



Revista de Métodos Cuantitativos para la
Economía y la Empresa

E-ISSN: 1886-516X

ed_revmetcuant@upo.es

Universidad Pablo de Olavide
España

Herranz Peinado, Patricia; Guerrero Casas, Flor M.; Segovia González, M. Manuela
Modelización financiero-actuarial de un seguro de dependencia
Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa, vol. 6, diciembre, 2008, pp. 42-73
Universidad Pablo de Olavide
Sevilla, España

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=233117226004>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto



UNIVERSIDAD
PABLO DE OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (6). Páginas 42-73.
Diciembre de 2008. ISSN: 1886-516X. D.L.: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art23.pdf>

Modelización financiero-actuarial de un seguro de dependencia

HERRANZ PEINADO, PATRICIA

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide

Correo electrónico: pherpei@upo.es

GUERRERO CASAS, FLOR M.

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide

Correo electrónico: fguecas@upo.es

SEGOVIA GONZÁLEZ, M. MANUELA

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide

Correo electrónico: mmseggon@upo.es

RESUMEN

España ha seguido la tendencia de otros países en cuanto a la cobertura de las personas dependientes, es decir, aquellas que necesitan ayuda para realizar las tareas básicas de la vida diaria, y lo ha hecho mediante la aprobación de la Ley de Promoción de la Autonomía Personal y Atención a las personas en situación de Dependencia, que se basa en la financiación pública. A pesar de los esfuerzos para el desarrollo de la Ley, ésta no está dando los frutos que debiera haber dado y se hace necesaria la existencia de productos privados de cobertura que puedan atender a las necesidades de aquellos que los demandan. Dado los escasos estudios que sobre este tema existen todavía en nuestro país, el establecer una aproximación a las primas de un seguro privado de dependencia puede servir de referencia para el análisis de su comercialización por parte de las aseguradoras. En este trabajo se trata de analizar una serie de cuestiones que den respuesta a dos objetivos. Por una parte, establecer un modelo financiero-actuarial que sirva como apoyo en el diseño de productos privados que cubran la dependencia y, por otra, realizar una aproximación a las bases técnicas actuariales que lleven a la cuantificación de las primas.

Palabras clave: dependencia; matemática actuarial; seguros.

Clasificación JEL: G22; I39.

2000MSC: 62P05; 62P20; 91B30; 00A06.

Artículo recibido el 4 de noviembre de 2008 y aceptado el 5 de diciembre de 2008.

Long Term Care Insurance Actuarial Model

ABSTRACT

Spain has followed the trend of other countries about long term care, that is, people who need help to perform the basic tasks of daily living. In December 2006, Spanish Parliament approved the law called *Ley de Promoción de la Autonomía Personal y Atención a las personas en situación de Dependencia*, with public financing. This law is not producing the expected results, and it makes necessary the existence of private insurance. Currently, there are few studies on long term care in our country. An approach to premiums of a private insurance can serve as reference for the studies by insurers. This work tries to study a series of questions responding simultaneously to two goals, establishing an actuarial model and, on the other hand, computing private insurance premiums.

Keywords: long term care; actuarial mathematics; insurance.

JEL classification: G22; I39.

2000MSC: 62P05; 62P20; 91B30; 00A06.



1. INTRODUCCIÓN

El término *dependencia* ha entrado a formar parte del vocabulario cotidiano de la sociedad española desde la aprobación de la Ley de Promoción de la Autonomía Personal y Atención a las personas en situación de Dependencia (Ley 39/2006 de 14 de diciembre), aunque no es un fenómeno nuevo. A lo largo de la historia, muchas personas han sufrido dificultades para realizar las tareas que son cotidianas en nuestra vida diaria (alimentarse, asearse, trasladarse, etc.), bien a consecuencia de un accidente o por un proceso degenerativo, hasta incluso llegar a una situación en la que se produzca la imposibilidad de realizarlas y necesitar la ayuda de otra persona.

Según esta Ley de Dependencia antes nombrada, se define la dependencia como el *“estado de carácter permanente en que se encuentran las personas que, por razones derivadas de la edad, la enfermedad o la discapacidad, y ligadas a la falta o a la pérdida de autonomía física, mental, intelectual o sensorial, precisan de la atención de otra u otras personas o ayudas importantes para realizar actividades básicas de la vida diaria o, en el caso de las personas con discapacidad intelectual o enfermedad mental, de otros apoyos para su autonomía personal”*. Es importante remarcar que la dependencia tiene un aspecto diferenciador con la discapacidad y es que *“precisan de la atención de otra u otras personas”* para poder realizar la tareas básicas de la vida diaria. Por tanto, todo dependiente es considerado discapacitado, pero todo discapacitado no se considerará dependiente si no necesita ayuda de una tercera persona.

La sociedad ha ido cambiando a lo largo de la historia, pero el siglo XX, favorecido por los avances sociales, tecnológicos y científicos, se caracteriza por el fuerte cambio que se ha producido entre las sociedades de los países industrializados. Por un lado, la disminución de la mortalidad acompañada del aumento de la esperanza de vida y la disminución de la natalidad, han desembocado en el denominado “envejecimiento de la población” (mayor número de personas con edad superior a 65 años respecto al número de personas con edades inferiores a ésta) y es sabido que el deterioro de la salud producido por el paso del tiempo hace que la dependencia se concentre en las edades avanzadas de la vida. Por otro lado, en las últimas décadas, la tendencia que llevó a la ampliación de funciones características de los Estados de Bienestar hace que se estén produciendo debates sobre el sistema sanitario y su adaptación a las nuevas necesidades sociales, como es el caso de la dependencia.

España ha seguido esta tendencia y ha puesto en marcha la cobertura de la dependencia basada en la financiación pública. A pesar de los esfuerzos para el desarrollo de la Ley de Dependencia, ésta no está dando los frutos que debiera haber dado, entre otras causas, por el desfase existente de cuantías necesarias para la cobertura de los dependientes actuales de nuestro país, respecto a las aportadas por las diferentes administraciones públicas (Segovia,

Guerrero y Herranz, 2008). Es por ello, que la cobertura desde una perspectiva privada cobre importancia y justifique estudios como el presente.

En este trabajo se trata de analizar una serie de cuestiones que den respuesta a dos objetivos: por una parte, establecer un modelo financiero-actuarial que sirva como apoyo en el diseño de productos privados que cubran la dependencia; y por otra, realizar una aproximación a las bases técnicas actuariales que lleven a la cuantificación de las primas.

Estudios como Albarrán, Ayuso, Guillén y Monteverde (2005), Albarrán y Alonso (2006), Pociello, Varea y Martínez (2001), Pociello y Varea (2004) entre otros, abordan el planteamiento de un modelo financiero-actuarial basado en los modelos de múltiples estados siguiendo los pasos de los propuestos por Haberman y Pitacco (1999). En este trabajo se pretende que el modelo (y su cuantificación) sea lo más cercano posible a la realidad, de tal manera que sea útil como herramienta para la tarificación de productos de cobertura de la dependencia y, por consiguiente, valioso para una entidad aseguradora. Para su consecución, se deben hacer algunas concesiones y restricciones a los diferentes modelos teóricos que se pueden proponer para que su tratamiento desde el punto de vista económico sea viable.

En la Sección 2 se propone un modelo actuarial de múltiples estados adecuado al estudio específico de la dependencia, dando los posibles estados en los que un individuo puede estar a lo largo de su vida y las probabilidades de transición. Todo esto nos servirá de base para que en la Sección 3 se pueda dar una formulación para el cálculo financiero actuarial de un seguro de dependencia, tanto sea de capital único como en forma de renta. En la Sección 4 daremos una aproximación a la tarificación de un seguro de dependencia privado a modo de ejemplo práctico, pudiéndose consultar las primas en las tablas que aparecen en el Anexo. Finalmente, en la Sección 5 mostraremos las principales conclusiones y discusiones sobre el tema tratado.

2. PROPOSICIÓN DE UN MODELO ACTUARIAL DE MÚLTIPLES ESTADOS PARA EL ESTUDIO DE LA DEPENDENCIA

Los modelos de múltiples estados son una poderosa herramienta para su aplicación en muchas áreas de las ciencias actuariales, particularmente en la valoración de seguros de enfermedad y de invalidez. El trabajo de Haberman y Pitacco (1999) es el primero que estudia, unificando criterios, los problemas actuariales que se presentan en el desarrollo de estos seguros, describiendo los modelos de múltiples estados basados en los procesos estocásticos de Markov (Ayuso *et al.*, 2001). El uso de las cadenas de Markov en el ramo de vida y su extensión a otros ramos ha sido ya propuesto por otros autores tanto a tiempo continuo como discreto (Hoem, 1971). La más reciente historia de estos modelos ha sido descrita por Seal (1977) y Daw (1979),

que presentan una pequeña visión histórica y nos remonta a las investigaciones de Bernoulli (1766) para el estudio de la morbilidad y mortalidad de la viruela, resolviendo las ecuaciones diferenciales bajo determinadas restricciones y construyendo la primera tabla de mortalidad. Hamza (1900) representa un avance importante en este campo, proporcionando una aproximación sistemática a las primas de invalidez, tanto en el campo discreto como continuo, y ofreciendo la notación que ha sido adoptada en las siguientes décadas, sirviéndonos de base en nuestro estudio.

En las situaciones de riesgo con múltiples estados, que pueden ser asimiladas a procesos y semiprosesos estocásticos de Markov, los actuarios pueden establecer las probabilidades de que el asegurado efectúe una transición de un estado a otro en un determinado momento. Lo ideal, cuando la variable “tiempo” entra en juego, es el uso de modelos de tipo continuo; en cambio, su uso práctico se complica, utilizándose en numerosas ocasiones en los estudios de corte actuarial los modelos de tipo discreto con intervalos de tiempo anual.

2.1. Conceptos y acercamiento al modelo de múltiples estados

La evolución de un riesgo asegurable puede ser vista como la secuencia de una serie de eventos cuyo cálculo actuarial determina la cuantificación de la prima. En el caso que nos ocupa, dichos eventos corresponden a las transiciones de un estado a otro; esta evolución se describe en términos de presencia del riesgo en cada momento del tiempo, perteneciendo cada estado a un juego de estados o un espacio de estados. Se ha de partir, por tanto, de la observación del estado de una persona en lo relativo a su nivel de actividad o grado de dependencia; definidos éstos, podemos hablar de transiciones, que no son más que las relaciones que se pueden establecer entre los distintos estados. En el problema que nos ocupa, nos encontramos con un modelo actuarial que refleja los diferentes estados en los que se puede encontrar un individuo a lo largo del tiempo, desde el punto de vista de la necesidad de ayuda para realizar las actividades de la vida diaria.

Un individuo puede encontrarse, desde la perspectiva de la dependencia, como:

- **Activo (*a*):** cuando la persona no precisa ayuda para realizar las actividades básicas de la vida diaria.
- **Dependiente (*d*):** que sí precise ayuda de una tercera persona para realizarlas.
- **Fallecido (*f*):** muerto.

Al contrario de lo que ocurre con el estudio del riesgo de fallecimiento en el que se trata de un riesgo “homogrado”, ya que no existe intensidad de la muerte, en el caso de la dependencia estamos ante un riesgo de tipo “heterogrado”, pudiendo considerarse de forma

general diferentes grados de actividad ($a_1, a_2, a_3, \dots, a_k, \dots$) y múltiples intensidades de dependencia ($d_1, d_2, d_3, \dots, d_s, \dots$). Es decir, que una persona a lo largo de su vida puede encontrarse en diferentes niveles de actividad; podría estar al máximo grado o plena capacidad para realizar todas las actividades de la vida diaria, encontrarse en un nivel en el que pueda tener dificultades para llevarlas a cabo aunque sin precisar ayuda, o bien ser considerada “dependiente”. En ocasiones, la persona activa puede caer en periodos de dependencia temporal, necesitando ayuda para llevar a cabo las tareas de la vida diaria; y una vez que necesita dicha ayuda no siempre es de la misma intensidad, o bien su dependencia es reversible, siendo también múltiples los grados posibles de dependencia en función del nivel de deterioro que sufra el individuo y, por tanto, del grado de ayuda que necesite.

