlos a la incertidumbre. En esta dirección, vamos a mostrar cuales son dichas adaptaciones al estudio del CLV bajo la incertidumbre.

## 2. CONSIDERACIONES PREVIAS A LA APLICACIÓN DE LOS MODELOS PROPUESTOS

Podemos decir que el estudio del valor del cliente (CLV) a través de sus diversas líneas de investigación, tiene en la actualidad una gran importancia tanto para la empresa como para la universidad. Los modelos del CLV se han ido presentando a través de varios autores reconocidos en esta línea de investigación. Como es natural pensar, dichos modelos, tienen sus propias limitaciones ya que funcionan bajo ciertos supuestos. Por tanto, consideramos oportuno mostrar algunos de esos modelos para que sean adaptados a nuevos entornos.

Pasemos a presentar los modelos del valor del cliente más representativos dentro de ésta línea de investigación, de esta forma podemos proponer como aportación, el tratamiento de la incertidumbre como elemento adicional en este camino.

Seleccionamos 4 modelos que consideramos a modo de muestra, suficiente para poder tener un conocimiento previo a nuestra aportación.

### 2.1. MODELO ESTRUCTURAL BÁSICO DEL CLV

En la literatura se hace referencia al modelo estructural básico del CLV como el valor presente neto de los flujos futuros de los consumidores.

El modelo estructural básico tiene la forma:

<p><b>Modelo estructural básico del CLV</b></p> <p><b>Fuente: Jain y Singh (2002)</b></p> $CLV = \frac{(R_1 - C_1)}{1 + d} + \frac{(R_2 - C_2)}{(1 + d)^2} + \dots + \frac{(R_n - C_n)}{(1 + d)^n} = \sum_{i=1}^n \frac{(R_i - C_i)}{(1 + d)^i}$
--

donde  $d$  es la tasa de descuento,  $C$  los costes de mantenimiento de los clientes y  $R$  el rendimiento de los clientes.

Es el modelo más simple pero que muestra la estructura central del valor del cliente aplicando las herramientas utilizadas en matemáticas financieras o más en general de la teoría financiera: nos referimos al Valor Actual Neto (VAN).

Podemos afirmar que dos de los autores que han realizado un excelente conjunto de escenarios bajo la óptica del modelo estructural básico son Berger y Nasr (1998). En ese artículo, muestran una serie de modelos para determinar el valor del cliente en base a una taxonomía sistemática teórica y un conjunto de suposiciones sobre el comportamiento del cliente o consumidor.

## *2.2. MODELO DE MIGRACIÓN*

El modelo de migración ha sido propuesto por Dwyer (1997). El autor hace mención a una clasificación donde divide a los compradores industriales en dos grandes categorías:

(1) Los clientes que comparten vendedores o proveedores y pueden ajustar su cartera de gasto entre ellos. Los autores anteriores hacen referencia a ellos con el nombre “always-a-share”.

(2) Los clientes que se han comprometido con el vendedor o empresa por un largo periodo, donde el cambio a otra empresa le implica un alto coste, pero si el cliente decide dejar al proveedor, la cuenta es cancelada para siempre. En cierta forma es una relación de cautiverio. Los autores se refieren a estos clientes como “lost-for-good”. En este caso, menciona Dwyer (1997), el problema para resolver el valor del cliente puede ser tratado como un problema de retención y propone una ligera variación al modelo estructural básico del CLV.

Por tanto, si consideramos la contribución bruta (CB) al final de cada periodo y los costes de promoción o retención (M) a la mitad de cada periodo, el autor propone la siguiente expresión, que no es más que el valor presente de los beneficios de cada periodo y los costes de retención también en valor presente. En esencia es aplicar nuevamente el significado del modelo estructural básico con ciertas variantes de importancia. La expresión queda:

**Modelo del migración del CLV**  
**Fuente : Dwyer (1997)**

$$CLV = \underbrace{\left\{ CB \times \left\{ C_0 + \left[ \sum_{i=1}^n [C_i] \right] / (1+d)^i \right\} \right\}}_{\text{Valor presente de los beneficios}} - \underbrace{\left\{ M \times \left[ \left[ C_0 / (1+d)^{0,5} \right] + \left[ \sum_{i=1}^n [C_i] / (1+d)^{i+0,5} \right] \right\} / C_0 \right\}}_{\text{Valor presente...}}$$

...de los costes de retención,

donde  $C_0$  es la base de clientes  
iniciales en el momento de calcular  
el CLV.

donde  $d$  es el tipo de descuento y  $C$  la base de clientes.

Dwyer (1997) al igual que los modelos de Berger y Nasr (1998) no contemplan los costes de adquisición, solo consideran en su jerarquía de costes: los costes de retención o promoción, y los que entran en la contribución bruta (CB) utilizada.

### 2.3. MODELO DE ASIGNACIÓN DE LOS MEJORES RECURSOS

Hay un tercer modelo útil cuando la optimización de los recursos monetarios tiene especial importancia en la relación con el cliente. Blattberg y Deighton (1996) incorporan en su modelo los costes de adquisición: proponen una forma para encontrar un balance entre los costes de adquisición y de retención con la finalidad de maximizar el CLV.

