



Revista de Métodos Cuantitativos para la  
Economía y la Empresa  
E-ISSN: 1886-516X  
ed\_revmecuant@upo.es  
Universidad Pablo de Olavide  
España

Reyes Zóbelo, Yunuem; Mula, Josefa; Díaz-Madroñero, Manuel; Gutiérrez González,  
Eduardo  
Plan maestro de producción basado en programación lineal entera para una empresa de  
productos químicos  
Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa, vol. 24, diciembre,  
2017, pp. 147-168  
Universidad Pablo de Olavide  
Sevilla, España

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=233154079005>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

## Plan maestro de producción basado en programación lineal entera para una empresa de productos químicos

REYES ZOTELO, YNUDEM

Sección de Estudios de Posgrado e Investigación

Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y

Administrativas, Instituto Politécnico Nacional (México)

Correo electrónico: [yreyesz1400@alumno.ipn.mx](mailto:yreyesz1400@alumno.ipn.mx)

MULA, JOSEFA

Centro de Investigación en Gestión e Ingeniería de Producción

Universitat Politècnica de València (España)

Correo electrónico: [fmula@cigip.upv.es](mailto:fmula@cigip.upv.es)

DÍAZ-MADROÑERO, MANUEL

Centro de Investigación en Gestión e Ingeniería de Producción

Universitat Politècnica de València (España)

Correo electrónico: [fcodiam@cipg.upv.es](mailto:fcodiam@cipg.upv.es)

GUTIÉRREZ GONZÁLEZ, EDUARDO

Sección de Estudios de Posgrado e Investigación

Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y

Administrativas, Instituto Politécnico Nacional (México)

Correo-e: [egutierrezg@ipn.mx](mailto:egutierrezg@ipn.mx)

### RESUMEN

En este trabajo se propone un modelo de programación lineal entera para planificar la producción de un conjunto de artículos finales con demanda independiente. El modelo para la planificación maestra de producción (PMP) est diseñado considerando los costes de producción e inventario, así como las restricciones definidas por el mismo proceso productivo en cuanto a instalaciones y tiempos de producción. El objetivo del modelo propuesto es la minimización de los costes implicados; concretamente, el tiempo ocioso y extra de los recursos, así como la consideración de un nivel mínimo de servicio ligado a la demanda diferida. La validación del modelo considera datos pertenecientes a la demanda de cada producto en un horizonte de 12 semanas y compara cinco escenarios en los que se modifican algunos aspectos del sistema y diferentes niveles de servicio. Por último, los resultados obtenidos para cada uno de los escenarios exponen la mejora obtenida por el modelo propuesto respecto al procedimiento actual en la empresa objeto de estudio.

**Palabras claves:** planificación de la producción; plan maestro de producción (PMP); programación lineal entera; industria química.

**Clasificación JEL:** C61; L00.

**MSC2010:** 90C11; 90C90.

Artículo recibido el 13 de septiembre de 2016 y aceptado el 13 de enero de 2017.

# Master Production Scheduling Based on Integer Linear Programming for a Chemical Company

## ABSTRACT

In this work, we propose an integer linear programming model for production scheduling of a group of finished products with independent demand. The model for the master production scheduling (MPS) is designed by considering production and inventory costs, as well as the productive process constraints regarding installations and production times. The aim of the proposed model is the minimization of the costs involved; specifically, undertime and overtime costs of resources, as well as the consideration of a minimum service level related to the deferred demand. The validation of the model considers data belonging to the demand of each product in a 12-week planning horizon and compares five scenarios in which some characteristics of the system and different service levels are modified. Finally, the results obtained for each one of the scenarios expose the improvement obtained by the proposed model with regard to the current procedure in the studied company.

**Keywords:** production planning; master production scheduling (MPS); integer linear programming; chemical industry.

**JEL classification:** C61; L00.

**MSC2010:** 90C11; 90C90.



## 1. Introducción

La planificación de la producción es un proceso continuo y complejo que consiste en determinar anticipadamente decisiones que permitan optimizar el uso de los recursos productivos. Si se conoce a intervalos regulares de tiempo la cantidad de producción que será demandada, es posible desarrollar programas para la producción, distribución del trabajo y compra de materiales, logrando que la compañía alcance el rendimiento pleno, sin que sea necesario el almacenamiento de grandes *stocks* por un tiempo excesivo, economizando el capital e interés de la empresa (Boiteux *et al.*, 2007).

La planificación de la producción en la industria química suele ser compleja a consecuencia de las características propias de sus procesos. En esta industria, la mayoría de los procesos son operados en instalaciones versátiles, con agrupación de lotes para procesos idénticos y la planificación debe hacerse como una elección entre estos recursos. Cabe destacar el trabajo de los siguientes autores al respecto: Hax y Meal (1975), Grunow *et al.* (2002), Till *et al.* (2007), Brandenburg y Tölle (2009) y Moniz *et al.* (2014). Brandenburg y Tölle (2009), por ejemplo, describen un método de optimización multicriterio para incluir estas características en un modelo de planificación, basado en un modelo de programación lineal entera mixta. Grunow *et al.* (2002), por su parte, introducen el concepto de planificación por campañas que considera la producción por lotes en instalaciones multipropósito, con amplios tiempos de arranque, en procesos secuenciales.

El objetivo de este trabajo es proponer un modelo para la planificación de la producción en una empresa de la industria química mexicana dedicada a la fabricación y envasado de productos de limpieza y cuidado personal, la cual, por su número de empleados, pertenece al grupo de la pequeña y mediana empresa (PYME). Durante el desarrollo del trabajo se hace énfasis en el concepto de plan maestro de producción (PMP), destacando algunos de los métodos y modelos más utilizados, específicamente, para la industria química. Se describe, además, la importancia de los inventarios, y un análisis de los costes implicados en el modelo de planificación, incluyendo además el concepto de nivel de servicio. Por último, se valida el modelo propuesto con datos reales de la empresa objeto de estudio y comparando diferentes escenarios posibles. Las contribuciones principales de este trabajo son: (1) introducir un modelo de programación lineal entera mixta para la planificación de producción multiproducto y multiperiodo en una empresa química dedicada a la fabricación en lotes; (2) desarrollar un modelo flexible que sirva como apoyo para la toma de decisiones en la empresa del caso de estudio u otras del mismo ramo; y (3) aplicar el modelo propuesto para determinar la producción periódica de los productos seleccionados, considerando restricciones del sistema y un nivel de servicio específico definido por la demanda diferida permitida.

El artículo se estructura de la siguiente forma. En la Sección 2, se presenta una revisión de la literatura relacionada con la planificación de producción en la industria química y la elaboración de un PMP con modelos de programación lineal entera. Posteriormente, en la Sección 3, se describe el problema de planificación de la

producción en la empresa objeto de estudio. En la Sección 4, se describe la metodología de trabajo y la aplicación de los diferentes enfoques para la planificación revisados en la Sección 2. En la Sección 5, se propone el modelo PMP utilizando programación lineal entera. Seguidamente, en la Sección 6, se evalúan los resultados obtenidos por los diferentes escenarios, derivados de la modificación de algunas características del sistema, lo cual es posible debido a la flexibilidad del modelo. Finalmente, se presentan las conclusiones y las líneas futuras de investigación en la Sección 7.

## 2. Revisión de la literatura

De manera jerárquica, la planificación de producción abarca desde las instalaciones de producción, incluyendo estrategias de localización de plantas y sus capacidades, métodos de pronósticos, hasta llegar al nivel de planta donde los temas incluyen planificación táctica y operativa, planificación de materiales y gestión de inventarios.