Desde un estado cualquiera, de actividad o de dependencia, se puede permanecer en el mismo estado o pasar a otro y, desde éste, volver al inicial. El único estado que no permite retorno es el de fallecido y, además, mientras que una persona no tiene por qué pasar por todos los grados de actividad y dependencia, es seguro que el estado de fallecido¹ será el final de todos.

Gráficamente, planteamos un modelo como nos muestra la Figura 1:

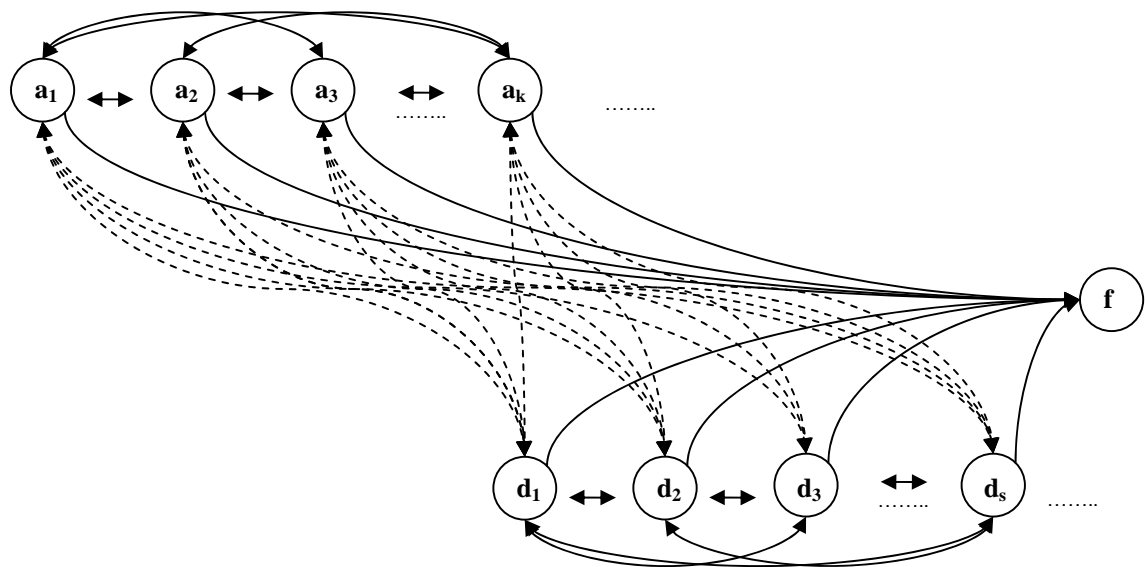


Fig.1: Juego de estados y de transiciones para diferentes grados de actividad y dependencia.

Las probabilidades de transición de unos estados a otros se expresan en la matriz de estados siguiente:

¹ El estado de fallecido, por su no retorno y por ser un estado seguro para cada individuo, es llamado “estado absorbente”.

	a_1	a_2	$a_3 \cdots \cdots a_k \cdots$	d_1	d_2	$d_3 \cdots \cdots d_s \cdots$	f		
a_1	$p^{a_1 a_1}$	$p^{a_1 a_2}$	$p^{a_1 a_3}$	$p^{a_1 a_k}$	$p^{a_1 d_1}$	$p^{a_1 d_2}$	$p^{a_1 d_3}$	$p^{a_1 d_s}$	$p^{a_1 f}$
a_2	$p^{a_2 a_1}$	$p^{a_2 a_2}$	$p^{a_2 a_3}$	$p^{a_2 a_k}$	$p^{a_2 d_1}$	$p^{a_2 d_2}$	$p^{a_2 d_3}$	$p^{a_2 d_s}$	$p^{a_2 f}$
a_3	$p^{a_3 a_1}$	$p^{a_3 a_2}$	$p^{a_3 a_3}$	$p^{a_3 a_k}$	$p^{a_3 d_1}$	$p^{a_3 d_2}$	$p^{a_3 d_3}$	$p^{a_3 d_s}$	$p^{a_3 f}$
\vdots									
a_k	$p^{a_k a_1}$	$p^{a_k a_2}$	$p^{a_k a_3}$	$p^{a_k a_k}$	$p^{a_k d_1}$	$p^{a_k d_2}$	$p^{a_k d_3}$	$p^{a_k d_s}$	$p^{a_k f}$
\vdots									
d_1	$p^{d_1 a_1}$	$p^{d_1 a_2}$	$p^{d_1 a_3}$	$p^{d_1 a_k}$	$p^{d_1 d_1}$	$p^{d_1 d_2}$	$p^{d_1 d_3}$	$p^{d_1 d_s}$	$p^{d_1 f}$
d_2	$p^{d_2 a_1}$	$p^{d_2 a_2}$	$p^{d_2 a_3}$	$p^{d_2 a_k}$	$p^{d_2 d_1}$	$p^{d_2 d_2}$	$p^{d_2 d_3}$	$p^{d_2 d_s}$	$p^{d_2 f}$
d_3	$p^{d_3 a_1}$	$p^{d_3 a_2}$	$p^{d_3 a_3}$	$p^{d_3 a_k}$	$p^{d_3 d_1}$	$p^{d_3 d_2}$	$p^{d_3 d_3}$	$p^{d_3 d_s}$	$p^{d_3 f}$
\vdots									
d_s	$p^{d_s a_1}$	$p^{d_s a_2}$	$p^{d_s a_3}$	$p^{d_s a_k}$	$p^{d_s d_1}$	$p^{d_s d_2}$	$p^{d_s d_3}$	$p^{d_s d_s}$	$p^{d_s f}$
\vdots									
f	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Considerando el tiempo como parámetro continuo y que tanto los estados de actividad como los de dependencia son ilimitados, el modelo que estamos planteando reflejaría en gran medida la vida de una persona y corresponde, matemáticamente, a un proceso estocástico de parámetro continuo con un conjunto de estados ilimitados. Pero un modelo deja de ser útil si no se puede formalizar o no es cuantificable, y actualmente no tenemos información estadística sobre la población para valorar este modelo “ideal”. En definitiva, dado que aún estamos en los inicios de los estudios de dependencia, se hace necesario reducir el modelo general a uno más sencillo. No obstante, este modelo se podrá tomar como punto de partida en futuros trabajos de investigación.

2.2. Modelo operativo, objetivo primordial y restricciones de partida

En este trabajo, con la intención de obtener un acercamiento al problema de la cuantificación del coste de cobertura de la dependencia, se plantea un modelo general con restricciones, haciendo uso de los datos estadísticos existentes en la actualidad.

Como restricción inicial, para nuestro estudio de la dependencia, tomaremos personas mayores de 65 años para las cuales su dependencia viene asociada al envejecimiento y al estado de salud de este colectivo. Nuestro objetivo primordial es establecer la probabilidad de caer en dependencia para un individuo que alcanza la edad de 65 años en estado de activo.

Proponemos las siguientes restricciones:

- I. Colectivo en el estado de inicio: individuos que se encuentran en el estado de activo a los 65 años.
- II. Las observaciones para la obtención de datos del colectivo son anuales.

- III. No se consideran diferentes graduaciones en la dependencia.
- IV. El espacio de estados es finito: activo, dependiente y fallecido.
- V. No se contempla la posibilidad de retorno de un estado de dependencia a la de activo.
- VI. Consideramos que el estado de un individuo solo depende del estado del año anterior.

Nuestro modelo corresponde a un proceso estocástico, concretamente a una cadena de Markov de parámetro discreto, en la que no se cumple la propiedad simétrica entre sus estados, ni existen clases comunicantes, y tiene un estado absorbente.

Para el estudio de sus probabilidades, el modelo operativo puede representarse gráficamente como se indica en la Figura 2.

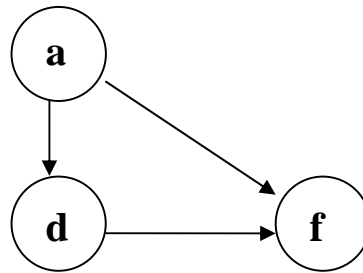


Fig.2: Juego de estados y de transiciones en caso de dependencia irreversible.

A continuación mostramos la tabla que recoge las probabilidades de transición (matriz de transición), en el transcurso de un año, asociados al grafo descrito en la Figura 2:

	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
<i>a</i>	p_x^{aa}	p_x^{ad}	p_x^{af}
<i>d</i>	0	p_x^{dd}	p_x^{df}
<i>f</i>	0	0	1

Definimos en primer lugar las probabilidades de muerte y supervivencia que vamos a utilizar y su notación, y posteriormente indicaremos su cálculo.

q_x es la probabilidad de que un individuo de edad x fallezca en el transcurso de un año.

p_x es la probabilidad de que un individuo de edad x sobreviva a la edad $x+1$.

De la matriz de transición expuesta anteriormente, cabe definir las probabilidades asociadas a este modelo:

p_x^{aa} es la probabilidad de que un individuo en estado de activo a la edad x sobreviva en activo a la edad $x+1$.

p_x^{ad} es la probabilidad de que un individuo inicialmente activo a la edad x pase a ser dependiente en el transcurso del año siguiente.

p_x^{af} es la probabilidad de que un individuo inicialmente activo a la edad x fallezca en el transcurso del año siguiente; lo denotaremos como q_x^a .

p_x^{dd} es la probabilidad de que un individuo inicialmente dependiente a la edad x sobreviva en estado de dependiente a la edad $x+1$.

p_x^{df} es la probabilidad de que un individuo inicialmente dependiente a la edad x fallezca en el transcurso del año siguiente; lo denotaremos como q_x^d .

Como estamos ante una cadena de Markov, estas probabilidades están definidas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} p_x^{aa} &= P \{S(x+1) = a / S(x) = a\} \\ p_x^{ad} &= P \{S(x+1) = d / S(x) = a\} \\ q_x^a &= P \{S(x+1) = f / S(x) = a\} \\ p_x^{dd} &= P \{S(x+1) = d / S(x) = d\} \\ q_x^d &= P \{S(x+1) = f / S(x) = d\} \end{aligned}$$

siendo $S(x)$ el estado en el que se encuentra un individuo a la edad x .

Las relaciones entre esas probabilidades son:

$$\begin{aligned} p_x^{aa} + p_x^{ad} + q_x^a &= 1 \\ p_x^{dd} + q_x^d &= 1 \\ p_x &= p_x^{aa} + p_x^{ad} \\ p_x + q_x &= 1 \end{aligned}$$

Generalizando el estudio de probabilidades de transición en el t -ésimo año para un individuo de edad inicial x , las probabilidades de transición cumplen las ecuaciones de Chapman-Kolmogorov (López Cachero *et al.*, 1996), por las características del modelo:

$${}_tP_x^{aa} = {}_{t-1}P_x^{aa} \cdot p_{x+t-1}^{aa} = p_x^{aa} \cdot p_{x+1}^{aa} \cdot p_{x+2}^{aa} \cdot \dots \cdot p_{x+t-1}^{aa} = \prod_{h=0}^{t-1} p_{x+h}^{aa}$$

$${}_tP_x^{ad} = {}_{t-1}P_x^{aa} \cdot p_{x+t-1}^{ad} = p_{x+t-1}^{ad} \cdot \prod_{h=0}^{t-2} p_{x+h}^{aa}$$

Donde:

${}_tP_x^{aa}$ es la probabilidad de que un individuo en estado de activo a la edad x sobreviva en activo a la edad $x+t$.

p_{x+t-1}^{aa} es la probabilidad de que un individuo en estado de activo a la edad $x+t-1$ sobreviva en activo a la edad $x+t$.

${}_tP_x^{ad}$ es la probabilidad de que un individuo inicialmente activo a la edad x pase a ser dependiente en el transcurso de t -ésimo año.

p_{x+t-1}^{ad} es la probabilidad de que un individuo inicialmente activo a la edad $x+t-1$ pase a ser dependiente en el transcurso del año siguiente.

3. FORMULACIÓN TEÓRICA A TIEMPO DISCRETO PARA EL CÁLCULO FINANCIERO-ACTUARIAL DE UN SEGURO DE DEPENDENCIA

Una vez establecidas teóricamente las probabilidades que serían necesarias para el estudio de un seguro de dependencia, nos proponemos formular, con la ayuda de la técnica actuarial de vida algunos casos de primas únicas y periódicas que corresponderían a la cobertura de esta contingencia, teniendo presente que las posibilidades de productos comerciales serían muy variadas. En concreto, una vez formulado el planteamiento del problema, procederemos a la formulación de seguros de dependencia de efectividad inmediata, o bien diferida, estudiados para prestaciones en forma de capital o renta y estableciendo las primas únicas y periódicas que correspondan.

