



Revista de Métodos Cuantitativos para la  
Economía y la Empresa

E-ISSN: 1886-516X

ed\_revmetcuant@upo.es

Universidad Pablo de Olavide  
España

Belles-Sampera, Jaume; Santolino, Miguel

Asignación óptima de capital en base al perfil de riesgo de las instituciones de inversión colectiva: una  
aplicación de las medidas de riesgo distorsionadas

Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa, vol. 15, junio, 2013, pp. 65-86

Universidad Pablo de Olavide

Sevilla, España

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=233127547004>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

## Asignación óptima de capital en base al perfil de riesgo de las instituciones de inversión colectiva: una aplicación de las medidas de riesgo distorsionadas

BELLES-SAMPERA, JAUME

Riskcenter-IREA, Universitat de Barcelona

Correo electrónico: [jbellesa8@alumnes.ub.edu](mailto:jbellesa8@alumnes.ub.edu)

SANTOLINO, MIGUEL

Riskcenter-IREA, Universitat de Barcelona

Correo electrónico: [msantolino@ub.edu](mailto:msantolino@ub.edu)

### RESUMEN

Los recientes marcos regulatorios del sector financiero y asegurador otorgan una creciente importancia a la gestión de riesgos. El regulador exige a las entidades que dispongan de un capital reservado para hacer frente a posibles pérdidas derivadas de sus actividades; este capital se cuantifica habitualmente mediante la aplicación de medidas de riesgo. Es esencial para la toma de decisiones de los gestores de estas entidades conocer qué partes de su negocio contribuyen en mayor medida a los requerimientos de capital. Para este fin se aplican técnicas de asignación óptima de capital. En este artículo se utilizan criterios de asignación óptima de capital en el contexto de la gestión de activos con el objetivo de analizar los coeficientes de liquidez de un conjunto de Instituciones de Inversión Colectiva (IIC) gestionadas por una misma Sociedad Gestora de Instituciones de Inversión Colectiva (SGIIC). En este nuevo contexto, el riesgo en el que incurre cada IIC es evaluado a través de un conjunto de medidas de riesgo distorsionadas. Se desarrolla un caso práctico para el que los resultados sugieren que el perfil de riesgo de las inversiones de cada IIC es un criterio que debería ser determinante en el establecimiento de sus respectivos coeficientes de liquidez, evitando de este modo penalizar a las estrategias conservadoras.

**Palabras clave:** asignación de capital; medidas de riesgo distorsionadas; perfil de riesgo; riesgo agregado.

**Clasificación JEL:** G11; G23; G32.

**MSC2010:** 91B30; 62P05; 91B84; 91G70.

# Optimal Capital Allocation Based on the Risk Profile of Collective Investment Schemes: An Application of Distortion Risk Measures

## ABSTRACT

Increasing attention is paid to risk management under the recent regulatory frameworks of the insurance and financial sectors. It is required by the regulator that institutions have a capital to face potential losses from their activity. This capital is usually assessed by means of risk measures. To take adequate decisions, it is essential that managers know how individual risk contribute to the aggregated capital requirement. Techniques of optimal capital allocation are developed to deal with it. This article applies optimal capital allocation criteria in the context of asset management. Our goal is to analyze the liquidity coefficients of Collective Investment Schemes (IIC) belonging to a Management Company of Collective Investment Schemes. In this new context, the risk undertaken by each IIC is assessed with alternative distortion risk measures. We develop a fictitious case where results suggest that the risk profile of institutions should be a key factor to determine liquidity coefficients in order to not penalize conservative strategies.

**Keywords:** capital allocation; distortion risk measures; risk profile; aggregated risk.

**JEL classification:** G11; G23; G32.

**MSC2010:** 91B30; 62P05; 91B84; 91G70.



## 1. INTRODUCCIÓN

La identificación de los diferentes riesgos y una adecuada medición de cada uno de ellos son unos de los principales retos a los que se enfrentan los profesionales de los sectores financiero y asegurador. El eje vertebrador de los recientes marcos regulatorios de estos sectores (Basilea III, Solvencia II, Circular 6/2009 de la CNMV) es la gestión cuantitativa de los riesgos. Es en este contexto en el que los reguladores establecen unos requerimientos de capital a las entidades, cuyo propósito principal es asegurar la continuidad de la compañía ante posibles pérdidas derivadas de su actividad. Estos capitales requeridos se calculan, habitualmente, en base a alguna medida de riesgo determinada, con un nivel de confianza y un horizonte temporal fijados. Así, cualquier entidad con más de una unidad de negocio o expuesta a más de una categoría de riesgo está interesada en determinar cuál es la contribución de cada unidad (o categoría de riesgo) al capital total requerido por el regulador. La determinación de cómo contribuyen las unidades al capital total consiste en resolver un problema de asignación de capital (*capital allocation*). Cada una de las posibles soluciones a estos problemas recibe el nombre de criterio de asignación de capital.

En este trabajo nos centramos en aquellas entidades financieras cuyo objeto es la gestión de activos. En concreto, nos ponemos en el papel de una Sociedad Gestora de Instituciones de Inversión Colectiva (SGIIC) y nos planteamos aprovechar los criterios de asignación de capital como posibles herramientas para analizar si es necesario revisar los coeficientes de liquidez exigidos a las Instituciones de Inversión Colectiva (IIC) financieras<sup>1</sup> gestionadas por la SGIIC. En primer lugar, discutimos cómo pueden ser aplicados los criterios de asignación de capital en el análisis de los coeficientes de liquidez. En segundo lugar, nos centramos en un criterio de asignación específico (el de asignación proporcional) para llevar a cabo un ejercicio práctico de revisión de los coeficientes de liquidez en un entorno simulado de una SGIIC que gestiona un conjunto de IIC con diferentes estrategias de inversión. Para este ejemplo aplicamos distintas medidas de riesgo distorsionadas con el objetivo de explorar el impacto que puede tener en la determinación del coeficiente de liquidez *óptimo* de cada IIC la elección de la medida de riesgo. El capital total requerido para la SGIIC que tomamos como referencia se corresponde con la suma de los peores escenarios de capitales de liquidez de cada IIC según la normativa actual de la CNMV (es decir, el 10% del capital de cada una de las IIC gestionadas por la SGIIC).

Finalmente, dentro del ejercicio práctico, planteamos el escenario en el que existe subsidio cruzado entre las IIC y comparamos los resultados. En este escenario el capital total requerido se corresponde con el valor de las distintas medidas de riesgo distorsionadas para la suma de las inversiones de todas las IIC. De este modo, podemos analizar el comportamiento de las distintas medidas de riesgo utilizadas en un contexto de agregación de riesgos. Cada IIC se puede equiparar a una entidad aislada por lo que, *a priori*, considerar subsidio cruzado entre las IIC parece poco realista

---

<sup>1</sup> Los coeficientes de liquidez de las IIC de carácter financiero que la Comisión Nacional del Mercado de Valores (CNMV) debe supervisar son los expuestos en el artículo 40.1 del Real Decreto 1309/2005, de 4 de noviembre.

para la determinación de los requerimientos de capital. Sin embargo, este enfoque puede resultar de gran interés en la gestión interna de la SGIIC. Es habitual que la gestión de las IIC de una SGIIC no dependa de un único equipo sino que se trabaje la gestión por tipo de inversión (renta variable EUR, renta variable USD, renta fija no EUR, productos estructurados, etc.). Es decir, no hay subsidio cruzado en las inversiones pero sí lo hay en la gestión de las inversiones. En este entorno, el enfoque del subsidio cruzado puede servir como herramienta de evaluación de los equipos gestores de los diferentes tipos de inversión para, por ejemplo, definir las políticas de retribución variable dentro de la SGIIC.

La estructura del artículo es la que se detalla a continuación. En la sección 2 contextualizamos el marco teórico de las soluciones a un problema de asignación óptima de capital propuesto y su relación con las medidas de riesgo distorsionadas. En la sección 3 detallamos la metodología seguida para definir el caso ficticio que proponemos, en el cual la SGIIC se enfrenta a un problema de asignación de capital para un conjunto de IIC con perfiles de riesgo de inversión claramente diferenciados. En la siguiente sección describimos los resultados obtenidos para esta aplicación y, finalmente, en la sección 5 resumimos las principales conclusiones.

## **2. ASIGNACIÓN ÓPTIMA DE CAPITAL**

Los campos en los que se presentan problemas de asignación de capital entre diferentes agentes son muy diversos, abarcando desde la investigación operativa hasta la economía y las finanzas. La literatura académica relacionada asignación de capital es numerosa y la solución a este tipo de problemas se ha abordado desde puntos de vista tan diversos como son el económico (Tasche, 2004; Buch *et al.*, 2011), de Teoría de Juegos (Denault, 2001) o el axiomático (Kalkbrener, 2005), entre otros. Excelentes revisiones sobre los distintos criterios de asignación existentes en la literatura se pueden encontrar en Trigo *et al.* (2011), así como en la introducción de van Gulick *et al.* (2012). En este artículo abordamos todos los pasos para resolver un ejercicio de asignación de capital bajo un criterio de asignación proporcional para un conjunto de medidas de riesgo distorsionadas. Dhaene *et al.* (2012) proponen un marco teórico en el que se unifican gran parte de los criterios de asignación de capital existentes en la literatura. Nos basamos en el marco teórico diseñado por Dhaene *et al.* (2012) para describir cómo el criterio de asignación proporcional queda englobado dentro de este contexto así como la utilización de las medidas de riesgo distorsionadas en este entorno.

