



Revista de Métodos Cuantitativos para la  
Economía y la Empresa

E-ISSN: 1886-516X

ed\_revmetcuant@upo.es

Universidad Pablo de Olavide  
España

Domínguez Domínguez, Juana; Martín Caraballo, Ana M.  
Medición de la pobreza: una revisión de los principales indicadores  
Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa, vol. 2, diciembre, 2006, pp. 27-66  
Universidad Pablo de Olavide  
Sevilla, España

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=233117243002>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica  
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto



UNIVERSIDAD  
PABLO DE  
OLAVIDE  
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA  
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (2). Páginas 27-66.  
Diciembre de 2006. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.  
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art5.pdf>

## Medición de la pobreza: una revisión de los principales indicadores

DOMÍNGUEZ DOMÍNGUEZ, JUANA

Departamento de Estadística, Estructura Económica y O.E.I.

Universidad de Alcalá de Henares

Correo electrónico: [juana.dominguez@uah.es](mailto:juana.dominguez@uah.es)

MARTÍN CARABALLO, ANA M.

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica

Universidad Pablo de Olavide

Correo electrónico: [ammarcar@upo.es](mailto:ammarcar@upo.es)

### RESUMEN

En este trabajo se ha realizado una revisión de la literatura existente respecto a la medición de la pobreza. Se describe la evolución histórica que ha tenido el concepto de pobreza, así como los distintos umbrales o líneas de pobreza que se utilizan en los estudios de cuantificación de la pobreza. El lector puede ver, además, los principales indicadores de pobreza que diferentes autores han construido desde principios del siglo XX hasta nuestros días con la intención de cuantificar un fenómeno tan complejo como es el que constituyen la pobreza y la desigualdad.

**Palabras clave:** pobreza; indicadores de pobreza; medidas de desigualdad.

**Clasificación JEL:** I31; I32; D63.

**2000MSC:** 91B82; 62P20.

# Poverty measurement: reviewing the main indicators

## ABSTRACT

In this paper we carry out a revision of the literature according to the measure of poverty. We describe the historic evolution that the poverty has had. We also show the different kinds of poverty lines or thresholds that we can use to assess the very complex phenomenon of poverty. Finally, we show the poverty indicators that several authors have introduced through the beginning of the twentieth century in order to analyse poverty and inequalities.

**Keywords:** poverty; poverty indicators; inequality measures.

**JEL classification:** I31; I32; D63.

**2000MSC:** 91B82; 62P20.



## 1. Introducción

El proceso de medición de la pobreza obliga por una parte a identificar aquellas unidades de análisis que se consideran pobres y por otra a la agregación del bienestar de tales unidades de análisis en una medida de pobreza. Así, la cuantificación de la pobreza abarca aspectos conceptuales y metodológicos muy variados que el investigador debe abordar al elegir un método de cuantificación.

El presente documento ofrece una guía sobre las distintas interpretaciones conceptuales del término “pobreza” y una revisión de las metodologías más utilizadas en los procesos de identificación y agregación.

Según indica Ravallion (2003), antes de intentar cuantificar cualquier ente, característica o situación, se debe tener muy claro el concepto que se quiere medir, por tanto es necesario elegir el concepto de pobreza a utilizar y, con ello, se condiciona el enfoque elegido. Así, cuando se cuantifica la pobreza nos encontramos tanto en el ámbito conceptual como en el metodológico disyuntivas entre las nociones de pobreza “absoluta” y “relativa”, entre los enfoques “directo” e “indirecto” y entre las perspectivas “objetiva” y “subjetiva”. Por otra parte, ningún método de identificación y agregación es por sí solo suficiente, por lo que el uso combinado de los mismos puede ser la opción más acertada para la cuantificación de la pobreza.

El interés de la medición de la pobreza y desigualdad en una sociedad está justificado porque de ello dependerá el poder dar soluciones a un grave problema social. Al medir la pobreza podemos saber cuántos pobres hay, dónde están y por qué son pobres; y con ello diseñar políticas que lleven a que tales individuos dejen de ser pobres.

A continuación se presenta en la siguiente sección los antecedentes históricos de la medición de la pobreza. En la Sección 3 se define el concepto de línea de pobreza y se describen varios métodos para la construcción de diferentes líneas de pobreza; además de describen distintas escalas de equivalencia, que son necesarias cuando se hacen mediciones de pobreza dependiendo de las unidades de análisis elegidas en el estudio que se realiza. La Sección 4 describe los diferentes enfoques que existen para la construcción de indicadores de pobreza. Por último, en la Sección 5 se realiza una revisión de los principales indicadores de pobreza que han sido definidos por diferentes autores.

## 2. Antecedentes históricos

Aunque la visión de un mundo de pobres y de ricos es muy antigua, el estudio científico de la medición de la pobreza se remonta solo al siglo XX. Esto puede deberse a que hasta bien entrado este siglo no se consolida el Estado como unidad de análisis y, con ello, se empieza la producción sistemática, más o menos fiable, de datos empíricos comparables entre los distintos países.

A principios del siglo XVIII se realizaron las primeras encuestas sociales y la pobreza

fue uno de los temas que se trataron en ellas, aunque no con el objetivo de cuantificarla, sino motivadas sobre todo por la creencia de que en las sociedades industriales la pobreza era un problema social terrible pero a la vez también evitable. Así, puede decirse que la preocupación por la pobreza y el análisis de la misma se remontan a los comienzos mismos del Análisis Sociológico. Adam Smith (1776) definía la pobreza como sigue:

“...una falta de aquellas necesidades que la costumbre de un país hace que sea indecente, tanto para la gente acomodada como para la de clase más baja, carecer de ellas”.

No obstante, como se ha indicado anteriormente, los estudios científicos acerca de la cuantificación de la pobreza no comienzan muy atrás en el tiempo; se remontan a finales del siglo XIX. Según Atkinson (1987), fue Booth el primero que combinó la observación de la pobreza con un intento de medir matemáticamente la extensión del problema, entre los años 1892 y 1897. Además, Booth elaboró un mapa de la pobreza en Londres en los años indicados anteriormente (ver Booth (1892-1897)).

Ya en el siglo XX, Rowntree (1901) elaboró un estudio de la pobreza en York, donde utilizó un concepto de pobreza basado en requerimientos nutricionales. A partir de entonces, se han desarrollado y utilizado nuevos conceptos y metodologías sobre la medición de la pobreza, que se describirán en este trabajo.

Los estudios de pobreza que se hacen hasta ese momento son siempre en una zona determinada y dentro de una sociedad en particular; según Sachs (1992), no es hasta los años 40 del siglo pasado cuando “se descubre” la pobreza a escala mundial, en los primeros informes del Banco Mundial. En tales condiciones, la pobreza era entendida como una operación estadística de carácter comparado que afectaba a los ingresos per cápita de los diferentes estados. Desde esta perspectiva, se deriva una estructuración mundial de la pobreza muy clara: países de mayor renta y países de renta inferior. Y un país pobre es el que queda por debajo de un determinado nivel de renta o umbral. Así, en 1948, el Banco Mundial define como *pobres* a los países con una renta por habitante menor a 100 USD y “por primera vez en la historia, naciones enteras y países son considerados (y se consideran a sí mismos) como pobres en el sentido de que sus ingresos son insignificantes en comparación con aquellos países que actualmente dominan el mundo económico”.

Esta perspectiva, lejos de estar en desuso en la actualidad, ha sido completada con aportaciones empíricas y teóricas y continúa siendo una de las principales fuentes de información y referencia para la descripción (y también para el análisis) de la pobreza, Fisher (1992).

Durante las décadas de los años 1950 y 1960 se consideraba que el crecimiento era el principal instrumento de reducción de la pobreza. Sin embargo, desde el propio Banco Mundial y hacia el final de los años 60 y durante los 70 del siglo pasado, se produce una reconducción en el término *pobreza*. Así, se comienza a hablar de *pobreza absoluta* y de *niveles de vida*, sobre los que pesa una clara delimitación o franja a partir de la cual se es

pobre. Es precisamente en el año 1973 cuando el Banco Mundial lanza el primer concepto de pobreza absoluta en un discurso dado por su Presidente, Robert McNamara:

“...unas condiciones de vida tan degradadas por la enfermedad, el analfabetismo, la desnutrición y la miseria que niegan a sus víctimas las necesidades humanas fundamentales; unas condiciones de vida tan limitadas que impiden la realización del potencial de los genes con que se nace; unas condiciones de vida tan degradantes que insultan a la dignidad humana; y aún así, unas condiciones de vida tan habituales que constituyen el destino de cerca del 40 % de los pueblos de los países en vías de desarrollo”.

En aquellos años, Robert McNamara afirmaba también lo siguiente: “para finales del siglo debemos erradicar la pobreza absoluta. Ello significa en la práctica la eliminación de la malnutrición y del analfabetismo, el descenso de la mortalidad infantil y el incremento de la esperanza de vida de forma equivalente a los estándares de los países más desarrollados”. Aparte de las implicaciones a nivel internacional que tuvo y aún tiene esta visión sobre la pobreza, en esta misma dirección se encuadraron los estudios sobre pobreza de Ornati (1966). Por lo tanto, aquellos países (o grupos) que no cumplían con un mínimo vital (y absoluto) establecido según parámetros occidentales, eran pobres. Aún en la actualidad, el Banco Mundial sigue ofreciendo las cifras de los países más pobres en función del “1 dólar per cápita al día”.

En los años 80 del siglo pasado, se comienza a tratar la pobreza desde una nueva perspectiva, la del desarrollo humano. Así se comienza a considerar la pobreza como algo multidimensional: se tienen en cuenta, además de la renta, aspectos como la educación y la sanidad. Es sobre esos tres aspectos clave sobre los que comienzan a construirse distintos indicadores de pobreza. Así, en el Informe sobre Desarrollo Humano de 1997 (PNUD, 1997), se da por primera vez una noción moderna de *pobreza global* en el contexto de *desarrollo*. Este concepto ha sido utilizado por numerosos investigadores con la intención de resolver el problema planteado. En este texto, la pobreza se refiere a la incapacidad de las personas de vivir una *vida tolerable*; los aspectos que forman parte de la pobreza según el informe son: llevar una vida larga y saludable, tener educación y disfrutar de un nivel de vida decente, además de elementos tales como libertad política, respeto de los derechos humanos, la seguridad personal, el acceso a un trabajo productivo y bien remunerado y la participación en la vida de la comunidad a la que pertenece el individuo. No obstante, según Feres y Mancero (2001), debido a la dificultad de medir algunos de estos aspectos, el estudio de la medición de la pobreza se ha centrado en los aspectos cuantificables de ésta, que en general están relacionados con el concepto de “nivel de vida”.

A lo largo de la Historia, ha habido variaciones importantes en cuanto al peso y a la significación de la pobreza en distintos tipos de sociedad y en diferentes periodos; por este motivo, el análisis de la pobreza se llega a convertir en un análisis de *clases de pobreza*. Actualmente, la pobreza y el análisis de la misma se centran en el individuo y en su falta

de capacidad para adaptarse a la sociedad. Además, se observa que la mayoría de los estudios económicos sobre pobreza que se han realizado se han centrado principalmente en la *necesidad*, el *estándar de vida* y en la *insuficiencia de recursos*; y los indicadores más aceptados han sido los *ingresos disponibles*, el *consumo de bienes* y la *satisfacción de ciertas necesidades básicas*.

El concepto de *necesidad* se refiere a la carencia de bienes y servicios mínimos requeridos para vivir y funcionar como un miembro de la sociedad; por lo tanto, este enfoque se limita a centrar la atención en determinados artículos considerados básicos para la supervivencia de un individuo.

Al hablar de *estándar de vida*, no se refiere únicamente a determinadas privaciones, sino también al hecho de vivir con menos que otras personas; surge en este enfoque la relación *ser más pobre que...*

Por último, la *insuficiencia de recursos* se interpreta como *carencia de riqueza* para adquirir lo que una persona necesita; según esta última interpretación, la satisfacción de las necesidades no implica necesariamente que una persona deje de ser pobre, porque dicha satisfacción puede no haber sido lograda por medio de recursos propios.

Utilizar la definición del “estándar de vida” plantea la necesidad de identificar claramente cuáles son los objetos que determinan ese estándar para, de esta forma, poder establecer claramente la relación “*ser más pobre que...*”. El análisis económico tradicional suele identificar la noción de *estándar de vida* con la *utilidad que experimentan los individuos ante el consumo de bienes* (enfoque utilitarista). Sin embargo, Sen (1984) critica este enfoque y argumenta que el nivel de vida de un individuo lo determinan sus *capacidades* y no los bienes que posea ni la utilidad que experimente (enfoque de las capacidades). Así, según Sen, se pueden entender las “capacidades” como aquellas actividades que distintos objetos permiten realizar.