Es una práctica habitual en la Matemática Actuarial contemplar la hipótesis de la distribución uniforme de los siniestros en el transcurso del período y, por ello, utilizaremos la actualización financiera desde la mitad de cada ejercicio. Para facilitar la comprensión de la formulación, el factor de actualización financiera aparecerá elevado a números enteros, sabiendo que el cambio se debería realizar en el cálculo de dicho factor de la siguiente manera:

v^t = factor de actualización financiera;

$$v^t = (1 + i)^{-\left(t - \frac{1}{2}\right)}, \text{ siendo } i \text{ el tipo de interés técnico.}$$

3.1. Planteamiento del problema

El diseño de un seguro de dependencia pasaría por establecer, de manera precisa, las diferentes coberturas en caso de caer en dependencia, pudiendo ser éstas tanto en forma de servicios como monetarias, y a su vez estas últimas en forma de capital o de renta, o combinando servicios y prestaciones monetarias. Las posibilidades de formulación son inmensas, tal y como ocurre con otros tipos de seguros; las compañías diseñarían productos específicos para su comercialización dependiendo del nicho del mercado al que se pretendieran dirigir.

Tal y como se realiza de manera general en la Matemática Actuarial, nos centraremos en la formulación de unos productos generales de los que se podrían obtener diferentes versiones. Plantearemos el problema como: la necesidad de establecer la cuantificación económica de un riesgo consistente en la posibilidad de ocurrencia del suceso “caer en dependencia” o “precisar la ayuda de terceras personas para realizar las actividades de la vida diaria” a partir de una edad de entrada en riesgo establecida en 65 años, para un individuo que en el momento de la contratación cuenta con una edad actuarial de x años.

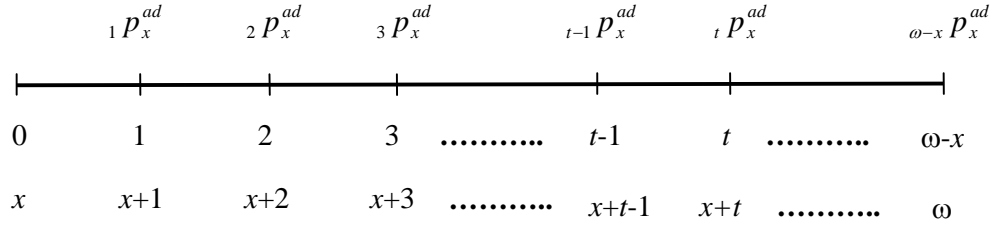
Realizaremos la formulación actuarial teórica para dos tipos de prestaciones: una en forma de capital indemnizatorio y otra en forma de renta periódica. Además, calcularemos para cada caso tanto la prima pura única como la prima pura periódica correspondiente.

3.2. Seguros de dependencia con prestación en forma de capital único

Se trata de seguros consistentes en el pago de un capital único en caso de caer en dependencia, pagadero en el momento de ocurrencia del siniestro, siempre que éste suceda a una edad actuarial superior estrictamente a los 65 años para una persona que en el momento de su contratación cuenta con una edad actuarial x . Hemos de tener en cuenta que este tipo de seguros tienen como premisa principal que se debe llegar a la edad de 65 años como activos para tener derecho a la prestación. No obstante, se podría generalizar este planteamiento a otros casos.

3.2.1. Seguro de dependencia inmediato y vitalicio

La cobertura del riesgo de dependencia en este seguro se establece de manera inmediata y mientras viva el asegurado; es decir, el seguro se contratará para edades superiores a 65 años, edad en la que la incapacidad no tiene asociada ninguna cobertura estatal por no provocar incapacidad para el trabajo. El horizonte temporal quedaría:



En este caso, el pago se realizaría en forma de prima única, teniendo un solo pago para toda la cobertura.

Por tanto, el cálculo de la prima pura única (Π_x) vendría determinado por la equivalencia financiero-actuarial de los capitales asegurados, en caso de que ocurriera la contingencia, actualizados actuarialmente al momento de inicio de la cobertura:

$$\begin{aligned}\Pi_x &= C \cdot {}_1P_x^{ad} \cdot v^1 + C \cdot {}_2P_x^{ad} \cdot v^2 + C \cdot {}_3P_x^{ad} \cdot v^3 + \dots + C \cdot {}_{\omega-x}P_x^{ad} \cdot v^{(\omega-x)} = C \cdot \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_tP_x^{ad} \cdot v^t = \\ &= C \cdot \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_{t-1}P_x^{aa} \cdot p_{x+t-1}^{ad} \cdot v^t\end{aligned}\quad (1)$$

Donde:

C es el capital único pagadero en caso de caer en dependencia.

${}_tP_x^{ad}$ es la probabilidad de que un individuo inicialmente activo a la edad x pase a ser dependiente en el transcurso del t -ésimo año.

${}_{t-1}P_x^{aa}$ es la probabilidad de que un individuo en estado de activo a la edad x sobreviva en activo a la edad $x+t-1$.

p_{x+t-1}^{ad} es la probabilidad de que un individuo inicialmente activo a la edad $x+t-1$ pase a ser dependiente en el transcurso del año siguiente.

También debe tenerse en cuenta que:

v^t es el factor de actualización financiera;

$v^t = (1+i)^{-\left(t-\frac{1}{2}\right)}$, siendo i el tipo de interés técnico utilizado en la actualización financiera.

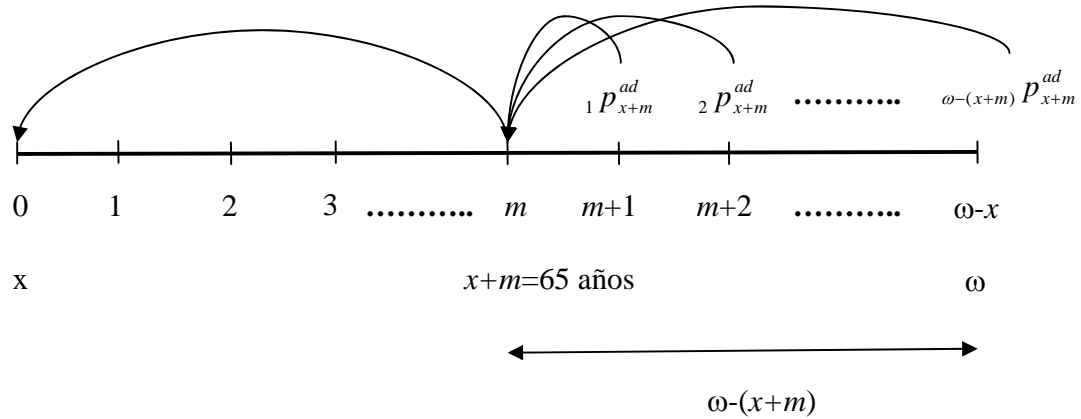
3.2.2. Seguro de dependencia diferido y vitalicio

En este tipo de seguro, la contratación se realizaría en una fecha cuya edad actuarial del asegurado fuera inferior a la edad de 65 años, siendo a partir de esta última cuando tendría

efectividad la cobertura por dependencia. Se trataría de la operación actuarial más razonable y económica.

La condición que llevaría asociada este seguro sería que, para tener derecho a la prestación, el asegurado debería llegar activo al cumplir los 65 años. Es razonable establecer un seguro de estas características debido a que si se tuviera una discapacidad en edades inferiores a la que se establece legalmente como edad de jubilación, el asegurado tendría derecho a una cobertura de carácter público como incapacitado laboral.

El horizonte temporal y su actualización financiero-actuarial se establecería tal y como aparece en el gráfico siguiente, siendo m los años de diferimiento:



En caso de que se realizase un pago único en concepto de prima pura, la equivalencia actuarial, siendo m los años de diferimiento, resultaría:

$${}_m/\prod_x = \left(C \cdot {}_1p_{x+m}^{ad} \cdot v^1 + C \cdot {}_2p_{x+m}^{ad} \cdot v^2 + C \cdot {}_3p_{x+m}^{ad} \cdot v^3 + \dots + C \cdot {}_{\omega-(x+m)}p_{x+m}^{ad} \cdot v^{(\omega-(x+m))} \right) \cdot {}_m p_x^{aa} \cdot v^m = C \cdot {}_m p_x^{aa} \cdot v^m \cdot \sum_{t=1}^{\omega-(x+m)} {}_t p_{x+m}^{ad} \cdot v^t \quad (2)$$

El resto de definiciones de cada una de las probabilidades serían análogas a las ya expuestas, teniendo en cuenta la edad actuarial de la que se trata y el número de periodos que se contemple.

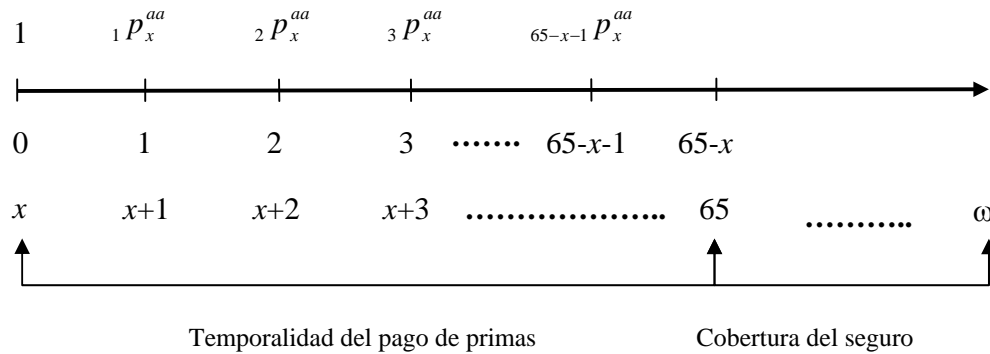
Si se estableciera como edad de inicio de la cobertura a los 65 años, la fórmula (2) se resumiría de la siguiente manera:

$${}_{(65-x)}P_x = \left(C \cdot {}_1p_{65}^{ad} \cdot v^1 + C \cdot {}_2p_{65}^{ad} \cdot v^2 + C \cdot {}_3p_{65}^{ad} \cdot v^3 + \dots + C \cdot {}_{(\omega-65)}p_{65}^{ad} \cdot v^{(\omega-65)} \right) \cdot {}_{(65-x)}p_x^{aa} \cdot v^{(65-x)} = C \cdot {}_{(65-x)}p_x^{aa} \cdot v^{(65-x)} \cdot \sum_{t=1}^{\omega-65} {}_tp_{65}^{ad} \cdot v^t \quad (3)$$

Para establecer la periodicidad del pago de primas, las posibilidades son múltiples, dependiendo de la variación de las cuantías (constantes o variables), de la duración y del diferimiento.

Para ilustrar nuestro estudio, proponemos una variedad consistente en: *el pago de una prima constante de manera periódica, anual, prepagable, mientras el asegurado permaneciese en el estado de activo y con temporalidad hasta cumplir los 65 años*. Para su cálculo, debemos establecer el valor actual de dicha renta y realizar la equivalencia financiero-actuarial de la prima periódica con la prima única obtenida en el apartado anterior.