En un artículo de Berger y Nasr (2001), muestran en un cuadro el desarrollo utilizado por Blattberg y Deighton (1996) para obtener la expresión final del valor del cliente quedando de la siguiente forma:



### Cálculo del valor del consumidor

Fuente: Blattberg y Deighton (1996)

$$\text{CLV} = \underbrace{a\$m - \$A}_{\text{VPN de los gastos de adquisición (año de inicio)}} + \underbrace{a (\$m - \$R/r) \left[ \frac{r'}{1-r'} \right]}_{\text{VPN de los gastos de retención}}, \text{ donde } r' = r/(1+d)$$

donde  $a$  es el número de clientes,  $m$  los ingresos,  $R$  los gastos,  $A$  los gastos iniciales,  $r$  el rendimiento en cada momento de tiempo y  $r'$  el rendimiento actualizado.

Maximizando el CLV en la igualdad anterior, es el mejor balance en dichos gastos. Para ello, recomiendan los autores, se busca un valor  $\$R$  tal que al sustituir en la expresión permita obtener el CLV más grande, determinando así el gasto de adquisición  $\$A$ . Este resultado, es el valor del cliente esperado de un consumidor promedio adquirido con gastos  $\$A$  y retenido con gastos de  $\$R$  para cada año. Obsérvese que VPN hace referencia al valor previsto neto y *retenido con gastos*  $\$R$ , significa que un cliente permanece como tal en una empresa si ésta realiza desembolsos para mantener una determinada fidelidad.

Con esto podemos ver que el modelo usa el CLV como base para tomar decisiones sobre la asignación de recursos, a diferencia de los otros modelos presentados en los epígrafes anteriores, donde el objetivo había sido solamente calcular el CLV. Además, este modelo sí toma en cuenta los gastos de adquisición para calcular el CLV. A pesar de sus respetables atributos, el modelo continúa conservando algunas de las debilidades que otros modelos ya tienen: periodicidad y frecuencia constante en relación a los flujos de caja, no considera de forma conjunta o simultánea la adquisición y retención para maximizar el CLV, y en este caso por simplicidad, también se asume que todos los flujos de caja ocurren al inicio de cada año.

Los autores muestran con este modelo, la intención de asignar de la mejor manera los recursos buscando la maximización del valor del cliente. En esta misma dirección, Berger y Nasr (2001) han continuado estudiando en especial, la asignación de los recursos de promoción a través de dos conceptos: calculo de decisión y valor del

consumidor. Además comentan las posibles sinergias entre diferentes vehículos promocionales.

#### *2.4. MODELOS DE RELACIONES DE CLIENTES (CADENAS DE MARKOV)*

Este enfoque en la obtención del valor del cliente, en cierto modo, tiende a generalizar las propuestas de los autores anteriores. Estos modelos se desarrollan a través de las llamadas Cadenas de Markov.

Pfeifer y Carraway (2000) por su parte proponen una clase de modelos matemáticos llamados “Modelos de cadenas de Markov” (MCM), que son apropiados para modelar las relaciones con los clientes y calcular el CLV.

La principal ventaja de estos modelos es su flexibilidad, y pueden ajustarse a la gran mayoría de las situaciones representadas en los modelos propuestos por Berger y Nasr (1998), Dywer (1997) y Blattberg y Deighton (1996), lo que significa que pueden ser utilizados para clientes en esquemas de migración como en situaciones de retención, así como, en situaciones con clientes actuales o bien futuros. Pfeifer y Carraway (2000) mencionan que su flexibilidad permite adaptar los MCM para algunos escenarios no cubiertos en los modelos previamente mostrados.

Otra ventaja de los MCM, es que se fundamentan en una sólida teoría estocástica o probabilística, además de la teoría de los procesos de decisiones de Markov. Con estas herramientas, según los autores, hacen frente a la incertidumbre que rodea la relación con el cliente, haciendo la aclaración por nuestra parte que dicho término, no tiene el mismo significado que el utilizado en el presente artículo. En este caso, la probabilidad y el valor esperado permiten hablar sobre la relación futura con un cliente individual.

Los Modelos de cadenas de Markov (MCM), en su versión amplia, trabajan de forma sutil con una métrica denominada “Recency, Frequency, Monetary value” (RFM). Autores tales como Reinartz y Kumar (2000), mencionan que en la actualidad muchas empresas utilizan dicha métrica para determinar la asignación del gasto a los consumidores en sus bases de datos. Otros autores mencionan que la métrica RFM es de las más fiables para el pronóstico de las ventas. No obstante, los MCM reciben una particular crítica: Jain y Singh (2002) mencionan que los periodos de tiempo de compra para todos los clientes nuevamente se asumen como iguales y fijos. Además, el cálculo de las probabilidades de transición de un periodo a otro es un elemento crítico para el

éxito de tales modelos y dichas probabilidades no son fáciles de calcular, agregando por nuestra parte que esas medidas están limitadas a informaciones objetivas.