Sen lo explica con el siguiente ejemplo: “una bicicleta es un *bien* que posee distintas *características*, por ejemplo, ser un medio de transporte. Esta característica le da a la persona que posee la bicicleta la *capacidad* de transportarse, y a su vez esa capacidad le puede proporcionar a la persona *utilidad*”; por lo que, según este razonamiento, los bienes no son los objetos que nos proporcionan el estándar de vida, ya que la posesión de un bien no implica por sí misma las actividades que un individuo pueda realizar, dichas actividades dependen de las facultades e impedimentos de cada individuo. Así, si bien “los objetos proveen la base para una contribución al estándar de vida, no son en sí mismos una parte constituyente de ese estándar” (véase Sen (1984)). No obstante, Ravallion (1998) afirma que el enfoque de capacidades puede servir de complemento al enfoque económico utilitarista y que no son necesariamente dos enfoques opuestos.

Es posible denotar las capacidades como una función que depende de la cantidad consumida de bienes,  $q$ , y de las características del hogar,  $x$ ; así, si  $c$  representa a las capacidades, se puede expresar como función de  $q$  y  $x$ :

$$c = c(q, x).$$

Según el enfoque de capacidades de Sen, la utilidad es una función de las capacidades que denotamos por  $U = U(c)$ ; si reemplazamos el término  $c$  en la función de utilidad por la función  $c(q, x)$ , se obtiene que:

$$U = U(c(q, x)) = v(q, x).$$

Observamos que es posible expresar la utilidad únicamente en términos de  $q$  y  $x$ , a pesar de que siguen siendo las capacidades las que determinan el bienestar individual. Así, Ravallion (1998) presenta el enfoque de las capacidades como un paso intermedio que conecta la utilidad con el consumo de bienes y no necesariamente es lo opuesto al uso del consumo en la medición del bienestar.

### 3. Líneas de pobreza

En la literatura existen muchas definiciones de pobreza distintas, ya que es difícil extraer una definición completamente satisfactoria del término. En una primera aproximación, el concepto de pobreza puede tener dos significados:

- Es una situación que significa que no tenemos, o difícilmente tenemos, lo suficiente para seguir vivos.
- Es una situación en la que no tenemos lo suficiente para vivir una vida que es considerada normal en la sociedad (Hagenaars, 1986).

Según el Instituto Nacional de Estadística (I.N.E.), el primer enfoque se utiliza cuando se estudian sociedades en vías de desarrollo o en situaciones de miseria, mientras que el segundo enfoque se adopta en el estudio de este fenómeno en sociedades desarrolladas (I.N.E., 1993; p.7).

En este trabajo, la discusión de la pobreza se limita al espacio de la renta, definiendo la pobreza como una *privación económica* o, como determinó Foster (1984), tratamos la pobreza como *pobreza económica*, puesto que está vinculada a las carencias de recursos económicos de las personas, para el consumo de bienes y servicios económicos. De este modo, un estándar de pobreza está basado en el nivel de recursos de la familia que se juzgan necesarios para tener un nivel de vida mínimamente adecuado. Por lo tanto, el elemento central de este trabajo gravita sobre la privación económica, tratando con el concepto, definición y medición de la pobreza económica, o lo que muchos llaman *pobreza material*.

En adelante, diremos que un individuo es pobre cuando *su nivel de vida* está por debajo de un determinado nivel mínimo (Bosch, Escribano y Sánchez, 1989; p.48), aunque sabemos que el nivel de vida es un concepto multidimensional, como argumenta Sen (1983), ya que se compone de un conjunto de requisitos que determinan la capacidad de participar en la vida social de la comunidad con un nivel mínimo aceptable. El Consejo de Europa haciéndose eco



de todas estas disquisiciones sobre pobreza, recomienda que *se consideren pobres aquellas personas, familias o grupos de personas a quienes las limitaciones de recursos culturales, materiales y sociales, les excluye del tipo de vida mínimo considerado aceptable en el Estado en que residen* (OCDE, 1984).

### 3.1. La construcción del umbral de pobreza

El problema básico que se encuentra en la investigación de la pobreza es la *identificación de los pobres*. Éste se resuelve introduciendo la línea o umbral de pobreza, como el nivel de renta que actúa de frontera para delimitar a los pobres, cuya determinación resulta, por tanto, crucial en cualquier estudio de pobreza. La línea de pobreza es *el nivel de renta que se necesita para obtener las llamadas necesidades mínimas de vida* (Kakwani, 1986; p.239) y, por consiguiente, una persona es pobre si su renta cae por debajo de esa línea. Van Praag, Hagenaars y Van Weeren (1982) definen la pobreza en términos de bienestar y obtienen la línea de pobreza a partir de la relación entre el bienestar y la renta.

No existe una base científica sobre la cual uno pueda, inequívocamente, aceptar o rechazar una línea de pobreza basada en supuestos puramente relativos o puramente subjetivos. Cada una tiene sus méritos y sus limitaciones, tal y como dice Atkinson (1974; p.48): *cualquier línea de pobreza estará influenciada por los modelos de vida usuales y estaría solo definida con relación al patrón de vida de una sociedad particular*, o como sugiere Sen (1983): *la línea de pobreza es tal que presenta justificación por sí misma y es aquella bajo la que no se puede participar adecuadamente en las actividades comunes, o estar libre de la vergüenza pública por no satisfacer las necesidades*. Kakwani (1986, p.273) la define como: *el nivel de renta suficientemente bajo que sea considerado que crea infortunio, en términos de los modelos de vida cotidianos de la sociedad*.

Las líneas de pobreza pueden clasificarse en objetivas y subjetivas. Las primeras se construyen sobre los niveles de renta detectados en la sociedad, mientras que las segundas están basadas en la percepción que los propios hogares tienen de sus necesidades.

#### 3.1.1. Líneas de pobreza objetivas

Las líneas de pobreza objetivas pueden ser, a su vez, *absolutas y relativas*. Los umbrales de pobreza absolutos son aquellos que no cambian con el nivel de vida de una sociedad, es decir, están basados en algunas necesidades básicas, sin que esto esté relacionado con el estándar de vida de la sociedad. Con este tipo de líneas de pobreza, los aumentos proporcionales de renta en la población hacen que se reduzca el número de individuos por debajo del umbral. Así, la pobreza medida a través de líneas absolutas podría erradicarse mediante el crecimiento económico.

En cambio, las líneas de pobreza relativas son aquellas que se relacionan más con la idea de una *privación relativa*. En todas las líneas de pobreza relativas hay una característica común, y es que aumentos proporcionales en las rentas arrastran en su desplazamiento a

la línea de pobreza, por lo que el número de pobres es invariante, con lo que resulta que un crecimiento económico proporcionalmente distribuido no reduce los porcentajes de pobres. Estas líneas de pobreza, dependiendo de lo que entendemos por lo que Thurow (1969) llama *los niveles de vida adecuados vistos por la mayoría de la sociedad*, están vinculadas a algún indicador del nivel de vida de la sociedad. Con estos umbrales solo sabemos que los pobres identificados por ellos están peor que una buena parte de la población, pero no podemos asegurar que sus niveles de bienestar estén por debajo de unos límites razonables, ni que se sientan especialmente excluidos.

La elección de una línea de pobreza relativa es difícil; no se oculta la gran trascendencia social y política que puede tener. Estas líneas se identifican por tener una elasticidad positiva con respecto a la renta media. Sin embargo, la mayoría de las definiciones de líneas de pobreza suelen tener lugar sobre una escala puramente relativa; es decir, tendrán una elasticidad de la renta entre cero y uno (Kilpatrick, 1973).

#### 1. Aproximaciones a las necesidades básicas.

El procedimiento más usual es considerar como necesidades básicas a la alimentación, vivienda, vestido y calzado, sin hacer referencia a la sociedad. Por tanto, hay que decidir cómo obtener el coste de las necesidades básicas, empezando por la alimentación. Se comienza por estimar las calorías que se necesitan para mantener *la eficiencia física*. Esta estimación la dan expertos nutricionales, que son los que deciden sobre una dieta económica, que aporte lo suficiente para subsistir. Estas estimaciones se critican por dos razones:

- Primera, tal y como Townsend (1979, 1992) argumenta, las necesidades nutricionales de los individuos varían considerablemente con la edad, sexo, ocupación, actividad física, alojamiento, clima y actividades de ocio.
- Segunda, determinar los ingredientes de la cesta de la compra mínima es un conflicto entre el Consejo de Expertos y la conducta actual, ya que el modelo de consumo actual de la gente está influido por las costumbres individuales y por la conducta de consumo social a que se esté acostumbrado.

Pese a las críticas expuestas, esta aproximación ha dado lugar a numerosas líneas de pobreza, comenzando con Booth (1892) y siguiendo con Rowntree (1901), Marshall (1920), Rowntree (1941), Lavers y Rowntree (1951) y Friedman (1965), entre otros. A continuación se exponen las líneas directrices de este tipo de construcción.

##### a) Línea de pobreza de Rowntree.

Es de la forma

$$z = C_0 + 0C_0$$

donde  $C_0$  es el gasto mínimo en alimentación y  $0C_0$  es el gasto mínimo en vestido, calzado, vivienda, gasolina y luz. Esta línea de pobreza es absoluta.

b) Línea de pobreza de Friedman.

$$z = C_0^{\frac{1}{\alpha_1}} e^{-\frac{\alpha_0}{\alpha_1}}$$

Es absoluta. Para obtener esta línea de pobreza se considera la renta mínima por debajo de la cual un hogar se considera pobre. Dicha renta se calcula utilizando la relación<sup>1</sup> que existe entre el consumo y la renta:

$$\ln C = \alpha_0 + \alpha_1 \ln X; \quad (1)$$

la renta mínima será:

$$\ln C_0 = \alpha_0 + \alpha_1 \ln X_0.$$

c) Línea de pobreza de Orshansky.

$$z = C_0 e^{-\alpha_0 + (1-\alpha_1)\mu},$$

donde  $C_0$  es el gasto mínimo en alimentación y  $\mu$  es la renta media de la población. Las constantes  $\alpha_0$  y  $\alpha_1$  se obtienen de la ecuación (1). Esta línea de pobreza, dependiendo del valor de  $\alpha_1$ , puede ser absoluta o relativa.

## 2. Método de la proporción en alimentación.

Este método fue propuesto por Watts (1967), aplicado por Love y Oja (1975) y discutido por Cramer (1973) y Deaton y Muellbauer (1980), entre otros. Genera una línea de pobreza que también es absoluta. Su construcción está basada en establecer la relación entre los gastos en alimentación y la renta total. Obtiene la línea de pobreza a partir de la función de Engel, como el valor máximo,  $\varphi_0$ , de la proporción entre el gasto en comida y la renta total. Así, si la ratio alimentación-renta de una persona es mayor que  $\varphi_0$ , entonces se dice que es pobre; si por el contrario es menor que  $\varphi_0$ , entonces se dice que el individuo no es pobre. De esta forma:

$$\ln \varphi_0 = \ln \frac{C}{X} \implies z = e^{\frac{\alpha_0 - \ln \varphi_0}{1 - \alpha_1}}$$

Las constantes  $\alpha_0$  y  $\alpha_1$  se obtienen de la ecuación (1).

## 3. Método basado en una fracción de la renta media o de la renta mediana.

Una forma muy común de obtener la línea de pobreza de una sociedad es la basada en un cierto porcentaje de la renta media de la población. La Comisión de Investigación de la Pobreza en Australia (1975), utiliza como línea de pobreza el 56,6 % de la ganancia media semanal. En general, se suele elegir como umbral de pobreza el 50 % de la renta media, tal y como lo hacen la OCDE, el DSS en el Reino Unido, O'Higgins y Jenkins (1989), Cáritas y el INE. Sin embargo, Fuchs (1969) se inclina a que el

---

<sup>1</sup>La función de Engel.

modelo de pobreza tiene que estar unido a la renta mediana y considera que el umbral de pobreza debería ser el 50 % de la renta mediana de la distribución, al igual que Hagenaars (1986). En Francia también se opta por esta línea de pobreza. En la actualidad, se suele utilizar como línea de pobreza el 60 % de la renta mediana. Obviamente, tanto la línea de pobreza basada en la renta media como la basada en la renta mediana son de tipo relativo.

