



Ciência & Educação (Bauru)

ISSN: 1516-7313

revista@fc.unesp.br

Universidade Estadual Paulista Júlio de  
Mesquita Filho  
Brasil

Lima Cedro, Wellington; Pereira Gonzaga de Moraes, Silvia; Euzébio da Rosa, Josélia  
A atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico em matemática  
Ciência & Educação (Bauru), vol. 16, núm. 2, 2010, pp. 427-445  
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
São Paulo, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=251019497011>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica  
Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal  
Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

# A ATIVIDADE DE ENSINO E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO TEÓRICO EM MATEMÁTICA

## The learning activity and the development of theoretical thought in Mathematics

Wellington Lima Cedro<sup>1</sup>  
Silvia Pereira Gonzaga de Moraes<sup>2</sup>  
Josélia Euzébio da Rosa<sup>3</sup>

**Resumo:** Neste artigo, buscamos refletir sobre a formação do pensamento teórico-matemático nos estudantes, tomando por base os pressupostos da perspectiva histórico-cultural. Apoiando-nos em estudos de Vigotski, Leontiev, Davidov e, mais recentemente, de Moura e Lanner de Moura, discutimos a relação entre o ensino, a aprendizagem e a formação do pensamento teórico em Matemática, tendo como base a atividade de ensino.

Palavras-chave: Ensino de matemática. Pensamento teórico. Atividades de ensino.

**Abstract:** In this paper we looked for reflecting on the mathematical theoretical thought development in students, taking into consideration a historical-cultural approach. With support on studies of Vigotski, Leontiev, Davidov and, more recently, Moura and Lanner de Moura, we discuss the relation between teaching, learning and the development of theoretical thought in Mathematics, having as basis the learning activity.

Keywords: Mathematics teaching. Theoretical thought. Learning activities.

---

<sup>1</sup> Licenciado em Matemática, doutor em Educação. Docente, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás. Goiânia, GO, Brasil. <wcedro@mat.ufg.br>

<sup>2</sup> Licenciada em Ciências e Matemática e graduada em Pedagogia, doutora em Educação. Docente, Departamento de Teoria e Prática da Educação, Centro de Ciências Humanas Letras e Artes, Universidade Estadual de Maringá. Maringá, PR, Brasil. <silvia.moraes@uol.com.br>

<sup>3</sup> Licenciada em Matemática, doutoranda em Educação, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, PR, Brasil. <joselia.euzebio@yahoo.com.br>

Estudos realizados com base em textos dos autores russos, Vigotski (1989, 2000), Leontiev ([197-], 1983, 2001) e Davídov<sup>4</sup> (1987, 1988), produzidos a partir da década de 20 do século XX, revelaram importantes contribuições para repensar a educação atual e, em especial, o ensino de Matemática. Esses autores, desde então, já se mostravam preocupados com o modo pelo qual o ensino poderia propiciar, aos indivíduos, a apropriação dos conhecimentos científicos. Provavelmente, por esse motivo, defendem que essa deva ser a função social da escola. Esta concepção de educação escolar está ligada à ideia de que, por meio da apropriação dos bens culturais produzidos pela humanidade, o homem torna-se humano e desenvolve-se psicologicamente. Assim, a educação e o ensino são considerados formas universais de mediação cultural para o desenvolvimento humano.

Para Leontiev ([197-]), todo homem nasce candidato a ser humano, mas somente se constituirá como tal ao se apropriar da cultura produzida pelos homens. O processo de apropriação da cultura humana é resultado da atividade efetiva do homem sobre os objetos e o mundo circundante mediados pela comunicação. Logo, a criança precisa entrar em relação com os objetos do mundo por meio da relação com os outros homens, por meio da comunicação, para ter a possibilidade de se apropriar das obras humanas. A esse processo, Leontiev denominou de educação, principal motor de transmissão e apropriação da história social humana.