Antes de obtener la prima periódica anual, se necesita establecer el cálculo del valor actual de una renta actuarial unitaria de no dependencia, inmediata, prepagable y temporal hasta los 65 años. De este modo, la prima sería pagadera conforme a la supervivencia del asegurado en estado de activo:



La actualización de los valores de los pagos al momento de la contratación resultaría:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{x:(65-x)}^{aa} &= 1 + {}_1p_x^{aa} \cdot v^1 + {}_2p_x^{aa} \cdot v^2 + {}_3p_x^{aa} \cdot v^3 + \dots + {}_{65-x-1}p_x^{aa} \cdot v^{(65-x-1)} = \\ &= \sum_{t=0}^{65-x-1} {}_tp_x^{aa} \cdot v^t \end{aligned} \quad (4)$$

En definitiva, si el pago de la prima única obtenida en (3) se realizase de manera periódica, tal y como hemos ilustrado en (4), se establecería la prima periódica anual de riesgo P :

$${}_{(65-x)/\Pi_x} = P \cdot \ddot{a}_{x:(65-x)}^{aa}$$

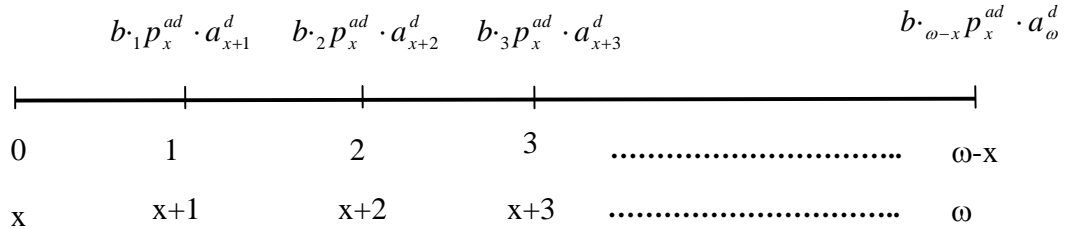
$$P = \frac{{}_{(65-x)/\Pi_x}}{\ddot{a}_{x:(65-x)}^{aa}} = \frac{{}_{(65-x)/\Pi_x}}{\sum_{t=0}^{65-x-1} {}_t p_x^{aa} \cdot v^t} = \frac{C \cdot {}_{65-x} p_x^{aa} \cdot v^{(65-x)} \cdot \sum_{t=1}^{\omega-65} {}_t p_{65}^{ad} \cdot v^t}{\sum_{t=0}^{65-x-1} {}_t p_x^{aa} \cdot v^t}$$

3.3. Seguro de dependencia con prestación en forma de renta

Se trata de un seguro consistente en el pago de una renta de manera vitalicia en el caso de caer en dependencia. Este seguro tiene las mismas premisas y características que se establecieron cuando la prestación se realizaba en forma de capital único; en cambio, se establecerán otras posibilidades al poder establecer la renta que origina la prestación con diferentes puntos de vista.

3.3.1. Seguro de dependencia inmediato y vitalicio con prestación en forma de renta vitalicia y constante

Análogamente a como se describió cuando la prestación consistía en el pago de un capital, el seguro de dependencia cuya característica consiste en el pago de una renta constante de cuantía b , de manera vitalicia desde el momento en que se cae en dependencia, vendría expresada sobre el horizonte temporal de la siguiente manera:



Su formulación actuarial quedaría:

$$\begin{aligned} {}_{renta} \Pi_x &= b \cdot {}_1 p_x^{ad} \cdot a_{x+1}^d \cdot v^1 + b \cdot {}_2 p_x^{ad} \cdot a_{x+2}^d \cdot v^2 + b \cdot {}_3 p_x^{ad} \cdot a_{x+3}^d \cdot v^3 + \dots \\ &\dots + b \cdot {}_{\omega-x} p_x^{ad} \cdot a_{\omega}^d \cdot v^{(\omega-x)} = b \cdot \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_t p_x^{ad} \cdot a_{x+t}^d \cdot v^t \end{aligned} \quad (5)$$

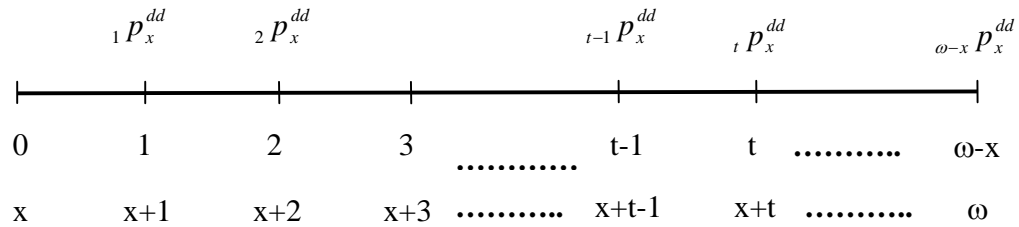
Donde:

b es la cuantía constante de la renta.

a_{x+t}^d es el valor actual de una renta unitaria vitalicia de una persona dependiente de edad $x+t$.

Es preciso establecer la formulación necesaria para la obtención del valor actual de la renta unitaria vitalicia que una persona obtendría una vez caída en dependencia. Para ello se recurre a la formulación actuarial de vida, que pretendemos adecuar al caso de asegurados con la discapacidad que nos ocupa.

Sea una persona de edad x y dependiente; para el cálculo del valor actual actuarial de una renta que percibiría mientras viviera, se debería establecer sus probabilidades de vida futura teniendo en cuenta su dependencia. De manera gráfica:



La actualización financiera de estos valores quedaría:

$$a_x^d = {}_1p_x^{dd} \cdot v^1 + {}_2p_x^{dd} \cdot v^2 + {}_3p_x^{dd} \cdot v^3 + \dots + {}_{\omega-x}p_x^{dd} \cdot v^{\omega-x} = \sum_{h=1}^{\omega-x} {}_hp_x^{dd} \cdot v^h \quad (6)$$

Donde:

${}_tp_x^{dd}$ es la probabilidad de que un individuo en estado de dependiente a la edad x permanezca vivo y dependiente a la edad $x+t$.

Generalizando en (6) para una edad actuarial $x+t$:

$$\begin{aligned} a_{x+t}^d &= {}_1p_{x+t}^{dd} \cdot v^1 + {}_2p_{x+t}^{dd} \cdot v^2 + {}_3p_{x+t}^{dd} \cdot v^3 + \dots + {}_{\omega-(x+t)}p_{x+t}^{dd} \cdot v^{\omega-(x+t)} = \\ &= \sum_{h=1}^{\omega-(x+t)} {}_hp_{x+t}^{dd} \cdot v^h \end{aligned} \quad (7)$$

Por consiguiente, sustituyendo en (5) con el resultado obtenido en (7), la formulación actuarial establecida para este tipo de seguro nos quedaría:

$${}_{renta}\Pi_x = b \cdot \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_tp_x^{ad} \cdot a_{x+t}^d \cdot v^t = b \cdot \sum_{t=1}^{\omega-x} \left({}_tp_x^{ad} \cdot v^t \cdot \sum_{h=1}^{\omega-(x+t)} {}_hp_{x+t}^{dd} \cdot v^h \right) \quad (8)$$

3.3.2. Seguro de dependencia diferido y vitalicio con prestación en forma de renta vitalicia y constante

Este seguro sería más acorde a la realidad si se estableciera de manera diferida y su pago pudiera realizarse tanto en forma de prima única como periódica.

En el caso de prima única, y de manera análoga al desarrollo elaborado en (2), en este caso su diferimiento resultaría:

$${}_{m/renta}\Pi_x = {}_m p_x^{aa} \cdot v^m \cdot b \cdot \sum_{t=1}^{\omega-(x+m)} {}_t p_{x+m}^{ad} \cdot a_{x+m+t}^d \cdot v^t \quad (9)$$

Siendo m los años de diferimiento y el desarrollo de a_{x+m+t}^d , puede deducirse del obtenido en la expresión (7).

Estableciendo en (9) un seguro para una persona que lo contrata a la edad x y cuya cobertura sobre la dependencia comenzaría a partir de los 65 años, obtenemos:

$${}_{(65-x)/renta}\Pi_x = {}_{(65-x)}p_x^{aa} \cdot v^{(65-x)} \cdot b \cdot \sum_{t=1}^{\omega-65} {}_t p_{65}^{ad} \cdot a_{65+t}^d \cdot v^t \quad (10)$$

Del mismo modo, en caso de que se realizase el pago de la prima de manera periódica mientras el asegurado permaneciese activo:

$$\begin{aligned} {}_{(65-x)/renta}\Pi_x &= P \cdot \ddot{a}_{x:(65-x)}^{aa} \\ P &= \frac{{}_{(65-x)/renta}\Pi_x}{\ddot{a}_{x:(65-x)}^{aa}} = \frac{{}_{(65-x)/renta}\Pi_x}{\sum_{t=0}^{65-x-1} {}_t p_x^{aa} \cdot v^t} = \\ &= \frac{{}_{65-x}p_x^{aa} \cdot v^{(65-x)} \cdot b \cdot \sum_{t=1}^{\omega-65} {}_t p_{65}^{ad} \cdot a_{65+t}^d \cdot v^t}{\sum_{t=0}^{65-x-1} {}_t p_x^{aa} \cdot v^t} \end{aligned} \quad (11)$$

4. CASO PRÁCTICO: APROXIMACIÓN A LA TARIFICACIÓN DE UN SEGURO DE DEPENDENCIA PRIVADO

Se propone un ejemplo práctico para un seguro de dependencia privado, utilizando las técnicas actuariales desarrolladas en los apartados anteriores y, para ello, realizaremos las bases técnicas que nos permitirán cuantificar la prima.

La formulación obtenida anteriormente, y que nos sirve de base en este apartado, se apoya en las probabilidades de ocurrencia del riesgo que se pretende cubrir y es preciso realizar el cálculo de estas probabilidades. En el trabajo de Herranz (2007) encontramos el estudio estadístico necesario para el cálculo de probabilidades que se ha descrito en el modelo financiero-actuarial propuesto y que es necesario para la cuantificación económica del seguro de dependencia que se establezca. No debe olvidarse que el modelo teórico es simplificado y los seguros se deberían calcular en función de las probabilidades de ocurrencia (tablas de dependencia), que podrían a su vez calcularse según la intensidad de la dependencia.

4.1. Bases técnicas de un seguro

Las bases técnicas de un seguro deben ser ajustadas a lo que se establece al respecto en el Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, por el que se aprueba el Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados. En su Capítulo 2, sección 8ª, artículo 77 “Normas generales sobre bases técnicas” detalla cómo deben ser éstas.

Siguiendo lo establecido en el Reglamento, las bases técnicas de un producto comprenden los siguientes apartados:

- a) Información genérica: en ella se dará explicación del riesgo asegurable conforme a la póliza respectiva, los factores de riesgo considerados en la tarifa y los sistemas de tarificación utilizados.
- b) Información estadística sobre el riesgo: se aportará información sobre la estadística que se haya utilizado.
- c) Recargo de seguridad: se destinará a cubrir las desviaciones aleatorias desfavorables de la siniestralidad esperada.
- d) Recargos para gastos de gestión: se detallará cuantía, suficiencia y adecuación de los recargos para gastos de administración y de adquisición.
- e) Recargo para beneficio o excedente: se destinará a remunerar los recursos financieros e incrementar la solvencia dinámica de la empresa.
- f) Cálculo de la prima: en función de las bases estadísticas y financieras, si procede, se establecerá la equivalencia actuarial para fijar la prima pura que corresponda al riesgo a cubrir y a los gastos de gestión de los siniestros. Tomando como base la prima pura y los recargos, se obtendrá la prima de tarifa o comercial.

Cuando se trata de seguros de vida, seguros de larga duración en los que la actualización financiera es de suma importancia, como ocurre también en el caso de los seguros que traten la

dependencia, la legislación dicta unas normas específicas, destacando la determinación de un tipo de interés técnico para los cálculos.

En este caso práctico, mostraremos las bases técnicas del producto que proponemos ateniéndonos al Reglamento.

a) Información genérica: el riesgo que asegura la contratación de esta póliza consiste en la cobertura de caer en dependencia² una vez superada la edad de 65 años. Para la cobertura de la dependencia del asegurado, éste deberá llegar en condición de no dependiente (activo) a la edad de 65 años. La consideración de dependiente será dictaminada por criterios médicos. A la firma del contrato deberá elegir la intensidad de la ayuda que pretende cubrir, tomando para ello el número de horas semanales de ayuda que precisará conforme a tres opciones:

1. Para cualquier número de horas semanales de ayuda.
2. Para un número de horas semanales superior a 15.
3. Para un número de horas semanales superior a 60.

Una vez que el asegurado se considere dependiente en función de la opción elegida (una vez elegida la opción, su cálculo se realiza del mismo modo expuesto en teoría pero con la probabilidad correspondiente), recibirá una renta vitalicia constante cuya cuantía corresponderá a la establecida a la firma del contrato. No obstante, el asegurado podrá optar por un capital equivalente al valor actual de la renta descrita en el párrafo anterior y calculado al tipo de interés técnico que se establezca en estas bases técnicas.