Diversos autores han abordado el estudio de la planificación de la producción, empleando diferentes enfoques; como, por ejemplo, Hax y Meal (1975), Mula *et al.* (2006b), Portela (2007), Osorio y Motoa (2008) y Díaz-Madroñero *et al.* (2014), entre otros. Por ejemplo, Mula *et al.* (2006b) recopilan información de diferentes modelos utilizados para la planificación de producción en entornos de incertidumbre, entre los que destacan: conceptuales, aquellos basados en inteligencia artificial, analíticos y de simulación. Entre los modelos analíticos, se incluyen los de programación matemática (lineal, lineal entera mixta, no lineal, dinámica y multiobjetivo) para resolver problemas de planificación jerárquica, de planificación de necesidades de materiales (MRP), de planificación de capacidad y recursos, de gestión de inventarios y de cadena de suministro. Por otro lado, Díaz-Madroñero *et al.* (2014) indican que el área de planificación de la producción más popular es el PMP con períodos de tiempo amplios en el que se consideran, en mayor instancia, los recursos limitados de producción que la capacidad de inventario, destacando la aplicación de modelos lineales, enteros y de programación lineal entera mixta resueltos con algoritmos exactos en *solvers* comerciales, así como el uso de CPLEX, C o Lindo/Lingo como herramientas más populares entre *solvers*, lenguajes de programación y modelado, respectivamente. Sin embargo, se destaca que aún existe solo un pequeño número de trabajos en el que los modelos fueron validados con información real de compañías industriales, lo cual representa una de las aportaciones de este artículo.

La literatura acerca de los modelos analíticos utilizados para el desarrollo de un PMP mono-objetivo es amplia. Lasdon y Terjung (1971) proponen un modelo de programación multiproducto con restricciones de capacidad, en el que existe un límite inferior en la optimización de costes, además de considerar el problema de tamaño de lotes, costes de puesta en marcha, inventario y escasez. Mangiameli (1979) incluye el concepto de desagregación de un plan agregado para la formulación de un PMP utilizando un modelo de programación lineal entera mixta. Venkataraman y Nathan (1994), por otro lado, proponen la aplicación de un PMP multiobjetivo con horizonte rodante y demanda determinista bajo un sistema de múltiples líneas de producción,

considerando restricciones para la producción mínima de acuerdo a un tamaño de lote para la industria dedicada a la fabricación de pinturas.

En la industria química específicamente, la planificación de producción es compleja a consecuencia de la naturaleza de los procesos y la versatilidad de sus instalaciones, donde muchas veces existe agrupación de maquinaria para procesos idénticos, secuenciación, y restricciones respecto al tamaño de lote para la fabricación. Esta problemática la abordan de manera genérica Dzielinski y Gomory (1965) utilizando un modelo de programación lineal entera mixta resuelto con FORTRAN, mientras que Brandenburg y Tölle (2009) describen un método de optimización multicriterio con estas mismas características.

De manera más específica, Grunow *et al.* (2002) realizan una planificación en la cual existe un número determinado de lotes del mismo tipo procesados en secuencia. El modelo toma en cuenta la disponibilidad del equipo, haciendo un balance de inventario de productos intermedios y de productos terminados, el cual podría ser aplicado a una amplia variedad de procesos por lotes en la industria química. En cuanto a problemas de tamaño de lote, destacan aquellos relacionados con el dimensionamiento dinámico con restricciones de capacidad al mismo tiempo que se consideran los tiempos de cambio de partida, la secuenciación y el uso de maquinaria en paralelo (Quadt y Kuhn, 2008; Buschkühl *et al.*, 2010).

Siguiendo el enfoque de jerarquización de la planificación de la producción, existen numerosos trabajos que abordan el requerimiento de materiales en base al PMP o que lo desarrollan al mismo tiempo. Mula *et al.* (2006a) proponen un modelo de programación lineal para la planificación de producción a medio plazo en un contexto de MRP con capacidad limitada, multiproducto, multinivel y multiperiodo. Este modelo es transformado en tres modelos difusos con flexibilidad en la función objetivo, en la demanda del mercado y la capacidad disponible de recursos, en el contexto de la industria del automóvil. Siguiendo esta línea, Mula *et al.* (2014) diseñan un modelo de programación lineal entera para la sincronización de una cadena de suministro multietapa en base a los tiempos de espera, con la finalidad de reducir el efecto látigo.

Así pues, puede destacarse la necesidad de crear un modelo PMP mononivel al tratarse únicamente de productos terminados, que en un ambiente multiproducto permita a la empresa caso de estudio tomar decisiones respecto a su producción, a un mínimo coste, considerando la naturaleza de sus procesos y cuya información sea de utilidad para el diseño posterior de un MRP.

### **3. Descripción del problema**

El escenario actual de la industria química para las PYME en México, específicamente para aquellas dedicadas a la fabricación de productos de limpieza y cuidado personal, tiene muy en cuenta la innovación y mejora continua de productos y procesos, la reducción de costes, la mejora en el nivel de servicio y la confiabilidad en sus sistemas de producción e inventarios como objetivos empresariales.

Actualmente, el sistema reactivo de producción en la empresa objeto de estudio está basado en cubrir los límites de inventario preestablecidos de forma empírica como mínimos y máximos; estos niveles establecen, además, el espacio en almacén para cada producto. A través de un informe de existencias generado por el sistema ERP, se observa que, cuando las reservas son iguales o menores al mínimo, se genera una orden de producción por la cantidad necesaria para alcanzar el nivel máximo. Esto ha generado un conflicto, principalmente, respecto a la optimización de los recursos y el nivel de servicio, al realizar pedidos por lotes incompletos, rebasar por mucho el espacio de almacén o desabastecerse de un momento a otro.

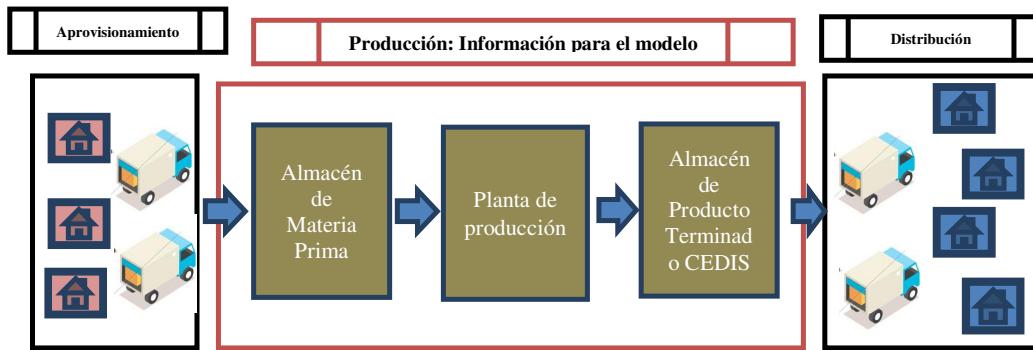
Esta situación también ha generado conflictos internos, entre los que destacan la desconfianza de los trabajadores, dados los cambios súbitos en la planificación diaria para cubrir el desabastecimiento de productos, situación que implica en algunos casos el pago de tiempo extra; y, por otro lado, la incertidumbre a la que se enfrenta el área de compras al no contar con información confiable en la cual basar sus negociaciones de compra de materia prima con los proveedores.