### **Criterios de asignación de capital en la revisión de los coeficientes de liquidez**

Es posible interpretar el coeficiente de liquidez de una IIC como un colchón ante eventos adversos (tales como, por ejemplo, posibles pérdidas o solicitudes de reembolso por parte de los partícipes). En este sentido, una SGIIC podría querer determinar qué margen tiene cada IIC de flexibilidad para “infringir” el coeficiente de liquidez regulatorio, un margen que parece sensato pensar que debería

estar vinculado a los riesgos a los que está expuesta cada IIC. Para simplificar la exposición, supondremos únicamente relevante el riesgo de mercado. La SGIIC puede plantearse el análisis de los coeficientes de liquidez de la siguiente forma. En primer lugar, la SGIIC contempla el peor escenario de requerimiento de liquidez para el conjunto de las IIC que gestiona. A partir del capital que se deriva de este escenario, realiza una asignación de este capital entre las distintas IIC en base a la proporción de riesgo de cada una de ellas respecto al total.

En concreto, en este trabajo, para la resolución por parte de la SGIIC del proceso de asignación óptima de capital a las distintas IIC siguiendo el criterio proporcional indicado, abordamos las siguientes etapas:

- Selección de los modelos de valoración de todas las posiciones de las carteras.
- Determinación de los factores de riesgo necesarios para poder realizar un *mapping* de las funciones de pérdidas de las carteras.
- Modelización de la evolución (individual y conjunta) de los cambios en los factores de riesgo.
- Elección de un conjunto de medidas de riesgo de interés, así como su método de cálculo, nivel de confianza y horizonte temporal.
- Simulación de la evolución de los cambios en los factores de riesgo para los distintos escenarios.
- Obtención de las funciones de pérdidas simuladas en base a las simulaciones de los cambios en los factores de riesgo y al *mapping* realizado.
- Cuantificación del riesgo para las distintas funciones de pérdidas.
- Análisis de los resultados obtenidos desde un enfoque económico.
- Finalmente, asignación óptima de capital.

Aunque en este trabajo se contextualicen para el caso de la SGIIC que hemos descrito, cabe destacar que las etapas anteriores pueden ser fácilmente extendibles a otros ejemplos similares en el sector asegurador o financiero, aquellos en los que se desee atribuir a cada unidad una parte del riesgo total medido como una parte del capital agregado requerido.

Para la presente aplicación, el problema de asignación puede describirse de la siguiente forma. Se dispone de un capital  $K$  que hay que repartir entre un total de  $n$  Instituciones de Inversión Colectiva. Es frecuente requerir una asignación completa, tal que:

$$K = \sum_{k=1}^n K_k \quad (1)$$

donde  $K_k$  es el capital asignado a la  $k$ -ésima IIC. Esta asignación debe responder a algún criterio específico que dependerá del contexto y objetivos perseguidos. En nuestra aplicación, el capital asignado a las diferentes IIC debe reflejar el riesgo de sus inversiones, por tanto, debe ser determinado en base a su función de pérdidas. La función de pérdidas de la cartera de una IIC entre los instantes  $t$  y  $t+d$  la definimos como  $L_{t+d} = V_t - V_{t+d}$ , donde  $V$  es el valor de la cartera en los instantes  $t$  y  $t+d$ , respectivamente. Debe entenderse que esta función representa las pérdidas de la cartera cuando toma

valores positivos pero que, además, permite representar sus ganancias cuando toma valores negativos.

El valor total de la cartera en el instante  $t$  podemos escribirlo como  $V_t = \sum_{i=1}^I V_{i,t} = \sum_{i=1}^I \omega_{i,t} \cdot V_t$ , donde  $V_{i,t}$  es el valor de la posición en el activo  $i$  de la IIC en el momento  $t$  y  $\omega_{i,t}$  representan los pesos de la cartera en cada uno de los activos  $i$ ,  $i = 1, \dots, I$  en el momento  $t$ .

El valor de la cartera en cada instante de tiempo se define en base a una función  $f$  que depende del tiempo y de los factores de riesgo  $Z_{m,t}$   $m = 1, \dots, M$ . La función de pérdidas  $L_{t+d}$  puede entonces definirse de la siguiente forma:

$$L_{t+d} = f\left(t, \vec{Z}_t\right) - f\left(t+d, \vec{Z}_t + \sum_{s=1}^{d-1} \vec{X}_s\right)$$

donde  $\vec{X}_t$  es el vector de los cambios en los factores de riesgo  $\vec{X}_t = \vec{Z}_{t+1} - \vec{Z}_t$ , tal que  $\vec{Z}_t = (Z_{1,t}, Z_{2,t}, \dots, Z_{M,t})^T$ . Los factores de riesgo asumimos que son observables en el instante  $t$ . Por tanto, la aleatoriedad de la función de pérdidas depende únicamente de los cambios en los factores de riesgo. Dado que la función  $f$  puede ser de difícil evaluación, frecuentemente se utilizan aproximaciones a la función de pérdidas que facilitan el cálculo. En particular, si la función  $f$  es diferenciable, suele utilizarse la función de pérdidas linealizada  $L_{t+d}^\Delta$  que se obtiene como la aproximación de primer orden de  $L_{t+d}$  a través de la expansión de Taylor<sup>2</sup>.

Una vez definida la función de pérdidas, debemos determinar el criterio de asignación de capital. Consideremos el vector aleatorio de las  $n$  pérdidas individuales  $(L_1, L_2, \dots, L_n)$  que se pueden materializar en una fecha futura para el conjunto de las IIC. Asumimos que  $E(L_k) < +\infty$  para  $k = 1, \dots, n$ . La pérdida agregada consiste, por tanto, en:

$$S = \sum_{k=1}^n L_k \quad (2)$$

De acuerdo con el marco teórico unificado propuesto por Dhaene *et al.* (2012), la resolución de un problema de asignación de capital consiste en obtener una solución a un problema de optimización en el que la suma ponderada de las medidas de desviación de las pérdidas de cada unidad de riesgo respecto del capital que se les asigna sea minimizada. En nuestro caso, el objetivo es minimar la suma ponderada de las medidas de desviación de las pérdidas de cada IIC respecto su capital asignado. Este marco general permite englobar gran parte de las distintas propuestas de asignación de capital que pueden encontrarse en la literatura en base a:

<sup>2</sup> La utilización de la aproximación lineal debe tomarse con precaución para horizontes temporales largos y cuando la función de pérdidas se desvíe claramente de ser lineal respecto a los cambios en los factores de riesgo.

- la función que mide la desviación de las pérdidas respecto del capital asignado ( $D$ );
- las ponderaciones para las IIC ( $v_k$ );
- las ponderaciones de los eventos que generan las desviaciones de  $L_k$  respecto de  $K_k$  ( $\xi_k$ ).

Formalmente, el problema de optimización es el siguiente. Dado un capital  $K > 0$ , determinar los capitales  $K_k$ ,  $k = 1, \dots, n$  a partir de la resolución de:

$$\min_{K_1, \dots, K_n} \sum_{k=1}^n v_k \cdot E \left[ \xi_k \cdot D \left( \frac{L_k - K_k}{v_k} \right) \right], \text{ sujeto a que } \sum_{k=1}^n K_k = K \quad (3)$$

donde los  $v_k$  son valores reales no negativos tales que  $\sum_{k=1}^n v_k = 1$  y  $\xi_k$  son variables aleatorias no negativas con esperanza finita.  $D$  es una función no negativa asociada normalmente a una distancia, y la inclusión de las ponderaciones de las IIC en el denominador de  $\frac{L_k - K_k}{v_k}$  permite comparar las desviaciones entre las pérdidas y los capitales asignados corregidas por la importancia de cada activo. En concreto, si aplicamos el criterio de optimización cuadrático  $D(x) = x^2$ , el problema de optimización definido en (3) tiene la siguiente solución única<sup>3</sup>:

$$K_k = E(\xi_k \cdot L_k) + v_k \cdot \left[ K - \sum_{j=1}^n E(\xi_j \cdot L_j) \right], \quad k = 1, \dots, n. \quad (4)$$

El reparto de capital establecido en (4) consiste en la esperanza de la pérdida  $L_k$  ponderada por  $\xi_k$  más un término adicional que es proporcional al peso  $v_k$  que se haya asignado a la  $k$ -ésima IIC. Este término adicional es un reparto proporcional de la diferencia entre el capital total  $K$  y la suma de las esperanzas ponderadas  $\sum_{j=1}^n E(\xi_j \cdot L_j)$ . Si, además, definimos las ponderaciones ( $v_k$ ) en base al peso de cada una de las esperanzas ponderadas sobre la suma del conjunto:

$$v_k = \frac{E(\xi_k \cdot L_k)}{\sum_{j=1}^n E(\xi_j \cdot L_j)},$$

el reparto de capital óptimo definido en (4) puede expresarse de la siguiente forma:

$$K_k = \frac{K}{\sum_{j=1}^n E(\xi_j \cdot L_j)} \cdot E(\xi_k \cdot L_k), \quad k = 1, \dots, n. \quad (5)$$

<sup>3</sup> Consideramos en este trabajo el criterio de optimización cuadrática puesto que de él se derivan los criterios de asignación proporcionales al riesgo, que son los de nuestro interés en este artículo. Para otras funciones de medida de desviación, véase Dhaene *et al.* (2012).