Las primas en concepto del precio del seguro, que se calcularán actuariamente como se detalla posteriormente, serán pagaderas de manera nivelada, periódicas, temporales y de pago anticipado, siempre bajo la premisa de permanecer en estado de activo hasta los 65 años.

b) Información estadística sobre el riesgo: la información estadística utilizada para la justificación de algunos de los datos presentados en la presente nota técnica, se han obtenido tanto de estudios propios del riesgo como de publicaciones especializadas, concretamente:

² Recordemos que las premisas que en nuestro estudio se deben dar para estimar que una persona es dependiente son:

- a) La existencia de una limitación física, psíquica o intelectual que merma determinadas capacidades de la persona.
- b) La incapacidad de la persona para realizar por sí mismo las actividades de la vida diaria.
- c) La necesidad de asistencia o cuidados por parte de un tercero para poder realizar estas tareas.

- Tablas de dependencia realizadas en el trabajo de Herranz (2007) mediante el análisis de la Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estados de Salud de 1999 (EDDES) del Instituto Nacional de Estadística (2002). A pesar de su interés, se omite su explicación porque harían demasiado extenso este documento.
- Tablas de mortalidad suizas GRM-95 para hombres y GFR-95 para mujeres, disponibles en la Circular 5/2000 del Banco de España.
- Para el estudio de la mortalidad de los dependientes hemos acudido a estudios realizados en Estados Unidos: U.S. Department of Health and Human Services (1993).
- Publicación de Investigación Cooperativa entre Entidades Aseguradoras (ICEA, 2005).

En el artículo 33.1 del Reglamento de Ordenación y Supervisión de Seguros Privados se establece en su letra a) que el tipo de interés técnico aplicable para el cálculo de la provisión de seguros de vida será publicado anualmente por la Dirección General de Seguros. El tipo de interés técnico publicado por la Dirección General de Seguros el 29 de julio de 2005 asciende al 2,119 % anual. Éste deberá revisarse para establecer los cálculos oportunos dependiendo de la fecha en que se realicen.

c) Recargo de seguridad: se destina a cubrir las desviaciones aleatorias desfavorables de la siniestralidad esperada. De acuerdo con los apartados 3, 4 y 5 del artículo 45 del Reglamento de Ordenación de Seguros Privados de 20 de Noviembre de 1998, tomamos como recargo el 2% de la prima comercial. Aunque este tipo de recargo no se utiliza en el ramo de vida, debido a la nueva implantación de los seguros de dependencia y puesto que no se cuenta con una experiencia suficiente, hemos considerado oportuno incluirlo.

Definiremos el concepto de siniestralidad, tal y como viene marcado en la Orden de 23 de Diciembre de 1998 para el “Desarrollo de Preceptos de la Normativa de Seguros y Obligaciones de Información por Euro”, como la suma del importe de las prestaciones y de los gastos imputables a las prestaciones, pagados por la Entidad en cada ejercicio, corregida por la variación de la provisión de prestaciones.

d) Recargo para gastos: a partir de la entrada en vigor del Plan Contable para las Entidades Aseguradoras, aprobado por el Real Decreto 2014/1997 de 26 de diciembre, los gastos se reclasifican en gastos por destino y se distinguen los siguientes:

- Los gastos de gestión externa, denominados “gastos de adquisición” (g_1), incluyen fundamentalmente las comisiones, los de personal dedicado a la producción y las amortizaciones del inmovilizado afectado a esta actividad, los gastos de estudio,

tramitación de solicitudes y formalización de pólizas, así como los gastos de publicidad, propaganda y de la organización comercial vinculados directamente a la adquisición de los contratos de seguro.

- Los gastos de gestión interna se componen de “gastos de administración” y “otros gastos técnicos”:
 - Los gastos de administración (g_2) incluyen fundamentalmente los gastos de servicios por asuntos contenciosos vinculados a las primas, los gastos de gestión de cartera y cobro de las primas, del reaseguro cedido y aceptado, comprendiendo, en particular, los gastos del personal dedicado a dichas funciones y las amortizaciones del inmovilizado afectado al mismo.
 - Otros gastos técnicos (g_3) son aquellos que, formando parte de la cuenta técnica, no pueden ser imputados en aplicación del criterio establecido a uno de los destinos anteriormente relacionados, fundamentalmente los gastos de dirección general.
- Los gastos de gestión de siniestros (g_4), imputables a las prestaciones, incluyen fundamentalmente los gastos de personal dedicado a la gestión de siniestros y las amortizaciones del inmovilizado afectado a esta actividad, las comisiones pagadas por razón de gestión de siniestros y los gastos incurridos por servicios necesarios para su tramitación.

Debido a la nueva comercialización de este producto, se ha estimado oportuno acudir a los datos que sobre gastos de esta naturaleza se extraen del estudio técnico de ICEA. Se contemplan como un porcentaje de la prima comercial, del siguiente modo:

$$\text{Gastos de adquisición:} \quad g_1 = 20\% \cdot P''$$

$$\text{Gastos de administración:} \quad g_2 = 5\% \cdot P''$$

$$\text{Otros gastos técnicos:} \quad g_3 = 2\% \cdot P''$$

$$\text{Gastos de gestión de siniestros:} \quad g_4 = 1\% \cdot P''$$

e) Recargo para beneficio o excedente (B): se destina a remunerar los recursos financieros e incrementar la solvencia dinámica de la empresa. Se calcula como el 0,5% de la prima de tarifa.

f) Cálculo de la prima de tarifa o comercial: la prima de tarifa o comercial es el precio del seguro, es decir, la contraprestación que ha de satisfacer el tomador del seguro a la entidad aseguradora a cambio de obtener la cobertura deseada.

Según el Reglamento, en su artículo 77.1 letra f), se especifica que los gastos de gestión de los siniestros se integran en la prima de riesgo. Así pues, la *Prima de Riesgo* (P_r) vendrá determinada por:

- La *Prima de Riesgo Pura* (P) correspondiente al valor puro del riesgo, es decir, la valoración económica de la probabilidad de que el siniestro previsto en la cobertura efectivamente se produzca.
- Los *Gastos de Gestión de Siniestros* (g_4) $P_r = P + g_4 \cdot P''$.

Prima de Riesgo Pura (P): Calculamos la prima de riesgo pura aplicando la matemática actuarial específica para los cálculos de dependencia³.

Estableciéndolo para un asegurado que contrata a la edad x y cuya cobertura sobre la dependencia comenzaría a partir de los 65 años:

$${}_{(65-x)/renta} \Pi_x = {}_{(65-x)} p_x^{aa} \cdot v^{(65-x)} \cdot b \cdot \sum_{t=1}^{\omega-65} {}_t p_{65}^{ad} \cdot a_{65+t}^d \cdot v^t$$

El pago de prima periódica constante, prepagable y temporal resultaría:

$${}_{(65-x)/renta} \Pi_x = P \cdot \ddot{a}_{x:(65-x)}^{aa}$$

$$P = \frac{{}_{(65-x)/renta} \Pi_x}{\ddot{a}_{x:(65-x)}^{aa}} = \frac{{}_{(65-x)/renta} \Pi_x}{\sum_{t=0}^{65-x-1} {}_t p_x^{aa} \cdot v^t}$$

$$P = \frac{{}_{65-x} p_x^{aa} \cdot v^{(65-x)} \cdot b \cdot \sum_{t=1}^{\omega-65} {}_t p_{65}^{ad} \cdot a_{65+t}^d \cdot v^t}{\sum_{t=0}^{65-x-1} {}_t p_x^{aa} \cdot v^t}$$

Donde:

b es la cuantía constante de la renta contratada para la cobertura del coste de la dependencia.

a_{x+t}^d es el valor actual de una renta unitaria vitalicia de una persona dependiente de edad $x+t$.

${}_t p_x^{aa}$ es la probabilidad de que un individuo en estado de activo a la edad x sobreviva activo a la edad $x+t$.

³ Dado que estas bases técnicas se encuentran incluidas en el estudio propio de la dependencia, no vamos a incluir ningún análisis al respecto, a fin de que no resulte repetitivo.

${}_tP_x^{ad}$ es la probabilidad de que un individuo activo a la edad x pase a dependiente en el transcurso de t -ésimo año.

v^t es el factor de actualización financiera.

$v^t = (1+i)^{-\left(t-\frac{1}{2}\right)}$, siendo i el tipo de interés técnico utilizado en la actualización financiera.

Desarrollando cada uno de los términos para su cálculo:

$$\begin{aligned} {}_tP_x^{aa} &= \prod_{h=0}^{t-1} p_{x+h}^{aa} = \frac{l_{x+t}^{aa}}{l_x^{aa}} \\ {}_tP_x^{ad} &= p_{x+t-1}^{ad} \cdot {}_{t-1}P_x^{aa} = p_{x+t-1}^{ad} \cdot \prod_{h=0}^{t-2} p_{x+h}^{aa} = p_{x+t-1}^{ad} \cdot \frac{l_{x+t-1}^{aa}}{l_x^{aa}} \\ {}_tP_x^{dd} &= \frac{l_{x+t}^{dd}}{l_x^{dd}} \\ a_x^d &= \sum_{h=1}^{\omega-x} {}_hP_x^{dd} \cdot v^h \end{aligned}$$

En el Anexo se adjunta, en las tablas números 1, 2 y 3, los cálculos correspondientes a las “primas únicas puras” para edades superiores a 40 años con carácter unitario, tanto para hombres como mujeres. A modo de ejemplo, si un hombre de 40 años quisiera contratar un seguro de cobertura de caer en dependencia en los términos especificados en esta nota técnica, debería pagar una prima única de 1,037 euros por cada euro anual de renta vitalicia en dependencia, si la cobertura que contratase fuese la de padecer una dependencia sin especificar el número de horas semanales de ayuda; de 0,79 euros por euro de renta anual si la cobertura fuese en caso de precisar ayuda más de 15 horas semanales; y de 0,35 euros por euro de renta anual si la ayuda superase las 60 horas semanales.

Una vez obtenida la prima de riesgo, la prima de tarifa o comercial (P'') sería la suma de la prima de riesgo más los recargos:

$$P'' = P_r + \lambda \cdot P'' + g_1 \cdot P'' + g_2 \cdot P'' + g_3 \cdot P'' + B \cdot P'',$$

siendo $P_r = P + g_4 \cdot P''$

$$P'' = P + \lambda \cdot P'' + g_1 \cdot P'' + g_2 \cdot P'' + g_3 \cdot P'' + g_4 \cdot P'' + B \cdot P''$$

$$P'' = \frac{P}{(1 - (\lambda + g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + B))}$$

$$P'' = \frac{P}{1 - (0,2 + 0,05 + 0,02 + 0,01 + 0,005)} = \frac{P}{0,715}$$

A la firma del contrato se establecería la opción elegida y la cuantía de la renta asegurada, con el fin de poder realizar el cálculo de la prima de tarifa. Siguiendo el ejemplo descrito en el apartado anterior, la prima de tarifa sería de 1,45 euros por euro de renta anual vitalicia de coste de dependencia, en el caso de contratación de la opción de cobertura “necesitar cualquier número de horas de ayuda semanales”, de 1,10 euros en caso de que la opción fuese el precisar ayuda más de 15 horas semanales y de 0,49 euros si la opción fuese de más de 60 horas semanales.

En esta aproximación de nota técnica no incluimos las provisiones técnicas correspondientes a este tipo de seguro por considerar que no se diferenciarían suficientemente de las establecidas por la ley para los seguros de vida.

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este estudio se ha pretendido dar respuesta a dos aspectos de la cobertura privada de la dependencia: uno ha sido establecer un modelo financiero-actuarial que pudiera servir de apoyo en el diseño de productos privados que cubren la dependencia y otro la realización de una aproximación a las bases técnicas actuariales que permitan la cuantificación de las correspondientes primas. Dado los escasos estudios que sobre este tema existen todavía en nuestro país, el establecer una aproximación a las primas de un seguro privado de dependencia puede servir de referencia para el análisis de su comercialización por parte de las aseguradoras.

Para todo esto se han planteado una serie de condiciones y restricciones iniciales al problema que permitiesen la cuantificación económica en un entorno real. No obstante, debido a la complejidad del problema, hay determinados aspectos que se podrían considerar para futuros trabajos. Por una parte, en el estudio actuarial que hemos realizado para la formulación de un seguro de dependencia, se ha tomado como premisa el riesgo de caer en dependencia, pero no se han considerado los diferentes grados de ésta. Esto conllevaría un estudio mucho más preciso a nivel de formulación debido a que, tal y como se exponía en la Figura 1, las posibilidades de transición se ven incrementadas y, con ello, su complejidad.