#### 4. Método basado en percentiles de la distribución de la renta.

Las líneas de pobreza se pueden definir como un cierto percentil de la distribución de la renta. Este método suele estar asociado a la búsqueda de la pobreza extrema y suele trabajar con  $P_{20}$  y  $P_{10}$ . Estas líneas de pobreza son también relativas.

Otra línea de pobreza, menos utilizada, es la de Beckerman, que establece como umbral para un hogar bipersonal, la renta per capita del grupo. Este valor se adapta después a los diferentes tamaños del hogar, multiplicándolo por los coeficientes de la escala de equivalencia elegida, que cuantificará las economías de escala del hogar.

#### 3.1.2. Líneas de pobreza subjetivas: la línea de Kapteyn, la de Lyeden y la de Deeleck

Por último, las líneas de pobreza subjetivas se construyen a partir de las percepciones de los propios hogares, obtenidas a través de un cuestionario de opinión. En Europa existe una gran cantidad de trabajos<sup>2</sup> sobre el desarrollo de umbrales de pobreza subjetivos, preguntando sobre la renta mínima: ¿cuál considera que sea la renta neta mínima absoluta para un hogar tal como el suyo? En España, el Instituto Nacional de Estadística, incluyó en la Encuesta Básica de Presupuestos Familiares (E.P.F.) un cuestionario de opinión sobre la subjetividad de la pobreza en los propios hogares. Para luego obtener dicha línea de pobreza, se usan técnicas relacionadas con la teoría de la utilidad. La variable que se utiliza es la renta y la ventaja que tiene sobre las medidas objetivas es que no se necesita el uso de escalas de equivalencia.

Existen en la actualidad dos metodologías que han desarrollado, de modo independiente, un sistema subjetivo de fijación del umbral de pobreza:

##### 1. La metodología de Leyden.

Propuesta primeramente por Goedhart, Halberstadt, Kapteyn y Van Praag (1977) en la escuela holandesa, existen dos variantes para la obtención de la línea de pobreza. La más sencilla es la Kapteyn, también llamada S.P.L. (Límite Subjetivo de Pobreza), para diferenciarla de la línea de Leyden propiamente dicha.

Para determinar la línea de pobreza de Kapteyn (S.P.L.), se utilizan las respuestas a la siguiente pregunta del módulo subjetivo de la E.P.F.:

---

<sup>2</sup>Hagenaars (1986), Hagenaars & de Vos (1988), entre otros.

*“En su opinión, ¿cuáles son los ingresos mensuales netos que como mínimo se necesitan para que un hogar como el suyo llegue a fin de mes?”*

Kapteyn parte de la hipótesis de que el mínimo fijado por cada hogar depende de dos factores subjetivos: el tamaño del hogar y el nivel de ingresos. Es decir, a igualdad de pautas, el consumo de los hogares más numerosos necesita, obviamente, más ingresos y, además, ingresos más elevados en un hogar implican seguramente mayores niveles de exigencias. Otra hipótesis con la que trabaja Kapteyn es que los hogares que tengan una renta próxima a su mínimo serán probablemente los que pueden fijar este con mayor precisión y, por tanto, son aquellos cuya información resulta más fiable.

La línea de pobreza de Leyden L.P.L. (Límite de Pobreza de Leyden) es una versión un poco más depurada de la anterior. Para obtener la información subjetiva de los hogares, lo hace a través de una pregunta más compleja y que obliga a éstos a precisar más sus necesidades. De esta forma, se intenta conseguir unas respuestas que se ajusten más a la realidad. La pregunta es:

*Dadas las circunstancias actuales de su hogar, dígame aproximadamente, qué ingresos netos mensuales asociaría con cada una de las siguientes situaciones económicas:*

<i>Muy mala</i>	<i>Mala</i>	<i>Insuficiente</i>	<i>Suficiente</i>	<i>Buena</i>	<i>Muy buena</i>
-----------------	-------------	---------------------	-------------------	--------------	------------------

## 2. Metodología del Centro de Política Social (C.S.P.) de Amberes.

La línea de pobreza de Deeck (C.S.P.) sigue una metodología totalmente distinta. La información que se utiliza es la respuesta a la siguiente pregunta:

*Con la renta neta actual de su hogar, suele llegar a fin de mes con:*

<i>Mucha dificultad</i>	<i>Dificultad</i>	<i>Alguna dificultad</i>	<i>Facilidad</i>	<i>Mucha facilidad</i>
-------------------------	-------------------	--------------------------	------------------	------------------------

La línea de pobreza de Leyden, primero define y mide el bienestar y después define la pobreza como una situación de bajo bienestar. La idea es ser capaces de decir si dos hogares tienen el mismo bienestar o no y, si no, cuál de los dos está mejor.

Podemos usar el nivel de ingreso de la gente que piensa que es *suficiente* para derivar una línea de pobreza, correspondiente a esta descripción verbal. Esto se puede hacer de dos modos:

- Calculando un punto de intersección del nivel de ingreso asociado con *suficiente* y el nivel de ingreso real (el método de Leyden).

- Promediando todas las respuestas de la gente que dice que su nivel actual de ingreso tiene *alguna dificultad* (el método de Deeeleck).

De cada método resultará una línea de pobreza, correspondiente al nivel de bienestar *suficiente (alguna dificultad)*.

Trabajos sobre medidas subjetivas también se han realizado en Estados Unidos y Canadá: Kilpatrick (1973), Colasanto, Kapteyn y Van Der Gaag (1984); Danziger, Van Der Gaag, Taussig y Smolensky (1984); De Vos y Garner (1991); Vaughan (1985); etc. diferenciándose en la pregunta efectuada. Por ejemplo, de Vos y Garner (1991) preguntaban específicamente sobre la renta necesaria antes de impuestos, Colasanto, Kapteyn y Van Der Gaag (1984) preguntaban sobre la renta después de impuestos. Danziger, Van Der Gaag, Taussig y Smolensky (1984) no especificaban si la respuesta se refiere a la renta antes de impuestos o después de impuestos. En Estados Unidos existen también datos disponibles con los que derivar umbrales sobre una base razonable. En la Encuesta Gallup, se ha hecho durante la mayoría de los años entre 1946 y 1989, la siguiente pregunta: ¿cuál es la cantidad mínima de dinero que una familia de cuatro personas<sup>3</sup> necesita cada semana para permanecer en esta Comunidad? Vaughan (1985) utilizó los datos de esta encuesta y de otras fuentes, entre 1947 y 1989, estimando la cantidad media mínima anual a partir de la media de dicha cantidad semanal.

### 3.1.3. Líneas de pobreza híbridas

Los umbrales de pobreza híbridos no son ni absolutos ni relativos. Su objetivo es armonizar ambos puntos de vista, para conseguir líneas de pobreza más realistas. Entre otras, pueden destacarse las que se exponen a continuación. Sen (1979) distingue dos aspectos diferentes en la medición de la pobreza y definió dos líneas de pobreza, siendo una de tipo nutricional y otra cultural.<sup>4</sup> Para tener en cuenta ambos aspectos, puede definirse una línea de pobreza del tipo:

$$z(\beta) = z_0 + \beta(m - z_0)$$

donde  $z_0$  es el nivel de renta correspondiente a la línea de pobreza nutricional,  $m$  es la renta media o mediana de la sociedad y  $0 \leq \beta \leq 1$ , lo que implica que la línea de pobreza nunca puede estar por debajo de  $z_0$  (que representa el estándar mínimo de subsistencia) ni por encima de la renta media o mediana de la sociedad.

En esta línea, Citro y Michael (1995) proponen la obtención de un umbral de pobreza híbrido, basado en lo que debería ser un estándar de vida parcial ( $r_p$ ), definido como el

---

<sup>3</sup>Matrimonio y dos hijos.

<sup>4</sup>La primera corresponde al nivel de renta adecuado para el cual el nivel de consumo de un individuo o de una familia es adecuado desde el punto de vista nutricional. La segunda corresponde con el nivel de renta para reunir necesidades, definidas en términos de los modelos de vida globales de esa sociedad.

gasto mediano en ciertos bienes básicos. En general, definimos el *umbral de pobreza híbrido* como la media geométrica ponderada del umbral relativo  $z_r = \alpha r$  y el umbral absoluto  $z_a$ ; es decir:

$$z = z_r^\rho \cdot z_a^{1-\rho}, \text{ donde } 0 < \rho < 1,$$

siendo  $r$  una renta estándar indicativa del nivel social (renta media, mediana, etc.) y  $\alpha$  un coeficiente tal que  $0 \leq \alpha \leq 1$ , siendo  $\rho$  la elasticidad de la línea de pobreza con respecto al estándar de vida, o lo que Fisher (1995) ha denominado *elasticidad de la renta de la línea de pobreza*. Es decir:

$$\rho = \left( \frac{dz}{dr} \right) \left( \frac{r}{z} \right).$$

Cuando  $\rho = 0$ , se obtiene una línea de pobreza absoluta mientras que, cuando  $\rho = 1$ , la línea es completamente relativa. En favor de  $\rho = 1$ , Callan, Noland, Whelan y Walsh (1998) argumentan que *el crecimiento de renta real puede tener un impacto en el corto plazo pero, sobre el largo plazo, el único modo de reducir la pobreza es conducir a las personas lo más cerca del estándar de vida medio*.

Dagum (1989) argumenta a su vez que *la línea de pobreza de un país muy pobre, que lucha por sobrevivir, deberá determinarse a partir de las necesidades básicas, mientras que las líneas de pobreza de países ricos deberían incorporar otras necesidades, como educación elemental y superior, condiciones sanitarias, facilidades recreativas y culturales, etc. Por tanto, en estos países la línea de pobreza se tendría que obtener de forma relativa*.

#### 3.1.4. Otros enfoques para la medición de la pobreza: a través de conjuntos difusos

Dagum, Gambassi y Lemmi (1991) proponen medir la pobreza a través de un índice difuso y, para ello, construyen el umbral de pobreza a partir de conjuntos difusos. La obtención de dicha línea se lleva a cabo de la siguiente forma:

Sea  $\mu_A(i)$  la función de pertenencia al conjunto difuso  $A$ , la cual dependerá del tipo de variable con la que se esté trabajando. Entonces:

1. Si las variables son cuantitativas:

$$\mu_A(i) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x_i \leq X'; \\ p(x_i) & \text{si } x' < x_i < X''; \\ 0 & \text{si } x_i \geq X''; \end{cases}$$

donde

$$p(x_i) = \frac{X'' - x_i}{X'' - X'},$$

siendo  $X'$  el nivel por debajo del cual un individuo se considera realmente pobre y  $X''$  el nivel por encima del cual un individuo es ciertamente no pobre.

Si consideramos la línea de pobreza I.S.P.L. (International Standard Poverty Line), que es el 50 % de la renta media per cápita del país y se representa por  $z_{IS}$ , se tiene:

$$\begin{aligned} z_{IS} = \frac{\bar{X}}{2} &\implies \bar{X}_{\text{per cápita}} = 2 \cdot z_{IS}; \\ X' = 40 \% \cdot \bar{X}_{\text{per cápita}} &= 80 \% \cdot z_{IS}; \\ X'' = 60 \% \cdot \bar{X}_{\text{per cápita}} &= 120 \% \cdot z_{IS}. \end{aligned}$$

2. Si las variables son cualitativas:

Admitiendo un conjunto de  $k$  indicadores cualitativos sintomáticos de la pobreza  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_k)$ , se define  $Y_{ij}$  como la modalidad del indicador  $Y_j$  correspondiente al individuo  $i$ , de tal forma que:

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{(situación de pobreza del individuo } i \text{ respecto a } y_j); \\ 0 & \text{(situación de no pobreza del individuo } i \text{ respecto a } y_j). \end{cases}$$

En tal caso, hay dos formas de obtener la función de pertenencia a la pobreza, dependiendo de que se considere que todos los indicadores tienen la misma importancia o que no la tienen.

a) Todos los indicadores ponderan igual:

$$\mu_A(i) = \frac{1}{k} \sum_{l=1}^k Y_{lj},$$

de manera que  $\mu_A(i)$  está entre 0 y 1. Si  $\mu_A(i) = 1$ , entonces el individuo  $i$  vive en una situación de extrema pobreza. Si  $\mu_A(i) = 0$ , dicho individuo  $i$  está en una situación de no pobreza.

b) Todos los indicadores no ponderan igual:

$$\mu_A(i) = \frac{\sum_{l=1}^k Y_{lj} \log\left(\frac{1}{f_j}\right)}{\sum_{l=1}^k \log\left(\frac{1}{f_j}\right)},$$

donde

$$f_j = \frac{\text{número de veces que el indicador } y_{ij} \text{ toma el valor 1}}{k} = \frac{\sum_{i=1}^k Y_{ij}}{k}.$$

Una vez que tenemos la función de pertenencia, se define el índice difuso de pobreza de Dagum, Gambassi y Lemmi de la siguiente forma:

$$I = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_A(i),$$



donde  $\mu_A(i)$  es la función de pertenencia al conjunto difuso.  $I \in [0, 1]$  representa la porción de individuos que pertenecen al conjunto difuso de los pobres.