Essa concepção de educação, a nosso ver, coloca um desafio para os profissionais envolvidos no processo de escolarização. Dentre eles, destacamos o professor, principal ator no cenário educativo, pois sua função primordial, ligada diretamente à dos estudantes, é a organização do ensino. Em outras palavras, cabe ao professor organizar o ensino tendo em vista que os conhecimentos elaborados historicamente pela humanidade, os conhecimentos das diferentes ciências, possam ser apropriados pelos indivíduos.

Assumir a educação como atividade, no sentido atribuído por Leontiev, significa considerar o conhecimento das diferentes disciplinas como produto da atividade humana. Nesse sentido, em cada conceito está incorporado o processo sócio-histórico de sua produção. Assim sendo, o conhecimento escolar precisa ser entendido como a história das soluções dos problemas humanos (MOURA, 2006). No caso específico dos processos de ensinar e aprender Matemática, faz-se necessário considerar a sua dimensão histórica em interdependência com os aspectos lógicos do conhecimento. Desse modo, o encaminhamento teórico-metodológico do ensino de Matemática deve respeitar o aspecto lógico-histórico do conhecimento matemático que contempla, de forma articulada, o lado histórico do conceito, bem como a sua essência, o lógico. Portanto, trabalhar com a unidade lógico-histórica no ensino de Matemática constitui um modo de desenvolver os conhecimentos matemáticos considerando o seu processo de produção, ou seja, eles são entendidos como produto da atividade humana diante das necessidades objetivas enfrentadas pelos homens. Esse entendimento encontra respaldo, também, nos trabalhos de Araújo (2003, 2007), Dias (2007), Lanner de Moura (2007) e Moura (2004).

Compreender a educação como atividade nos faz refletir sobre as atividades no processo pedagógico. Em sendo o objeto da atividade pedagógica a transformação dos indivíduos no processo de apropriação dos conhecimentos, materializa-se por meio dessa ação, que é

---

<sup>4</sup> Neste texto encontraremos duas grafias para o nome deste pesquisador: Davídov e Davydov.

teórica e prática, a necessidade humana de apropriar-se dos bens culturais como forma de promoção humana.

Pensar a organização do ensino como atividade permite identificar as ações principais dos indivíduos envolvidos nesse processo, especialmente, o professor e o estudante. Considerando que a atividade efetiva do professor no processo de escolarização é a organização do ensino, essa atividade constitui, sem dúvida, a unidade do trabalho docente (MOURA 1996). Como declara Leontiev ([197-]), o estudante tem, como atividade principal e núcleo do seu trabalho, nesse período do desenvolvimento humano, a atividade de estudo.

Davídov (1988, p. 76), por sua vez, considerando os pressupostos vigotskianos e os da teoria da atividade, dedicou seus trabalhos à investigação da atividade de estudo dos escolares em diferentes níveis de ensino. Este autor considera que “[...] o ingresso na escola marca o começo de uma nova etapa de vida da criança, nela muito se modifica tanto no aspecto da organização externa quanto interna”. Assim, de acordo com os pressupostos de Leontiev, Davídov considerou a atividade de estudo<sup>5</sup> como a atividade dominante da criança em idade escolar.

Davídov (1988) ressaltou também a importância de se conhecerem as características das atividades de aprendizagem, de saber como os escolares realizam suas ações no processo de aquisição do conhecimento, visto que tal conhecimento oportuniza a aquisição de elementos para se pensar a organização do ensino e acompanhar os resultados do trabalho pedagógico. Com base nesse entendimento, os estudantes devem ser os próprios sujeitos das atividades por eles realizadas, tendo consciência das suas ações. Destarte, as atividades de ensino propostas pelos professores devem gerar necessidades nos estudantes, caso contrário, não constituirão atividades de estudos na perspectiva defendida por Leontiev e Davídov. Conforme Davídov (1988, p. 178):

[...] a necessidade da atividade de estudo estimula os escolares a assimilarem os conhecimentos teóricos, ou seja, os motivos, que lhes permitem assimilar os procedimentos de reprodução destes conhecimentos por meio das ações de estudo, dirigidas a resolver as tarefas de estudos (recordamos que a tarefa é a unidade do objetivo da ação e as condições para alcançá-lo)<sup>6</sup>.