En cuanto a las prestaciones de este tipo de seguros, se podría establecer para las indemnizaciones en forma de capital que éste se incrementara conforme transcurrieran los años, dependiendo del tramo en el que se produjera la incapacidad, estableciéndolo según las diferentes condiciones familiares, sociales y económicas del dependiente. En cuanto a la prestación en forma de renta, podría realizarse un pago de renta en forma creciente, por un lado, para adecuarse al incremento del índice de precios al consumo o pérdidas económicas en términos reales; y, por otro, podría establecerse un crecimiento añadido por cambios en el grado de dependencia que se produjeran en el asegurado.

Se ha expuesto, en el epígrafe correspondiente, que el pago de primas periódicas se realizaría de manera constante hasta llegar a la edad en que se haría efectiva la cobertura; en cambio, el pago de primas podría realizarse de manera muy variada: pago de prima nivelada por periodos inferiores al descrito, pago de primas crecientes conforme se aproxima la edad de cobertura, etc.

En definitiva, una vez establecida la base técnica de posibles seguros para la cobertura de la dependencia, se podría diseñar un producto comercial adecuado a la aseguradora que cubriese lo demandado por sus clientes.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBARRÁN, I.; AYUSO, M.; GUILLÉN, M.; MONTEVERDE, M. (2005): “A Multiple State Model for Disability Using the Decomposition of Death Probabilities and Cross-Sectional Data”. *Communications in Statistics–Theory and Methods*, nº 34, pp. 2063–2075.

ALBARRÁN, I.; ALONSO, P. (2006): “Clasificación de las personas dependientes a partir de la Encuesta de Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud de 1999”. *Revista Española de Salud Pública*, 80 (4), pp. 349–360.

AYUSO, M.; CORRALES, H.; GUILLÉN, M.; PÉREZ-MARÍN, A.M.; ROJO, J.L. (2001): “Estadística Actuarial Vida”. *Ediciones de la Universidad de Barcelona*.

BERNOULLI, D. (1766): “Essai d’une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole, et des avantages de l’inoculation pour prévenir”, *Royal Academy of Sciences in Paris*. Reviewed by Blower, S. (2004): *Reviews in Medical Virology*, 14, pp. 275–288.

DAW, R.H. (1979): “Smallpox and the double decrement table: a piece of actuarial pre-history”. *Journal of the Institute of Actuaries*, 106, pp. 229–318.

HABERMAN, S.; PITACCO, E. (1999): “Actuarial Models for Disability Insurance”. *Chapman & Hall / CRC Press*.

HAMZA, E. (1900): “Note sur la théorie mathématique de l’assurance contre le risque d’invalidité d’origine morbide, sénile ou accidentelle”. *Transactions of the 3rd International Conference of Actuaries*, Paris, pp. 154–203.

HERRANZ, P. (2007): “Análisis de la Dependencia de las Personas Mayores en España. Aproximación Actuarial a las Bases Técnicas de un Seguro de Dependencia Privado”. *Tesis Doctoral*.

HOEM, J. (1971): "Point Estimation of Forces of Transition in Demographic Models". *Journal of the Royal Statistical Society*, vol.33, nº 2, pp. 275–289.

ICEA (2005): "El Seguro de Vida. Estadística a Marzo de 2005". *Investigación Cooperativa de Entidades Aseguradoras*, Informe 929.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA (2002): "Metodología. Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estados de Salud 1999". *Recurso electrónico*, disponible en la web www.ine.es

LÓPEZ CACHERO, M.; LÓPEZ DE LA MANZANARA, J. (1996): "Estadística para Actuarios". *Fundación Mapfre Estudios, Editorial Mapfre*.

POCIELLO, E.; VAREA, J. (2004): "Modelos de financiación del Seguro de Dependencia". *Revista Gerencia de Riesgos y Seguros*. Estudios Fundación Mapfre.

POCIELLO, E.; VAREA, J.; MARTÍNEZ, A. (2001): "Construcción de tablas de dependencia: una aproximación metodológica". *Anales del Instituto de Actuarios Españoles 2001*.

SEAL, H.L. (1977): "Studies in the history of probability and statistics. XXXV. Multiple decrements or competing risks". *Biometrika*, 64, pp. 429–439.

SEGOVIA, M.M.; GUERRERO, F.M.; HERRANZ, P. (2008): "Análisis económico del comportamiento de la dependencia por regiones". *Rect@*, vol. Actas_16, Issue 1, 107.

U.S. DEPARTMENT OF HEALTH AND HUMAN SERVICES (1993): "Vital and Health Statistics. Health Data on Older Americans: United States 1992". *Series 3: Analytic and Epidemiological Studies*, nº 27.

REFERENCIAS NORMATIVAS:

Circular 5/2000 del Banco de España de 19 de septiembre en el que hace referencia a la Circular 1/2000 de 10 de febrero, publicada por la Dirección General de Seguros, sobre el uso de las tablas de mortalidad. BOE número 231, pág. 32733.

Ley de Promoción de la Autonomía Personal y Atención a las personas en situación de Dependencia (Ley 39/2006 de 14 de diciembre). BOE número 299 de 15 de diciembre de 2006, pp. 44142–44156.

Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, por el que se aprueba el Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados. BOE número 282 de 25 de noviembre de 1998, pp. 38695–38742.

ANEXO. CÁLCULO DE LAS PRIMAS DE RIESGO

Tabla 1. Cálculo de la prima única de riesgo pura de un seguro de dependencia diferido y con prestación en forma de renta vitalicia

Necesidad de ayuda: Para cualquier número de horas semanales.

Edad inicial del colectivo 6 años y final 99 años

HOMBRES					Renta 1 € Tipo $i = 2,119\%$					CÁLCULO COBERTURA >65 AÑOS				
					CÁLCULO PRIMA ÚNICA					$\sum_{t=1}^{\omega-65} {}_tP_{65}^{ad} \cdot a_{65+t}^d \cdot v^t$				
Edad x	Cabezas vivas de activos en estado activo l_x^{aa}	Edad x	Cabezas vivas de dependientes en estado dependiente l_x^{dd}	Probabilidad de caer en dependencia P_x^{ad}	Edad x	${}_{(65-x)}P_x^{aa}$	$v^{(65-x)}$	Coste cobertura	Π_x	Edad x	${}_tP_{65}^{ad}$	a_{65+t}^d	v^t	
40	938.424	65	1.000.000	0,00554	40	0,84085	0,59826	2,06088	1,03671	65				
41	938.901	66	973.074	0,00568	41	0,84042	0,61094	2,06088	1,05814	66	0,00557	10,79378	0,97925	
42	939.252	67	945.069	0,00583	42	0,84010	0,62388	2,06088	1,08016	67	0,00561	10,65263	0,95893	
43	939.461	68	915.917	0,00600	43	0,83992	0,63710	2,06088	1,10280	68	0,00566	10,21407	0,93903	
44	939.511	69	885.504	0,00620	44	0,83987	0,65060	2,06088	1,12611	69	0,00572	9,77820	0,91955	
45	939.379	70	853.686	0,00898	45	0,83999	0,66439	2,06088	1,15013	70	0,00809	9,34703	0,90047	
46	934.704	71	820.313	0,00933	46	0,84419	0,67847	2,06088	1,18038	71	0,00817	8,92288	0,88178	
47	929.821	72	785.239	0,00974	47	0,84862	0,69284	2,06088	1,21172	72	0,00828	8,50841	0,86348	
48	924.701	73	748.363	0,01021	48	0,85332	0,70753	2,06088	1,24425	73	0,00841	8,10631	0,84557	
49	919.313	74	709.692	0,01075	49	0,85832	0,72252	2,06088	1,27806	74	0,00855	7,71862	0,82802	
50	913.642	75	669.352	0,01850	50	0,86365	0,73783	2,06088	1,31324	75	0,01417	7,34667	0,81084	
51	907.931	76	627.578	0,01962	51	0,86909	0,75346	2,06088	1,34951	76	0,01433	6,99119	0,79401	
52	901.925	77	584.696	0,02088	52	0,87487	0,76943	2,06088	1,38728	77	0,01449	6,65239	0,77754	
53	895.614	78	541.102	0,02230	53	0,88104	0,78573	2,06088	1,42666	78	0,01465	6,33014	0,76140	
54	888.980	79	497.241	0,02390	54	0,88761	0,80238	2,06088	1,46776	79	0,01481	6,02393	0,74560	
55	882.005	80	453.598	0,04258	55	0,89463	0,81938	2,06088	1,51072	80	0,02480	5,73291	0,73013	
56	872.530	81	410.654	0,04651	56	0,90435	0,83675	2,06088	1,55948	81	0,02489	5,45607	0,71498	
57	862.691	82	368.884	0,05100	57	0,91466	0,85448	2,06088	1,61069	82	0,02496	5,19206	0,70015	
58	852.464	83	328.721	0,05612	58	0,92563	0,87258	2,06088	1,66456	83	0,02498	4,93935	0,68562	
59	841.818	84	290.553	0,06194	59	0,93734	0,89107	2,06088	1,72132	84	0,02495	4,69606	0,67139	
60	830.723	85	254.704	0,08414	60	0,94986	0,90996	2,06088	1,78128	85	0,03049	4,46000	0,65746	
61	823.640	86	221.420	0,09508	61	0,95803	0,92924	2,06088	1,83466	86	0,03029	4,22860	0,64382	
62	815.950	87	190.874	0,10794	62	0,96706	0,94893	2,06088	1,89120	87	0,02999	3,99872	0,63046	
63	807.609	88	163.147	0,12325	63	0,97704	0,96904	2,06088	1,95122	88	0,02962	3,76689	0,61738	
64	798.634	89	138.198	0,14176	64	0,98802	0,98957	2,06088	2,01496	89	0,02920	3,53061	0,60456	
65	789.069	90	115.905	0,19079						90	0,03333	3,28838	0,59202	
66	774.386	91	96.109	0,23150						91	0,03282	3,03919	0,57974	
67	759.231	92	78.648	0,28665						92	0,03228	2,78210	0,56771	
68	743.559	93	63.368	0,36414						93	0,03167	2,51555	0,55593	
69	727.304	94	50.132	0,47772						94	0,03095	2,23656	0,54439	
70	710.383	95	38.838	0,65320						95	0,02997	1,93761	0,53309	
71	690.889	96	29.426	0,95418						96	0,02879	1,60102	0,52203	
72	670.612	97	21.756	1,00000						97	0,01745	1,20073	0,51120	
73	649.467	98	15.666	1,00000						98	0,00748	0,69238	0,50059	
74	627.405	99	10.961							99	0,00000	0,00000	0,49020	
75	604.418									COBERTURA 2,06088				

Tabla 1. Cálculo de la prima única de riesgo pura de un seguro de dependencia diferido y con prestación en forma de renta vitalicia (CONT.)

Necesidad de ayuda: Para cualquier número de horas semanales.