En el modelo más simple, en lugar de tomar los tres componentes de la métrica RFM (Recency, Frequency, Monetary value), se considera solamente el primer elemento R: el número de periodos desde que el cliente realizó la última compra. Al obtener las probabilidades de transición de un estado a otro, cuyo resumen se muestra en la matriz P llamada matriz de transición de un paso (“one-step”), y al calcular la matriz  $P^t$  que resume la probabilidad de compra pronosticada y la matriz R que resume los flujos de efectivo, ambas elaboradas dependiendo del número de periodos desde la última compra (R). Pfeifer y Carraway (2000) llegan a una propuesta del valor presente esperado:

$$V^T = \sum_{t=0}^T [(1+d)^{-1} P]^t R$$

El vector  $V^T$  es el equivalente al CLV y representa el valor presente esperado de un cliente en particular con una relación de duración T y una tasa de descuento d.

Los autores muestran que si se considera un horizonte infinito, la expresión resulta ser la siguiente:

**Modelo de Cadena de Markov**  
**Situación de migración con probabilidades de compra en función del número de periodos desde la última compra (Recency)**  
**Fuente: Pfeifer y Carraway (2000)**

$$V = \lim_{T \rightarrow \infty} V^T = \{ I - (1+d)^{-1} P \}^{-1} R = CLV$$

**donde I es la matriz identidad.**

Recordemos que el anterior modelo puede ser caracterizado como una situación de migración con el cliente, cuando la probabilidad de compra depende del número de periodos transcurridos desde la última compra (R).

Si asumimos que además de las probabilidades de compra, también los gastos de marketing (M) y la contribución neta (CN) depende del número de periodos transcurridos desde la última compra (R), el modelo se va sofisticando cada vez más. De

esta forma, podemos construir MCM donde la probabilidad de compra, los gastos de marketing y la contribución neta (CN) dependen también de la frecuencia y del valor monetario, en definitiva, se hace uso de la métrica “Recency, Frequency, Monetary value” (RFM) para llegar a una categorización de clientes, mostrando esa flexibilidad que se comentó al inicio de este epígrafe.

Hemos visto hasta este momento cuatro modelos del valor del cliente. Sin dejar de admirar el especial mérito que representa cada uno de ellos, aparecen situaciones en donde los datos históricos no existen por tratarse de clientes nuevos o bien, el hecho de asignar unas probabilidades a esos clientes en base a la historia de otros, es como suponer que todos los anteriores clientes se comportan de la misma manera, según las leyes de las probabilidades. Incluso, Pfeifer y Carraway (2000) mencionan que con la aplicación de las probabilidades se hace frente a la incertidumbre que envuelve la relación futura entre cliente y empresa.

Es precisamente el concepto de incertidumbre el que va a protagonizar los modelos del CLV propuestos en la presente investigación bajo la óptica del modelo estructural básico. Considerando el término *incertidumbre* de forma distinta a los anteriores autores, pasamos a presentar dos modelos del valor del cliente con magnitudes inciertas (intervalos de confianza).

### **3. MODELOS DEL VALOR DEL CLIENTE CON INTERVALOS DE CONFIANZA**

A pesar de la gran variedad de modelos existentes relacionados con el valor del cliente (CLV) y con ánimos de aportar valor añadido a cada uno de ellos, se observa que ninguno de los modelos presentados, hacen referencia en la incertidumbre inherente a la estimación de magnitudes futuras propias de dichos esquemas. En muchos casos las estimaciones se basan en datos históricos, lo que implica de alguna forma, un grado de estabilidad en el sistema económico de las empresas, inexistente en el contexto actual. En otros casos, se establece un marco de probabilidades o de procesos estocásticos como herramienta para apoyar el pronóstico de eventos futuros que resultan muy necesarios al medir el valor del cliente. En este caso se suele confundir aleatoriedad o azar con incertidumbre.

Kaufmann y Gil Aluja (1990) indican claramente que el azar posee leyes conocidas o no y su medida está asociada con la probabilidad, y la incertidumbre no posee leyes y está deficientemente estructurada y se explica de manera subjetiva. Los mismos autores describen un hecho incierto cuando hace referencia al futuro, donde no puede situarse en el tiempo (¿cuándo?) ni en el espacio (¿dónde?), y el pasado no aporta nada o muy poca información para la previsión del acontecimiento. Este es el significado que vamos a adoptar en la presente investigación al término *incertidumbre*. No se pretende reemplazar la teoría de la probabilidad en la medición de la aleatoriedad, sino proporcionar una manera natural de trabajar con problemas en los que la fuente de la imprecisión radica en la ausencia de criterios estrictos más que en presencia de variables aleatorias o de datos ciertos.

Uncles, Dowling y Hammond (2003) han demostrado que los consumidores no son 100% fieles o leales a las empresas. El movimiento de clientes es cada vez más volátil o se comparte entre más empresas. Las organizaciones conviven en un entorno de mayor incertidumbre comparado con épocas pasadas. La dificultad de predecir o estimar magnitudes involucradas con el valor del cliente se incrementa en un clima de incertidumbre: tasas de descuento, niveles de ventas, compras, tiempo de duración del cliente, entre otras magnitudes.