A importância de o estudante ser sujeito da atividade está relacionada com a possibilidade ativa de apropriação do conhecimento científico e, com isso, a formação do pensamento teórico. É na formação da atividade de aprendizagem que os escolares desenvolvem “as

---

<sup>5</sup> Consideramos importante salientar que, em alguns textos, sobretudo de tradução para a língua inglesa, foi utilizado o termo atividade de aprendizagem como equivalente ao de atividade de estudo. De acordo com o contexto escolar brasileiro, consideramos que o termo atividade de aprendizagem é mais apropriado, sendo assim, também utilizaremos atividade de aprendizagem como equivalente a atividade de estudo. Nas traduções referentes aos escritos de Davídov, manteremos o termo definido pelo autor.

<sup>6</sup> As citações em língua espanhola e inglesa foram traduzidas pelos autores deste texto.

bases da consciência e do pensamento e as capacidades psíquicas a ela vinculadas (reflexão, análises, planificação)” (DAVÍDOV, 1988, p. 176).

Davydov (1982) defende que o tipo de pensamento desenvolvido nos escolares está relacionado com a função da escola e com a sua concepção didática. Esse autor critica a escola tradicional em que o trabalho com os conhecimentos e habilidades reside na dimensão utilitária e empírica, própria da prática cotidiana das pessoas. Desse modo, o pensamento desenvolvido nesse tipo de escola

[...] tem um caráter classificador, catalisador e assegura a orientação da pessoa no sistema de conhecimentos já acumulados sobre as particularidades e traços externos de objetos e fenômenos isolados da natureza e da sociedade. Tal orientação é indispensável para fazeres cotidianos, durante o cumprimento de ações laborais rotineiras, porém é absolutamente insuficiente para assimilar o espírito autêntico da ciência contemporânea e os princípios de uma relação criativa, ativa e de profundo conteúdo face à realidade. (DAVÍDOV, 1987, p. 144)

Ante o exposto, dependendo da teoria que sustenta o ensino, podemos ter diferentes tipos de generalização dos conhecimentos. A generalização constitui o eixo principal na formação do conceito. Dominar um conceito significa “dominar a totalidade de conhecimentos sobre os objetos a que refere ao conceito dado” (DAVYDOV, 1982, p. 31). De acordo com esse autor, ao expressarmos a realidade em forma de conceito, apropriamo-nos do pensamento teórico. Davídov (1988, p. 125) advoga que

O conteúdo do pensamento teórico é a existência mediatizada, refletida, essencial. O pensamento teórico é o processo de idealização de um dos aspectos da atividade objetivo-prática, a reprodução, nela, das formas universais das coisas. Tal reprodução tem lugar na atividade laboral das pessoas como peculiar experimento objetivo-sensorial. Logo, este experimento adquire, cada vez mais, um caráter cognoscitivo, permitindo às pessoas passarem, com o tempo, a realizar os experimentos mentalmente.

A distinção entre pensamento empírico e pensamento teórico também ocupou parte considerável dos trabalhos de Davídov:

A verdadeira realização do princípio do caráter científico está internamente ligada com a mudança do tipo de pensamento, projetada por todo o sistema de ensino, isto é, está vinculada a formação nas crianças, já desde os primeiros graus, das bases do pensamento teórico que estão no fundamento da atitude criativa do homem sobre a realidade. (DAVÍDOV, 1987, p. 150)

Diferente do pensamento empírico que tem caráter externo, imediato, as representações gerais estão ligadas diretamente com a atividade prática, e os dados são obtidos da atividade sensorial das pessoas. No entanto, Davídov (1988, p. 124-125) salienta:

[...] é necessário sublinhar que o fundamento e a fonte de todos os conhecimentos do homem sobre a realidade são as sensações e as percepções, dados sensoriais. Porém, os resultados da atividade dos órgãos dos sentidos do homem são expressos por este em forma verbal, que acumula a experiência de outras pessoas.