Edad inicial del colectivo 6 años y final 99 años

MUJERES					Renta 1 €					CALCULO COBERTURA >65 AÑOS			
					Tipo i 2,119%					$\sum_{t=1}^{\omega-65} {}_tP_{65}^{ad} \cdot a_{65+t}^d \cdot v^t$			
					CALCULO PRIMA ÚNICA								
Edad x	Cabezas vivas de activos en estado activo l_x^{aa}	Edad x	Cabezas vivas de dependientes en estado dependiente l_x^{dd}	Probabilidad de caer en dependencia p_x^{ad}	Edad x	${}_{(65-x)}P_x^{aa}$	$v^{(65-x)}$	Coste cobertura	Π_x	Edad x	${}_tP_{65}^{ad}$	a_{65+t}^d	v^t
40	943.187	65	1.000.000	0,01181	40	0,81729	0,59826	2,70564	1,32293	65			
41	938.992	66	990.350	0,01215	41	0,82094	0,61094	2,70564	1,35699	66	0,01186	10,79378	0,97925
42	934.690	67	979.743	0,01254	42	0,82472	0,62388	2,70564	1,39213	67	0,01192	10,65263	0,95893
43	930.265	68	968.026	0,01296	43	0,82864	0,63710	2,70564	1,42839	68	0,01199	10,21407	0,93903
44	925.704	69	955.096	0,01345	44	0,83273	0,65060	2,70564	1,46584	69	0,01209	9,77820	0,91955
45	920.985	70	940.879	0,01342	45	0,83699	0,66439	2,70564	1,50457	70	0,01171	9,34703	0,90047
46	918.506	71	925.344	0,01403	46	0,83925	0,67847	2,70564	1,54060	71	0,01186	8,92288	0,88178
47	915.811	72	908.496	0,01473	47	0,84172	0,69284	2,70564	1,57788	72	0,01205	8,50841	0,86348
48	912.870	73	890.367	0,01554	48	0,84443	0,70753	2,70564	1,61650	73	0,01227	8,10631	0,84557
49	909.649	74	871.019	0,01646	49	0,84742	0,72252	2,70564	1,65660	74	0,01251	7,71862	0,82802
50	906.133	75	850.539	0,03100	50	0,85071	0,73783	2,70564	1,69827	75	0,02262	7,34667	0,81084
51	898.839	76	829.006	0,03323	51	0,85762	0,75346	2,70564	1,74833	76	0,02286	6,99119	0,79401
52	891.266	77	806.406	0,03576	52	0,86490	0,76943	2,70564	1,80055	77	0,02313	6,65239	0,77754
53	883.409	78	782.620	0,03864	53	0,87259	0,78573	2,70564	1,85505	78	0,02339	6,33014	0,76140
54	875.249	79	757.461	0,04190	54	0,88073	0,80238	2,70564	1,91202	79	0,02365	6,02393	0,74560
55	866.772	80	730.701	0,06757	55	0,88934	0,81938	2,70564	1,97163	80	0,03538	5,73291	0,73013
56	859.302	81	702.091	0,07527	56	0,89707	0,83675	2,70564	2,03092	81	0,03555	5,45607	0,71498
57	851.450	82	671.400	0,08430	57	0,90535	0,85448	2,70564	2,09308	82	0,03566	5,19206	0,70015
58	843.187	83	638.436	0,09492	58	0,91422	0,87258	2,70564	2,15838	83	0,03570	4,93935	0,68562
59	834.483	84	603.102	0,10744	59	0,92375	0,89107	2,70564	2,22710	84	0,03565	4,69606	0,67139
60	825.303	85	565.503	0,08711	60	0,93403	0,90996	2,70564	2,29959	85	0,02529	4,46000	0,65746
61	815.530	86	525.937	0,09557	61	0,94522	0,92924	2,70564	2,37646	86	0,02503	4,22860	0,64382
62	805.209	87	484.870	0,10492	62	0,95734	0,94893	2,70564	2,45793	87	0,02467	3,99872	0,63046
63	794.305	88	442.890	0,11541	63	0,97048	0,96904	2,70564	2,54447	88	0,02422	3,76689	0,61738
64	782.837	89	400.663	0,12742	64	0,98470	0,98957	2,70564	2,63645	89	0,02374	3,53061	0,60456
65	770.858	90	358.881	0,14704						90	0,02417	3,28838	0,59202
66	751.933	91	318.219	0,15648						91	0,02240	3,03919	0,57974
67	732.680	92	279.300	0,17521						92	0,02187	2,78210	0,56771
68	713.068	93	242.619	0,19755						93	0,02132	2,51555	0,55593
69	693.046	94	208.458	0,22394						94	0,02068	2,23656	0,54439
70	672.546	95	176.931	0,25408						95	0,01985	1,93761	0,53309
71	651.886	96	148.079	0,28910						96	0,01889	1,60102	0,52203
72	630.580	97	121.968	0,32967						97	0,01777	1,20073	0,51120
73	608.559	98	98.705	0,37674						98	0,01653	0,69238	0,50059
74	585.787	99	78.342							99	0,00000	0,00000	0,49020
75	562.271									COBERTURA		2,70564	

Tabla 2. Cálculo de la prima única de riesgo pura de un seguro de dependencia diferido y con prestación en forma de renta vitalicia

Necesidad de ayuda: Superior a 15 horas semanales.

Edad inicial del colectivo 6 años y final 99 años

HOMBRES					Renta 1 € Tipo i 2,119%					CALCULO COBERTURA >65 AÑOS			
Edad x	Cabezas vivas de activos en estado activo l_x^{aa}	Edad x	Cabezas vivas de dependientes en estado dependiente l_x^{dd}	Probabilidad de caer en dependencia p_x^{ad}	Edad x	${}_{(65-x)}P_x^{aa}$	$v^{(65-x)}$	Coste cobertura	Π_x	Edad x	${}_tP_{65}^{ad}$	a_{65+t}^d	v^t
40	941.659	65	1.000.000	0,00432	40	0,85326	0,59826	1,54184	0,78706	65			
41	941.873	66	973.074	0,00442	41	0,85306	0,61094	1,54184	0,80356	66	0,00434	10,79378	0,97925
42	941.962	67	945.069	0,00453	42	0,85298	0,62388	1,54184	0,82051	67	0,00436	10,65263	0,95893
43	941.910	68	915.917	0,00465	43	0,85303	0,63710	1,54184	0,83794	68	0,00439	10,21407	0,93903
44	941.699	69	885.504	0,00479	44	0,85322	0,65060	1,54184	0,85589	69	0,00443	9,77820	0,91955
45	941.308	70	853.686	0,00418	45	0,85358	0,66439	1,54184	0,87439	70	0,00378	9,34703	0,90047
46	937.184	71	820.313	0,00434	46	0,85733	0,67847	1,54184	0,89685	71	0,00384	8,92288	0,88178
47	932.849	72	785.239	0,00454	47	0,86132	0,69284	1,54184	0,92011	72	0,00391	8,50841	0,86348
48	928.272	73	748.363	0,00476	48	0,86556	0,70753	1,54184	0,94424	73	0,00399	8,10631	0,84557
49	923.423	74	709.692	0,00501	49	0,87011	0,72252	1,54184	0,96931	74	0,00408	7,71862	0,82802
50	918.285	75	669.352	0,01388	50	0,87498	0,73783	1,54184	0,99539	75	0,01093	7,34667	0,81084
51	913.221	76	627.578	0,01463	51	0,87983	0,75346	1,54184	1,02211	76	0,01102	6,99119	0,79401
52	907.855	77	584.696	0,01548	52	0,88503	0,76943	1,54184	1,04994	77	0,01112	6,65239	0,77754
53	902.176	78	541.102	0,01644	53	0,89060	0,78573	1,54184	1,07894	78	0,01122	6,33014	0,76140
54	896.164	79	497.241	0,01752	54	0,89657	0,80238	1,54184	1,10919	79	0,01132	6,02393	0,74560
55	889.802	80	453.598	0,02794	55	0,90298	0,81938	1,54184	1,14080	80	0,01702	5,73291	0,73013
56	882.202	81	410.654	0,03015	56	0,91076	0,83675	1,54184	1,17501	81	0,01708	5,45607	0,71498
57	874.210	82	368.884	0,03264	57	0,91909	0,85448	1,54184	1,21087	82	0,01713	5,19206	0,70015
58	865.795	83	328.721	0,03543	58	0,92802	0,87258	1,54184	1,24855	83	0,01714	4,93935	0,68562
59	856.927	84	290.553	0,03853	59	0,93763	0,89107	1,54184	1,28820	84	0,01712	4,69606	0,67139
60	847.567	85	254.704	0,05802	60	0,94798	0,90996	1,54184	1,33003	85	0,02355	4,46000	0,65746
61	840.008	86	221.420	0,06453	61	0,95651	0,92924	1,54184	1,37043	86	0,02341	4,22860	0,64382
62	831.835	87	190.874	0,07198	62	0,96591	0,94893	1,54184	1,41322	87	0,02320	3,99872	0,63046
63	823.006	88	163.147	0,08059	63	0,97627	0,96904	1,54184	1,45865	88	0,02293	3,76689	0,61738
64	813.538	89	138.198	0,09066	64	0,98763	0,98957	1,54184	1,50689	89	0,02262	3,53061	0,60456
65	803.478	90	115.905	0,15437						90	0,03353	3,28838	0,59202
66	789.304	91	96.109	0,18793						91	0,03313	3,03919	0,57974
67	774.627	92	78.648	0,23340						92	0,03268	2,78210	0,56771
68	759.399	93	63.368	0,29734						93	0,03216	2,51555	0,55593
69	743.551	94	50.132	0,39127						94	0,03152	2,23656	0,54439
70	726.995	95	38.838	0,53695						95	0,03063	1,93761	0,53309
71	710.195	96	29.426	0,78748						96	0,02954	1,60102	0,52203
72	692.457	97	21.756	1,00000						97	0,02169	1,20073	0,51120
73	673.679	98	15.666	1,00000						98	0,00930	0,69238	0,50059
74	653.792	99	10.961							99	0,00000	0,00000	0,49020
75	632.773									COBERTURA		1,54184	

Tabla 2. Cálculo de la prima única de riesgo pura de un seguro de dependencia diferido y con prestación en forma de renta vitalicia (CONT.)

Necesidad de ayuda: Superior a 15 horas semanales.

Edad inicial del colectivo 6 años y final 99 años

MUJERES					Renta 1 €					CALCULO COBERTURA >65 AÑOS				
					Tipo i 2,119%					$\sum_{t=1}^{\omega-65} {}_tP_{65}^{ad} \cdot a_{65+t}^d \cdot v^t$				
					CALCULO PRIMA ÚNICA									
Edad x	Cabezas vivas de activos en estado activo l_x^{aa}	Edad x	Cabezas vivas de dependientes en estado dependiente l_x^{dd}	Probabilidad de caer en dependencia p_x^{ad}	Edad x	${}_{(65-x)}P_x^{aa}$	$v^{(65-x)}$	Coste cobertura	Π_x	Edad x	${}_tP_{65}^{ad}$	a_{65+t}^d	v^t	
40	947.501	65	1.000.000	0.00755	40	0,84041	0,59826	1,79083	0,90040	65				
41	945.029	66	990.350	0.00774	41	0,84261	0,61094	1,79083	0,92188	66	0,00758	10,79378	0,97925	
42	942.442	67	979.743	0.00794	42	0,84492	0,62388	1,79083	0,94400	67	0,00761	10,65263	0,95893	
43	939.725	68	968.026	0.00817	43	0,84736	0,63710	1,79083	0,96679	68	0,00765	10,21407	0,93903	
44	936.861	69	955.096	0.00844	44	0,84995	0,65060	1,79083	0,99030	69	0,00771	9,77820	0,91955	
45	933.830	70	940.879	0.00512	45	0,85271	0,66439	1,79083	1,01456	70	0,00455	9,34703	0,90047	
46	931.382	71	925.344	0.00534	46	0,85495	0,67847	1,79083	1,03879	71	0,00465	8,92288	0,88178	
47	928.714	72	908.496	0.00561	47	0,85741	0,69284	1,79083	1,06384	72	0,00475	8,50841	0,86348	
48	925.796	73	890.367	0.00591	48	0,86011	0,70753	1,79083	1,08981	73	0,00487	8,10631	0,84557	
49	922.594	74	871.019	0.00626	49	0,86310	0,72252	1,79083	1,11677	74	0,00500	7,71862	0,82802	
50	919.092	75	850.539	0.02229	50	0,86639	0,73783	1,79083	1,14478	75	0,01724	7,34667	0,81084	
51	913.720	76	829.006	0.02366	51	0,87148	0,75346	1,79083	1,17591	76	0,01736	6,99119	0,79401	
52	908.048	77	806.406	0.02522	52	0,87692	0,76943	1,79083	1,20833	77	0,01749	6,65239	0,77754	
53	902.066	78	782.620	0.02699	53	0,88274	0,78573	1,79083	1,24211	78	0,01764	6,33014	0,76140	
54	895.754	79	757.461	0.02900	54	0,88896	0,80238	1,79083	1,27737	79	0,01779	6,02393	0,74560	
55	889.095	80	730.701	0.03514	55	0,89562	0,81938	1,79083	1,31421	80	0,02014	5,73291	0,73013	
56	880.934	81	702.091	0.03811	56	0,90391	0,83675	1,79083	1,35449	81	0,02025	5,45607	0,71498	
57	872.388	82	671.400	0.04145	57	0,91277	0,85448	1,79083	1,39674	82	0,02032	5,19206	0,70015	
58	863.429	83	638.436	0.04520	58	0,92224	0,87258	1,79083	1,44114	83	0,02035	4,93935	0,68562	
59	854.025	84	603.102	0.04938	59	0,93240	0,89107	1,79083	1,48788	84	0,02032	4,69606	0,67139	
60	844.142	85	565.503	0.06953	60	0,94331	0,90996	1,79083	1,53720	85	0,02604	4,46000	0,65746	
61	835.787	86	525.937	0.07760	61	0,95274	0,92924	1,79083	1,58546	86	0,02586	4,22860	0,64382	
62	826.838	87	484.870	0.08688	62	0,96305	0,94893	1,79083	1,63658	87	0,02560	3,99872	0,63046	
63	817.255	88	442.890	0.09766	63	0,97435	0,96904	1,79083	1,69086	88	0,02527	3,76689	0,61738	
64	807.056	89	400.663	0.11036	64	0,98666	0,98957	1,79083	1,74851	89	0,02490	3,53061	0,60456	
65	796.289	90	358.881	0.05207						90	0,01016	3,28838	0,59202	
66	779.767	91	318.219	0.09961						91	0,01810	3,03919	0,57974	
67	762.818	92	279.300	0.11082						92	0,01770	2,78210	0,56771	
68	745.401	93	242.619	0.12407						93	0,01728	2,51555	0,55593	
69	727.456	94	208.458	0.13958						94	0,01679	2,23656	0,54439	
70	708.903	95	176.931	0.15711						95	0,01615	1,93761	0,53309	
71	692.221	96	148.079	0.17724						96	0,01540	1,60102	0,52203	
72	674.637	97	121.968	0.20022						97	0,01453	1,20073	0,51120	
73	656.052	98	98.705	0.22646						98	0,01354	0,69238	0,50059	
74	636.403	99	78.342							99	0,00000	0,00000	0,49020	