## Relación entre medidas de riesgo de distorsión y asignación óptima de capital

Por último, analizaremos la aplicación de las medidas de riesgo distorsionadas en el contexto de un problema de asignación de capital. Una medida de riesgo  $\rho$  asigna a cada función de pérdidas  $L$  un valor  $\rho(L)$  que representa el capital en riesgo para cada IIC. Formalmente,  $\rho$  puede definirse de la siguiente forma. Sea  $\Gamma$  el conjunto de todas las variables aleatorias  $L$  definidas en un determinado espacio de probabilidad. Una medida de riesgo es una función  $\rho$  que a cada elemento de  $\Gamma$  le asigna un valor numérico real<sup>4</sup>; es decir:

$$\begin{aligned}\rho : \Gamma &\longrightarrow \mathbb{R} \\ L &\mapsto \rho(L)\end{aligned}$$

Existen numerosas tipologías de medidas de riesgo en base a las propiedades que satisfacen (véase, por ejemplo, Denuit *et al.*, 2005). En este artículo nos centramos en las medidas de riesgo de distorsión (*distortion risk measures*) introducidas por Wang (1995, 1996). Consideremos la función de distorsión  $g : [0,1] \longrightarrow [0,1]$ , no decreciente, tal que  $g(0) = 0$  y  $g(1) = 1$ . La medida de riesgo

$$\rho_g : \Gamma \longrightarrow \mathbb{R}, \text{ definida como } \rho_g(L) = - \int_{-\infty}^0 [1 - g(S_L(u))] du + \int_0^{+\infty} g(S_L(u)) du, \text{ recibe el}$$

nombre de medida de riesgo de distorsión, donde  $S_L(\cdot)$  es la función de supervivencia de  $L$ . Este tipo de medidas de riesgo cumplen las propiedades de translación, aditividad comonotónica, homogeneidad positiva y monotonía. En el caso en que la función de distorsión sea cóncava, la medida de riesgo asociada también satisface la propiedad de subaditividad y, por tanto, es una medida de riesgo coherente en el sentido de Artzner *et al.* (1999). Algunas medidas de riesgo de distorsión y su función de distorsión se presentan en la Tabla 1. Para más detalles sobre este tipo de medidas de riesgo, véase Wang (1995, 1996), Denuit *et al.* (2005), Hardy (2006) y Belles-Sampera *et al.* (2013), entre otros.

Tabla 1. Medidas de riesgo de distorsión para un nivel de confianza ( $\alpha$ ) y la función de distorsión asociada

<i>Medida de riesgo</i>	<i>Función de distorsión</i>
VaR ( <i>Value at Risk</i> )	$g(u) = \begin{cases} 0 & \text{si } u < 1 - \alpha \\ 1 & \text{si } u \geq 1 - \alpha \end{cases}$
TVaR ( <i>Tail Value at Risk</i> )	$g(u) = \min \left\{ \frac{u}{1 - \alpha}, 1 \right\} = \begin{cases} \frac{u}{1 - \alpha} & \text{si } u < 1 - \alpha \\ 1 & \text{si } u \geq 1 - \alpha \end{cases}$
<i>Denneberg's absolute deviation principle</i>	$g(u) = \begin{cases} u \cdot (1 + \alpha) & \text{si } u < 0.5 \\ \alpha + (1 - \alpha) \cdot u & \text{si } u \geq 0.5 \end{cases}$
<i>Dual Power Transform</i> <sup>*</sup>	$g(u; \delta) = 1 - (1 - u)^\delta, \delta \geq 1$

<sup>\*</sup> Este medida no depende del nivel de confianza.

Si asumimos  $\rho_g(L_k) = E(\xi_k \cdot L_k)$ , la expresión (5) puede reescribirse como:

<sup>4</sup> Nótese que, en base a esta definición, la esperanza matemática de una variable aleatoria es una medida de riesgo.

$$K_k = \frac{K}{\sum_{j=1}^n \rho_g(L_j)} \cdot \rho_g(L_k) \quad , k=1, \dots, n. \quad (6)$$

Así, la asignación de capital definida en (6) puede interpretarse como la asignación proporcional en función del riesgo de cada IIC cuantificado por medio de la medida de riesgo distorsionada  $\rho_g$ . Cabe mencionar que esta solución al problema de asignación guarda una estrecha relación con las asignaciones basadas en las unidades de negocio (*business unit driven allocations*)<sup>5</sup>.

### 3. APLICACIÓN

Analizamos por medio de un escenario ficticio si una SGIIC debe revisar la asignación de capital mensual por riesgo de mercado que tiene establecida, entendiendo por capital asignado a cada IIC el valor de las inversiones que dicha IIC tiene en activos líquidos para satisfacer su coeficiente de liquidez normativo. Simplificaremos la asignación actual de capital a un caso de máximos<sup>6</sup> (es decir, situaciones en las que para todas las IIC de carácter financiero se requiera un coeficiente de liquidez del 10% de sus patrimonios). Si denotamos por  $V_{k,t}$  el valor de mercado de la  $k$ -ésima IIC en el mes  $t$ ,

el regulador establece como capital  $K = 10\% \cdot \sum_{k=1}^n V_{k,t}$  (el 10% del valor de mercado de todas las IIC),

y como capital requerido a cada IIC,  $K_k = 10\% \cdot V_{k,t}$  (el 10% de su valor de mercado). Así pues, estamos suponiendo que esta asignación no tiene en consideración el perfil de riesgo de cada IIC. Es decir, dos IIC con el mismo valor de mercado en un momento  $t$  pero con estrategias de inversión totalmente dispares tienen el mismo requerimiento de capital.

#### 3.1 Caracterización de las IIC según su perfil de inversión

Para llevar a cabo el caso práctico debemos definir las estrategias de inversión de las IIC y cuantificar el riesgo en que incurre cada una de ellas. En concreto, planteamos tácticas de inversión basadas en instrumentos financieros sencillos. Obviamente, en situaciones reales la cartera de activos de una IIC está constituida por multitud de instrumentos, cuya complejidad y características de exposición a riesgo varían tanto en función de las políticas de inversión expuestas en sus folletos como en función de las estrategias implementadas por los equipos de gestión. Nuestra intención aquí es representar distintos perfiles de riesgo de inversión, unos más conservadores y otros más arriesgados, a partir de lo que puede entenderse como un *benchmark* de gestión de cada IIC. La manera de conseguir este propósito es asignar diferentes pesos para los siguientes productos financieros<sup>7</sup>:

<sup>5</sup> Pueden determinarse variables aleatorias  $\xi_k$  ligadas a las medidas de riesgo  $\rho_g$  que satisfacen que  $\rho_g(L_k) = E(\xi_k \cdot L_k)$ .

<sup>6</sup> Actualmente, el coeficiente de liquidez oscila entre un mínimo del 3% y un máximo del 10% del patrimonio de la IIC.

<sup>7</sup> No son propiamente productos puesto que, por ejemplo, no se pueden adquirir participaciones en un índice. Sin embargo, permitimos esta simplificación para facilitar la exposición.

- Bonos gubernamentales alemanes con vencimiento 10 años (representando inversiones en renta fija con riesgo de crédito prácticamente inexistente).
- Renta variable denominada en EUR (representada por el índice Eurostoxx 50).
- Renta variable denominada en USD contravalorada a EUR (representada por el índice S&P500).
- Cobertura del riesgo de divisa USD/EUR mediante un *forward* a 1 año (empleados para cubrir el riesgo de divisa subyacente en posiciones en renta variable denominada en USD). En este ejercicio el *forward* se valora mediante:
  - Posición corta en renta fija gubernamental estadounidense a un año.
  - Posición larga en renta fija gubernamental alemana a un año.
- Cuenta de efectivo denominada en EUR (que nos servirá para igualar el valor de las inversiones entre las IIC).

En la Tabla 2 se muestran los pesos otorgados a cada uno de estos productos para un conjunto de siete IIC, que pretenden reflejar diferentes perfiles de riesgo de inversión. En concreto, los diferentes perfiles de las IIC pueden interpretarse de la siguiente forma. En primer lugar, existen tres grandes grupos de estrategias en función de la exposición relativa a renta fija (RF) y a renta variable (RV): 15%-85%, 50%-50%, 85%-15%. *A priori* estos grupos están en orden decreciente de riesgo de mercado. Es decir, a mayor inversión en RF menos riesgo de mercado. Dentro de los dos primeros grupos tenemos otros dos subgrupos, en función de la exposición relativa a RV EUR y a RV USD: 25%-75% y 75%-25%. Estos subgrupos estarían ordenados en orden creciente de riesgo, puesto que un índice con 50 componentes (Eurostoxx 50) debe ser más volátil que uno con 500 (S&P500). Finalmente, las IIC con inversión en RV USD, pueden elegir cubrir el riesgo de divisa totalmente o no cubrirlo. En principio, la IIC<sub>1</sub> y la IIC<sub>4</sub> deberían ser menos arriesgadas que la IIC<sub>2</sub> y la IIC<sub>5</sub>, puesto que estas últimas están expuestas al riesgo de divisa.