Essa limitação da teoria empirista do pensamento no ensino dos conceitos científicos é ressaltada quando a comparamos com as características do conhecimento teórico, encontradas no Quadro 1, o que “significa uma combinação unificada de abstração substancial, generalização e conceitos teóricos” (DAVÍDOV, 1988, p. 3).

**Quadro 1.** Comparação entre conhecimento empírico e conhecimento teórico (adaptado de RUBTSOV, 1996).

Características	Conhecimento empírico	Conhecimento teórico
Elaboração	Comparação dos objetos às suas representações, valorizando-se as propriedades comuns aos objetos.	Análise do papel e da função de certa relação entre as coisas no interior de um sistema.
Tipo de generalização	Generalização formal das propriedades dos objetos que permite situar os objetos específicos no interior de uma dada classe formal.	Forma universal que caracteriza simultaneamente um representante de uma classe e um objeto particular.
Fundamentação	Observação dos objetos.	Transformação dos objetos.
Tipo de representação	Representações concretas do objeto.	Relação entre as propriedades do objeto e as suas ligações internas.
Relações	A propriedade formal comum é análoga às propriedades dos objetos.	Ligação entre o geral e o particular.
Concretização	Seleção de exemplos relativos a certa classe formal.	Transformação do saber em uma teoria desenvolvida por meio de uma dedução e uma explicação.
Forma de expressão	Um termo.	Diferentes sistemas semióticos.

De acordo com Davydov (1982), o conhecimento teórico constitui o objetivo principal da atividade de ensino, pois é por meio de sua aquisição que se estrutura a formação do pensamento teórico e, por consequência, possibilita o desenvolvimento psíquico da criança. Para que a escola cumpra com a sua função – a formação do pensamento teórico – faz-se necessário modificar o tipo de princípios didáticos que rege o ensino. No caso específico do ensino de Matemática, é imprescindível a substituição do ensino memorístico, mecânico, reprodutivo e superficial, por um ensino que se fundamente nos conhecimentos científicos dessa área do saber e que coloque o estudante como sujeito do seu conhecimento. Davydov

(1982) defende que, desde os primeiros anos escolares, o ensino deve estar “direcionado” para a formação do pensamento teórico nas crianças. Desse modo, tanto o conteúdo como os procedimentos metodológicos estarão articulados para que os estudantes se apropriem teoricamente dos conhecimentos matemáticos.

### **Como desenvolver o pensamento teórico-matemático nos estudantes?**

Primeiramente, Davydov (1982) destaca a importância de se mudar a concepção que subsidia o ensino de Matemática. Esse autor apresenta a crítica sobre o ensino dessa disciplina na década de setenta do século XX e, atualmente, passados quase quarenta anos, suas afirmações sobre o ensino na escola tradicional enquadram-se na maioria das escolas brasileiras.

Davydov (1982) apresenta algumas considerações importantes sobre as dificuldades em se ensinar o conceito de número. O ensino desse conceito reduzia-se somente à busca pela solução de determinados tipos de problemas. De um modo geral, para resolver essas questões propostas pelo professor, os estudantes utilizavam metade do tempo destinado aos estudos. Eles simplesmente tinham de identificar o tipo de problema e aplicar o método resolutivo anteriormente assimilado para chegar ao resultado, ou seja, ensinava-se a classificá-lo, ao invés de resolvê-lo. Várias situações similares eram propostas para que os estudantes, por meio da repetição, chegassem à sua resolução. Nessa ótica, aprender significava repetir, memorizar, tendo em vista que a solução do problema dependia apenas de recordar e reproduzir o método resolutivo já conhecido. Nesse modelo, os estudantes resolvem os problemas recordando a solução, e não pensando sobre ela, logo não se desenvolve a faculdade de análise, pois esta tarefa, apesar de sua complexidade, não supera os marcos do pensamento classificante e empírico. Nas palavras de Davydov (1982, p. 155), “[...] os escolares – especialmente os primários – resolvem com inteiro acerto, no fundamental, somente problemas do tipo que eles conhecem e cuja identificação prévia é a premissa fundamental para reproduzir o método resolutivo concreto que antes assimilaram”.