Tabla 3. Cálculo de la prima única de riesgo pura de un seguro de dependencia diferido y con prestación en forma de renta vitalicia

Necesidad de ayuda: Superior a 60 horas semanales.

Edad inicial del colectivo 6 años y final 99 años

HOMBRES					Renta 1 € Tipo i 2,119%					CALCULO COBERTURA >65 AÑOS			
CALCULO PRIMA ÚNICA										$\sum_{t=1}^{\omega-65} {}_tP_{65}^{ad} \cdot a_{65+t}^d \cdot v^t$			
Edad x	Cabezas vivas de activos en estado activo l_x^{aa}	Edad x	Cabezas vivas de dependientes en estado dependiente l_x^{dd}	Probabilidad de caer en dependencia P_x^{ad}	Edad x	$(65-x)P_x^{aa}$	$v^{(65-x)}$	Coste cobertura	Π_x	Edad x	${}_tP_{65}^{ad}$	a_{65+t}^d	v^t
40	948.131	65	1.000.000	0,00244	40	0,85655	0,59826	0,68617	0,35162	65			
41	947.560	66	973.074	0,00249	41	0,85707	0,61094	0,68617	0,35929	66	0,00245	10,79378	0,97925
42	946.866	67	945.069	0,00254	42	0,85770	0,62388	0,68617	0,36717	67	0,00246	10,65263	0,95893
43	946.033	68	915.917	0,00261	43	0,85845	0,63710	0,68617	0,37528	68	0,00248	10,21407	0,93903
44	945.045	69	885.504	0,00269	44	0,85935	0,65060	0,68617	0,38363	69	0,00250	9,77820	0,91955
45	943.879	70	853.686	0,00217	45	0,86041	0,66439	0,68617	0,39224	70	0,00199	9,34703	0,90047
46	940.176	71	820.313	0,00226	46	0,86380	0,67847	0,68617	0,40213	71	0,00202	8,92288	0,88178
47	936.260	72	785.239	0,00236	47	0,86741	0,69284	0,68617	0,41237	72	0,00206	8,50841	0,86348
48	932.098	73	748.363	0,00248	48	0,87128	0,70753	0,68617	0,42299	73	0,00211	8,10631	0,84557
49	927.659	74	709.692	0,00262	49	0,87545	0,72252	0,68617	0,43402	74	0,00216	7,71862	0,82802
50	922.927	75	669.352	0,00669	50	0,87994	0,73783	0,68617	0,44549	75	0,00536	7,34667	0,81084
51	918.671	76	627.578	0,00702	51	0,88402	0,75346	0,68617	0,45704	76	0,00541	6,99119	0,79401
52	914.103	77	584.696	0,00738	52	0,88844	0,76943	0,68617	0,46906	77	0,00547	6,65239	0,77754
53	909.211	78	541.102	0,00780	53	0,89322	0,78573	0,68617	0,48157	78	0,00552	6,33014	0,76140
54	903.976	79	497.241	0,00826	54	0,89839	0,80238	0,68617	0,49462	79	0,00558	6,02393	0,74560
55	898.378	80	453.598	0,00602	55	0,90399	0,81938	0,68617	0,50825	80	0,00386	5,73291	0,73013
56	892.277	81	410.654	0,00641	56	0,91017	0,83675	0,68617	0,52257	81	0,00390	5,45607	0,71498
57	885.759	82	368.884	0,00683	57	0,91687	0,85448	0,68617	0,53757	82	0,00393	5,19206	0,70015
58	878.791	83	328.721	0,00728	58	0,92414	0,87258	0,68617	0,55332	83	0,00394	4,93935	0,68562
59	871.337	84	290.553	0,00776	59	0,93204	0,89107	0,68617	0,56987	84	0,00394	4,69606	0,67139
60	863.359	85	254.704	0,02155	60	0,94065	0,90996	0,68617	0,58733	85	0,01023	4,46000	0,65746
61	854.333	86	221.420	0,02336	61	0,95059	0,92924	0,68617	0,60611	86	0,01018	4,22860	0,64382
62	844.710	87	190.874	0,02537	62	0,96142	0,94893	0,68617	0,62600	87	0,01010	3,99872	0,63046
63	834.449	88	163.147	0,02760	63	0,97324	0,96904	0,68617	0,64713	88	0,00999	3,76689	0,61738
64	823.570	89	138.198	0,03011	64	0,98610	0,98957	0,68617	0,66957	89	0,00987	3,53061	0,60456
65	812.123	90	115.905	0,05694						90	0,01681	3,28838	0,59202
66	799.212	91	96.109	0,06464						91	0,01664	3,03919	0,57974
67	785.750	92	78.648	0,07385						92	0,01643	2,78210	0,56771
68	771.687	93	63.368	0,08498						93	0,01620	2,51555	0,55593
69	756.949	94	50.132	0,09848						94	0,01590	2,23656	0,54439
70	741.440	95	38.838	0,11464						95	0,01548	1,93761	0,53309
71	725.500	96	29.426	0,13419						96	0,01496	1,60102	0,52203
72	708.550	97	21.756	0,15785						97	0,01432	1,20073	0,51120
73	690.482	98	15.666	0,18660						98	0,01356	0,69238	0,50059
74	671.220	99	10.961							99	0,00000	0,00000	0,49020
75	650.732									COBERTURA		0,68617	

Tabla 3. Cálculo de la prima única de riesgo pura de un seguro de dependencia diferido y con prestación en forma de renta vitalicia (CONT.)

Necesidad de ayuda: Superior a 60 horas semanales.

Edad inicial del colectivo 6 años y final 99 años

MUJERES					Renta 1 € Tipo i 2,119%					CALCULO COBERTURA >65 AÑOS			
					CALCULO PRIMA ÚNICA					$\sum_{t=1}^{99-65} {}_tP_{65}^{ad} \cdot a_{65+t}^d \cdot v^t$			
Edad x	Cabezas vivas de activos en estado activo l_x^{aa}	Edad x	Cabezas vivas de dependientes en estado dependiente l_x^{dd}	Probabilidad de caer en dependencia p_x^{ad}	Edad x	${}_{(65-x)}P_x^{aa}$	$v^{(65-x)}$	Coste cobertura	Π_x	Edad x	${}_tP_{65}^{ad}$	a_{65+t}^d	v^t
40	951.816	65	1.000.000	0,00343	40	0,85610	0,59826	0,90032	0,46112	65			
41	950.152	66	990.350	0,00350	41	0,85760	0,61094	0,90032	0,47171	66	0,00344	10,79378	0,97925
42	948.369	67	979.743	0,00357	42	0,85921	0,62388	0,90032	0,48261	67	0,00345	10,65263	0,95893
43	946.451	68	968.026	0,00366	43	0,86095	0,63710	0,90032	0,49384	68	0,00346	10,21407	0,93903
44	944.383	69	955.096	0,00376	44	0,86283	0,65060	0,90032	0,50541	69	0,00349	9,77820	0,91955
45	942.142	70	940.879	0,00257	45	0,86489	0,66439	0,90032	0,51734	70	0,00233	9,34703	0,90047
46	939.327	71	925.344	0,00267	46	0,86748	0,67847	0,90032	0,52989	71	0,00237	8,92288	0,88178
47	936.292	72	908.496	0,00278	47	0,87029	0,69284	0,90032	0,54287	72	0,00241	8,50841	0,86348
48	933.008	73	890.367	0,00292	48	0,87335	0,70753	0,90032	0,55633	73	0,00247	8,10631	0,84557
49	929.440	74	871.019	0,00307	49	0,87671	0,72252	0,90032	0,57030	74	0,00252	7,71862	0,82802
50	925.572	75	850.539	0,00840	50	0,88037	0,73783	0,90032	0,58481	75	0,00668	7,34667	0,81084
51	921.313	76	829.006	0,00881	51	0,88444	0,75346	0,90032	0,59997	76	0,00673	6,99119	0,79401
52	916.742	77	806.406	0,00927	52	0,88885	0,76943	0,90032	0,61574	77	0,00679	6,65239	0,77754
53	911.846	78	782.620	0,00980	53	0,89362	0,78573	0,90032	0,63216	78	0,00686	6,33014	0,76140
54	906.605	79	757.461	0,01039	54	0,89879	0,80238	0,90032	0,64929	79	0,00692	6,02393	0,74560
55	901.001	80	730.701	0,01904	55	0,90438	0,81938	0,90032	0,66717	80	0,01202	5,73291	0,73013
56	893.466	81	702.091	0,02039	56	0,91201	0,83675	0,90032	0,68705	81	0,01205	5,45607	0,71498
57	885.532	82	671.400	0,02191	57	0,92018	0,85448	0,90032	0,70790	82	0,01208	5,19206	0,70015
58	877.168	83	638.436	0,02360	58	0,92895	0,87258	0,90032	0,72979	83	0,01209	4,93935	0,68562
59	868.341	84	603.102	0,02547	59	0,93839	0,89107	0,90032	0,75283	84	0,01207	4,69606	0,67139
60	859.014	85	565.503	0,02829	60	0,94858	0,90996	0,90032	0,77713	85	0,01235	4,46000	0,65746
61	851.461	86	525.937	0,03064	61	0,95700	0,92924	0,90032	0,80064	86	0,01226	4,22860	0,64382
62	843.284	87	484.870	0,03323	62	0,96628	0,94893	0,90032	0,82553	87	0,01213	3,99872	0,63046
63	834.440	88	442.890	0,03608	63	0,97652	0,96904	0,90032	0,85196	88	0,01197	3,76689	0,61738
64	824.945	89	400.663	0,03929	64	0,98776	0,98957	0,90032	0,88003	89	0,01179	3,53061	0,60456
65	814.846	90	358.881	0,05726						90	0,01546	3,28838	0,59202
66	801.047	91	318.219	0,04881						91	0,01160	3,03919	0,57974
67	786.721	92	279.300	0,05381						92	0,01138	2,78210	0,56771
68	771.817	93	242.619	0,05965						93	0,01113	2,51555	0,55593
69	756.264	94	208.458	0,06641						94	0,01084	2,23656	0,54439
70	739.972	95	176.931	0,07396						95	0,01046	1,93761	0,53309
71	723.801	96	148.079	0,08251						96	0,01001	1,60102	0,52203
72	706.635	97	121.968	0,09212						97	0,00947	1,20073	0,51120
73	688.365	98	98.705	0,10291						98	0,00887	0,69238	0,50059
74	668.917	99	78.342							99	0,00000	0,00000	0,49020