Tabla 2. Perfiles de inversión de las Insituciones de Inversión Colectiva

	Renta Fija	Renta Variable	RV EUR	RV USD	Cobertura riesgo de divisa ( <i>forward</i> 1Y)		Total
	Bono 10Y EUR	Total	Eurostoxx 50	S&P 500	Bono 1Y USD	Bono 1Y EUR	
	$\omega_{k,1}$		$\omega_{k,2}$	$\omega_{k,3}$	$\omega_{k,4}$	$\omega_{k,5}$	
IIC <sub>1</sub>	15%	85%	25%	75%	-63,75%	63,75%	100%
IIC <sub>2</sub>	15%	85%	25%	75%	0%		100%
IIC <sub>3</sub>	15%	85%	75%	25%	0%		100%
IIC <sub>4</sub>	50%	50%	25%	75%	-37,5%	37,5%	100%
IIC <sub>5</sub>	50%	50%	25%	75%	0%		100%
IIC <sub>6</sub>	50%	50%	75%	25%	0%		100%
IIC <sub>7</sub>	85%	15%	100%	0%	0%		100%

Nota: La columna en fondo gris indica el porcentaje total invertido en renta variable. Este porcentaje total se reparte entre un porcentaje en Euros (RV EUR) y uno en dólares (RV USD). Por ejemplo, el porcentaje invertido en RV EUR y en RV USD para la IIC<sub>1</sub> es  $85\% \cdot 25\% = 21,25\%$  y  $85\% \cdot 75\% = 63,75\%$ , respectivamente. Cuando la IIC no cubre el riesgo de divisa, en la columna de cobertura aparece un 0%. En caso contrario, la cobertura se realiza mediante una posición larga en un bono EUR y una corta en uno USD, en los porcentajes de inversión en RV USD.

Supongamos un valor inicial para cada una de las IIC de 2.500.000 EUR a cierre de 31-dic-2010, que corresponderá a  $t=0$ . Supongamos  $p_{i,t}$  como el valor en  $t$  de un bono gubernamental alemán con vencimiento diez años ( $i=1$ ); el nivel del índice Eurostoxx 50 ( $i=2$ ); el nivel del índice S&P 500 contravalorado a EUR ( $i=3$ ); un bono gubernamental estadounidense con vencimiento 1 año, contravalorado a EUR ( $i=4$ ); un bono gubernamental alemán con vencimiento 1 año ( $i=5$ ); la cuenta de efectivo denominada en EUR ( $i=6$ ). Si asumimos que las ponderaciones de inversión en los diferentes mercados ( $\omega_{k,i}$ ), así como las cantidades expuestas<sup>8</sup> ( $n_{k,i}$ ) se mantienen constantes en el periodo de análisis, el valor en el instante  $t$  de la inversión  $i$  para la IIC<sub>k</sub> lo podemos definir como  $V_{k,i,t} = \omega_{k,i} \cdot V_{k,t} = n_{k,i} \cdot p_{i,t}$ , donde  $V_{k,t} = \sum_{i=1}^6 V_{k,i,t}$ . En la Tabla 3 se presentan los valores de mercado en el momento inicial de cada uno de los productos y las cantidades expuestas para cada una de las IIC. Cabe señalar que consideramos únicamente valores enteros para las cantidades expuestas en los tres primeros mercados, por lo que los ponderadores los ajustamos a estos valores enteros.

Tabla 3. Valores de mercado y cantidades expuestas para cada IIC en el momento inicial

	Renta Fija	RV EUR	RV USD	Cobertura riesgo de divisa ( <i>forward</i> 1Y)		
	Bono 10Y EUR	Eurostoxx 50	S&P 500	Bono 1Y USD	Bono 1Y EUR	Efectivo
	$n_{k,1}$	$n_{k,2}$	$n_{k,3}$	$n_{k,4}$	$n_{k,5}$	$n_{k,6}$
IIIC <sub>1</sub>	510.109	190	1.696	−2.138.745,59	1.600.719,69	3.157,02
IIIC <sub>2</sub>	510.109	190	1.696		0,00	702,64
IIIC <sub>3</sub>	510.109	570	565		0,00	2.185,70
IIIC <sub>4</sub>	1.700.366	111	997	−1.257.269,67	940.989,11	4.599,52
IIIC <sub>5</sub>	1.700.366	111	997		0,00	3.156,70
IIIC <sub>6</sub>	1.700.366	335	332		0,00	2.438,45
IIIC <sub>7</sub>	2.890.622	134	0		0,00	762,33
	$V_{k,1,0}$	$V_{k,2,0}$	$V_{k,3,0}$	$V_{k,4,0}$	$V_{k,5,0}$	$V_{k,6,0}$
IIIC <sub>1</sub>	374.999,40	530.635,80	1.593.662,16	−1.593.662,16	1.591.207,78	3.157,02
IIIC <sub>2</sub>	374.999,40	530.635,80	1.593.662,16		0,00	702,64
IIIC <sub>3</sub>	374.999,40	1.591.907,40	530.907,50		0,00	2.185,70
IIIC <sub>4</sub>	1.249.999,96	310.003,02	936.840,32	−936.840,32	935.397,50	4.599,52
IIIC <sub>5</sub>	1.249.999,96	310.003,02	936.840,32		0,00	3.156,70
IIIC <sub>6</sub>	1.249.999,96	935.594,70	311.966,89		0,00	2.438,45
IIIC <sub>7</sub>	2.124.999,79	374.237,88	0,00		0,00	762,33

Fuente: Información del valor de los productos financieros a 31/12/2010 obtenida en Bloomberg.

En relación a los activos de renta fija, se valoran a descuento según el valor a 31-dic-2010. En el caso de los bonos gubernamentales alemanes a 10 años,  $p_{1,t} = \exp \left[ -\frac{1}{100} \cdot y \left( \frac{t}{12}, 10 \right) \cdot \left( 10 - \frac{t}{12} \right) \right]$ , donde  $y \left( \frac{t}{12}, 10 \right)$  es el tipo cupón cero gubernamental alemán a  $10 - \frac{t}{12}$  años. Para valorarlo

<sup>8</sup> Este es un valor nocional, no quiere decir, por poner un ejemplo, que la IIC<sub>k</sub> disponga de  $n_{k,2}$  índices Eurostoxx 50.

correctamente deberíamos disponer, en cada momento  $t$ , de toda la curva cupón cero alemana<sup>9</sup>. Puesto que únicamente disponemos en  $t$  de los tipos cupón cero a 10 años  $y_t = y\left(\frac{t}{12}, 10 + \frac{t}{12}\right)$ , y puesto que el análisis lo realizaremos a un horizonte de 1 mes, realizamos la siguiente aproximación  $y\left(\frac{t}{12}, 10\right) \approx y_t$ . Para el resto de activos de renta fija utilizamos un criterio similar. Los valores iniciales que aparecen en la Tabla 3 se corresponden con  $p_{1,0} = \exp(-3,077\% \times 10)$ ,  $p_{4,0} = \exp(-0,271\%) \times 0,747$  (valor contravalorado a euros) y  $p_{5,0} = \exp(-0,596\%)$ . En cuanto a los activos de renta variable, cabe mencionar que los índices bursátiles no están expresados en unidades monetarias. No obstante, los niveles de los índices pueden interpretarse igual a cualquier número arbitrario de unidades monetarias tomado como valor de referencia. En este sentido, para este ejercicio, fijamos que el número de referencia de unidades monetarias consista en el nivel del índice bursátil a 31-dic-2010. En la parte de renta variable, en vez de índices bursátiles hubiéramos podido considerar un conjunto de valores representativos de los mismos, los cuales podrían ser directamente valorados en unidades monetarias. Consideramos que esta última opción hubiera significado ampliar el número de factores de riesgo sin contribuir significativamente al objetivo principal del trabajo, consistente en mostrar de forma sintetizada las técnicas a aplicar en un ejercicio de asignación de capital.

### ***Función de pérdidas linealizada***

Una vez definido el perfil de riesgo de cada IIC, debemos analizar su función de pérdidas. La función de pérdidas mensual linealizada para el bono gubernamental alemán a vencimiento 10 años es igual a

$$L_{k,1,t+1}^{\Delta}(X_{1,t}) = \omega_{k,1} \cdot V_{k,t} \cdot \left[ 1 - e^{-c_1/100} \cdot \left( 1 - \frac{X_{1,t}}{100} + \frac{c_1}{100} \right) \right]$$

donde  $c_1$  es el valor medio de la serie de cambios en el factor de riesgo, siendo  $X_{1,t} = Z_{1,t+1} - Z_{1,t}$  con factor de riesgo  $Z_{1,t} = 10 \cdot y_t$ , donde  $y_t$  es el tipo cupón cero gubernamental alemán a 10 años.

En el caso de la renta variable denominada en EUR, consideramos la variación del factor de riesgo como  $X_{2,t} = Z_{2,t+1} - Z_{2,t} = \ln\left(\frac{S_{t+1}}{S_t}\right)$ , donde  $S_t$  es el nivel del índice Eurostoxx 50 a cierre de sesión. La función de pérdidas mensual linealizada se define como

$$L_{k,2,t+1}^{\Delta}(X_{2,t}) = \omega_{k,2} \cdot V_{k,t} \cdot \left[ 1 - e^{c_2} \cdot (1 + X_{2,t} - c_2) \right]$$

<sup>9</sup> Hemos optado por esta simplificación en el cálculo del tipo cupón cero, sin embargo, podríamos haber utilizado métodos de estimación de la curva cupón cero de tipos de interés. Existen múltiples metodologías para estimar la curva cupón cero de tipos de interés que pueden agruparse en métodos no econométricos (recursivos; partiendo de forwards; mediante TIR; etc.) y métodos econométricos (aproximaciones funcionales; método de Nelson y Siegel; método de Svensson; aproximaciones por splines; etc.). El lector interesado en la estimación de la estructura temporal de los tipos de interés (ETTI) puede consultar, por ejemplo, Filipovic (2009) y James y Webber (2001).

donde  $c_2$  es el valor medio de la serie de cambios en el factor de riesgo.