#### **4. Metodología de trabajo**

Para el diseño del modelo propuesto, se tomaron como base diferentes trabajos descritos en la literatura, específicamente aquellos relacionados con la programación lineal entera, MRP, PMP y cadena de suministro; adecuándolo a un modelo mononivel con demanda discreta (Mula *et al.*, 2006a, 2006b; Mula *et al.*, 2014; Venkataraman y Nathan, 1994). En Mula *et al.* (2006a, 2006b), los autores proponen un modelo de programación lineal a medio plazo con restricciones de capacidad en un entorno multiproducto, multiperiodo y multinivel para determinar el PMP y, con ello, los niveles de inventario, la demanda diferida y los niveles de capacidad utilizada en un horizonte específico de planificación. Estos objetivos son compartidos con el modelo propuesto, sin considerar la información referente a las materias primas, que es tomada en cuenta para la formulación del MRP, pero que no aplican en este trabajo; por lo que únicamente se consideran conceptos como la minimización de costes por tiempo ocioso, tiempo extra y los relacionados con la producción, el almacenamiento y la demanda diferida de los artículos. Del modelo de Mula *et al.* (2014) se rescata la sincronización de la información de la demanda a través de las múltiples etapas de la cadena de suministro, concretamente en cuanto a los límites de inventario de cada una de ellas. El modelo considera niveles iniciales de inventario, *stock* de seguridad y tamaños de lotes predeterminados, introduciendo además la política de demanda diferida nula. Por su parte, Venkataraman y Nathan (1994), a través del desarrollo de un PMP multiobjetivo utilizando un horizonte rodante en un entorno de demanda determinista y múltiples líneas de producción para una industria química dedicada a la fabricación de pinturas, aporta al modelo propuesto el concepto de “tamaño de lote mínimo”, holgura respecto a los niveles de producción e inventario en comparación a un nivel deseado, exceso de inventario, tiempo ocioso y tiempo extra.

En este contexto, la elaboración de un PMP especificará las cantidades de producción de artículos finales para períodos de tiempo específicos en un horizonte de

planificación (Venkataraman y Nathan, 1994). La propuesta presentada está diseñada en base a la demanda en el almacén de producto terminado, que funciona a su vez como centro de distribución, y está limitada por los recursos y tiempos implicados para la producción. Los resultados del modelo brindarán información valiosa para el requerimiento de materiales y la programación detallada, con la posibilidad de ampliarse para considerar tiempos de entrega al consumidor final en tienda (véase Figura 1).



**Figura 1.** Cadena de suministro considerada.

Para realizar el modelo, se requirió información del proceso, los productos y los recursos implicados. Por tanto, el modelo se define así:

**Datos:**

- Datos de productos: demanda, tiempo de espera para la entrega, tamaño de lote de pedido, tanque utilizado, demanda diferida inicial, inventario inicial, inventario mínimo y máximo permitido en almacén, coste de producción, inventario y demanda diferida por periodo.
- Datos de los recursos productivos: tiempo requerido del recurso para la producción, capacidad disponible, coste del tiempo extra y ocioso de cada recurso.
- Datos para la planificación: número de periodos temporales en el horizonte de planificación.

**Determinar:**

- La cantidad a producir y el número de lotes de cada producto.
- Inventario del producto al final de cada periodo.
- Demanda diferida por producto.
- Desviación con respecto al mínimo y máximo establecido en almacén.
- Tiempo ocioso y extra en cada recurso por periodo.

**Para cumplir los objetivos principales:**

- Minimizar los costes de producción, inventario y demanda diferida.
- Minimizar el tiempo ocioso y extra de cada recurso productivo.

- Minimizar la desviación con respecto a los límites establecidos en inventario.

**Asumiendo que:**

- Solo se puede realizar la fabricación de lotes completos.
- El coste por demanda diferida es significativamente alto.
- Se elaborarán modificaciones al modelo según el nivel de servicio requerido por la empresa para los productos seleccionados.

## 5. Formulación y resolución del modelo

A fin de mejorar el sistema de planificación actual utilizando un fundamento teórico, se diseña un modelo de programación lineal entera que busca definir la producción semanal para el conjunto de productos seleccionados considerando sus restricciones de capacidad de producción y almacenamiento. El objetivo de este modelo se centra en la minimización de costes y tiempo extra y ocioso, así como evitar la desviación de los niveles preestablecidos como máximos y mínimos en almacén. Se asume que los retrasos no afectan al precio de venta y se impone que el retraso al final del horizonte es 0, por lo que los ingresos se consideran constantes. La nomenclatura empleada en el modelo propuesto, compuesta por índices, parámetros y variables de decisión, se detalla en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Nomenclatura del modelo propuesto

Índices			
$I$	Número de productos ( $i=1, 2, \dots, I$ )		
$T$	Periodos de tiempo en el horizonte de planificación ( $t=1, 2, \dots, T$ )		
$R$	Número de recursos ( $r=1, 2, \dots, R$ )		
Parámetros		Dimensiones	
$d_{it}$	Demanda del mercado del producto $i$ en el periodo $t$	Unidades de producto	
$TS_i$	Tiempo de espera para la entrega del producto $i$ desde el área de producción hasta el almacén de producto terminado	Semanas	
$InvMin_i$	Nivel mínimo de inventario para el producto $i$	Unidades de producto	
$InvMax_i$	Nivel máximo de inventario para el producto $i$	Unidades de producto	
$lot_i$	Tamaño de lote para la producción de $i$	Unidades de producto	
$ns_{it}$	Proporción de demanda del producto $i$ en el periodo $t$ que debe ser satisfecha en el mismo periodo	Porcentaje	
Coeficientes para la función objetivo			
$cp_i$	Coste de producción por unidad del producto $i$	MX(\$) peso mexicano	
$ci_{it}$	Coste de inventario por unidad del producto $i$ en el periodo $t$	MX(\$) peso mexicano	
$crd_{it}$	Coste de demanda diferida por unidad del producto $i$ en el periodo $t$	MX(\$) peso mexicano	
$ctoc_r$	Coste del tiempo ocioso del recurso $r$	MX(\$) peso mexicano	
$ctex_r$	Coste del tiempo extra del recurso $r$	MX(\$) peso mexicano	
$cimnl_i$	Coste de desviación del inventario mínimo objetivo por producto $i$	MX(\$) peso mexicano	
$cimxh_i$	Coste de desviación del inventario máximo objetivo por producto $i$	MX(\$) peso mexicano	
Coeficientes tecnológicos			
$AR_r$	Tiempo requerido del recurso $r$ para la producción de una unidad del producto $i$	Semanas/unidades de producto	
$CAP_{rt}$	Capacidad disponible del recurso $r$ en el periodo $t$	Semanas	
Variables de decisión			
$INV_{it}$	Inventario del producto $i$ al final del periodo $t$	Unidades de producto	
$Rd_{it}$	Demanda diferida del producto $i$ al final del periodo $t$	Unidades de producto	
$k_{it}$	Número de lotes a producir del producto $i$ en el periodo $t$	Unidades de lotes	
$P_{it}$	Cantidad a producir del producto $i$ en el periodo $t$ sin tomar en cuenta la multiplicidad del tamaño de lote	Unidades de producto	
$Imnl_{it}$	Inventario inferior al nivel objetivo mínimo para el producto $i$ en el periodo $t$	Unidades de producto	
$Imxh_{it}$	Inventario superior al nivel objetivo máximo para el producto $i$ en el periodo $t$	Unidades de producto	
$Toc_{rt}$	Tiempo ocioso del recurso $r$ en el periodo $t$	Semanas	
$Tex_{rt}$	Tiempo extra del recurso $r$ en el periodo $t$	Semanas	

La formulación del modelo de programación lineal entera es la siguiente:

*Función objetivo:*

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T & (cp_i + ci_{it}INV_{it} + crd_{it}Rd_{it}) \\
 & + \sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^T (ctoc_rToc_{rt} + ctext_rTex_{rt}) \\
 & + \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (cimnl_iImnl_{it} + cimxh_iImxh_{it})
 \end{aligned} \tag{1}$$

*Restricciones:*

a) Balance de inventario:

$$INV_{it} = INV_{i,t-1} + k_{i,t-1} lot_i - d_{it} - Rd_{i,t-1} + Rd_{it} \quad \forall i, t \tag{2}$$

$$Imnl_{it} \geq InvMin_i - INV_{it} \quad \forall i, t \tag{3}$$

$$Imxh_{it} \geq INV_{it} - InvMax_i \quad \forall i, t \tag{4}$$

$$Rd_{iT} = 0 \quad \forall i \tag{5}$$

b) Balance de capacidad:

$$\sum_{i=1}^I AR_{ir}k_{it}lot_i + Toc_{rt} - Tex_{rt} = CAP_{rt} \quad \forall r, t \tag{6}$$

c) No negatividad:

$$INV_{it}, k_{it}, Imnl_{it}, Imxh_{it} \geq 0 \tag{7}$$

d) Variables enteras:

$$k_{it}, INV_{it}, Rd_{it}, Imnl_{it}, Imxh_{it} \in \mathbb{Z} \tag{8}$$

En cuanto a las restricciones por balance de inventario, la ecuación (2) se define en base a las entradas y salidas del almacén, mientras que las restantes, (3) y (4), tienen como objetivo el cumplir con los parámetros preestablecidos por la empresa como los límites máximos y mínimos que obedecen por un lado a la capacidad del almacén y, por otro, a un nivel de servicio calculado de forma empírica. Por su parte, la ecuación (5) evita la demanda diferida en el último período del horizonte de planificación considerado. La ecuación (6) establece la capacidad de los recursos productivos o tanques de proceso, considerando el tiempo de elaboración de los productos en lotes completos y los tiempos extra y ociosos en caso que existan. En el caso de la empresa química objeto de la aplicación de este trabajo, el coste del tiempo ocioso existe por desviarse de una producción continua a pesar de que el recurso esté en condiciones de

ser utilizado. Las ecuaciones (7) y (8) establecen que, dadas las características del problema, las variables de decisión deberán ser enteras y positivas.

Adicionalmente, en caso de realizar modificaciones a la política de demanda diferida nula, se incluiría la ecuación (9) para establecer un nivel de servicio, de forma que la decisión sea tomada de acuerdo a la demanda diferida permitida y costes implicados; es decir, que la cantidad disponible para satisfacer la demanda  $d_{it}$  sea al menos la proporción deseada  $ns_{it}$ .

$$INV_{i,t-1} + k_{i,t-TS_i} lot_i - Rd_{i,t-1} \geq ns_{it} d_{it} \quad (9)$$

Para el proceso de resolución, se propone un procedimiento flexible a fin de que la empresa pueda comparar las implicaciones de costes generadas por las decisiones y modificaciones consideradas para la gestión de inventarios y producción, y así el decisor pueda realizar ajustes a las variables señaladas y encontrar así una solución satisfactoria. El procedimiento de solución se compone de las siguientes fases:

1. Recolección y tratamiento de datos.
2. Formulación del modelo.
3. Adaptación del modelo original considerando diferentes escenarios obtenidos mediante la modificación de las políticas de producción y demanda diferida.
4. Resolver el modelo mediante el uso del *solver* Gurobi de MPL.
5. Comparar costes y realizar un análisis de las variables: tiempo ocioso y extra, costes implicados y desviación de los límites impuestos.

El modelo ha sido implementado utilizando un lenguaje de alto nivel para modelos de programación matemática, MPL V5.0; el cual fue alimentado a través de la base de datos relacional de Microsoft Access para, posteriormente, ser resuelto por el *solver* Gurobi 6.0, cuya solución es, finalmente, importada en la base de datos.

## 5.1 Descripción de los escenarios

Con la finalidad de analizar el desempeño del modelo propuesto, se propone comparar cinco escenarios diferentes en los que se modifican algunos aspectos del sistema de producción, como los límites de capacidad de inventario y los tiempos de entrega de producto, así como los diferentes niveles de servicio. Esto permitirá analizar el impacto económico de estas variables y brindará opciones al gestor de producción para que esta se realice de forma eficiente.

*Escenario 1: lotes fijos y niveles de inventario mínimo y máximo flexibles, sin demanda diferida.*

En este primer escenario se considera que la producción deberá realizarse, obligatoriamente, en lotes completos y que los niveles mínimos y máximos

preestablecidos para el inventario, de acuerdo a la capacidad del almacén, pueden desviarse del valor establecido, pero esta desviación será minimizada por la función objetivo. En este caso, la formulación del modelo a utilizar es la misma que la del modelo inicial, expresado en las ecuaciones (1) a (8).

Pueden destacarse cuatro casos en este escenario en función de dos aspectos: la desviación del límite de inventario y el tiempo de entrega. En el primer caso, es posible minimizar esta desviación en base al coste o a unidades de producto, mientras que el tiempo de entrega puede considerarse como cero, o tan largo que deba tomarse como 1. En los casos B1 y C1, el coste por unidad inferior al valor mínimo del inventario será el coste por demanda diferida, mientras que el de desviación del máximo del inventario será el coste de inventario.

**Tabla 2.** Casos destacados del escenario 1

	Desviación del límite de inventario con base en:		Tiempos de entrega de producto	
	Número	Coste	= 0	> 0
A1	•		•	
B1		•	•	
C1		•		•
D1	•			•

*Escenario 2: lotes fijos sin niveles de inventario mínimo y máximo, sin demanda diferida.*

En este caso, se considera que la producción deberá realizarse, obligatoriamente, en lotes completos, pero no existe una capacidad limitada en el almacén para los productos; por lo que sus existencias dependerán, únicamente, de los costes implicados. Aquí, destaca el caso específico en el que los tiempos de entrega sean mayores a cero. La formulación del modelo se vería modificada respecto al modelo inicial formulado de la siguiente forma:

*Función objetivo:*

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T & (cp_i k_{it} lot_i + ci_{it} INV_{it} + crd_{it} Rd_{it}) \\
 & + \sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^T (ctoc_r Toc_{rt} + ctext_r Tex_{rt})
 \end{aligned} \tag{10}$$

*Restricciones:*

a) Balance de inventario:

Ecuaciones (2) y (5).

b) Balance de capacidad:

Ecuación (6).

c) No negatividad:

$$INV_{it}, k_{it} \geq 0 \quad (11)$$

d) Variables enteras:

$$k_{it}, INV_{it}, Rd_{it} \in Z \quad (12)$$

**Tabla 3.** Casos destacados del escenario 2

	Tiempos de entrega de producto	
	= 0	> 0
A2	•	
B2		•

*Escenario 3: niveles de inventario mínimo y máximo flexibles sin lotes fijos, sin demanda diferida.*

En este escenario se considera que la producción se podrá realizar en lotes incompletos y los niveles de inventario podrán tener una desviación respecto a lo establecido, pero estará limitada por la función objetivo. Al igual que el escenario 1, destacan 4 casos. La formulación del modelo se vería modificada respecto al modelo inicial formulado de la siguiente forma:

*Función objetivo:*

$$\begin{aligned} \text{Min} \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T & (cp_i P_{it} + ci_{it} INV_{it} + crd_{it} Rd_{it}) \\ & + \sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^T (ctoc_r Toc_{rt} + ctext_r Tex_{rt}) \\ & + \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (cimnl_i Imnl_{it} + cimxh_i Imxh_{it}) \end{aligned} \quad (13)$$

*Restricciones:*

a) Balance de inventario:

$$INV_{it} = INV_{i,t-1} + P_{i,t-TS_i} - d_{it} - Rd_{i,t-1} + Rd_{it} \quad \forall i, t \quad (14)$$

Ecuaciones (3) a (5).

b) Balance de capacidad:

$$\sum_{i=1}^I AR_{ir} P_{it} + Toc_{rt} - Tex_{rt} = CAP_{rt} \quad i, \forall r, \forall t \quad (15)$$

c) No negatividad:

$$INV_{it}, P_{it}, Imnl_{it}, Imxh_{it} \geq 0 \quad (16)$$

d) Variables enteras:

$$INV, Rd_{it}, Imnl_{it}, Imxh_{it} \in \mathbb{Z} \quad (17)$$

donde  $P_{it}$  corresponde a la cantidad a producir del producto  $i$  en el periodo  $t$  sin tener en cuenta la multiplicidad de tamaño de lote.

**Tabla 4.** Casos destacados del escenario 3

	Desviación del límite de inventario con base en:		Tiempos de entrega de producto	
	Número	Coste	= 0	> 0
A3	•		•	
B3		•	•	
C3		•		•
D3	•			•

*Escenario 4: sin lotes fijos ni niveles de inventario mínimo y máximo, sin demanda diferida*

En este caso, se considera que se puede producir exactamente lo requerido por la demanda o inventariar sin las restricciones de lotes o almacenamiento. Aquí, como en el escenario 2, destaca el caso específico en el que los tiempos de entrega sean mayores a cero. La formulación del modelo se vería modificada respecto al modelo inicial formulado de la siguiente forma:

*Función objetivo:*

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (cp_i P_{it} + ci_{it} INV_{it} + crd_{it} Rd_{it}) \\ & + \sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^T (ctoc_r Toc_{rt} + ctext_r Tex_{rt}) \end{aligned} \quad (18)$$

*Restricciones:*

a) Balance de inventario:

Ecuación (14).

b) Balance de capacidad:

Ecuación (15).

c) No negatividad:

Ecuación (16).

d) Variables enteras:

Ecuación (17).

**Tabla 5.** Casos destacados del escenario 4

	Tiempos de entrega de producto	
	= 0	> 0
A4	•	
B4		•

*Escenario 5: lotes fijos y niveles de inventario mínimo y máximo flexibles con un nivel de servicio preestablecido.*

En este escenario, a diferencia de la política original de demanda diferida nula, se propone admitir un porcentaje predeterminado de la misma, al mismo tiempo que se produce en lotes completos y se cumplen los límites de capacidad impuestos para el inventario. En este caso, habría que incluir la ecuación (9) al modelo inicial dado por las ecuaciones (1) a (8). Se destacan 7 casos.

**Tabla 6.** Casos destacados del escenario 5

	Desviación del límite de inventario con base en:		Tiempos de entrega de producto		Proporción de demanda satisfecha
	Número	Coste	= 0	> 0	
A5	•		•		95%
B5		•	•		95%
C5	•			•	95%
D5	•	•	•		90%
E5	•			•	90%
F5	•	•	•		79%
G5		•		•	79%

En este escenario, el coste por demanda diferida no se incluye en el modelo ya que, en la práctica, no siempre se cuenta con este dato exacto o su estimación no es sencilla, por lo que se ha preferido ajustar la tasa de demanda diferida de acuerdo a una proporción de demanda satisfecha (Escobar *et al.*, 2012).

## 6. Aplicación a la empresa caso de estudio

El modelo propuesto ha sido evaluado con los datos de demanda y producción de los productos terminados seleccionados en una PYME mexicana dedicada a la fabricación y el envasado de productos de limpieza y cuidado personal. Asimismo, se realiza una evaluación de los resultados obtenidos para los diferentes escenarios propuestos, empleando diferentes enfoques a partir de los datos asociados al problema descrito. Estos cambios incluirán, principalmente, la variación en la política de lotes completos, la holgura en los límites de inventario y la inclusión de tiempos de entrega mayores o iguales a 0; esto último implica considerar que algunos productos necesitan un envasado especial, o tiempo de reposo, lo cual amplía el tiempo de espera para la entrega del mismo en el almacén de producto terminado.

### 6.1. Origen, recolección y tratamiento de datos

La información relativa a la demanda de los productos fue recopilada a través de los informes generados por el sistema ERP (*enterprise resource planning* o planificación de recursos empresariales) implementado en la empresa. A partir de ello fue posible

realizar una clasificación de los productos de mayor impacto utilizando el método de matriz de criterios conjuntos (Flores y Whybark, 1986), utilizado para la clasificación ABC multicriterio. Tras realizar dicha clasificación de los productos más significativos para la empresa en cuanto a importancia económica e incidencia de faltantes, fue posible seleccionar 48 de ellos, utilizando la regla 80-20. Se observó que, a pesar de que la empresa maneja una política de demanda diferida nula, el nivel de servicio era en promedio del 75%, lo que implica altos costes de tiempo extra para poder cumplir esta política.

La información fue complementada con las características de producción de los mismos, principalmente, aquellos referentes a la maquinaria utilizada, los tiempos de producción, los tiempos de espera y la capacidad de producción en planta; así como la referente al inventario, como el *stock* de seguridad y la capacidad máxima de almacén, sin olvidar los costes implicados.

El *stock* de seguridad fue propuesto en base a un estudio de distribución probabilista de la demanda, mediante el ajuste de curva a una distribución conocida y el cálculo correspondiente de sus parámetros (Ul Hassan y Stockhammar, 2016) y, de esta forma, sustentar de forma teórica los límites impuestos por la empresa en el almacén de producto terminado, ajustando al percentil 60 el *stock* de seguridad y al percentil 95 el límite máximo, considerando este último como la capacidad máxima destinada para el producto en el almacén. Estos, junto con los costes implicados, completan la información que alimenta al modelo y que se encuentran para cada producto o recurso, según corresponda, en la base de datos creada en Microsoft Access.

## 6.2. Discusión de los resultados

La Tabla 7 muestra los resultados de la optimización para una política de demanda diferida nula. Cabe destacar que, aunque se incluye el valor de la función objeto y el coste total como un referente para los lectores, dichos valores no son comparables de unos casos a otros puesto que no todos los escenarios tienen los mismos elementos. Tomando como base el caso A para cada escenario, para la variable tiempo de espera, se observa que cuando este valor es cercano a una semana, existe una reducción en los costes de producción y tiempo extra en comparación con una producción continua, donde el proceso depende únicamente de los tiempos de producción y traslado, por lo es considerado como 0. Es importante señalar, además, que el incremento en el coste de inventario y tiempo ocioso está relacionado también con esta variable.

Es posible asegurar también, que la restricción que sugiere la producción por lotes completos es la que encarece el sistema productivo, ya que al comparar los costes implicados entre el escenario 1-2 y 3-4, la diferencia de coste es en promedio 36% menor.