Este indicador permite registrar las posibles condiciones de pobreza relativa, mostrándolas para cada unidad por debajo o por encima de una línea de pobreza establecida a priori. A partir de este índice  $I$ , se puede construir una línea de pobreza, como la renta que corresponde al percentil  $I$ . En efecto, sean una variable aleatoria  $X$ , con función de distribución  $F(x)$ , e  $I$  el índice difuso de pobreza; entonces

$$p(x \leq z_F) = I = F(z_F).$$

Por tanto,

$$z_F = F^{-1}(I),$$

y a partir de esta línea de pobreza, se puede seguir un estudio tradicional.

### 3.2. Escalas de equivalencia

Cuando hacemos estimaciones de la pobreza o de otras medidas de bienestar social, suponemos por regla general que las familias más numerosas necesitan un nivel de renta más alto, para mantener el mismo poder adquisitivo que las familias menos numerosas. Sin embargo, el bienestar económico de los hogares no está determinado solo por la renta, sino que también depende de las necesidades de éstos y, además, los hogares que difieran en tamaño, composición de la edad y otras características, se espera que tengan necesidades diferentes. Por otra parte, las necesidades de una persona dependen de distintos factores como son la salud, edad, sexo, ocupación, entorno, gustos, etc., y será imposible cuantificar todos los factores. Por todo ello, para evaluar las necesidades de un hogar con respecto a otro, se consideran solo unas pocas variables cuantificables que le afectan. Estas necesidades relativas se expresan en términos de una escala de equivalencia, que describe el coste relativo preciso para alcanzar un estándar de vida determinado, para los hogares con circunstancias familiares diferentes (o características diferentes). Como indican Duclos y Mercader (1999) *una escala de equivalencia,  $E$ , es un índice de las necesidades del hogar*. Este índice dependerá generalmente de las características de los  $N$  miembros del hogar pues, claramente, un hogar más numeroso tiene necesidades mayores que uno más pequeño y, por ello, necesitaremos algún tipo de ajuste que nos permita tener en cuenta las necesidades familiares. Tradicionalmente, este tipo de ajuste se hacía a partir del número de personas en cada familia, obteniendo así la renta *per cápita*.

#### 3.2.1. Las escalas de equivalencia frente a la renta per cápita

Aunque la renta *per cápita* del hogar se ha usado ampliamente como base de las comparaciones de bienestar entre los hogares, este método presenta dos serios inconvenientes:

1. Este procedimiento asume que todas las personas dentro del hogar tienen exactamente las mismas necesidades, independientemente de la edad y el sexo. Ahora bien, evidentemente, los adultos no tienen las mismas necesidades que los niños.
2. La renta per cápita sobrevalora las economías de escala de las familias más numerosas. Supone que un hogar con cuatro personas necesita, como mucho, el doble de renta que un hogar con dos personas para obtener el mismo estándar de vida, lo que, evidentemente, no es cierto, ya que los hogares más grandes se pueden beneficiar de las economías de escala. Pueden economizar, por ejemplo, comprando y cocinando a granel, o compartiendo diversos bienes duraderos del hogar, como puede ser lavadora, televisión e incluso ropa y calzado. Además, ignora otras características como son el sexo, la localización geográfica, etc.

Sin embargo, como señalan Jenkins y Lambert (1993), la selección de una escala de equivalencia implica efectuar tres suposiciones diferentes, que son:

- La especificación de las características familiares o del hogar, que son relevantes para diferenciar entre niveles de necesidad.
- El acuerdo sobre una ordenación en términos de tales características.
- La especificación de una ordenación cardinal de diferentes hogares, según su nivel de necesidad, es decir, de la cantidad de recursos que necesita un hogar para alcanzar el mismo nivel de bienestar que otro.

Evidentemente, es en este último punto donde surge la mayor parte del desacuerdo a la hora de proponer una escala de equivalencia operativa. Por ello, se han propuesto una gran variedad de alternativas, de las que analizaremos las más frecuentemente utilizadas.

Así, por ejemplo, Danziger y Taussig (1979) ponen de manifiesto cómo las medidas de desigualdad de la renta y de la pobreza son sensibles a la elección de la unidad perceptora de renta y a las ponderaciones que se les asigna dentro de la población total. Por ello, sugieren que cada unidad de renta debe ser ponderada, en la distribución total de la renta, mediante el número de personas que componen el hogar. En este sentido, la desigualdad que muestra la distribución de la renta total de los hogares es, generalmente, superior a la que se obtiene utilizando la *renta per cápita* (Coulter, Cowell y Jenkins, 1992a). Si el ajuste se hace mediante escalas de equivalencia, estas son extremadamente variadas en lo que se refiere a las ponderaciones que dan a los incrementos del tamaño familiar, en el cálculo de las necesidades.

Así pues, emplear una escala de equivalencia implica aproximar la posición económica del hogar, en términos de renta, en una posición intermedia entre la renta total y la *renta per cápita*. Por lo tanto, si suponemos que  $E$  está normalizado con relación a las necesidades de un solo adulto, se puede interpretar como el número de *adultos equivalentes*; es decir, las

necesidades del hogar como una proporción de las necesidades de un solo adulto y podemos escribir:

$$X = \frac{Y}{E},$$

donde  $X$  es la renta equivalente del hogar e  $Y$  es la renta total del hogar.

### 3.2.2. Otras escalas de equivalencia

Podder (1971) estimó una escala de renta equivalente para Australia, utilizando la Encuesta de Finanzas y Gastos del Consumidor. Cualquier tipo de hogar cuya composición no sea alguna de las contempladas está excluido. Concretamente, es la siguiente:

Escalas de Equivalencia de Podder	
Tipo de hogar	Escala de renta-equivalente
Adulto solo	0,488
Pareja casada	1,000
Pareja + 1 niño	1,250
Pareja + 2 niños	1,481
Pareja + 3 niños	1,671
Pareja + 4 niños	1,972
Pareja + 5 niños	2,381
Pareja + 6 niños	2,731

Esta escala no resulta ser de excesiva utilidad, porque excluye el caso de los hogares de un adulto solo con niños y, además, excluye el caso de aquellos hogares con tres o más adultos, con o sin niños.

Kakwani (1977b) estimó una escala de equivalencia, utilizando los mismos datos de Podder, pero con un método diferente. Considera las economías de escala mediante el tamaño del hogar, pero variando con el nivel de renta: *los hogares ricos tienen diferentes escalas de renta que los hogares pobres*. Sin embargo, se puede comprobar que la variación en la escala de renta es insignificante, sobre un amplio rango de renta *per cápita*.

Escala de Kakwani				
Escala de renta en niveles de renta <i>per cápita</i>				
Tipo de hogar	$\leq 1220\$$	2000\$	3000\$	4000\$
Adulto solo	0,438	0,444	0,447	0,449
Pareja casada	0,728	0,729	0,731	0,732
Pareja + 1 niño	0,877	0,879	0,880	0,880
Pareja + 2 niños	1,000	1,000	1,000	1,000
Pareja + 3 niños	1,075	1,072	1,070	1,070
Pareja + 4 niños	1,114	1,102	1,096	1,092
Pareja + 5 niños	1,151	1,102	1,116	1,110
Pareja + 6 niños	1,187	1,144	1,122	1,111

Aunque más elaborada que la de Podder, puede comprobarse que es una escala de equivalencia construida empíricamente, que adolece de problemas similares a los expresados en aquel caso, ya que no cubre todos los casos posibles, además de que no se observa un patrón claro, con respecto a la renta *per capita* del hogar.

La mayoría de las escalas de equivalencia distinguen fuertemente entre la presencia de adultos y de niños; y algunas, como la *escala de equivalencia de McClements*, distingue entre la presencia de adultos adicionales en el hogar. Las ponderaciones asignadas por esta escala son las siguientes:

Escala de McClements		
Adulto solo		1,00
Esposa del cabeza		0,64
Otro segundo adulto		0,79
Tercer adulto		0,69
Cada adulto subsiguiente		0,59
Edad del niño	0 - 1	0,15
	2 - 4	0,29
	5 - 7	0,34
	8 - 10	0,38
	11 - 12	0,41
	13 - 15	0,44
	16 - 17	0,59

En este caso, McClements (1977) define cada niño como aquel menor de 16 años de edad, o de 18 si cursa estudios a tiempo completo. Esta escala es ampliamente usada por la British Office of National Statistics y por el Departamento de la Seguridad Social, para el análisis de la distribución de la renta británica.

### 3.2.3. Escalas de equivalencia uniparamétricas

#### 3.2.3.1. Escala de Buhmann, Rainwater, Schmaus y Smeeding

En la línea de hacer depender la escala de equivalencia únicamente de la estructura demográfica del hogar, estos autores proponen que la información relevante está contenida en el número de integrantes del hogar, a través de su elasticidad. Por lo tanto, ignorando la distinción entre adultos y niños, y entre el primer y segundo adulto, simplemente elevando el tamaño familiar a una potencia, Buhmann, Rainwater, Schmaus y Smeeding (1988) utilizan la escala de equivalencia siguiente:

$$E = N^S, \quad S \in [0, 1], \quad (2)$$

siendo  $S$  el único parámetro que resume la sensibilidad de  $E$  al tamaño del hogar. Esta escala proporciona una forma funcional común y las variaciones paramétricas producen los

cambios en los ratios de escala para los hogares de tamaños diferentes. Argumentan tres razones para ajustar la renta solo a partir del tamaño del hogar:

- Se usa siempre en los ajustes de equivalencia.
- A menudo es el único factor que se usa.
- Tiene mayor ponderación en las pocas escalas de equivalencia que añaden otros factores.

La elasticidad de las necesidades,  $S$ , debe variar entre 0 y 1. Para  $S = 0$ , no se tienen en cuenta las necesidades del hogar. Para  $S = 1$ ,  $X$  es igual a la renta per cápita del hogar en (2). Dentro de este amplio abanico, se presentan como representativas cuatro tipos de escalas, que van desde la elasticidad 0,25 hasta la elasticidad 0,74. Así pues, la correspondencia sería aproximadamente del tipo Buhmann, Rainwater, Schmaus y Smeeding (1988) para los siguientes casos:

Escala	Elasticidad
SUBS	0,25
CONS	0,36
PROG	0,55
STAT	0,74

En general, las escalas subjetivas son bastante categóricas e infraestiman las necesidades de los hogares de mayor tamaño.

Entre todas ellas, Ruggles (1990, p.77) recomienda usar el valor  $s = 0,5$ , aunque no es una opción respaldada por bases firmes, desde un punto de vista teórico.

#### 3.2.3.2. Otras escalas uniparamétricas

La clase de escalas de equivalencia sugerida por O'Higgins y Jenkins (1990) es de tipo lineal:

$$E = 1 + S(N - 1), \quad S \in [0, 1] \quad (3)$$

siendo  $N$  el tamaño del hogar. Puede comprobarse que para  $S = 1$ , la expresión (3) genera la renta *per cápita*.

#### 3.2.4. Escalas de equivalencias biparamétricas

Una limitación de las escalas de equivalencia de un solo parámetro es que dependen únicamente del tamaño del hogar y no de la composición y otras características relevantes del mismo. Así, Coulter, Cowell y Jenkins (1992a) sugieren que *no es apropiado tratar igual las rentas de los hogares, por ejemplo, de tres adultos, que las de aquellos hogares que están formados por una madre sola con dos niños*. Así pues, una vía clara de ampliación sugiere dividir los componentes del hogar, según que sean adultos o niños. De esta manera, notaremos por  $A$  el número de adultos del hogar, mientras que  $K$  será el número de niños.