Cuando valoramos la renta variable denominada en USD y contravalorada a EUR, la situación difiere un poco de la anterior. En este caso el valor de mercado es igual a  $p_{3,t} = \tilde{S}_t / u_t$ , siendo  $\tilde{S}_t$  el nivel del índice S&P500 a cierre de sesión en USD y  $u_t$  el tipo de cambio *spot* USD/EUR. La función de pérdidas linealizada consiste en

$$L_{k,3,t+1}^{\Delta}(X_{3,t}, X_{4,t}) = \omega_{k,3} \cdot V_{k,t} \cdot \left[ 1 - e^{c_3 - c_4} \cdot (1 + X_{3,t} - c_3 - X_{4,t} + c_4) \right]$$

donde las variaciones de los factores de riesgo son  $X_{3,t} = \ln(\tilde{S}_{t+1}/\tilde{S}_t)$  y  $X_{4,t} = \ln(u_{t+1}/u_t)$ , con  $c_3$  y  $c_4$  los valores medios de la serie de cambios en los factores de riesgo.

Finalmente, tenemos que definir la función de pérdidas linealizada del *forward*. Cuando se adquiere un *forward* se fija una cantidad  $N$  en USD que el tomador del contrato se compromete a pagar dentro de 1 año a cambio de recibir de la contraparte  $N \cdot f_T$  EUR, siendo  $f_T$  el tipo de cambio EUR/USD (*forward*) establecido en el contrato. Por tanto, teniendo en cuenta que la cartera consistente en una posición larga de nominal  $N \cdot f_T$  en bonos gubernamentales alemanes a 1 año y en una posición corta de nominal  $N$  en bonos gubernamentales estadounidenses a 1 año replica el *payoff* del *forward* de divisa, entonces la función de pérdidas mensuales linealizada para la cobertura del riesgo de divisa USD/EUR mediante un *forward* a 1 año puede representarse como:

$$L_{k,4,t+1}^{\Delta}(X_{5,t}, X_{4,t}) = \omega_{k,4} \cdot V_{k,t} \cdot \left[ 1 - e^{-c_5/100 - c_4} \cdot \left( 1 - \frac{X_{5,t}}{100} + \frac{c_5}{100} - X_{4,t} + c_4 \right) \right]$$

$$L_{k,5,t+1}^{\Delta}(X_{6,t}) = \omega_{k,5} \cdot V_{k,t} \cdot \left[ 1 - e^{-c_6/100} \cdot \left( 1 - \frac{X_{6,t}}{100} + \frac{c_6}{100} \right) \right]$$

donde  $X_{5,t}$  y  $X_{6,t}$  son los cambios entre  $t$  y  $t+1$  de los factores de riesgo del tipo cupón cero gubernamental a un año americano y alemán, respectivamente. Los valores medios de la serie de cambios en los factores de riesgo son  $c_5$  y  $c_6$ .

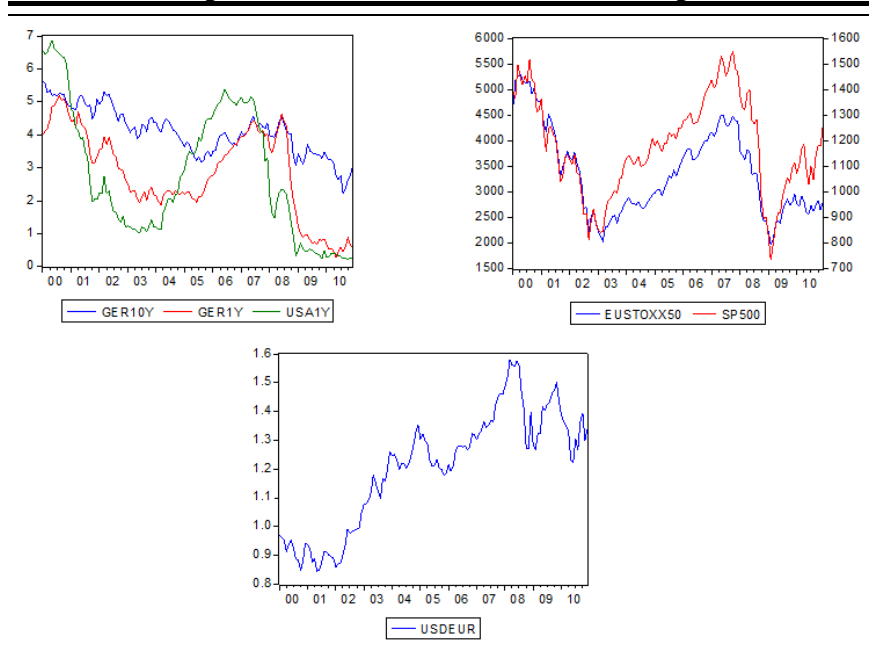
El último caso es el de la posición en efectivo. Para simplificar consideramos que es una posición sin riesgo y de la que ninguna IIC obtiene rendimiento,  $L_{k,6,t+1} = V_{k,6,t} - V_{k,6,t+1} = 0$ .

### 3.2. Análisis de los cambios en los factores de riesgo: determinación de la distribución individual y conjunta

Determinada la función de pérdidas linealizada, el paso siguiente consiste en modelizar los cambios en los factores de riesgo para poder realizar predicciones de su evolución. Gráficamente, la evolución mensual de los factores de riesgo para el periodo comprendido entre el 31-ene-2000 y el 31-dic-2010 es la presentada en la Figura 1. En la modelización de los cambios en los factores de riesgo, ajustamos

para cada proceso estocástico  $\{X_{m,t}\}_t$ ,  $m=1,\dots,6$ , un modelo de serie temporal con estructura AR-GARCH (modelo con estructura auto-regresiva en la media y con estructura heterocedástica condicional auto-regresiva generalizada en la varianza, GARCH por sus siglas en inglés<sup>10</sup>). En concreto, para cada cambio de factor de riesgo realizamos cuatro ajustes: modelo GARCH(1,1) con residuos normales; modelo GARCH(1,1) con residuos  $t$ -Student; modelo AR(1)-GARCH(1,1) con residuos normales; y modelo AR(1)-GARCH(1,1) con residuos  $t$ -Student. En la Tabla 4 mostramos la selección definitiva de los procesos de cada  $\{X_{m,t}\}_t$ , los valores de los parámetros asociados y las predicciones del cambio en el factor de riesgo  $\hat{X}_{m,0}$  y de la varianza condicional  $\hat{\sigma}_{m,0}^2$  para 31-ene-2011. El criterio seguido en la selección del modelo ha sido elegir aquel con mayor valor del logaritmo de la función de verosimilitud maximizada.

Figura 1. Evolución de los factores de riesgo



Nota: Arriba a la izquierda, evolución mensual de las series  $Z_{1,t}/10$  (en azul),  $Z_{5,t}$  (en verde) y  $Z_{6,t}$  (en rojo). Arriba a la derecha: evolución mensual de las series  $Z_{2,t}$  (en azul) y  $Z_{3,t}$  (en rojo). Abajo, evolución mensual de la serie  $Z_{4,t}$ .

### Simulación de la función de pérdidas linealizada

Aparte del comportamiento individual, también necesitamos analizar la evolución conjunta de los cambios en los factores de riesgo. Para modelizar el comportamiento conjunto debemos preguntarnos por la función de distribución multivariante del vector  $\vec{X}_t$ . Es muy habitual suponer que los cambios en los factores de riesgo se distribuyen conjuntamente como una normal multivariante. Esta aproximación tiene algunas ventajas analíticas para el cálculo de medidas como el VaR y el TVaR. Sin embargo, los cambios en los factores de riesgo raramente se distribuyen normalmente en la práctica,

<sup>10</sup> Para detalles en los modelos con estructura AR-GARCH, véase McNeil *et al.* (2005).

como mostramos en la Tabla 4<sup>11</sup>. Por tanto, para nuestra aplicación no es una modelización adecuada. Adicionalmente, el test de Mardia rechaza la hipótesis de normalidad multivariante de los cambios en los factores de riesgo con un nivel de significación del 1%. Por este motivo, planteamos una estructura de dependencia entre los cambios en los factores de riesgo definida a través de una cópula.