Al contemplar al cliente como un activo fundamental para la vida financiera de la empresa en un clima de incertidumbre, nos obliga a buscar una vía alterna o adaptar los desarrollos ya existentes, con instrumentos y técnicas que permitan la convivencia en ese nuevo entorno. Kaufmann y Gil Aluja (1986) mencionan que la teoría de los subconjuntos borrosos es una parte de las matemáticas que se halla perfectamente adaptada al tratamiento tanto de lo subjetivo como de lo incierto.

El presente trabajo tiene como finalidad mostrar dos modelos del valor del cliente (CLV) con magnitudes inciertas bajo la óptica del modelo estructural básico, haciendo uso de la aritmética de la incertidumbre. Se partirá del esquema más sencillo y propio del ámbito de la certeza, para llegar a dos modelos en donde la incertidumbre juega un papel protagónico en las magnitudes involucradas.

### 3.1. EL VALOR DEL CLIENTE (CLV) EN LA CERTEZA

A pesar de la gran variedad de trabajos referentes al valor del cliente que se han publicado en las revistas científicas y en libros sobre la materia, existe un vacío referente al tratamiento de la incertidumbre a la hora de contemplar las magnitudes que intervienen en la estimación del beneficio.

La posibilidad de introducir estimaciones inciertas mediante intervalos de confianza, tripletas de confianza o números borrosos, va a resultar de utilidad para los responsables de Marketing o Ventas.

En el modelo del CLV en la certeza, asumimos que:

- 1) Existe una relación contractual con la empresa por  $n$  periodos (meses, años, etcétera)
- 2) Se conocen todos los datos con certeza: ventas, costes, tasa de descuento.
- 3) Los flujos de costes e ingresos por ventas, se asumen en el mismo punto en el tiempo para simplificar los cálculos.
- 4) No hay colapsos significativos entre los costes de ventas, costes de retención y costes de captación. Esto puede ser el caso de estar suscrito en alguna revista con publicaciones periódicas, o algo similar.

Si consideramos que:

$V_t$  = Ventas en cada periodo

$CV_t = CP_t + CS_t$  = Coste de venta en cada periodo, incluye: costes del producto y costes de servicios adicionales.

$CB_t$  = Contribución bruta por consumidor en cada periodo:  $V_t - CV_t$

$CC$  = Coste de captación (publicidad, comunicación, etc.)

$n$  = número de periodos (años, meses, etc.)

$i$  = tasa de actualización (o de descuento) anual (apropiada para las inversiones de marketing).

Bajo condiciones de certeza, si se quiere obtener el valor del cliente, es suficiente con calcular el valor presente de los flujos futuros de ingresos por ventas y coste de venta a una tasa determinada de actualización menos los costes de captación realizados al inicio. Otra forma equivalente es calcular la contribución bruta marginal por consumidor en cada periodo y después, actualizar dichas magnitudes al año cero menos los costes de captación.

Por tanto, el valor del cliente se puede expresar como:

$$CLV = \sum_{t=1}^n CB_t [1/(1+i)^t] - CC$$

Una vez que hemos considerado el esquema más clásico, sin profundizar en estos momentos en todas las posibles combinaciones que se pueden realizar como lo muestra Berger y Nasr (1998), vamos a hacer uso de un elemento de la teoría de la incertidumbre: los intervalos de confianza como representación del número incierto menos estructurado de la borrosidad.

### 3.2. PRIMER MODELO DEL VALOR DEL CLIENTE (CLV) CON TASAS INCIERTAS

Gil Aluja (2002) señala que, en el ámbito de la economía y gestión de empresas, en el intento de realizar un adecuado tratamiento de los problemas que atañen a la sociedad, resulta difícil establecer medidas de manera cierta o mediante la probabilidad. En Europa, pioneros como Arnold Kaufmann y Gil Aluja, han tratado los fenómenos económicos y de gestión en la empresa que se producen conservando su incertidumbre, así como manteniendo la máxima información posible hasta lo más avanzado de los procesos, para hacer caer la entropía en caso necesario, lo más tarde posible, dado que siempre es posible reducir la incertidumbre aunque sea a costa de perder información.

Pasemos a mostrar un modelo donde desconocemos con precisión la tasa de interés para actualizar los flujos futuros monetarios.

**Ejemplo.** En el ámbito de la certeza, la tasa de interés para la actualización de los flujos monetarios, por hipótesis, se supone conocida. Bien sabemos que en la realidad esa magnitud pronosticada difícilmente es cierta, sobre todo cuando el horizonte económico es muy largo. Conservemos todos los supuestos contemplados en la certeza y consideremos solo la tasa de interés (o actualización) como la magnitud incierta en este problema.