#### 3.2.4.1. Escala de Cutler y Katz

Cutler y Katz (1992) defienden la idoneidad de considerar la escala en proporción al número de personas en la familia. Su escala de equivalencia reconoce las diferencias entre adultos y niños, y admiten que, para las economías de escala, el coste equivalente por adulto decrece cuando el número de adultos equivalentes crece. Concretamente, es del tipo:

$$E = (A + pK)^F, \quad p, F \in [0, 1],$$

donde  $p$  es una constante, que refleja el coste de los recursos de un niño, en relación al de un adulto, y  $F$  es un indicador del grado de las economías de escala globales dentro del hogar.  $F$  y  $p$  son parámetros entre 0 y 1. Si  $p = 1$ , entonces se admite que los niños y los adultos consumen lo mismo y tendríamos la escala de Buhmann, Rainwater, Schmaus y Smeeding. Si  $F = 1$ , se supone que no hay economías de escala. Si  $F = 0$ , los valores de escala serían los mismos para todos los miembros de la familia. Si  $F = p = 1$ , entonces obtendríamos la renta *per cápita*.

#### 3.2.4.2. Otras escalas biparamétricas: las escalas de la OCDE

La escala de la OCDE (1982) pondera mediante 1,00 a un solo adulto, 0,7 a cada adulto adicional y a cada niño por 0,5. Es decir:

$$E = 1 + 0,7(A - 1) + 0,5K,$$

donde  $A$  es el número de adultos y  $K$  es el número de niños de 16 años de edad o menos. El principal inconveniente que presenta radica en que sobrestima las necesidades de los hogares más grandes, en comparación con los más pequeños. Por esta razón, Hagenaars, de Vos y Zaidi (1994, p.14), proponen el uso de la escala de la OCDE modificada, con 0,5 para los adultos adicionales y 0,3 para los niños de 14 años de edad o menos.

$$E = 1 + 0,5(A - 1) + 0,3K.$$

## 4. Enfoques para la medición de la pobreza

Un indicador de pobreza clásico se puede definir como una función real de varias variables reales

$$\begin{aligned} I : \mathbb{R}_+^{n+1} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (y, z) &\longmapsto I(y, z) \end{aligned}$$

donde  $n$  representa el número de unidades de análisis,  $y$  es el vector de distribución de la renta de la población y  $z$  es la línea de la pobreza elegida. Para la construcción de la función  $I$  se pueden utilizar distintos procedimientos, aunque encontramos dos tipos de procedimiento bien diferenciados, que se conocen como *método axiomático* y *método del bienestar* y que pasamos a describir.

### 4.1. Método axiomático

El enfoque axiomático se basa en un conjunto de criterios que establecen ciertas propiedades que debe satisfacer un indicador. A tales propiedades se las denomina *axiomas* y el primer autor que estableció algunos de los citados axiomas fue Sen (1976). A continuación se describen los axiomas más relevantes que se han propuesto en la literatura:

#### 4.1.1. Axiomas de Sen

En este apartado se describirán los Axiomas que originariamente propuso Sen, junto con nuevas versiones y generalizaciones de estos. Este conjunto de axiomas se considera básico y se utiliza para medir la bondad de los indicadores de pobreza, por lo que se intenta que los indicadores de pobreza que se construyen verifiquen tales propiedades.

En adelante, representamos por  $y \in \mathbb{R}_+^n$ ,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ , a la distribución de la renta del conjunto de la población objeto de estudio y por  $y_q \in \mathbb{R}_+^q$  a la distribución de la renta de los  $q$  individuos de la población considerados pobres.

**Axioma Focal o de Dominio (AF):** Para todos  $y, y' \in \mathbb{R}_+^n$  y  $z > 0$ , si  $y_q = y'_q$  (donde  $y_q$  e  $y'_q$  son los subvectores de  $y$  e  $y'$ , respectivamente, cuyas componentes son las rentas de las unidades de análisis pobres) entonces  $I(y, z) = I(y', z)$ .

Este axioma establece que, una vez elegida la línea de pobreza, si se realizan cambios en los ingresos de las unidades de análisis consideradas pobres, el valor del indicador no variará, siempre que dichos cambios no hagan que las unidades de análisis pasen a estar por encima de la línea de pobreza establecida.

Por tanto, el índice de pobreza es invariante ante cambios en los ingresos de los individuos considerados no pobres (situados por encima de la línea de pobreza); es decir, solo la información relativa a las unidades de análisis consideradas pobres cuentan en la construcción del indicador.

Aunque este axioma ha sido generalmente aceptado, existen autores que argumentan que también es importante la información relativa a las unidades de análisis no pobres (véanse Hagenaars (1987) y Vaughan (1987)).

**Axiomas de monotonía:** Estos axiomas postulan que cualquier pérdida (o bajada) de ingresos en los individuos considerados pobres (situados por debajo de la línea de pobreza), incrementa la pobreza; es decir, el índice de pobreza verá incrementado su valor. O sea, el indicador de pobreza debe ser una función decreciente en las unidades de análisis cuyos ingresos son inferiores a la línea de pobreza elegida.

La versión de este axioma introducida por Sen se ha pasado a llamar *Axioma de Monotonía Débil*, ya que Donalson y Weimark (1986) introducen una nueva versión de este axioma, a la que llamaron *Axioma de Monotonía Fuerte*.

1. **Axioma de Monotonía Débil (AMD):**  $\forall y, y' \in \mathbb{R}_+^n$  y  $z > 0$ , si  $y_i = y'_j \forall i \neq j$ ,  $y_j \in y_q$  e  $y_j > y'_j$  entonces  $I(y, z) < I(y', z)$ .

Es decir, si la distribución  $y'$  se obtiene a partir de  $y$ , disminuyendo renta a un individuo pobre y permaneciendo constante el resto de individuos, entonces el valor del indicador debe aumentar.

2. **Axioma de Monotonía Fuerte (AMF):**  $\forall y, y' \in \mathbb{R}_+^n$  y  $z > 0$ , si  $y_i = y'_j \forall i \neq j$ ,  $y_j \in y_q$  e  $y_j < y'_j$  entonces  $I(y, z) > I(y', z)$ .

La interpretación de este axioma es idéntica al Axioma de Monotonía Débil, excepto que este axioma permite que el individuo cuya renta cambia cruce la línea de pobreza y la versión débil no lo permite.

**Proposición 4.1.** (Donalson y Weimark (1986)). *Se verifica que  $AMF \Rightarrow AMD$ .*

□

**Axiomas de transferencias:** Existen cuatro versiones de estos axiomas; las dos primeras versiones se deben a Sen (1976) y las dos últimas versiones, que son posteriores a las introducidas por Sen, se deben a Donalson y Weimark (1986). Estos axiomas sostienen que si se hacen transferencias para reducir la desigualdad entre los pobres (es decir, la transferencia se hace de individuos considerados pobres a individuos más pobres) el índice de pobreza reducirá su valor. Las cuatro versiones de este axioma son:

1. **Axioma de las Transferencias Débil (ATD):**  $\forall y, y' \in \mathbb{R}_+^n$  y  $z > 0$ , si  $y_i = y'_j \forall i \neq j, k$  y se verifica que  $y_j > y'_j \geq y'_k > y_k$ ,  $y_j - y'_j = y'_k - y_k$  y  $q = q'$  (i.e. el número de pobres se mantiene fijo) entonces  $I(y, z) > I(y', z)$ .

Es decir, si la distribución  $y'$  se obtiene a partir de la  $y$  realizando una transferencia entre dos unidades de análisis (siempre que, de las dos unidades de análisis, la de menor renta sea pobre y después de realizar la transferencia el número de unidades de análisis pobres se mantenga), el valor del indicador de pobreza disminuirá.

2. **Axioma de las Transferencias Fuerte (ATF):**  $\forall y, y' \in \mathbb{R}_+^n$  y  $z > 0$ , si  $y_i = y'_j \forall i \neq j, k$  y se verifica que  $y_j > y'_j \geq y'_k > y_k$ ,  $y_j - y'_j = y'_k - y_k$ ,  $y'_k \in y'_q$  e  $y_k \in y_q$  entonces  $I(y, z) > I(y', z)$ .

La diferencia con el axioma anterior es que en la versión fuerte es posible que la unidad de análisis que realiza la transferencia cruce la línea de pobreza; es decir, en esta versión fuerte del axioma de transferencias el número de individuos pobres no tiene que permanecer fijo.

3. **Axioma de las Transferencias Mínimo (ATM):**  $\forall y, y' \in \mathbb{R}_+^n$  y  $z > 0$ , si  $y_i = y'_j \forall i \neq j, k$  y se verifica que  $y_j > y'_j \geq y'_k > y_k$ ,  $y_j - y'_j = y'_k - y_k$ ,  $y_j, y_k \in y_q$  y  $y'_j, y'_k \in y'_q$  entonces  $I(y, z) > I(y', z)$ .



En esta versión del Axioma de Transferencias, el número de unidades de análisis pobres permanece invariante (después de realizar la transferencia) y establece que las dos unidades de análisis implicadas en la transferencia (la que da y la que recibe) permanecen las dos pobres antes y después de realizada la transferencia.

4. **Axioma de las Transferencias Extra Fuerte (ATEF):**  $\forall y, y' \in \mathbb{R}_+^n$  y  $z > 0$ , si  $y_i = y'_j \forall i \neq j, k$  y se verifica que  $y_j > y'_j \geq y'_k > y_k$ ,  $y_j - y'_j = y'_k - y_k$  y  $y_k \in y'_q$  entonces  $I(y, z) > I(y', z)$ .

Esta versión se diferencia de la anterior en que solo exige que la unidad de análisis receptora sea pobre, pero no exige que después de la transferencia siga siendo pobre ni que la unidad de análisis donante sea pobre.

Entre las cuatro versiones del Axioma de Transferencias, existe la siguiente relación:

**Proposición 4.2.** (Donalson y Weimark (1986)).  $ATEF \Rightarrow ATF \Rightarrow ATD \Rightarrow ATM$ .

□

**Axioma de Descomponibilidad Aditiva (ADA):** Este axioma se aplica a poblaciones divididas en grupos según alguna característica (social, geográfica, económica, etc.). Dado el vector de rentas  $y \in \mathbb{R}_+^n$ , consideramos  $y = (y^1, y^2, \dots, y^k)$ , donde  $y^i$  es la distribución de ingresos del grupo  $i$ , el tamaño de tal grupo es  $n_i$  y se verifica que  $\sum_{i=1}^k n_i = n$ , siendo  $n$  el tamaño total de la población.

El ADA se puede expresar como:  $\forall y \in \mathbb{R}_+^n$ , se verifica:

$$I(y, z) = \sum_{j=1}^k \frac{n_j}{n} I(y^j, z).$$

Es decir, todo índice de pobreza agregado puede ser expresado como suma de índices de pobreza de cada subgrupo de la población, donde cada uno de los subgrupos de la población está ponderado por su correspondiente peso.

**Axioma de Simetría (AS):**  $\forall y, y' \in \mathbb{R}_+^n$  y  $z > 0$ , si  $y' = P \cdot y$ , donde  $P$  es una matriz de permutación (es decir,  $P$  es una matriz de ceros y unos tal que todas sus filas y columnas suman uno), entonces  $I(y, z) = I(y', z)$ .

Es decir, dadas dos distribuciones de ingresos donde una se obtiene a partir de una permutación de la otra, el indicador de pobreza de ambas distribuciones de ingresos coincide. La importancia de este Axioma es que establece que se pueden ordenar los ingresos de mayor a menor o viceversa, sin que el valor del indicador se vea afectado.

**Axioma de Continuidad (AC):**  $\forall (y, z) \in \mathbb{R}_+^{n+1}$ ,  $I(y, z)$  es continuo en  $(y, z)$ .

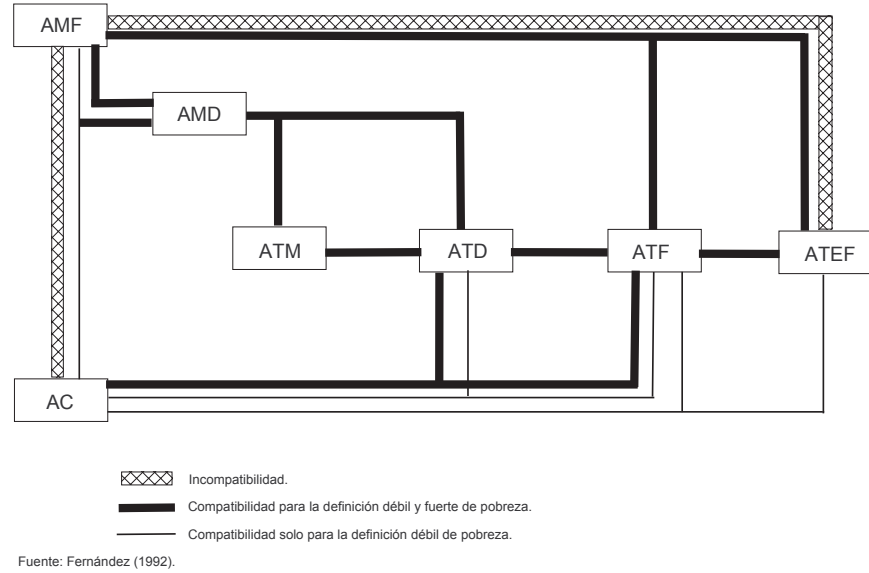


Figura 1: Compatibilidades e incompatibilidades entre algunos axiomas.