Tabla 4. Selección del proceso AR-GARCH para los cambios en los factores de riesgo

<i>m</i>	Factor de riesgo	Proceso AR-GARCH y predicción a 31/1/11
1	Bono 10Y EUR	$X_{1,t} = \varepsilon_{1,t}, \quad \varepsilon_{1,t} \sim t_{14,65} \left( 0, \frac{12,65}{14,65} \sigma_{1,t}^2 \right)$ $\sigma_{1,t}^2 = 0,2400 + 0,0216 \cdot \varepsilon_{1,t-1}^2 + 0,9184 \cdot \sigma_{1,t-1}^2$ $\hat{X}_{1,0} = 0, \quad \hat{\sigma}_{1,0}^2 = 4,5243$
2	Eurostoxx 50	$X_{2,t} = \varepsilon_{2,t}, \quad \varepsilon_{2,t} \sim t_{7,61} \left( 0, \frac{5,61}{7,61} \sigma_{2,t}^2 \right)$ $\sigma_{2,t}^2 = 0,0002 + 0,1994 \cdot \varepsilon_{2,t-1}^2 + 0,7555 \cdot \sigma_{2,t-1}^2$ $\hat{X}_{2,0} = 0, \quad \hat{\sigma}_{2,0}^2 = 0,0032$
3	S&P500	$X_{3,t} = \varepsilon_{3,t}, \quad \varepsilon_{3,t} \sim N(0, \sigma_{3,t}^2)$ $\sigma_{3,t}^2 = 0,0001 + 0,2292 \cdot \varepsilon_{3,t-1}^2 + 0,7733 \cdot \sigma_{3,t-1}^2$ $\hat{X}_{3,0} = 0, \quad \hat{\sigma}_{3,0}^2 = 0,0032$
4	Tipo de cambio EUR/USD	$X_{4,t} = \varepsilon_{4,t}, \quad \varepsilon_{4,t} \sim t_{10,93} \left( 0, \frac{8,93}{10,93} \sigma_{4,t}^2 \right)$ $\sigma_{4,t}^2 = 0,0001 + 0,1324 \cdot \varepsilon_{4,t-1}^2 + 0,7589 \cdot \sigma_{4,t-1}^2$ $\hat{X}_{4,0} = 0, \quad \hat{\sigma}_{4,0}^2 = 0,0018$
5	Bono 1Y USD	$X_{5,t} = 0,2361 \cdot X_{5,t-1} + \varepsilon_{5,t}, \quad \varepsilon_{5,t} \sim t_{3,29} \left( 0, \frac{1,29}{3,29} \sigma_{5,t}^2 \right)$ $\sigma_{5,t}^2 = 0,0109 + 0,3851 \cdot \varepsilon_{5,t-1}^2 + 0,5880 \cdot \sigma_{5,t-1}^2$ $\hat{X}_{5,0} = -0,0005, \quad \hat{\sigma}_{5,0}^2 = 0,0284$
6	Bono 1Y EUR	$X_{6,t} = 0,3036 \cdot X_{6,t-1} + \varepsilon_{6,t}, \quad \varepsilon_{6,t} \sim t_{9,57} \left( 0, \frac{7,57}{9,57} \sigma_{6,t}^2 \right)$ $\sigma_{6,t}^2 = 0,0043 + 0,2182 \cdot \varepsilon_{6,t-1}^2 + 0,6958 \cdot \sigma_{6,t-1}^2$ $\hat{X}_{6,0} = -0,0182, \quad \hat{\sigma}_{6,0}^2 = 0,0426$

Nota: Para  $m=1,2,3,4$  los procesos son sin estructura dinámica en la media. El único caso en el que es apropiado aceptar residuos normales (aunque con varianza no constante) es para  $m=3$  (S&P500).

<sup>11</sup> Normalidad multivariante implica que las distribuciones marginales (las de los cambios en los factores de riesgo) se distribuyen normalmente.



De la gran variedad de cópulas existentes, nos centramos en las cópulas meta Gaussiana y meta  $t$ -Student. Ambas familias de cópulas precisan definir la matriz de coeficientes de correlación. En la Tabla 5 presentamos la matriz de correlaciones de Pearson para los cambios en los factores de riesgo, donde los coeficientes estadísticamente no significativos los hemos igualado a cero. Entre ambas familias, seleccionamos la cópula meta  $t$ -student con 10,05 grados de libertad de acuerdo con el criterio de selección de Akaike. Para la estimación se han generado 243.825 simulaciones, usando 25 semillas aleatorias y ejecutando 9.753 simulaciones para cada una de ellas.

Tabla 5. Matriz de correlaciones para los cambios en los factores de riesgo

	$X_{1,t}$	$X_{2,t}$	$X_{3,t}$	$X_{4,t}$	$X_{5,t}$	$X_{6,t}$
$X_{1,t}$	1	0,3777	0,3382	0	0,4270	0,5000
$X_{2,t}$	-	1	0,8548	0	0,3632	0,5228
$X_{3,t}$	-	-	1	0,2979	0,3181	0,4640
$X_{4,t}$	-	-	-	1	0	0
$X_{5,t}$	-	-	-	-	1	0,6273
$X_{6,t}$	-	-	-	-	-	1

#### 4. RESULTADOS

El valor esperado de la función de pérdidas linealizada de las IIC se presenta en la Tabla 6. De entre las siete IIC, cabe señalar que únicamente dos de ellas tienen beneficios esperados. Para el resto, el valor esperado es nulo. Un primer resultado es, por tanto, que las pérdidas esperadas no difieren para las distintas IIC. Únicamente podemos identificar que las IIC que cubren el riesgo de divisa (IIC<sub>1</sub> e IIC<sub>4</sub>) tienen asociado un beneficio esperado ligeramente positivo, debido a que el USD ha mostrado una clara tendencia de devaluación respecto al EUR para el periodo analizado. Por tanto, considerando a la esperanza matemática como una medida de riesgo de distorsión<sup>12</sup>, a partir de ella no podemos distinguir qué perfiles de inversión son más arriesgados. Por otro lado, el capital que cada IIC tendrá que considerar para hacer frente al riesgo de mercado será directamente el valor de la medida de riesgo, sin necesidad de descontar la pérdida esperada puesto que los valores son nulos o prácticamente nulos.

Tabla 6. Pérdidas esperadas de las IIC

	En euros*	En % del $V_{k,0}$
<b>IIC<sub>1</sub></b>	-282,41	-0,01%
<b>IIC<sub>2</sub></b>	0,00	0,00%
<b>IIC<sub>3</sub></b>	0,00	0,00%
<b>IIC<sub>4</sub></b>	-166,03	-0,01%
<b>IIC<sub>5</sub></b>	0,00	0,00%
<b>IIC<sub>6</sub></b>	0,00	0,00%
<b>IIC<sub>7</sub></b>	0,00	0,00%
<b>Total</b>	-448,44	0,00%

\* Pérdidas negativas equivalen a beneficios.

<sup>12</sup> La esperanza matemática es una medida de riesgo de distorsión cuya función de distorsión es  $g(x) = x$ , puesto que mediante el

teorema de Fubini podemos expresar la esperanza matemática como 
$$E(L) = - \int_{-\infty}^0 [1 - S_L(u)] du + \int_0^{+\infty} S_L(u) du .$$

Estos resultados nos plantean la necesidad de utilizar medidas de riesgo alternativas para capturar el perfil de riesgo de las IIC. En la Tabla 7 se muestra el valor estimado de las medidas de riesgo distorsionadas introducidas en la sección 2 para cada una de las IIC. El nivel de confianza considerado ha sido del 99%. En primer lugar, conviene destacar que todas las medidas muestran un comportamiento similar relativo entre las distintas IIC, aunque existen algunas pequeñas variaciones en la ordenación entre las distintas IIC dependiendo de la medida de riesgo considerada. En segundo lugar, cabe señalar que se aprecia un orden entre las distintas medidas de riesgo de distorsión analizadas en nuestra aplicación. En concreto, se observa que Denneberg's < Dual Power (con parámetro  $\delta = 3$ ) < VaR < TVaR. Este resultado no es generalizable a otras situaciones, excepto entre el VaR y TVaR. En concreto, se observan diferencias importantes en los porcentajes para las medidas consideradas. En este sentido, el bajo valor en riesgo estimado por las medidas de Denneberg y Dual Power para nuestra aplicación, nos hace pensar que estas medidas deben ser utilizadas con precaución en la gestión de activos.<sup>13</sup>

Un resultado esperado *a priori* es que todas las medidas de riesgo analizadas reflejan que a mayor inversión en renta variable más arriesgado es el perfil inversor de la IIC, como muestra el valor creciente en las medidas. Otro resultado a destacar es que el efecto sobre el riesgo de tener inversiones en índices volátiles (como el Eurostoxx50 respecto del S&P500) es mayor cuanto más conservadora sea la medida de riesgo, siendo la IIC<sub>3</sub> la que requiere un mayor capital según el TVaR. En definitiva, a partir de los resultados obtenidos podemos concluir que requerir a todas las IIC un 10% de su valor de mercado inicial para cubrir el riesgo de mercado penaliza a las estrategias de inversión más conservadoras, incentivando por tanto estrategias arriesgadas de inversión de las IIC.

Tabla 7. Valores de las medidas de riesgo para cada IIC  
(en porcentaje respecto al  $V_{k,0}$ , nivel de confianza del 99%)

	<b>Denneberg's</b>	<b>Dual Power*</b>	<b>VaR</b>	<b>TVaR</b>
<b>IIC<sub>1</sub></b>	3,53%	3,79%	10,71%	12,52%
<b>IIC<sub>2</sub></b>	3,65%	3,95%	11,47%	13,69%
<b>IIC<sub>3</sub></b>	3,49%	3,79%	11,33%	13,87%
<b>IIC<sub>4</sub></b>	1,98%	2,13%	6,02%	7,11%
<b>IIC<sub>5</sub></b>	2,05%	2,22%	6,47%	7,73%
<b>IIC<sub>6</sub></b>	1,95%	2,12%	6,28%	7,70%
<b>IIC<sub>7</sub></b>	1,30%	1,41%	4,11%	4,93%
<b>Total</b>	2,32%	2,50%	7,23%	8,70%

\* Parámetro  $\delta=3$ .