El ejemplo numérico a mostrar, consiste en obtener el valor económico de un consumidor, donde hemos tenido unos costes de captación por cliente de 70 u.m. El cliente firma un contrato por cuatro años para una revista especializada que se publica

anualmente con precio de venta de 100 u.m. Suponemos también que el coste de venta es fijo por periodo de 25 u.m., incluye coste del producto y servicios adicionales. Por lo que la contribución bruta por cada venta es de 75 u.m. ¿Cuál es el valor económico de ese cliente con estos supuestos?

Como la tasa de interés es el único dato con incertidumbre, esto implica que el responsable del área en la empresa debe expresar una previsión de dicha tasa en forma de datos inciertos.

Supongamos que sus estimaciones o valuaciones subjetivas son:

Para el año 1:  $[2\%; 4\%] = \tilde{i}_1$       Para el año 3:  $[3\%; 7\%] = \tilde{i}_3$

Para el año 2:  $[3\%; 6\%] = \tilde{i}_2$       Para el año 4:  $[4\%; 9\%] = \tilde{i}_4$

Observamos que, a mayor horizonte temporal en su estimación, la amplitud del número incierto tiende a ser más grande, lo que refleja mayor incertidumbre. Procedemos así a realizar actualizaciones a partir de intervalos de confianza (números inciertos).

Siguiendo el camino adoptado en el ámbito de la certeza, tenemos que los factores de actualización inciertos presentan la siguiente forma:

$$\text{Año 1: } 1/(1(+)\tilde{i}_1) = [0,96 ; 0,98] = \tilde{\alpha}_1$$

$$\text{Año 2: } 1/(1(+)\tilde{i}_1)(1(+)\tilde{i}_2) = [0,91 ; 0,95] = \tilde{\alpha}_2$$

$$\text{Año 3: } 1/(1(+)\tilde{i}_1)(1(+)\tilde{i}_2)(1(+)\tilde{i}_3) = [0,85 ; 0,93] = \tilde{\alpha}_3$$

$$\text{Año 4: } 1/(1(+)\tilde{i}_1)(1(+)\tilde{i}_2)(1(+)\tilde{i}_3)(1(+)\tilde{i}_4) = [0,77 ; 0,89] = \tilde{\alpha}_4$$

Como la contribución bruta es constante por hipótesis de trabajo, basta con sumar los coeficientes de actualización inciertos; se multiplica éste resultado por la contribución y a su vez se restan los costes de captación. Todo número cierto, es de hecho un caso particular de un número incierto donde ambos extremos coinciden.

La expresión del valor del cliente se transforma en:



$$\underset{\sim}{CLV} = [CBM ; CBM] \sum_{n=1}^m \left[ [1;1] / \prod_{j=1}^n (1(+)\underset{\sim}{i}_j) \right] (-) [CC; CC]$$

$$\underset{\sim}{CLV} = [CBM ; CBM] \sum_{n=1}^m \left[ \underset{\sim}{\alpha}_1 + \underset{\sim}{\alpha}_2 + \underset{\sim}{\alpha}_3 + \underset{\sim}{\alpha}_4 \right] (-) [CC; CC]$$

**Ecuación nº 1: valor del cliente con tasas inciertas, expresadas en intervalos de confianza.**

Realizando los cálculos tenemos que:

$$\underset{\sim}{CLV} = [191,75; 211,25]$$

La interpretación es muy sencilla. El cliente en cuestión durante los cuatro años de su contrato, tiene un valor económico no inferior, en el peor de los casos, de 191,75 u.m., pero no superior en el mejor de los casos y con buenas perspectivas a 211,25 u.m. en virtud de la incertidumbre incorporada en la tasa del dinero.

### *3.3. SEGUNDO MODELO DEL VALOR DEL CLIENTE (CLV) CON TASAS, COSTES Y VENTAS INCIERTAS*

Vamos a relajar todavía más los supuestos en el ámbito de la certeza para dar lugar a esquemas más generales capaces de incorporar más incertidumbre en las magnitudes que se contemplan. Pensemos en un problema similar al anterior pero con la variante de que en este caso, además de las tasas inciertas, desconocemos el importe de las ventas anuales del cliente y también los costes futuros necesarios para servir al cliente. Esto puede corresponder por ejemplo, cuando la revista especializada que se publica anualmente, tiene suplementos que pueden modificar tanto el importe de las ventas como el importe de los costes requeridos. Conservemos como hipótesis el hecho que el cliente permanece como tal cuatro años y que al final de cada año realiza una compra cuyo importe ahora se desconoce. Los costes se realizan en el mismo momento de la compra, a efectos de simplificación.

Conforme avanzamos, vemos que nos alejamos del primer problema de plena certeza pero poco realista y nos acercamos cada vez a esquemas más cercanos a la realidad en la que viven las empresas. En este caso, los datos inciertos que introducimos, deben ser muy estudiados y reflexionados por los responsables de marketing o ventas. Veamos esto a través del siguiente ejemplo.