El indicador de pobreza es continuo como función del vector distribución de ingresos de la población estudiada para un nivel de pobreza dado. Este axioma exige que el indicador de pobreza sea continuo tanto en los ingresos como en la línea de pobreza.

**Axioma del Incremento de la Línea de Pobreza (AILP):** Dadas dos poblaciones idénticas, una con la línea de pobreza mayor debe tener también mayor el indicador de pobreza.

**Axioma de Normalización (AN):** Si no existen individuos por debajo de la línea de pobreza, entonces el indicador de pobreza vale 0.

El primer autor que introdujo un conjunto de axiomas que todo indicador de pobreza debe verificar fue, como se indicó anteriormente, Sen. Después de él han sido muchos los autores que han introducido diferentes conjuntos de axiomas; esto ha llevado a que, si consideramos conjuntamente todos los axiomas existentes en la literatura, se produzcan inconsistencias e imposibilidades. Tales inconsistencias han servido de base a aquellos que critican el método axiomático para la construcción de indicadores de pobreza.

Las relaciones e incompatibilidades que existen entre los principales axiomas de los aquí presentados cuando la población es de tamaño fijo, se puede ver en la Figura 1<sup>5</sup>.

<sup>5</sup>Para realizar el esquema de la Figura 1 se ha supuesto que los indicadores verifican el Axioma Focal (véase Fernández (1992)).

## 4.2. Método del bienestar

La construcción de indicadores de pobreza utilizando el método del bienestar consiste en comparar el *bienestar social*,  $W$ , asociado a la distribución de ingresos de la población estudiada,  $y$ , con el bienestar social que se obtendría para una distribución de ingresos de referencia en la que se hubiera eliminado la pobreza, empleando una función de bienestar (en adelante F.E.S.) para tal evaluación (véanse Fernández (1991) y Fernández (1992)).

Un primer tipo de indicadores que se puede construir siguiendo el método del bienestar son los llamados *indicadores de pobreza de tipo Dalton*; tales indicadores son de la forma:

$$I_D = 1 - \frac{W(y)}{W(y')} \quad (4)$$

donde  $y$  es la distribución de la población objeto de estudio y  $W(y)$  el bienestar social asociado a  $y$ ;  $y'$  es la llamada distribución de referencia (donde se ha eliminado la pobreza) y el bienestar asociado a  $y'$  es  $W(y')$ .

El cociente entre  $W(y)$  y  $W(y')$  se interpreta como la proporción de bienestar asociada a la distribución  $y$  respecto al que la población disfrutaría si se eliminara la pobreza.

En consecuencia, los indicadores de pobreza de tipo Dalton, como el de la expresión (4), se pueden interpretar como la fracción de bienestar que la sociedad no disfruta debido a la existencia de la pobreza. Dependiendo de la función  $W$  que elijamos, obtendremos indicadores de pobreza distintos.

Otro tipo de indicadores de pobreza que se pueden construir por este procedimiento son los llamados *indicadores de pobreza de tipo Atkinson* (véase Atkinson (1981)); se definen como:

$$I_A = 1 - \frac{\zeta^p}{z} \quad (5)$$

donde  $\zeta^p$  es el ingreso equivalente de los pobres, que es un nivel de ingresos que si fuera compartido por todas las unidades de análisis pobres generaría un nivel de bienestar social igual al que se disfruta en la situación actual.

En la construcción de indicadores de pobreza por el método del bienestar, las F.E.S. más utilizadas por los distintos autores son dos (aunque existen otras muchas):

1. Las F.E.S. de tipo Gini: son aquellas en las que las funciones de utilidad individual dependen del ingreso de la unidad de análisis en cuestión, ponderada con alguna función que indique la posición relativa que dicha unidad de análisis ocupa en la población. Este tipo de F. E. S. reciben este nombre porque el propio índice de Gini puede ser interpretado como una de estas funciones. Algunos de los indicadores de pobreza que en alguna de sus expresiones incluyen una F.E.S. de este tipo son: el índice de Sen, de Takayama, de Kakwani y de Thon, entre otros.
2. La F.E.S. de Atkinson: la expresión de este tipo de F.E.S. es:

$$W(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon}$$

donde  $\varepsilon$  es una medida de aversión a la desigualdad entre los pobres.

La gran diferencia (motivo por el que las F.E.S. de Atkinson han sido muy criticadas) entre los dos tipos de F.E.S. es que en las F.E.S. de Atkinson una unidad de análisis solo tiene en cuenta su renta, mientras que en las de tipo Gini una unidad de análisis tiene en cuenta su renta y la de las demás unidades de análisis, ya que se considera la posición relativa de cada una de las unidades de análisis de la población.

## 5. Indicadores descriptivos de pobreza

En relación con lo ya expuesto, vamos a centrarnos ahora en el análisis de medidas estadísticas de pobreza que permitan resumir el concepto en uno o varios indicadores agregados.

Así pues, supongamos que tenemos una población  $\chi$ , que consta de  $n$  hogares, donde cada uno viene caracterizado por un número real relativo a su renta disponible total. Por tanto, sea  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in \mathbb{R}_+^n$  el vector de rentas de una población, que supondremos ordenadas en sentido no decreciente<sup>6</sup>, sea  $z \in \mathbb{R}_+$  la línea de pobreza seleccionada, y  $e$  la escala de equivalencia elegida. En estas condiciones, podemos definir, en general, un indicador de pobreza como:

$$\begin{aligned} I : D \times E \times \mathbb{R}_+ &\longrightarrow [0, 1] \\ (Y, e, z) &\longmapsto I(Y, e, z) \in [0, 1] \end{aligned}$$

donde  $D$  es el espacio de rentas,  $D = \bigcup_{n=2}^{\infty} D_n$ , con  $D_n = \{Y \in \mathbb{R}^n : y_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n\}$ , y  $E$  es el conjunto de todas las escalas de equivalencia. Para cualesquiera línea de pobreza dada,  $z \in \mathbb{R}_+$ , distribución de la renta  $Y \in D$  y escala de equivalencia, la población se divide en pobres y no pobres. Si se fija una escala de equivalencia,  $e \in E$ , se tiene que la renta equivalente del hogar será:

$$X = \frac{Y}{e}$$

y el indicador de pobreza queda reducido a:

$$I(Y, e, z) = I(X, z).$$

Este indicador  $I(\cdot)$ , debería verificar algunas propiedades, siendo este un aspecto que se estudiará más adelante. Sin embargo, destacamos ya que son básicas las siguientes:

- Si hay una reducción en la renta de un hogar que esté por debajo de la línea de pobreza, entonces se debería incrementar la pobreza.

---

<sup>6</sup>Esta no es una restricción fuerte, ya que supone trabajar con los representantes de las clases de equivalencia definidas por la relación establecida a través de las permutaciones de las componentes de los vectores de renta.

- La pobreza aumenta siempre que, *ceteris paribus*, se produzca una transferencia de renta de un hogar pobre a otro más rico que él.

Ahora bien, las medidas de pobreza se pueden clasificar en dos familias:

- *Medidas objetivas*, que son las que se obtienen directamente a partir de la distribución de la renta.
- *Medidas éticas o normativas*, que se basan en funciones de bienestar o valoración social. Estas medidas se denominan así porque, tal y como señalan Blackorby y Donaldson (1980), *cada índice ... insinúa e implica al menos una evaluación social*.

De esta forma surgen dos posturas, diferenciándose los partidarios de que un indicador de pobreza se debe obtener siempre a partir de una función de valoración social de los que mantienen que solo se debe considerar la distribución de la renta. En esta situación, pasamos a presentar las medidas de pobreza más utilizadas.

## 5.1. Medidas objetivas

Como se ha expuesto, las medidas objetivas solo utilizan directamente la información proporcionada por la distribución de la renta. Así pues, en lo que sigue suponemos que  $X$  es la distribución de la renta, posiblemente corregida por la escala de equivalencia oportuna, y que  $z$  es la línea de pobreza.

### 5.1.1. Medidas objetivas básicas

#### 1. Proporción de pobres

$$H = \frac{q}{n},$$

donde  $q$  es el número de pobres y  $n$  es el tamaño de la población. Es la medida más simple, aunque solo recoge lo que podríamos llamar la incidencia de la pobreza y no su intensidad.

#### 2. El ratio de pobreza o brecha de pobreza

Consideramos la función de pobreza o déficit de pobreza

$$g(x_i, z) = \begin{cases} z - x_i & \text{si } x_i < z \\ 0 & \text{si } x_i \geq z \end{cases}$$

que contabiliza la cantidad de renta que precisaría cada hogar ( $i$ ) para abandonar tal condición. A partir de  $g(x_i, z)$ , se define el ratio de pobreza ( $I$ ) como:

$$I(x, z) = \frac{1}{qz} \sum_{i=1}^n g(x_i, z) = \frac{1}{qz} \sum_{i=1}^q (z - x_i) = 1 - \frac{\mu_q}{z}$$

donde  $q$  es la renta media de los pobres. Este indicador compara el montante de renta necesario para que todos alcancen el umbral de pobreza en la sociedad, con el máximo valor que podría llegar a tener.

Con respecto a estos indicadores básicos, se pueden hacer algunas consideraciones. Supongamos que queremos comparar la pobreza que existe entre dos regiones con el mismo número de individuos y, además, las dos presentan igual número de personas por debajo de una línea de pobreza común, pero los pobres de la primera región no tienen prácticamente renta, mientras que los pobres de la segunda sí tienen recursos. En estas condiciones, podemos asegurar que la pobreza en la segunda región es mucho menor que en la primera y, sin embargo, la medida  $H$  nos indicará que las dos regiones son equivalentes en términos de pobreza. Así pues, esta medida  $H$  es insensible al grado de pobreza de los individuos y solo tiene en cuenta el número de pobres de la población. Hagenaaars (1987) indica que  $H$  es una buena medida de pobreza si el umbral es una línea de hambre, mientras que Sen (1992) admite que  $H$  es clara y está bien definida. Obviamente, lo que está marcando esta polémica es su capacidad para medir incidencia pero no intensidad, tal y como se señaló con anterioridad.

Con respecto a  $I$ , supongamos ahora que la primera región tiene solo una persona pobre, mientras que la segunda tiene únicamente una persona por encima de la línea de pobreza, pero las rentas medias de los pobres son las mismas. En este caso, podríamos defender que la segunda región tiene bastante más pobreza que la primera y, sin embargo, la medida  $I$  indicaría la misma pobreza para las dos regiones.

### 3. *El ratio combinado*

Consiste en el producto de los dos indicadores anteriores. Es decir:

$$H \cdot I = \frac{q}{n} \cdot \frac{1}{qz} \sum_{i=1}^q (z - x_i) = \frac{1}{nz} \sum_{i=1}^q (z - x_i).$$

De esta manera, este indicador mide la cantidad de renta necesaria para situar a todos los pobres en la línea de pobreza, situación en que todos los individuos percibirían justamente la renta expresada por dicha línea.

Con respecto a esta medida básica  $HI$ , también se pueden hacer algunas consideraciones ya que, si tenemos dos poblaciones con el mismo porcentaje de pobres y la misma renta media de los pobres,  $HI$  presentaría la misma pobreza en las dos regiones, sin tener en cuenta cómo está distribuida la renta. Es decir, si en la primera región las rentas de los individuos pobres están equitativamente distribuidas, mientras que en la segunda unos pocos de estos individuos pobres presentan pobreza extrema y el resto no, podríamos asegurar que en la primera región hay menos pobreza que en la segunda, pero  $HI$  asignaría la misma pobreza a las dos regiones.

Por tanto, necesitamos medidas más elaboradas que sean sensibles a la distribución de la renta entre los pobres, para así poder calibrar mejor la intensidad de la pobreza y sus cambios.