**Tabla 7.** Resultados de la optimización para los escenarios propuestos en una política de demanda diferida nula

		100% nivel de servicio			
		ESCENARIO 1			
		Lotes fijos y niveles de inventario mínimo y máximo flexibles			
		A1	B1	C1	D1
Valor objetivo	z=	22.240.226,44	27.605.231,91	24.938.055,97	20.027.610,38
Coste total		MXN\$ 22.207.863,45	MXN\$ 27.605.231,91	MXN\$ 24.938.055,96	MXN\$ 20.004.18,.38
Coste de producción	cpt=	MXN\$ 16.391.333,70	+ 3,19%	- 3,24%	- 6,73%
Coste de inventario	cit=	MXN\$ 5.791.608,00	+ 23,67%	+ 8,71%	- 18,96%
Coste de demanda diferida	crdt=	MXN\$ 0,00	0%	0%	0%
Coste por tiempo ocioso	ctoct=	MXN\$ 954,02	- 34,66%	- 1,47%	+ 20,99%
Coste por tiempo extra	ctext=	MXN\$ 23.967,73	- 1,56%	- 4,98%	- 9,91%
Inventario < mínimo	itnl=	4.972	N/A	N/A	- 0,70%
Inventario > máximo	itxh=	27.391	N/A	N/A	- 32,49%
		ESCENARIO 3			
		Niveles de inventario mínimo y máximo flexibles sin lotes fijos			
		A3	B3	C3	D3
Valor objetivo	z=	13.839.014,34	17.127.941,35	16.121.144,31	13.025.384,87
Coste total		MXN\$ 13.818.331,34	MXN\$ 17.127.941,35	MXN\$ 16.121.144,31	MXN\$ 13.006.357,87
Coste de producción:	cpt=	MXN\$ 13.777.618,44	+ 6,04%	-1,26%	-7,30%
Coste de inventario	cit=	MXN\$ 22.845,00	+ 10838,52%	+ 10838,52%	+ 852,83%
Coste de demanda diferida	crdt=	MXN\$ 0,00	0%	0%	0%
Coste por tiempo ocioso.	ctoct=	MXN\$ 562,63	- 51,31%	+ 21,40%	+ 72,23%
Coste por tiempo extra	ctext=	MXN\$ 17.305,27	+ 7,21%	- 0,61%	- 7,84%
Inventario < mínimo	itnl=	20.683	N/A	N/A	- 8,01%
Inventario > máximo	itxh=	0	N/A	N/A	+ 100,00%
		ESCENARIO 2		ESCENARIO 4	
		Lotes fijos sin límites en inventario		Sin lotes fijos ni límites de inventario	
		A2	B2	A4	B4
Valor objetivo	z=	21.801.601,19	- 8,15%	13.818.331,34	- 5,88%
Coste total		MXN\$ 21.801.601,19	- 8,15%	MXN\$ 13.818.331,35	- 5,88%
Coste de producción	cpt=	MXN\$ 16.457.904,06	- 7,56%	MXN\$ 13.777.618,44	- 7,30%
Coste de inventario	cit=	MXN\$ 5.319.108,00	- 9,97%	MXN\$ 22.845,00	+ 852,83%
Coste de demanda diferida	crdt=	MXN\$ 0,00	0%	0%	0%
Coste por tiempo ocioso	ctoct=	MXN\$ 1.007,91	+ 15,78%	MXN\$ 562,64	+ 72,23%
Coste por tiempo extra	ctext=	MXN\$ 23.581,22	- 7,48%	MXN\$ 17.305,27	- 7,84%
Inventario < mínimo	itnl=	-	-	-	-
Inventario > máximo	itxh=	-	-	-	-

Uno de los resultados arrojados por el modelo es el tiempo ocioso y extra por recurso (véanse Tablas 8 y 13), lo cual funciona como una herramienta para equilibrar el uso de las instalaciones y evitar cuellos de botella. La Tabla 8 muestra, por ejemplo, el tiempo ocioso y extra para el recurso 4 dedicado a la fabricación de tres productos en el escenario A1. Los elevados tiempos extra en algunos períodos temporales sugieren que debería considerarse la producción utilizando otros recursos, principalmente, durante los períodos 2, 7, y 12.

**Tabla 8.** Tiempo ocioso y extra para el recurso 4 en el escenario A1

Recurso	Periodo	Tiempo Ocio	Tiempo Extra
4	1	0	2,74
4	2	0	13,97
4	3	0	2,74
4	4	0	2,74
4	5	0	2,74
4	6	0	4,62
4	7	0	12,10
4	8	0	2,74
4	9	0	4,62
4	10	0	2,74
4	11	0	2,74
4	12	0	12,10

Los productos fabricados en el recurso 4 son el 7, 12 y 34. El modelo brinda al decisor (en el caso del escenario A1) información acerca del número de lotes a producir, las existencias en inventario al final de cada periodo y la holgura respecto a los niveles de almacenamiento (véase Tabla 9). Es importante observar que, para este caso, se observa siempre una demanda diferida nula, considerando que se asignó un valor máximo al coste por demanda diferida, el cual es minimizado.

**Tabla 9.** Variables a considerar para la planificación de producción según el escenario A1

Producto	Periodos	Lotes	Producción	Inventario	Demandada diferida	< Mínimo	> Máximo
7	1	1	40	16	0	12	0
7	2	2	80	37	0	0	0
7	3	1	40	16	0	12	0
7	4	1	40	17	0	11	0
7	5	1	40	8	0	20	0
7	6	2	80	37	0	0	0
7	7	1	40	21	0	7	0
7	8	1	40	20	0	8	0
7	9	2	80	36	0	0	0
7	10	1	40	33	0	0	0
7	11	1	40	18	0	10	0
7	12	1	40	17	0	11	0
12	1	1	40	39	0	0	0
12	2	0	0	11	0	17	0
12	3	1	40	12	0	16	0
12	4	1	40	25	0	3	0
12	5	1	40	33	0	0	0
12	6	1	40	27	0	1	0
12	7	0	0	7	0	21	0
12	8	1	40	24	0	4	0
12	9	1	40	28	0	0	0
12	10	1	40	29	0	0	0
12	11	1	40	38	0	0	0
12	12	0	0	1	0	27	0
34	1	0	0	11	0	37	0
34	2	1	240	196	0	0	118
34	3	0	0	148	0	0	70
34	4	0	0	114	0	0	36
34	5	0	0	59	0	0	0
34	6	0	0	13	0	35	0
34	7	1	240	220	0	0	142
34	8	0	0	176	0	0	98
34	9	0	0	121	0	0	43
34	10	0	0	77	0	0	0
34	11	0	0	24	0	24	0
34	12	1	240	223	0	0	145

El escenario 5, por su parte, brinda a la empresa la opción de elegir la proporción de demanda que está dispuesta a satisfacer de acuerdo al coste, mientras que la desviación respecto a los niveles de inventario se optimizará en base al coste de las unidades almacenadas. En la Tabla 10 se observan los resultados en costes para la optimización del escenario 5 en los casos señalados en la Tabla 6. Para los escenarios B5, D5 y F5, la única variable que cambia es la proporción satisfecha de demanda teniendo como premisa un tiempo de suministro nulo. Es posible observar que la diferencia en los costes entre un 95% y 90% de proporción satisfecha es mínima, aunque un 8% mayor en cuanto a tiempo ocioso. En cambio, comparando el 95% con el 80%, se observa una reducción de costes, no siendo así para tiempo ocioso y tiempo extra, que aumentan en un 13,7% y un 0,22% en comparación con el primer caso. En estas condiciones, es mucho mejor inclinarse por un 80% en la proporción de demanda satisfecha que por un 90%. Este comportamiento se observa también en los casos donde  $TS>0$ , como lo señala la Tabla 11.