Ao ancorar o ensino de Matemática na memorização e repetição, a perspectiva empirista acaba por limitar o processo de pensamento dos estudantes e, com isso, o desenvolvimento humano. Esse se revela na qualidade dos vínculos do indivíduo com o mundo, no grau de organização das atividades em relação aos seus fins e motivos, bem como no grau de subordinação dessa organização à consciência sobre si e autoconsciência. Acreditamos que o indivíduo que tem a possibilidade de interagir com o mundo matematicamente, utilizando esses conhecimentos como ferramenta do seu pensamento, terá a oportunidade de atingir os princípios gerais que proporcionam o seu desenvolvimento.

Nesse sentido, as condições objetivas devem proporcionar o desenvolvimento das máximas capacidades intelectuais, sendo que o empobrecimento dessas possibilidades limita o desenvolvimento individual. Desse modo, cabe à escola oferecer as condições para que os estudantes se desenvolvam. Uma dessas condições seria a apropriação dos conhecimentos teóricos das diferentes áreas do saber. Segundo Martins (2005, p. 134):

O empobrecimento do universo físico-material e humano que sustenta a construção da individualidade tem como consequência o embo-

tamento da dinâmica do processo de apropriação-objetivação, por onde os limites impostos até mesmo para as apropriações de objetivação genéricas em si tornam-se impeditivos para as apropriações das objetivações genéricas para si e conseqüentemente para a plena humanização do indivíduo.

Martins (2005, p. 135) afirma que saltos qualitativos no processo de personalização ocorrem quando os indivíduos ampliam seu campo de atividade, isto é: “[...] quando passam a ser implementadas ações nas quais a pessoa produz, desenvolve e operacionaliza novas capacidades, aptidões e propriedades individuais a se colocarem a serviço de sua humanização”.

Cremos, então, que um dos elementos essenciais para o desenvolvimento de toda a potencialidade do indivíduo se encontra na apropriação dos conhecimentos matemáticos. Contudo, reiteramos que não é qualquer tipo de conhecimento, mas sim o conhecimento teórico que está representado nas inter-relações entre o interno e o externo, entre a totalidade e a aparência, entre o original e o derivado (DAVYDOV, 1999).

Os limites do ensino da Matemática pautado na lógica formal são apontados por Davydov (1982). Segundo o autor, nessa perspectiva, o material de aprendizagem está organizado de forma que ele seja apropriado pelos aprendizes como resultado da comparação entre fenômenos particulares. O pensamento das crianças deve mover-se da observação das aparências de um objeto para a detecção, nessas aparências, de características de identidade, similaridade ou componentes comuns que são designados por palavras.

Um exemplo dessa situação pode ser encontrado quando abordamos a formação do conceito de número. Como é bem conhecido, para as crianças se familiarizarem com essa noção, são mostrados a elas conjuntos de objetos (tais como, conjuntos de palitos, bolas e carrinhos etc). As crianças observam esses conjuntos, comparam-nos, abstraem os atributos característicos desses conjuntos, extraem as características numéricas idênticas ou comuns e os nomeiam com os signos numéricos ou com palavras numerais. Como resultado disto, temos um conjunto que pode ser como o signo numérico ou palavra numérica dois, outro conjunto, três, e assim por diante.

Entretanto, essa situação somente forma, nas crianças, conceitos empíricos, pois estão centradas nas peculiaridades do concreto.

O trânsito correto e oportuno das crianças desde o apoio na evidência natural até a faculdade de orientação nas relações das próprias grandezas e números (nas “relações abstratas”) é uma condição importante para iniciarem-se no domínio da Matemática. No entanto, na prática, a manutenção excessiva das crianças no nível das representações sobre os objetos reais circundantes e seus conjuntos entorpece a formação dos conceitos genuinamente matemáticos. (DAVYDOV, 1982, p. 156)

Davydov, nesta afirmação, chama a atenção para o método de ascensão do abstrato ao concreto, que é um dos princípios didáticos necessários a uma organização do ensino que possibilite a formação do pensamento teórico. Conforme suas palavras, “[...] é necessário mostrar francamente às crianças a essência abstrata das matemáticas, inculcar-lhes a faculdade de fazer abstrações e de aproveitar sua força teórica” (DAVYDOV, 1982, p. 157).