### 5.1.2. Medidas objetivas a partir de una definición global

Como ya sabemos, la función que define los déficits de pobreza contabiliza la cantidad de renta que precisaría un individuo para abandonar tal condición; es decir:

$$g(x_i, z) = \begin{cases} z - x_i & \text{si } x_i < z \\ 0 & \text{si } x_i \geq z \end{cases}$$

de manera que un indicador agregado de pobreza podríamos definirlo como una media ponderada de tales déficit:<sup>7</sup>

$$I(x, z) = k \sum_{i=1}^q g(x_i, z) \cdot w(x_i, z) \quad (6)$$

donde  $k$  es una constante normalizadora y  $w(\cdot, \cdot)$  es una función de ponderación.

Dependiendo de la función de ponderación, se pueden obtener diferentes indicadores de pobreza. Entre las medidas objetivas más utilizadas, podemos destacar:

#### 1. Medida de Sen (1976)

A partir del número de pobres ( $q$ ), se define mediante:

$$S(x, z) = \frac{2}{(q+1)nz} \sum_{i=1}^q (z - x_i)(q+1-i),$$

que se obtiene de (3), para el caso en que  $w(x_i, z) = q+1-i$ . Esta medida también se puede escribir como:

$$S(x, z) = H \left[ I + (1-I)G_q \frac{q}{q+1} \right],$$

donde  $G_q$  es el índice de Gini calculado sobre las rentas solo de los pobres. Esta medida pondera los déficit de pobreza mediante el lugar que ocupa cada individuo entre los pobres, ordenados en sentido no decreciente de sus rentas.

#### 2. Medida de Thon (1979)

La diferencia entre esta medida y la de Sen radica en la función de ponderación. Aquí se pondera el individuo pobre por el lugar que ocupa dentro de toda la población, y no solo respecto a los pobres. Corresponde al caso:

$$w(x_i, z) = n+1-i.$$

Cuando  $n$  y  $q$  son suficientemente grandes, entonces la medida de Thon se puede aproximar a (Thon, 1979):

---

<sup>7</sup>Ver Núñez (1990) y Casas, Domínguez y Núñez (1998).

$$T(x, z) = \frac{2}{n^2 z} \sum_{i=1}^q (z - x_i)(n - 0,5 - i).$$

3. *La familia de Kakwani (1980)*

$$K(x, z, \alpha) = \frac{q}{nz} \left( \sum_{i=1}^q i^\alpha \right)^{-1} \sum_{i=1}^q (z - x_i)(q + 1 - i)^\alpha, \quad \alpha \geq 0,$$

que pondera los déficit mediante una potencia del número de orden que ocupa cada individuo dentro del subgrupo de pobres. El parámetro  $\alpha$  identifica una cierta “aversión” al lugar ocupado en la sociedad. Corresponde al caso  $w(x_i, z) = (q + 1 - i)^\alpha$ , que es una generalización de la medida de Sen. Cuando  $\alpha = 0$ ,  $K(x, z, 0) = HI$ ; y para  $\alpha = 1$ ,  $K(x, z, 1) = S(x, z)$ .

4. *La familia de Foster, Greer y Thorbecke (1984)*

$$F(x, z, \alpha) = \frac{1}{nz^\alpha} \sum_{i=1}^q (z - x_i)^\alpha, \quad \alpha \geq 0,$$

que enfatiza el grado de aversión a la pobreza de la sociedad, mediante la inclusión del parámetro  $\alpha$ . Corresponde al caso en el que  $w(x_i, z) = (z - x_i)^{\alpha-1}$  y, por tanto:

$$\begin{aligned} \alpha = 0 &\implies F(x, z, 0) = H; \\ \alpha = 1 &\implies F(x, z, 1) = HI. \end{aligned}$$

En contraste con la medida de Sen, que adopta un sistema de ponderaciones por “orden de clasificación”, Foster, Greer y Thorbecke consideran las ponderaciones sobre los déficit de pobreza. Éstas dependen de la distancia de la renta de una persona a la línea de pobreza y no del número de personas pobres que quedan entre su renta y el umbral de pobreza. A  $\alpha$  se le conoce con el nombre de *parámetro de aversión a la pobreza* y, por tanto, cuanto mayor sea  $\alpha$ , más énfasis se le da al más pobre de los pobres.

### 5.1.3. Medidas objetivas a partir de la distribución censurada

Entendemos por distribución censurada a la definida por las rentas que no sobrepasan la línea de pobreza. Por tanto, se trata de medidas definidas tomando solo en cuenta las rentas de la población pobre, ya que del resto solo se considera el umbral ( $z$ ), que es la renta mínima de un hogar pobre.

1. *Medida de Takayama (1979)*

Takayama utiliza el vector de rentas  $X^*(z)$ , censurado por encima de la línea de pobreza  $z$ , definido por Hamada y Takayama (1977) como el vector cuyas componentes en orden no decreciente es:



$$X^*(z) = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_q^*, x_{q+1}^*, \dots, x_n^*),$$

donde:

$$x_i^* = \begin{cases} x_i & \text{si } x_i < z; \\ z & \text{si } x_i \geq z. \end{cases}$$

Ahora bien, sea  $\mu_q$  la renta media de los pobres y  $\mu_0$  la renta media de la distribución censurada por encima de la línea de pobreza. Entonces:

$$\mu_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^* = \mu_q + z(1 - H).$$

En estas condiciones, Takayama define su medida de pobreza mediante:

$$T_a = 1 + \frac{1}{n} - \frac{2}{\mu_0 n^2} \sum_{i=1}^n (n + 1 - i)x_i^*,$$

que es el índice de Gini de la distribución censurada por la línea de pobreza. Cuando  $n$  es grande, esta medida se puede aproximar mediante:

$$T_a = 1 + \frac{1}{HI(x, z)} - (T'(x, z) - 1),$$

donde  $T'(x, z)$  es la aproximación de la medida de Thon. Si llamamos  $G^*$  al índice de Gini de la distribución censurada por la línea de pobreza, entonces la aproximación de Thon, cuando  $n$  es suficientemente grande, resultar ser:

$$T'(x, z) = (G^* - 1)(1 + HI).$$

## 5.2. Medidas éticas de pobreza

Como ya se indicó, estas medidas éticas están basadas en una función de bienestar o valoración social, o en medidas de desigualdad de tipo normativo (Atkinson, Theil, Dalton, etc.), que a su vez están basadas en una función de valoración social.

### 1. Medida de Watts (1968)

En 1968, Harold Watts propuso la siguiente medida de pobreza sensible a la distribución de rentas:

$$W(x, z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q (\ln z - \ln x_i),$$

que también se puede escribir como:

$$W(x, z) = H(x, z) [\ln z - \ln \mu_G],$$

donde  $\mu_G$  es la media geométrica de las rentas de los pobres. Blackburn (1989) demostró que esta medida se puede reescribir como:

$$W(x, z) = H(x, z) [T_1(x, z) - \ln(1 - I(x, z))],$$

donde  $T_1(x, z)$  es la medida de desigualdad de Theil de orden 1 (Theil, 1967), de conocido contenido normativo.

### 2. Medida de Blackorby y Donaldson (1980)

Proponen la siguiente medida de pobreza de tipo normativo:

$$BD(x, z, w) = H(x, z) \left[ 1 - \frac{\xi_p}{z} \right],$$

donde  $w(\cdot)$  es la función de valoración social y  $\xi_p$  es lo que ellos definen como la *renta representativa* de los pobres.

### 3. Medida de Chakravarty (1983a)

Sea  $U_i(\cdot)$  la función de utilidad del individuo  $i$ , y supongamos que

$$U_i(x_i) = U(x_i), \quad \forall i,$$

donde  $U(\cdot)$  es creciente y estrictamente cóncava. Sea  $h_i = U(z) - U(x_i)$  la falta de utilidad del individuo  $i$  o su carencia de utilidad. El índice de pobreza<sup>8</sup> se obtiene, entonces, como la suma normalizada de las carencias de utilidad de los pobres. En el caso concreto en que  $U(x_i) = \left(\frac{x_i}{z}\right)^\beta$ , se tiene:

$$Ch(x, z, \beta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left[ 1 - \frac{x_i^\beta}{z} \right], \quad 0 < \beta < 1,$$

que se puede considerar como una medida de la distancia que hay entre el perfil de la renta de los pobres y el umbral de la pobreza.

### 4. Medida de Chakravarty (1983b)

$$CH(X^*, z, w) = 1 - \frac{\mu_G}{z},$$

siendo  $\mu_G$  la media geométrica de las rentas de los pobres. Esta medida ética de pobreza es la réplica de la medida de desigualdad de Atkinson y es la generalización de la medida de pobreza propuesta por Clark, Hemming y Ulph en 1981. Utiliza una función de bienestar social definida sobre la distribución censurada de la renta, tal y como la definieron Hamada y Takayama (1977).

---

<sup>8</sup>Ver Chakravarty (1983a).

5. *Medida de Clark, Hemming y Ulph (1981)*

Clark, Hemming y Ulph proponen utilizar en la medida de pobreza de Sen, la medida de Atkinson en lugar del índice de Gini de los pobres, obteniendo:

$$C_1(x, z, \alpha) = \frac{q}{nz} \left[ \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q (z - x_i)^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}}, \quad \alpha \geq 1.$$

6. *Medida de Clark, Hemming y Ulph (1981)*

Estos autores propusieron también una medida de pobreza que, sin ser aditivamente separable, admite una descomposición teniendo en cuenta subgrupos definidos previamente. Su formulación es:

$$C_2(x, z, \beta) = 1 - \frac{1}{z} \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\min \{x_i, z\})^\beta \right]^{\frac{1}{\beta}}, \quad \beta < 1.$$

**Proposición 5.1.** *La medida  $C_2(x, z, \beta)$  es una función monótona creciente de la medida de pobreza  $C_h$ , para  $0 < \beta < 1$ . Más concretamente:  $C_2(x, z, \beta) = 1 - [1 - C_h(x, z, \beta)]^{\frac{1}{\beta}}$ .*  $\square$

7. *Medidas del tipo de Dalton: Medida de Hagenaars*

Se parte del enfoque normativo de la medición de la desigualdad, utilizando una función de bienestar o valoración social, y a partir de ahí se obtiene la medida de pobreza.

Como estamos centrando nuestra atención en los pobres, consideraremos generalmente  $X^*(z)$ , la distribución censurada de la renta por encima de la línea de pobreza, tal y como la definen Hamada y Takayama (1977). Evidentemente, cada  $x_i^*$  representa la posición económica del individuo  $i$ . Sea  $V(x)$  una función que proporcione la valoración social de las posiciones económicas individuales y consideramos la función de bienestar social:

$$W(X^*) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \min \{V(x_i), V(z)\}.$$

Entonces, la formulación general de la familia de medidas de Dalton, aplicadas a la medición de la pobreza es:

$$D_p = 1 - \left[ \frac{W(X^*)}{V(z)} \right].$$

Dependiendo de cómo esté definida  $V$ , tendremos diferentes medidas de pobreza. Hagenaars (1984) considera la función de evaluación social de la renta como  $V(x) = \ln x$ , de manera que:

$$\begin{aligned} x_i < z &\implies \min \{V(x_i), V(z)\} = V(x_i) = \ln(x_i); \\ x_i &\geq z \implies \min \{V(x_i), V(z)\} = V(z) = \ln(z). \end{aligned}$$

Por tanto:

$$W(X^*) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \min \{V(x_i), V(z)\} = \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^q \ln(x_i) + \sum_{i=q+1}^n \ln(z) \right].$$

Entonces, la medida de Hagenaars<sup>9</sup> queda:

$$H_a(X^*, z) = D_p = 1 - \frac{W(X^*)}{V(z)} = H \left[ 1 - \frac{\ln(\xi_p)}{\ln z} \right],$$

siendo  $\xi_p$  la renta representativa de los pobres.

Cada uno de los indicadores descritos en la sección anterior miden una única característica o dimensión de la pobreza, por lo que, en la práctica, lo más razonable es estimar un abanico de medidas relevantes para el estudio de la pobreza que se realiza y estudiar posteriormente la robustez de las conclusiones obtenidas.

Así, al realizar un estudio de la pobreza, es frecuente utilizar varios indicadores de pobreza a la vez que varias líneas de pobreza para la medición de ésta con el objetivo de obtener “conclusiones” lo menos contaminadas posibles por las decisiones metodológicas adoptadas.