Como hemos señalado anteriormente, es habitual trabajar bajo la hipótesis de normalidad en la distribución conjunta de los cambios en los factores de riesgo, así como basar la medición del riesgo en el VaR y en el TVaR en la industria de gestión de activos. Por este motivo, en la Tabla 8 presentamos los valores obtenidos para estas medidas de riesgo para cada una de las IIC si

<sup>13</sup> En este ejercicio práctico, el valor alfa de la medida de Denneberg corresponde al nivel de confianza. La elección del parámetro  $\delta = 3$  en la medida Dual Power es arbitrario. La elección del parámetro, aunque muy importante, queda fuera del alcance de este estudio. El objetivo del estudio es mostrar los diferentes pasos seguidos para la resolución del problema de asignación de capital que hemos expuesto, aunque en un caso real debería justificarse la elección de los niveles de confianza y de los parámetros.

consideramos normalidad multivariante en los cambios en los factores de riesgo. Como era de esperar, la hipótesis de normalidad multivariante subestima el riesgo de las IIC en todos los casos. Además, se producen pequeñas variaciones en la ordenación de las IIC de acuerdo con su perfil de riesgo. Las diferencias relativas cuando asumimos normalidad multivariante son más acentuadas para el TVaR que para el VaR. Ahora bien, las pequeñas diferencias obtenidas nos hacen pensar que en determinadas ocasiones el asumir normalidad multivariante puede quedar justificado por conveniencia.

Tabla 8. Comparación con el VaR y el TVaR si se asume normalidad multivariante (nivel de confianza 99%)

	<b>VaR</b>	<b>VaR Normal</b>	<b>TVaR</b>	<b>TVaR Normal</b>
<b>IIC<sub>1</sub></b>	10,71%	10,50%	12,52%	12,03%
<b>IIC<sub>2</sub></b>	11,47%	10,98%	13,69%	12,57%
<b>IIC<sub>3</sub></b>	11,33%	10,63%	13,87%	12,18%
<b>IIC<sub>4</sub></b>	6,02%	5,91%	7,11%	6,77%
<b>IIC<sub>5</sub></b>	6,47%	6,18%	7,73%	7,09%
<b>IIC<sub>6</sub></b>	6,28%	5,94%	7,70%	6,80%
<b>IIC<sub>7</sub></b>	4,11%	3,92%	4,93%	4,49%
<b>Total</b>	7,23%	6,97%	8,70%	7,99%

### *Capital Allocation*

Una vez analizado el perfil de riesgo de las distintas IIC en base a diferentes medidas de riesgo distorsionadas, a continuación nos centramos en analizar cómo pueden influir estos resultados en la resolución del problema de asignación de capital que afronta la SGIIC de nuestro caso ficticio. En primer lugar debemos calcular los ponderadores obtenidos en (6), puesto que determinan el porcentaje del capital  $K$  que le corresponde a cada una de las IIC. En la Tabla 9 se muestran los ponderadores para las distintas medidas de riesgo. Como se aprecia en la tabla, las ponderaciones son estables entre las distintas medidas de riesgo consideradas. Es decir, en este caso la elección de la medida de riesgo no incide de una forma importante sobre los porcentajes de asignación de capital para las distintas IIC.

Tabla 9. Ponderadores de las IIC<sub>k</sub> en base a las distintas medidas de riesgo

		<b>Denneberg's</b>	<b>Dual Power</b>	<b>VaR</b>	<b>TVaR</b>
<b>IIC<sub>1</sub></b>	$v_1$	19,65%	19,54%	19%	18,54%
<b>IIC<sub>2</sub></b>	$v_2$	20,34%	20,33%	20,33%	20,27%
<b>IIC<sub>3</sub></b>	$v_3$	19,43%	19,53%	20,09%	20,53%
<b>IIC<sub>4</sub></b>	$v_4$	11,02%	10,98%	10,68%	10,52%
<b>IIC<sub>5</sub></b>	$v_5$	11,45%	11,45%	11,48%	11,44%
<b>IIC<sub>6</sub></b>	$v_6$	10,86%	10,91%	11,13%	11,40%
<b>IIC<sub>7</sub></b>	$v_7$	7,26%	7,27%	7,28%	7,30%

Una vez calculados los ponderadores, debemos determinar el capital asignado a cada una de las IIC. Una primera opción consiste en matener fijo el capital agregado  $K$  variando la distribución del capital individual entre las diferentes IIC en base a las medidas de riesgo distorsionadas. Bajo este

enfoque, el capital agregado a repartir entre las IIC es igual a  $K= 1.750.000$  EUR. En la Tabla 10, se presenta la distribución de capital entre las IIC en base a las distintas medidas de riesgo estimadas.

Tabla 10. Asignación de capital entre las IIC para un capital agregado fijo

		<b>Denneberg's</b>	<b>Dual Power</b>	<b>VaR</b>	<b>TVaR</b>
<b>IIC<sub>1</sub></b>	<b>K<sub>1</sub></b>	343.823,60	341.973,75	332.450,11	324.392,99
<b>IIC<sub>2</sub></b>	<b>K<sub>2</sub></b>	355.952,59	355.781,03	355.833,54	354.672,48
<b>IIC<sub>3</sub></b>	<b>K<sub>3</sub></b>	340.108,77	341.725,26	351.639,02	359.240,62
<b>IIC<sub>4</sub></b>	<b>K<sub>4</sub></b>	192.879,66	192.126,22	186.952,83	184.169,69
<b>IIC<sub>5</sub></b>	<b>K<sub>5</sub></b>	200.300,69	200.321,92	200.819,27	200.268,04
<b>IIC<sub>6</sub></b>	<b>K<sub>6</sub></b>	189.966,64	190.933,44	194.822,21	199.470,79
<b>IIC<sub>7</sub></b>	<b>K<sub>7</sub></b>	126.968,04	127.138,37	127.483,00	127.785,37
	<b>K</b>	1.750.000	1.750.000	1.750.000	1.750.000

Una segunda opción de reparto consistiría en determinar el capital agregado como el valor de la medida de riesgo para el conjunto de las funciones de pérdidas linealizadas de las IIC, es decir,

$$K = \rho_g \left[ \sum_{j=1}^7 (L_{j,1}^A) \right].$$

En este caso, el valor del capital  $K$  dependerá de la medida de riesgo utilizada.

En la Tabla 11 se presenta la asignación de capital para cada una de las IIC cuando el capital total a repartir se ha calculado en base a las diferentes medidas de riesgo. Como ya se ha comentado con anterioridad, aunque no exista subsidio cruzado entre las IIC y, por tanto, el capital regulatorio no pueda ser calculado en este modo, el repetir el ejercicio de asignación con este nuevo capital nos permite analizar el posible comportamiento subaditivo de las distintas medidas de riesgo consideradas.

En nuestro caso particular, de la Tabla 7 se deducen los valores  $\sum_{j=1}^7 \rho_g (L_{j,1}^A)$ , 506.750 EUR, 547.750 EUR, 1.590.500 EUR y 1.906.250 EUR, respectivamente. En consecuencia, fijar un capital de 1.750.000 EUR para el conjunto puede considerarse un criterio conservador (el capital se situaría entre la suma de VaR al 99% y la suma de TVaR al 99%). Comparando estos valores con la última fila de la Tabla 11 puede observarse que, en nuestro ejemplo y siempre sujetos al pertinente riesgo de modelo, las medidas de riesgo consideradas tienen un comportamiento subaditivo. Por lo tanto, independientemente de la elección de la medida de riesgo, el análisis en el que se permite trasvase de capital entre IIC ayuda a la sociedad gestora a identificar cuál es el “efecto diversificación” que están generando sus equipos de gestión y, por tanto, un mayor conocimiento de los riesgos. Por ejemplo, la sociedad gestora puede fijar parte de la retribución variable de los gestores de la SGIIC a este “efecto diversificación”, entendiendo que diversificarse es una opción deseable que garantiza una mayor estabilidad. Una conclusión que se puede extraer es que, si existe subsidio cruzado entre IIC, se puede considerar que fijar 1.750.000 EUR para el conjunto sería un criterio muy conservador mientras que si se consideran las IIC como unidades independientes el capital requerido es ligeramente inferior a la suma de TVaR al 99%. Otra conclusión que se deriva de la Tabla 11 es que el capital que actualmente se exige a las distintas IIC (y, por consiguiente, también al conjunto del sistema) no parece estar

relacionado con ninguna de las medidas de riesgo analizadas (a un nivel de confianza del 99%). Obviamente estas reflexiones están sujetas al riesgo de modelo, es decir, a que la modelización planteada sea adecuada.