**Tabla 10.** Resultados de la optimización para una política con demanda diferida

Demanda diferida de acuerdo a la proporción que la empresa está dispuesta a satisfacer				
ESCUENARIO 5				
Lotes fijos y niveles de inventario mínimo y máximo flexibles				
		A5 (95%)	B5 (95%)	C5 (95%)
<b>Valor objetivo</b>	<b>z=</b>	21.207.417,69	22.460.133,29	23.709.535,00
<b>Coste total</b>		<b>MXN\$ 21.172.285,69</b>	<b>MXN\$ 22.460.133,29</b>	<b>MXN\$ 23.709.535,00</b>
<b>Coste de producción</b>	<b>cpt=</b>	MXN\$ 14.720.551,00	MXN\$ 14.767.613,73	MXN\$ 15.003.386,92
<b>Coste de inventario</b>	<b>cit=</b>	MXN\$ 6.428.883,00	MXN\$ 5.574.411,00	MXN\$ 6.161.961,00
<b>Coste por demanda diferida</b>	<b>crdt=</b>	-	-	-
<b>Coste por tiempo ocioso</b>	<b>ctoc=</b>	MXN\$ 1.688,45	MXN\$ 1.429,72	MXN\$ 1.316,56
<b>Coste por tiempo extra</b>	<b>ctex=</b>	MXN\$ 21.163,24	MXN\$ 20.653,84	MXN\$ 20.695,52
<b>Inventario &lt; mínimo</b>	<b>itnl=</b>	4.027	MXN\$ 0,00	MXN\$ 0,00
<b>Inventario &gt; máximo</b>	<b>itxh=</b>	31.105	MXN\$ 2.096.025,00	MXN\$ 2.522.175,00
		<b>D5 (90%)</b>	<b>E5 (90%)</b>	<b>F5 (80%)</b>
<b>Valor objetivo</b>	<b>z=</b>	22.697.033,15	22.904.506,23	21.917.484,33
<b>Coste total</b>		<b>MXN\$ 22.697.033,15</b>	<b>MXN\$ 22.904.506,23</b>	<b>MXN\$ 21.917.484,33</b>
<b>Coste de producción</b>	<b>cpt=</b>	MXN\$ 14.728.142,42	MXN\$ 14.728.142,42	MXN\$ 146.565.871,35
<b>Coste de inventario</b>	<b>cit=</b>	MXN\$ 5.742.096,00	MXN\$ 5.873.721,00	MXN\$ 5.337.609,00
<b>Coste por demanda diferida</b>	<b>crdt=</b>	-	-	-
<b>Coste por tiempo ocioso</b>	<b>ctoc=</b>	MXN\$ 1.544,01	MXN\$ 1.330,55	MXN\$ 1.625,66
<b>Coste por tiempo extra</b>	<b>ctex=</b>	MXN\$ 20.790,71	MXN\$ 20.577,26	MXN\$ 20.698,31
<b>Inventario &lt; mínimo</b>	<b>itnl=</b>	MXN\$ 0,00	MXN\$ 0,00	MXN\$ 0,00
<b>Inventario &gt; máximo</b>	<b>itxh=</b>	MXN\$ 2.204.460,00	MXN\$ 2.280.735,00	MXN\$ 1.900.680,00
		<b>G5 (80%)</b>		
<b>Valor objetivo</b>	<b>z=</b>	22.968.593,14		
<b>Coste total</b>		<b>MXN\$ 22.968.593,14</b>		
<b>Coste de producción</b>	<b>cpt=</b>	MXN\$ 14.837.831,47		
<b>Coste de inventario</b>	<b>cit=</b>	MXN\$ 5.834.766,00		
<b>Coste por demanda diferida</b>	<b>crdt=</b>	-		
<b>Coste por tiempo ocioso</b>	<b>ctoc=</b>	MXN\$ 1.197,32		
<b>Coste por tiempo extra</b>	<b>ctex=</b>	MXN\$ 20.543,35		
<b>Inventario &lt; mínimo</b>	<b>itnl=</b>	MXN\$ 0,00		
<b>Inventario &gt; máximo</b>	<b>itxh=</b>	MXN\$ 2.274.255,00		

Para este escenario, también se observa naturalmente la demanda diferida para cada periodo temporal y demás variables establecidas igualmente para los escenarios anteriores (véase Tabla 12). De igual manera, será posible obtener información de

tiempos ociosos y tiempos extra para los recursos implicados (véase Tabla 13). A partir del análisis de los resultados, la empresa podrá tomar la mejor decisión en base a sus intereses.

**Tabla 11.** Desviación de las diferentes proporciones de demanda satisfecha respecto al 95%

		TS=0				TS>0			
		B5 (95 %)	D5 (90 %)	F5 (80 %)	70 %	C5 (95 %)	E5 (90 %)	G5 (80 %)	70 %
<b>Valor objetivo</b>	<b>z=</b>	22,460.133,29	1,05%	-2,42%	-7,35%	23.709.535,00	3,51%	-3,13%	-6,93%
<b>Coste total</b>		<i>MXN\$ 22.460.133,29</i>	1,05%	-2,42%	-7,35%	<i>MXN\$ 23.709.535,00</i>	3,51%	-3,13%	-6,93%
<b>Coste de producción</b>	<b>cpt=</b>	MXN\$ 14.767.613,73	-0,27%	-0,75%	-2,18%	MXN\$ 15.003.386,92	1,87%	-1,10%	-2,02%
<b>Coste de inventario</b>	<b>cit=</b>	MXN\$ 5.574.411	3,01%	-4,25%	-13,87%	MXN\$ 6.161.961,00	4,91%	-5,31%	-13,39%
<b>Coste por demanda diferida</b>	<b>crdt=</b>	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>Coste por tiempo ocioso</b>	<b>c toc=</b>	MXN\$ 1.429,72	7,99%	13,70%	5,36%	MXN\$ 1.316,56	-1,05%	-9,06%	-9,31%
<b>Coste por tiempo extra</b>	<b>c tex=</b>	MXN\$ 20.653,84	0,66%	0,22%	-1,80%	MXN\$ 20.695,52	0,57%	-0,74%	-1,87%
<b>Inventario &lt; mínimo</b>	<b>itnl=</b>	MXN\$ 0,00	0,00%	0,00%	0,00%	MXN\$ 0,00	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Inventario &gt; máximo</b>	<b>itxh=</b>	MXN\$ 2.096.025,00	5,17%	-9,32%	-26,52%	MXN\$ 2.522.175,00	10,59%	-9,83%	-24,41%

**Tabla 12.** Variables a considerar para la planificación de producción según el escenario F5.

Producto	Periodos	Lotes	Producción	Inventario	Demanda diferida	< Mínimo	> Máximo
7	1	1	40	122	54	0	70
7	2	0	0	48	39	0	0
7	3	1	40	49	61	0	0
7	4	1	40	32	43	0	0
7	5	1	40	40	60	0	0
7	6	3	120	49	0	0	0
7	7	1	40	45	12	0	0
7	8	1	40	33	1	0	0
7	9	2	80	52	4	0	0
7	10	2	80	85	0	0	33
7	11	1	40	70	0	0	18
7	12	1	40	69	0	0	17
12	1	0	0	0	81	0	41
12	2	0	0	11	28	0	0
12	3	1	40	12	32	0	0
12	4	2	80	65	54	0	14
12	5	0	0	73	28	0	0
12	6	1	40	27	37	0	0
12	7	1	40	47	36	0	0
12	8	0	0	24	28	0	0
12	9	1	40	0	29	0	0
12	10	1	40	0	32	0	0
12	11	1	40	0	28	0	0
12	12	1	40	1	30	0	0
34	1	0	0	115	67	0	37
34	2	0	0	48	55	0	0
34	3	0	0	48	103	0	0
34	4	0	0	48	137	0	0
34	5	0	0	48	192	0	0
34	6	0	0	48	238	0	0
34	7	2	480	257	0	0	179
34	8	0	0	213	0	0	135
34	9	0	0	158	0	0	80
34	10	0	0	114	0	0	36
34	11	0	0	61	0	0	0
34	12	1	240	260	0	0	182

En el caso A5, el resultado de la función objetivo indica desviación absoluta, en cuanto a unidades producidas, sin incluir costes.