**Ejemplo.** Supongamos que después de una reflexión exhaustiva, el responsable menciona que su estimación del importe de ventas expresado mediante cifras inciertas de ese cliente durante los cuatro periodos son:

$$\tilde{V}_1 = [75; 80], \quad \tilde{V}_2 = [78; 85], \quad \tilde{V}_3 = [80; 90], \quad \tilde{V}_4 = [75; 85]$$

Para esos niveles de ventas se pueden realizar unas estimaciones inciertas de costes de venta. Por simplicidad y sin afectar al ejercicio, consideremos en esas estimaciones, tanto los costes variables de producción como los costes adicionales de servicio, y son:

$$\tilde{C}_1 = [20; 25], \quad \tilde{C}_2 = [24; 28], \quad \tilde{C}_3 = [28; 35], \quad \tilde{C}_4 = [22; 30]$$

Con estos datos, podemos fácilmente obtener la contribución bruta para cada año calculando: Ventas inciertas – Costes inciertos

$$\tilde{CB}_1 = [50; 60] \quad \tilde{CB}_3 = [45; 62]$$

$$\tilde{CB}_2 = [50; 61] \quad \tilde{CB}_4 = [45; 63]$$

Recordemos que también las tasas relacionadas con el valor del dinero en el tiempo son inciertas y solo por razones prácticas, vamos a suponer que se estiman las mismas magnitudes que el ejercicio anterior y son:

$$\text{Año 1: } [0,96 ; 0,98] = \tilde{\alpha}_1 \quad \text{Año 3: } [0,85 ; 0,93] = \tilde{\alpha}_3$$

$$\text{Año 2: } [0,91 ; 0,95] = \tilde{\alpha}_2 \quad \text{Año 4: } [0,77 ; 0,89] = \tilde{\alpha}_4$$

En este caso como la contribución bruta marginal es incierta en los 4 periodos de compra, entonces la actualización de la contribución debe realizarse para cada año.

Finalmente, siguiendo un razonamiento financiero básico, se suman las contribuciones actualizadas inciertas y se restan los costes de captación (70 u.m.) en el

año cero, que aún cuando es el único dato cierto, se puede expresar como intervalo de confianza.

Por tanto:

$$\underset{\sim}{CLV} = [96,4; 160,48]$$

De forma similar, la interpretación es que durante los cuatro años de permanencia del cliente, se espera que aporte a la empresa un valor económico superior a 96,4 u.m., pero inferior a 160,48 u.m. en virtud de la incertidumbre incorporada en la tasa del dinero, costes y ventas.

La ecuación del valor del cliente queda expresada como:

$$\underset{\sim}{CLV} = \sum_{n=1}^m \underset{\sim}{CB}_n (\bullet) \left[ [1;1] / \prod_{j=1}^n (1(+)\underset{\sim}{i}_j) \right] (-) [CC; CC]$$

$$\underset{\sim}{CLV} = \sum_{n=1}^m \left[ \underset{\sim}{CB}_n (\bullet) \underset{\sim}{\alpha}_n \right] (-) [CC; CC]$$

donde  $\underset{\sim}{CB}_n$ ,  $\underset{\sim}{i}_j$  y  $\underset{\sim}{\alpha}_n$  son cantidades inciertas y CC es un dato cierto.

***Ecuación nº 2: valor del cliente con tasas, costes y ventas inciertas, expresadas en intervalos de confianza.***

Realizando los ajustes necesarios, es posible que las estimaciones de las magnitudes inciertas, se expresen a través de tripletas de confianza, considerando que la cifra central es la que se espera como la más posible (máximo de presunción) dentro del abanico de informaciones entre los valores mínimo y máximo. Cabe hacer la aclaración que son tripletas de confianza y no números borrosos triangulares (NBT) ya que desconocemos el comportamiento entre la cifra central de máxima presunción y las magnitudes extremas. Veamos un ejemplo al respecto.

**Ejemplo.** Consideremos los mismos supuestos del ejemplo anterior, pero con la modificación de que el responsable en emitir las estimaciones sobre ventas, costes e intereses relativos al valor del dinero en el tiempo sobre el cliente, lo realiza en forma de tripletas de confianza.

Supongamos que se estima un nivel de ventas inciertas de un cliente durante los cuatro periodos de:

$$\tilde{V}_1 = [75; 78; 80], \tilde{V}_2 = [78; 80; 85], \tilde{V}_3 = [80; 85; 90], \tilde{V}_4 = [75; 81; 85]$$

De la misma forma, para esos niveles de ventas se pueden realizar unas estimaciones inciertas de costes de venta expresadas en tripletas de confianza (por simplicidad y sin afectar al ejercicio, consideremos en esas estimaciones, tanto los costes variables de producción como los costes adicionales de servicio):

$$\tilde{C}_1 = [20; 22; 25], \tilde{C}_2 = [24; 26; 28], \tilde{C}_3 = [28; 32; 35], \tilde{C}_4 = [22; 27; 30]$$

Al tratarse de tripletas de confianza, solo es necesario recurrir a la aritmética de datos inciertos. De esta forma fácilmente podemos obtener la contribución bruta para cada año calculado: Ventas inciertas – Costes inciertos

$$\begin{aligned} \tilde{CB}_1 &= [50; 56; 60] & \tilde{CB}_3 &= [45; 53; 62] \\ \tilde{CB}_2 &= [50; 54; 61] & \tilde{CB}_4 &= [45; 54; 63] \end{aligned}$$