Tabla 11. Asignación de capital entre las IIC para un capital agregado en función de la medida de riesgo

		<b>Denneberg's</b>	<b>Dual Power</b>	<b>VaR</b>	<b>TVaR</b>
<b>IIC<sub>1</sub></b>	<b>K<sub>1</sub></b>	79.641,73	85.631,48	240.359,34	282.178,16
<b>IIC<sub>2</sub></b>	<b>K<sub>2</sub></b>	82.451,23	89.088,87	257.265,41	308.517,23
<b>IIC<sub>3</sub></b>	<b>K<sub>3</sub></b>	78.781,24	85.569,26	254.232,80	312.490,89
<b>IIC<sub>4</sub></b>	<b>K<sub>4</sub></b>	44.677,76	48.109,11	135.165,72	160.202,80
<b>IIC<sub>5</sub></b>	<b>K<sub>5</sub></b>	46.396,74	50.161,34	145.191,07	174.206,19
<b>IIC<sub>6</sub></b>	<b>K<sub>6</sub></b>	44.003,01	47.810,43	140.855,23	173.512,69
<b>IIC<sub>7</sub></b>	<b>K<sub>7</sub></b>	29.410,30	31.835,91	92.169,41	111.156,04
	<b>K</b>	405.362	438.206,40	1.265.239	1.522.264

Finalmente, conviene señalar que, como hemos comentado anteriormente, el capital requerido actualmente a las IIC penaliza a las estrategias de inversión menos arriesgadas, puesto que dichas entidades pueden tener que llegar a disponer del mismo capital que las que son mucho menos conservadoras. Esta situación se podría corregir haciendo depender el capital requerido a las entidades de alguna de las medidas de riesgo planteadas. Como mostramos en la Tabla 10 y la Tabla 11, las IIC con estrategias de inversión más arriesgadas han de disponer de un capital superior que las entidades que asumen menos riesgos cuando el capital se calcula en base a las medidas de riesgo. Para concluir, la Tabla 12 presenta un resumen que muestra el capital asignado actualmente a las IIC y lo compara con el capital que se le asignaría en función de las medidas de riesgo consideradas. En concreto, mostramos el capital que le correspondería a cada IIC si la asignación de capital se realizase en base al valor medio de las medidas de riesgo distorsionadas que hemos presentado en este artículo. Antes de finalizar, enfatizamos que los resultados obtenidos en este ejercicio están sujetos a las hipótesis consideradas y los parámetros utilizados para esta simulación y, por tanto, no son extensibles a otros contextos.

Tabla 12. Alternativa de asignación de capital en base al perfil de riesgo de las IIC

	<b>Asignación de capital actual</b>		<b>Asignación de capital propuesta</b>			<b>En €</b>
	<b>En €</b>	<b>En %</b>	<b>% mínimo</b>	<b>% máximo</b>	<b>% promedio</b>	
<b>IIC<sub>1</sub></b>	250.000	14,29%	18,54%	19,65%	19,09%	334.095,68
<b>IIC<sub>2</sub></b>	250.000	14,29%	20,27%	20,34%	20,30%	355.266,45
<b>IIC<sub>3</sub></b>	250.000	14,29%	19,43%	20,53%	19,98%	349.580,08
<b>IIC<sub>4</sub></b>	250.000	14,29%	10,52%	11,02%	10,77%	188.437,31
<b>IIC<sub>5</sub></b>	250.000	14,29%	11,44%	11,48%	11,46%	200.509,90
<b>IIC<sub>6</sub></b>	250.000	14,29%	10,86%	11,40%	11,13%	194.736,05
<b>IIC<sub>7</sub></b>	250.000	14,29%	7,26%	7,30%	7,28%	127.374,53

Nota: Los porcentajes promedio respecto a K para cada IIC están calculados como el promedio entre los % mínimo y % máximo divididos entre la suma de estos promedios para todas las IIC.

## 5. CONCLUSIONES

En este artículo, mediante el análisis de un caso ficticio, pretendemos ayudar a la reflexión sobre posibles metodologías de revisión de los coeficientes de liquidez requeridos a las Instituciones de

Inversión Colectiva (IIC), desde la perspectiva de la resolución de problemas de asignación óptima de capital y considerando estos coeficientes de liquidez como colchones ante adversidades derivadas de las inversiones. En esta primera aproximación nos centramos en la aplicación del principio de asignación proporcional al riesgo mediante un conjunto de medidas de riesgo de distorsión. Advertimos que el actual criterio de asignación, que fija el coeficiente de liquidez como un porcentaje fijo sobre el capital inicial, penaliza a las entidades con estrategias de inversión menos arriesgadas. Asimismo mostramos que una asignación de capital proporcional basada en un conjunto de medidas de riesgo distorsionadas parece un criterio más adecuado de reparto, puesto que refleja el perfil de riesgo de las instituciones en los requerimientos de liquidez. Es más, en base a nuestros resultados, el porcentaje de capital asignado a cada una de las IIC mediante esta metodología permanece muy estable para todas las medidas de riesgo consideradas.

En cuanto a la cuantificación del riesgo, como era de esperar, asumir normalidad multivariante en los cambios en los factores de riesgo subestima el riesgo de las IIC en todos los escenarios investigados. No obstante, en nuestra aplicación, el error de estimación cuando se considera normalidad multivariante no es muy elevado. En relación a qué medida de riesgo refleja mejor el perfil de riesgo de las IIC, todas las medidas analizadas reflejan que a mayor inversión en renta variable más arriesgada debe considerarse la IIC. Además, señalar que las medidas de riesgo conservadoras, como el *Tail Value at Risk*, son más sensibles a inversiones en índices volátiles. Cabe destacar que las medidas de riesgo de Denneberg y Dual Power parecen menos adecuadas para ser usadas por la industria de gestión de activos, puesto que el valor en riesgo de las pérdidas que se obtiene mediante estas medidas es claramente inferior al obtenido con otras medidas de riesgo más utilizadas como son el *Value at Risk* o el *Tail Value at Risk*.

Antes de finalizar, queremos señalar que este trabajo presenta algunas limitaciones. Realizar un ejercicio real de asignación de capital comprende múltiples etapas y contemplar todas las alternativas para cada una de ellas se presenta como una tarea inabarcable, fuera del objetivo del presente artículo. El análisis realizado en este trabajo se apoya en numerosas simplificaciones que se deben destacar. En primer lugar, hemos analizado un número reducido de factores de riesgo. Las carteras de las IIC están compuestas por multitud de instrumentos financieros cuya valoración puede resultar compleja: instrumentos derivados cotizados u OTC (sobre acciones, *commodities*, eventos de crédito, etc), otras IIC (incluidos *hedge funds* o fondos inmobiliarios) o compañías de capital-riesgo, entre otros. Además, la gestión de riesgos en una SGIIC debe contemplar también otro tipo de riesgos aparte del riesgo de mercado, como son el riesgo de crédito, de liquidez, de suscripción y de reembolso. En cuanto a la modelización considerada en la evolución de los cambios en los factores de riesgo, nos hemos limitado a los modelos univariantes con errores normales o *t*-Student. La aplicación de modelos ARMA-GARCH con errores generalizados, modelos VAR, modelos GARCH multivariantes (con o sin estructura dinámica en la matriz de correlaciones) para realizar predicciones del comportamiento futuro de los cambios en los factores de riesgo, así como la utilización de copulas

alternativas a la meta Gaussiana y la meta  $t$ -Student para la estructura de dependencia, son líneas de investigación a tener en cuenta en el futuro.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al editor y a los revisores anónimos sus valiosos comentarios que, sin duda, han contribuido positivamente en el artículo. Miguel Santolino agradece la ayuda recibida por el Ministerio de Economía y Competividad (ECO2012-35584).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Artzner P., Delbaen J., Eber M., Heath D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9, 203–228.
- Belles-Sampera, J., Guillén, M., Santolino, M. (2013). Beyond Value-at-Risk: GlueVaR distortion risk measures, *Risk Analysis*, en prensa.
- Buch, A., Dorfleitner, G., Wimmer, M. (2011). Risk capital allocation for RORAC optimization. *Journal of Banking and Finance*, 35, 3001–3009.
- Denault, M. (2001). Coherent allocation of risk capital. *Journal of Risk*, 4, 7–21.
- Denuit, M., Dhaene J., Goovaerts M., Kaas, R. (2005). *Actuarial Theory for Dependent Risks. Measures, Orders and Models*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.
- Dhaene, J., Tsanakas, A., Valdez, E., Vanduffel, S. (2012). Optimal Capital Allocation Principles. *Journal of Risk and Insurance*, 79, 1–28.
- Filipovic, D. (2009). *Term-Structure Models. A Graduate Course*. Berlin Heidelberg: Springer.
- Hardy, M.R. (2006). *An Introduction to Risk Measures for Actuarial Applications*. Education and Examination Committee of the Society of Actuaries, C-25-07.
- James, J., Webber, N. (2000). *Interest Rate Modelling: Financial Engineering*. Chichester: John Wiley & Sons.
- Kalkbrener, M. (2005). An axiomatic approach to capital allocation. *Mathematical Finance*, 15, 425–437.
- McNeil, A.J., Frey, R., Embrechts, P. (2005). *Quantitative Risk Management. Concepts, Techniques and Tools*. Princeton: Princeton University Press.
- Tasche, D. (2004). Allocating portfolio economic capital to sub-portfolios, in: A. Dev (ed.), *Economic Capital: A Practitioner's Guide*. London: Risk Books, 275–302.
- Trigo, E., Moreno, R., de la Peña, J.I., Iturricastillo, I. (2011). Principios de asignación de capital en el ámbito de las entidades bancarias, in: J.M. Fera, E. J. Jiménez and M. Guillén (ed.), *Investigaciones en Seguros y Gestión del Riesgo: Riesgo 2011*. Madrid: Fundación Mapfre.
- van Gulick, G., de Waegenaere, A., Norde, H. (2012). Excess based allocation of risk capital. *Insurance: Mathematics and Economics*, 50, 26–42.
- Wang, S., (1995). Insurance pricing and increased limits ratemaking by proportional hazard transforms. *Insurance: Mathematics & Economics*, 17, 43–54.
- Wang, S., (1996). Premium calculation by transforming the layer premium density. *ASTIN Bulletin*, 26, 71–92.