Para a formação do pensamento teórico, é necessário organizar o ensino de modo que o estudante realize atividades adequadas para a formação desse pensamento. Assim, Davydov defende que se deve partir das teses gerais da área do saber, e não dos casos particulares, buscando-se a célula, a gênese e a essência do conceito. No caso do ensino da Matemática, e mais especificamente da formação do conceito de número, advoga que é preciso “criar nos estudantes uma concepção circunstanciada e válida do número real, na qual se encontra oculto o conceito de grandeza” (DAVYDOV, 1982, p. 431). Esse autor considera os números naturais e os números reais como momentos particulares deste objeto matemático mais geral.

Segundo Vigotski, o movimento no desenvolvimento histórico do conceito do número real segue do particular para o geral. Para esse pesquisador, a ordem genética do desenvolvimento dos conceitos, na idade escolar, consiste no inverso, de “cima para baixo, do geral para o particular e do topo da pirâmide para base” (VIGOTSKI, 2000, p. 165). Um conceito se sobrepõe aos outros e incorpora o mais particular. Isso implica começar, na escola, pelos números reais, e não pelos números naturais, como de costume, pois o número natural, que surge da contagem das unidades naturais, aquelas que se encontram isoladas, é uma particularidade do conceito de número real.

De acordo com Caraça (1984, p. 04), “a ideia de número natural não é um produto puro do pensamento, independe da experiência; os homens não adquiriram primeiro os números para depois contarem; pelo contrário, os números naturais foram se formando lentamente pela prática diária de contagens”. Já o número real é definido por esse autor como o “elemento de separação das duas classes dum corte qualquer no conjunto dos números racionais; se existe um número racional a separar as duas classes, o número real coincidirá com esse número racional; se não existe tal número, o número real dir-se-á irracional” (CARAÇA 1984, p. 60).

Os números racionais, por sua vez, surgiram da necessidade prática da medida. Medir consiste em comparar duas grandezas da mesma espécie. Há uma variedade de unidades de medida, porque há uma variedade de grandezas; o comprimento, a área, o volume, a altura, a massa, o trabalho, a intensidade, a pressão de ar e o valor monetário são algumas das noções que se transformam em quantidades pelo procedimento de medição. Do ponto de vista aritmético, os racionais, segundo Caraça (1984), surgiram da impossibilidade da divisão – nos casos em que o dividendo não é múltiplo do divisor. Medir e contar são operações que realizamos todos os dias. Da realidade prática por meio da medida e da contagem, a humanidade tirou a ideia dos números naturais e racionais, depois tirou todas as consequências dessa ideia: os irracionais, para resolver o problema teórico da medida e, por último, os números relativos para resolver o problema das grandezas que podem ser tomadas em dois sentidos opostos (por exemplo, a temperatura), formando o campo relativo tradicionalmente conhecido como o campo dos reais. Ou seja, “é o número natural, surgindo da necessidade da contagem, o número racional, da medida, o número real, para assegurar a compatibilidade lógica de aquisições diferentes” (CARAÇA, 1984, p. 125).

O número natural e o racional são pré-conceitos, uma abstração de número que tem por base o objeto; já o número real, por ser uma abstração baseada no número, é o próprio conceito. É no conceito (números reais) que todas as operações fundamentais do cálculo são possíveis de serem realizadas. As propriedades formais das sete operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação, divisão, radiciação, logaritmização, e potenciação) constituem o conjunto das leis operatórias do cálculo. As leis operatórias e as propriedades estruturais são

mantidas em todos os campos numéricos, porém, quanto mais particular for o campo numérico, menos operações serão possíveis de serem realizadas. No campo natural, por exemplo, “todas as operações inversas apresentam casos de impossibilidade, por vezes mais frequentes que os de possibilidade” (CARAÇA, 1984, p. 28).