**Tabla 13.** Tiempo ocioso y extra para el recurso 4 en el escenario F5

Recurso	Periodo	Tiempo Ocio	Tiempo Extra
4	1	0	0,87
4	2	1	0
4	3	0	2,74
4	4	0	4,61
4	5	0	0,87
4	6	0	6,49
4	7	0	25,20
4	8	0	0,87
4	9	0	4,61
4	10	0	4,61
4	11	0	2,74
4	12	0	13,97

## 7. Conclusiones

Esta investigación ha presentado un modelo cuantitativo para la planificación de producción como herramienta para la toma de decisiones en una empresa de la industria química mexicana. Este modelo se ha construido a través del seguimiento de una metodología desarrollada de acuerdo a diferentes conceptos y métodos teóricos que, apoyados de otros modelos (que incluyen conceptos como PMP, MRP y planificación táctica), tienen como objetivo definir las cantidades a producir, los niveles de inventario, la demanda diferida y los costes derivados. El fundamento teórico del modelo ha sido generar una mayor confianza en la toma de decisiones por parte de la gerencia de producción y constituirá una herramienta para la mejora continua, principalmente, en cuanto al nivel de servicio se refiere. Siguiendo la metodología de trabajo, se ha realizado una selección de productos y, con el ajuste de la demanda a una distribución teórica, han definido nuevos niveles de inventario para incluirlos en el modelo de planificación como unos límites mínimos y máximos: el primero como un *stock* de seguridad y el segundo obedeciendo a un límite de capacidad en el almacén.

El modelo de programación lineal entera, a través de sus diferentes escenarios, brinda unas opciones que la empresa podrá tener en cuenta para seleccionar aquel que se aadecue a sus intereses financieros, garantizando unos costes de producción e inventarios óptimos, así como un mejor uso de las instalaciones en la planta. También, se ofrece flexibilidad en cuanto a la proporción de demanda satisfecha; de forma que, sin poner en riesgo las operaciones de la empresa, se pueda llevar a cabo una mejor gestión del flujo de efectivo, considerando las implicaciones derivadas de la aplicación de una política de este tipo. Por tanto, con la información que brinda el modelo de planificación, se podrán conocer los costes por penalización en el incumplimiento de entregas, reducir los niveles de inventario de productos terminados e incrementar el nivel de servicio de los productos seleccionados.

La limitación principal de este trabajo es que la metodología no incluye un método de pronósticos o de horizonte rodante que pueda retroalimentar el sistema y fue

probado con datos históricos de demanda, por lo que en trabajos futuros se propone incluir estos métodos y, además, la posibilidad de incorporar a este modelo un MRP agregando información respecto a las materias primas y los envases y embalajes.

## Referencias

- Boiteux, O.D.; Corominas, A. y Lusa, A. (2007): “Estado del arte sobre planificación agregada de la producción”. *Enginyeria d’Organització i Logística Industrial*, 4(2), 1–39.
- Brandenburg, M. y Tölle, F.J. (2009): “MILP-based campaign scheduling in a speciality chemicals plant: a case study”. *OR Spectrum*, 31, 141–166.
- Buschkühl, L.; Sahling, F.; Helber, S. y Tempelmeier, H. (2010): “Dynamic capacitated lot-sizing problems: A classification and review of solution approaches”. *OR Spectrum*, 32, 231–261.
- Díaz-Madroñero, M.; Mula, J. y Peidro, D. (2014): “A review of discrete-time optimization models for tactical production planning”. *International Journal of Production Research*, 52(17), 5171–5205.
- Dzielinski, B.P. y Gomory, R.E. (1965): “Optimal programming of lot sizes, inventory and labor allocations”. *Management Science*, 11(9), 874–890.
- Escobar, P.; Giraldo, J.A. y Cárdenas, D.M. (2012): “Programación de sistemas de producción híbridos, para inventario/bajo pedido, mediante un proceso analítico jerárquico de ordenación grupal (GAHPO) ”. *Información Tecnológica*, 23(5), 33–46.
- Flores, B.E. y Whybark, D.C. (1986): “Multiple criteria ABC analysis”. *International Journal of Operations and Production Management*, 6(3), 38–46.
- Grunow, M.; Günther, H. O. y Lehmann, M. (2002): “Campaign planning for multi-stage batch processes in the chemical industry”. *OR Spectrum*, 24, 281–314.
- Hax, A.C. y Meal, H.C. (1975): “Hierarchical integration of production planning and scheduling”. En M.A. Geisler (ed.): *TIMS Studies in Management Sciences, Volume 1: Logistics*. Nueva York: North Holland/American Elsevier, pp. 53–69.
- Lasdon, L.S. y Terjung, R.C. (1971): “An efficient algorithm for multi-item scheduling”. *Operations Research*, 19, 946–969.
- Mangiameli, P.M. (1979): *The effects of managerial policies on aggregate plans, the master production schedule, and departmental plans*. Tesis doctoral, Ohio: Ohio State University.

- Moniz, S.; Barbosa-Póvoa, A.P. y de Sousa, J.P. (2014): “Simultaneous regular and non-regular production scheduling of multipurpose batch plants: A real chemical-pharmaceutical case study”. *Computers and Chemical Engineering*, 67, 83–102.
- Mula, J.; Lyons, A.C.; Hernández, J.E. y Poler, R. (2014): “An integer linear programming model to support customer-driven material planning in synchronised, multi-tier supply chains”. *International Journal of Production Research*, 52(14), 4267–4278.
- Mula, J.; Poler, R. y García, J.P. (2006a): “MRP with flexible constraints: A fuzzy mathematical programming approach”. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(1), 74–97.
- Mula, J.; Poler, R.; García-Sabater, G.S. y Lario, F.C. (2006b): “Models for production planning under uncertainty: A review”. *International Journal of Production Economics*, 103(1), 271–285.
- Osorio, J.C. y Motoa, T.G. (2008): “Planificación jerárquica de la producción en un *job shop* flexible”. *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*, 44, 158–171.
- Portela, R.V. (2007): “La planeación y programación de la producción en la pyme”. *AVANCES. Investigación en Ingeniería*, 6(6), 40–57.
- Quadt, D. y Kuhn, H. (2008): “Capacitated lot-sizing with extensions: A review”. *4OR*, 6(1), 61–83.
- Till, J.; Sand, G.; Urselmann, M. y Engell, S. (2007): “A hybrid evolutionary algorithm for solving two-stage stochastic integer programs in chemical batch scheduling”. *Computers and Chemical Engineering*, 31(5-6), 630–647.
- Ul Hassan, M. y Stockhammar, P. (2016): “Fitting probability distributions to economic growth: a maximum likelihood approach”. *Journal of Applied Statistics*, 43(9), 1583–1603.
- Venkataraman, R. y Nathan, J. (1994): “Master Production Scheduling for a Process Industry Environment: A Case Study”. *International Journal of Operations and Production Management*, 14(10), 44–53.