## Referencias bibliográficas

- Atkinson, A.B. (1974). “Poverty and income inequality in Britain”. Publicado en “Poverty, Inequality, and Class Structure”. (Dorothy Wedderburn eds.). Cambridge University Press. Cambridge
- Atkinson, A.B. (1981). “La economía de la desigualdad”. Ed. Crítica. Barcelona.
- Atkinson, A.B. (1987). “On the Measurement of Poverty”. *Econometrica* 55, pp.749–764.
- Beckerman W. (2002). “A poverty of reason. Sustainable development and economic growth”. CA: The Independent Institute, Oakland.
- Blackburn, M.L. (1989). “Poverty measurement: an index related to a Theil measure of inequality”. *Journal of Business and Economic Statistics*. Vol, 7, n 4, pp.475–481.
- Blackorby, C. y Donaldson, D. (1980). “Ethical indices for the measurement of poverty”. *Econometrica*. Vol. 48, n 4, pp.1053–1060.
- Booth, C. (1892-1897). “Life and Labour of the People of London”. 9 volúmenes. McMillan. London.
- Bosch, A.; Escribano, C. y Sánchez, Y. (1989). “Evolución de la desigualdad y la pobreza en España”. I.N.E.

---

<sup>9</sup>Para su desarrollo, ver Hagenaars (1984).

- Buhmann, B; Rainwater, L; Schmaus, G y Smeeding, T. M (1988). "Equivalence scales. well-being, inequality and poverty: Sensitivity estimates across ten countries using the Luxembourg Income Study (LIS) Database". *Review of Income and Wealth*. Vol. 32, pp.115–142.
- Casas, J.M.; Domínguez, J. y Núñez, J.J. (1998). "Análisis crítico de las medidas estadísticas de pobreza: Evolución en España". *Anales de Economía Aplicada*. XII Reunión Anual de ASEPELT-España. Córdoba. Publicado en CD-ROM.
- Chakravarty, S.R. (1983a). "A new index of poverty". *Mathematical Social Sciences*. Vol. 6, pp.307–313.
- Chakravarty, S.R. (1983b). "Ethically flexible measures of poverty". *Canadian Journal of Economics*. Vol. 76, pp.74–85.
- Citro, C.F y Michael, R.T. (1995). "Measuring poverty: a new approach". National Academy Press. Washington, D.C.
- Clark, S.R.; Hemming, R. y Ulph, D. (1981). "On indices for the measurement of poverty". *Economic Journal*. Vol. 91, pp.515–526.
- Colosanto, D.; Kapteyn, A. y Van Der Gaag, J. (1984). "Two subjective definitions of poverty: results from the Wisconsin basic needs studys". *Journal of Human Resources*. Vol. 19, pp.127–137.
- Coulter, F; Cowell, F. y Jenkins, S. (1992). "Diferences in needs and assessment of income distributions". *Bulletin of Economic Research*. Vol. 44, 2.
- Cramer, J.S. (1973). "Empirical econometrics". North Holland Publishing Company. Amsterdam.
- Cutler, D.M. y Katz, L.F. (1992). "Rising inequality? Changes in the distribution of income and consumption in the 1980's". *The American Economic Review*. Vol.82, n°2: Papers and Proceedings of the 104<sup>th</sup> Annual Meeting of the A.E.A. (May, 1992), pp.546–551.
- Dagum, C. (1989). "Poverty as perceived by the Leyden income evaluation project. A survey of Hage-naars' contribution on the perception of poverty". *Economic Notes*. Vol. 1, pp.101–111.
- Dagum, C.; Gambassi, R. y Lemmi, A. (1991). "Poverty measurement for economies in transition in eastern european countries". International Scientific Conference. Warsaw.
- Danziger, S. y Taussig, M.K. (1979). "The income unit and the anatomy of income distribution". *Review of Income and Wealth*. Vol. 25, pp.365–375.
- Danziger, S.H.; Van Der Gaag, J; Taussig, M. K y Smolensky, E. (1984). "The direct measurement of welfare levels: How much does it cost to make ends meet?". *Review of Economics and Statistics*. Vol. 66, n°3, pp.500–505.
- De Vos, K. y Garner, T.I. (1991). "An evaluation of subjective poverty definitions: comparing results

- from the U.S. and the Netherlands". *The Review of Income and Wealth*. Vol. 37, n°3, pp.267–285.
- Deaton, A. y Muellbauer, J. (1980). "Economics and consumer behavior". Cambridge University Press. Cambridge.
- Donalson, D. y Weimark, J.A. (1986). "Properties of fixed-population poverty indices". *International Economic Review* 27 (3), pp.667–688.
- Duclos, J-Y. y Mercader-Prats, M. (1999). "Household needs and poverty: with application to Spain and the U.K.". *Review of Income and Wealth*. Vol. 45, n°1, pp.77–98.
- Fernández, A. (1992). "Los índices de pobreza FGT. Estimación de la distribución del ingreso en España". Tesis Doctoral. Departamento de Estadística y Econometría, Universidad de Málaga.
- Fernández, A. (1992). "La medición de la pobreza a través de índices. Una síntesis de la literatura". *Cuadernos*, 23, pp.47–76.
- Feres, J.C. y Mancero, X. (2001). "Enfoques para la medición de la pobreza. Breve revisión de la literatura". Serie de estudios estadísticos y prospectivos, CEPAL.
- Fisher, M. (1992). "The development and history of the poverty thresholds". *Social Security Bulletin*, 55, 4, pp.3–14.
- Fisher, G. (1995). "Is there such a thing as an absolute poverty line over time?". Mimeo, U.S. Department of Health and Human Services, Washington, D.C. August 1995.
- Foster, J.E. (1984). "On economic poverty: a survey of aggregate measures". *Advances in Econometrics*. Vol. 3, pp.212–251.
- Foster, J.E.; Greer, J. y Thorbecke, E. (1984). "A class of decomposable poverty measures". *Econometrica*. Vol. 52, n 3, pp.761–766.
- Friedman, R.D. (1965). "Poverty: Definition and perspective". American Enterprise Institute for Public Policy Research. Washington, D.C.
- Fuchs, V. (1967). "Redefining poverty and redistributing income". *Public Interest*. Summer, pp.88–95.
- Goedhart, T.; Halberstadt, V.; Kapteyn, A. y Van Praag, B.M.S. (1977). "The poverty line: concept and measurement". *Journal of Human Resources*. Vol.12, pp.503–520.
- Hamada, K. y Takayama, N. (1977). "Censored income distributions and the measurement of poverty". *Bulletin of the International Statistical Institute*. Vol. 47, pp.617–630.
- Hagenaars, A. (1984). "A class of poverty indices". Center for Research in Public Economics. Leyden University.

- Hagenaars, A. (1986). "The perception of poverty". North Holland. Amsterdam.
- Hagenaars, A. (1987). "A class of poverty indices". *International Economic Review*, 28 (3), pp.583–607.
- Hagenaars, A.; de Vos, K. y Zaidi, A. (1994): "Poverty statistics in the late 1980's". Luxembourg: EUROSTAT.
- I.N.E. (1993). "Estudio de los hogares menos favorecidos según la Encuesta de Presupuestos Familiares 1990-91. Primeros resultados". INE.
- Jenkins, S.P. y Lambert, P.J. (1993). "Ranking income distributions when needs differ". *Review of Income and Wealth*. Vol. 39, n 4, pp.337–356.
- Kakwani, N. (1977b). "On the estimation of consumer-unit scale". *Review of Economics and Statistics*. Vol. 59, pp.507–510.
- Kakwani, N. (1986). "Analyzing redistribution policies: a study using Australian data". New York: Cambridge University Press.
- Kilpatrick, R.W. (1973). "The income elasticity of the poverty line". *Review of Economics and Statistics*. Vol. 55, pp.327–332.
- Lavers, G.R. y Rowntree, B.S. (1951). "Poverty and the welfare state". Longman. London.
- Love, R. y Oja, G. (1975). "Low income in Canada". *The Review of Income and Wealth*. Vol. 25, n°1.
- Marxhall, A. (1920). "Principles of economics". 8<sup>th</sup> ed. MacMillan. London.
- McClements, L.D. (1977). "Equivalence scales for children". *Journal of Public Economics*. Vol. 8, pp.191–210.
- Núñez, J.J. (1990). "Una clase de índices estadísticos de pobreza". *Actas de las XV Jornadas Luso-Espanólas de Matemáticas*. Vol. IV, pp.313–319. Évora (Portugal).
- OECD. (1982). "The OECD list of social indicators". París.
- OECD. (1984). "Economic outlooks". París.
- O'Higgins, M. y Jenkins, S.P. (1990). "Poverty in the EC: Estimates for 1975, 1980 and 1985". pp.187–212. Publ. en *Analysing Poverty in the European Community: Policy Issues, Research Options and Data Sources*. Luxembourg: Office of Official Publications of the European Communities (R. Teekens and B.M.S. van Praag, eds.).

- Ornati, O. (1966). "Poverty. Amid affluence". The Twentieth Century Fund, New York.
- Orshansky, M. (1965). "Counting the poor: another look at the poverty profile". Social Security Bulletin, 28, pp. 3–29.
- PNUD. (1997). "Informe sobre el desarrollo humano 1997". Oxford University Press. New York.
- Podder N. (1971). "The estimation of an equivalent-income scale". Australian Economic Papers. December, pp.175–187.
- Ravallion, M. (1998). "Expected poverty under risk-induced welfare variability". The Economic Journal, 98, pp.1171–1188.
- Ravallion, M. (2003). "The debate on Globalization, Poverty and Inequality: why measurement matters". Documento de trabajo. Banco Mundial.
- Rowntree, B.S. (1901). "Poverty: a study of town life". McMillan. London.
- Rowntree, B.S. (1941). "Poverty and progress: a second social survey of York". Longmans. London.
- Ruggles, P. (1990). "Drawing the line-Alternative poverty measures and their implications for public policy". The Urban Institute Press. Washington, D.C.
- Sachs, W. (1992). "Poor not different". Real-life Economics: Understanding Wealth Creation, pp.161–165.
- Sen, A. (1976). "Poverty: an ordinal approach to measurement". Econometrica 44(2), pp.219–231.
- Sen, A. (1979). "Issues in the measurement of poverty". Scandinavian Journal of Economics. Vol. 81, pp.285–307.
- Sen, A. (1983). "Poor, relatively speaking". Oxford Economic Papers. Vol. 35, pp.153–170.
- Sen, A. (1984). "Poverty and famines: an essay on entitlement and deprivation". Oxford University Press. New York.
- Sen, A. (1992). "Inequality reexamined". Massachusetts: Harvard University Press.
- Smith, A. (1776). "Wealth of Nations". London.
- Takayama, N. (1979). "Poverty, income inequality, and their measures: Professor Sen's axiomatic approach reconsidered". Econometrica. Vol. 47, n 3, pp.747–759.
- Theil, H. (1967). "Economics and Information Theory". North-Holland, Amsterdam.



- Thon, D. (1979). "On measuring poverty". *Review of Income and Wealth*. Vol. 25, pp.429–439.
- Thurow, L.C. (1969). "Poverty and Discrimination". The Brookings Institution. Washington, D.C.
- Townsend, P. (1979). "Poverty in the United Kingdom, a survey of household resources and standards of living". Harmondsworth, Eng.: Penguin Books. Middlesex.
- Townsend, P. (1992). "The international analysis of poverty". Hemel Hempstead. Eng.: Harvester-Wheatsheaf.
- Van Praag, B.M.S.; Hagenaars, A.J.M. y. Van Weeren, H. (1982). "Poverty in Europe". *Review of Income and Wealth*. Vol. 28, n 3, pp.345–359.
- Vaughan, D.R. (1985). "Using subjective assessments of income to estimate family equivalence scales: a report on work in progress", pp.31–44. Publicado en *Survey of Income and Program Participation and Related Longitudinal Surveys: 1984*. Selected papers given at the 1984 annual meeting of the American Statistical Association, Philadelphia, Pa. Bureau of the Census. Washington, D.C.: U.S. Department of Commerce.
- Vaughan, R.N. (1987). "Welfare approaches to the measurement of poverty". *The Economic Journal* 97, pp.160–170.
- Watts, H. (1967). "The isoprop index: an approach to the determination of differential poverty income thresholds". *Journal of Human Resources*. Vol. 2, n 1, pp.3–18.
- Watts, H. (1968). "An economic definition of poverty", en D. P. Moynihan. *On Understanding Poverty*. Basic Books. Inc. New York, pp.316–329.