Supongamos que las estimaciones o evaluaciones de las tasas de descuento que emite el responsable son:

$$\begin{aligned} \text{Para el año 1: } [2\%; 3\%; 4\%] &= \tilde{i}_1 & \text{Para el año 3: } [3\%; 5\%; 7\%] &= \tilde{i}_3 \\ \text{Para el año 2: } [3\%; 5\%; 6\%] &= \tilde{i}_2 & \text{Para el año 4: } [4\%; 7\%; 9\%] &= \tilde{i}_4 \end{aligned}$$

Siguiendo el camino adoptado en el ámbito de la certeza, observamos que los factores de actualización inciertos presentan la siguiente forma:

$$\text{Año 1: } 1 / (1(+)\tilde{i}_1) = [0,96; 0,97; 0,98] = \tilde{\alpha}_1$$

$$\text{Año 2: } 1 / (1(+)\tilde{i}_1)(1(+)\tilde{i}_2) = [0,91; 0,93; 0,95] = \tilde{\alpha}_2$$

$$\text{Año 3: } 1 / (1(+)\tilde{i}_1)(1(+)\tilde{i}_2)(1(+)\tilde{i}_3) = [0,85; 0,88; 0,93] = \tilde{\alpha}_3$$

$$\text{Año 4: } 1 / (1(+)\tilde{i}_1)(1(+)\tilde{i}_2)(1(+)\tilde{i}_3)(1(+)\tilde{i}_4) = [0,77; 0,83; 0,89] = \tilde{\alpha}_4$$

En este caso, como la contribución bruta marginal es incierta en los cuatro periodos de compra, entonces la actualización de la CB debe realizarse para cada año.

$$\text{Para el año 1: } \tilde{CB}_{1(\bullet)} \tilde{\alpha}_1 = [48; 54,32; 58,8]$$

$$\text{Para el año 2: } \tilde{CB}_{2(\bullet)} \tilde{\alpha}_2 = [45,5; 50,22; 57,95]$$

$$\text{Para el año 3: } \tilde{CB}_{3(\bullet)} \tilde{\alpha}_3 = [38,25; 46,64; 57,66]$$

$$\text{Para el año 4: } \tilde{CB}_{4(\bullet)} \tilde{\alpha}_4 = [34,65; 44,82; 56,07]$$

Finalmente, siguiendo el mismo razonamiento financiero básico, se suman las contribuciones actualizadas inciertas y se restan los costes de captación (70 u.m.), que aún cuando es el único dato cierto, se puede expresar como tripleta de confianza.

Por tanto:

$$\begin{aligned} \tilde{CLV} &= \sum_{n=1}^4 [\tilde{CB}_{n(\bullet)} \tilde{\alpha}_n] - [70; 70; 70] \\ \tilde{CLV} &= [96,4; 126; 160,48] \end{aligned}$$

Como es natural, la interpretación es que durante el periodo que el cliente conserve la relación con la empresa, el valor del cliente bajo incertidumbre no es menor a 96,4 u.m. ni superior a 160,48 u.m. No obstante, si el responsable ha tenido en sus estimaciones ciertas sospechas para los máximos de presunción, entonces 126 u.m. es el valor del cliente con mayor posibilidad. En todo caso, el valor es positivo en todo el intervalo, lo que indica que el cliente es considerado como un activopreciado para la empresa ya que le permite obtener recursos financieros por la venta del producto o servicio durante la permanencia del cliente con la empresa.

Los dos modelos que hemos mostrado están bajo el supuesto de una relación contractual fija con la empresa, es decir, una relación que dura “n” periodos. Pasemos a comentar algunas conclusiones y sugerencias de interés.

#### **4. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS DE INTERÉS**

Con estos modelos hemos mostrado que, las estimaciones con magnitudes inciertas (intervalos de confianza y tripletas de confianza) nos permiten obtener el valor del cliente (CVL) no como un dato dentro del ámbito de la certeza, pero nos permite establecer límites al valor económico del cliente basado en apreciaciones subjetivas pero muy valiosas por parte de los responsables.

La utilización de números inciertos permite, por su propia naturaleza, proporcionar al modelo estructural básico ciertas cotas que ayudan al tratamiento de la incertidumbre. Al ser la matemática de la incertidumbre una generalización de las matemáticas mecanicistas y aleatorias, se cumple la conocida proposición según la cual lo general es cierto para lo particular, pero lo particular no siempre es cierto en un supuesto general.

La intención de los dos modelos presentados basados en el modelo estructural básico del valor del consumidor (CLV), pretenden incorporar de forma gradual la incertidumbre que se pueda presentar en las diferentes magnitudes. Iniciamos nuestro trabajo con el modelo clásico en la certeza, donde todas las magnitudes y condiciones del problema se dan por conocidas. Posteriormente, hemos introducido la incertidumbre en la variable tasa de interés o descuento. En el segundo modelo, incorporamos incertidumbre en las magnitudes de la tasa de interés, ventas y costes, con la herramienta menos estructurada de la matemática de la incertidumbre: los intervalos de confianza y las tripletas de confianza. Como acertadamente lo mencionaron nuestros maestros, son modelos con cifras imprecisas, borrosas, pero no tienen porque ser inexactos.

En conclusión, con el tratamiento de las herramientas de la teoría de la incertidumbre, procedemos a la elaboración de un grupo de modelos capaces de calcular el valor del cliente en situaciones donde no hay información suficiente para expresar las magnitudes de manera precisa. En este caso, abordamos las relaciones contractuales con compras periódicas.

Existen otros modelos que fueron estudiados al inicio en la revisión bibliográfica sobre el tema del CLV. Dichos modelos son algo más sofisticados como el de migración, asignación de los mejores recursos o aquellos basados en cadenas de Markov, que quizás también puedan en un futuro ser estudiados a través de la óptica de

la incertidumbre caminando con todo cuidado al cruzar la barrera de lo aleatorio a lo incierto.

Cabe mencionar por último, que cuando existe poca información o la información es incompleta, es suficiente para impedir la correcta utilización de los esquemas ya conocidos en el ámbito de la certeza o del azar.

### **AGRADECIMIENTOS**

Deseamos expresar nuestro agradecimiento a los revisores anónimos por sus valiosas sugerencias, que han mejorado la calidad de este trabajo.

### **REFERENCIAS**

- Alet-i-Vilaginés, J. (2004), *Marketing Relacional: Cómo obtener clientes leales y rentables*. Barcelona: Ediciones Gestión 2000.
- Berger, P.D.; Nasr, N.I. (1998), Customer Lifetime Value: Marketing Models and Applications. *Journal of Interactive Marketing* 12, 17-30.
- Berger, P.D.; Nasr, N.I. (2001), The allocation of promotion budget to maximize customer equity. *OMEGA: The international Journal of Management Science* 29, 49-61.
- Blattberg, R.C.; Deighton, J. (1996), Manage Marketing by the Customer Equity Test. *Harvard Business Review* 74, 136-144.
- Dwyer, R.F. (1997), Customer Lifetime Valuation to Support Marketing Decision Making. *Journal of Direct Marketing* 11, 6-15.
- Gil-Aluja, J. (2002), La pretopología en la gestión de la incertidumbre, *Discurso de Investidura como Doctor "Honoris Causa" por la Universidad de León*. León: Secretariado de Publicaciones y Medios Audiovisuales.
- Grönroos, C. (1994), From Marketing Mix to Relationship Marketing: Towards a Paradigm Shift in Marketing. *Management Decision* 32, 4-20.
- Grönroos, C. (2004), The relationship marketing process: communication, interaction, dialogue, value. *Journal of Business and Industrial Marketing* 19, 99-113.
- Gummesson, E. (1994), Making Relationship Marketing Operational. *International Journal of Service Industry Management* 5, 5-20.

- Gummesson, E. (1996), Relationship marketing and imaginary organizations: a synthesis. *European Journal of Marketing* 30, 31-44.
- Jain, D.; Singh, S.S. (2002), Customer Lifetime Value Research in Marketing: A review and future directions. *Journal of Interactive Marketing* 16, 34-46.
- Kandampully, J.; Duddy, R. (1999), Relationship marketing: a concept beyond the primary relationship. *Marketing Intelligence and Planning* 17, 315-323.
- Kaufmann, A.; Gil-Aluja, J. (1986), *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas*. Santiago de Compostela: Editorial Milladoiro.
- Kaufmann, A.; Gil-Aluja, J. (1987), *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*. Barcelona: Editorial Hispano Europea.
- Kaufmann, A.; Gil-Aluja, J. (1990), *Las matemáticas del azar y de la incertidumbre: Elementos básicos para su aplicación en economía*. Madrid: Editorial Centro de Estudios Ramon Areces.
- Morgan, R.M.; Hunt, S.D. (1994), The Commitment-Trust Theory of Relationship Marketing. *Journal of Marketing* 58, 20-38.
- Payne, A.; Holt, S. (2001), Diagnosing Customer Value: Integrating the Value Process and Relationship Marketing. *British Journal of Marketing* 12, 159-182.
- Pfeifer, P.E.; Carraway, R.L. (2000), Modeling Customer Relationships as Markov Chains. *Journal of Interactive Marketing* 14, 43-55.
- Reichheld, F.F.; Sasser, W.E. (1990), Zero Defections: Quality Comes to Services. *Harvard Business Review* 68, 105-111.
- Reichheld, F.F. (2002), *El efecto lealtad: Crecimiento, Beneficios y Valor último*. Barcelona: Editorial Ariel.
- Reinartz, W.J.; Kumar, V. (2000), On the Profitability of Long-Life Customers in a Noncontractual Setting: An Empirical Investigation and Implications for Marketing. *Journal of Marketing* 64, 17-35.
- Uncles, M.D.; Dowling, G.R.; Hammond, K. (2003), Customer loyalty and customer loyalty programs. *Journal of Consumer Marketing* 20, 294-316.