Se as propriedades formais das operações fundamentais formam o conjunto das leis operatórias do cálculo, então não faz sentido abordar, nos primeiros anos do ensino escolar, campos numéricos nos quais a maioria das operações não são possíveis de serem realizadas. Iniciar o ensino do número tomando-se por base a contagem de pequenas coleções de objetos significa orientar o estudante por uma etapa de desenvolvimento já realizada, tornando o ensino ineficaz sob o ponto de vista do desenvolvimento da criança. Na escola, a criança deve aprender o novo, o que ainda não sabe e pode lhe ser acessível por meio da colaboração. Davydov (1982) aponta para o fato de que o ensino escolar deve proporcionar às crianças conceitos genuinamente científicos, desenvolver nelas o pensamento científico e as capacidades para o sucessivo domínio independente do número sempre ascendente de novos conhecimentos científicos.

Do exposto, pode-se inferir que só nos números reais, tomados em sua dinâmica, atividade e movimento, o conceito de número reflete sua verdadeira natureza. A relação do número real com o objeto pressupõe a existência de relação entre os naturais, racionais, irracionais e inteiros, ou seja, um sistema de conceitos. Segundo Vigotski (2000, p. 294), cada conceito deve ser tomado em conjunto da mesma forma que uma “célula deve ser tomada com todas as suas ramificações através das quais ela se entrelaça com o tecido comum”.

Em um determinado momento do processo histórico da Matemática, quando a humanidade só havia desenvolvido os números naturais, seria aceitável despende de algum tempo do trabalho escolar para o ensino-aprendizagem dos mesmos. Mas, hoje, o conceito de número não só foi ampliado e recebeu maior precisão, como também foi renovado como um sistema integral. O conteúdo de uma disciplina não é idêntico à totalidade dos avanços da ciência correspondente, mas é obrigação da educação proporcionar as abstrações e generalizações correspondentes aos parâmetros modernos que escrevem a lógica dialética (DAVYDOV, 1982).

Vejam, por meio de uma ilustração, como se dá o processo de apropriação da noção de número, tendo como base as ideias de Davydov (1982, 1999). Inicialmente, as crianças tomam familiaridade com a noção matemática de quantidade (que pode ser expressa por meio de três diferentes relações simbólicas:  $a = b$ ,  $a < b$  e  $a > b$ ). Desta forma, as crianças são orientadas a compreenderem as relações entre as grandezas e as suas propriedades por meio dos símbolos matemáticos ( $=$ ,  $\neq$ ,  $<$ ,  $>$ ).

Com essa noção, os estudantes podem diretamente comparar valores físicos. Assim, por exemplo, eles podem usar um pequeno pedaço de madeira para fazer a comparação com uma grande tábua de madeira. Segundo Davydov (1982, p.435), “por meio da sua própria atividade objetiva, os estudantes reproduzem a base desse procedimento: a específica operação determinativa da relação múltipla de grandezas, consolidando seu resultado com a ajuda de abstratas unidades verbais”.

No entanto, existem casos nos quais a comparação de quantidades pode ser feita, mas somente de um modo mediado. Por exemplo, numa tarefa, as crianças precisam completar um recipiente com a mesma quantidade de água que está presente em outro vasilhame com formato diferente. Para solucionar essa tarefa, há a necessidade de os estudantes conhecerem o

processo de medir grandezas usando números. Nesse sentido, o professor organiza situações que requeiram deles a realização de mensurações. Desta forma, as crianças compreendem que, para executar tal ação, elas precisam encontrar um meio especial (por exemplo, uma pequena caneca para medir água) e, também, apropriar-se de regras especiais (por exemplo, como completar a caneca com água).

Com a mediação do professor, as crianças deparam-se com um meio de mensuração e, conseqüentemente, se apropriam dos princípios que lhes permitem usar esses meios. Além disso, elas descobrem que a ação de medir representa uma procura pelas múltiplas relações entre as quantidades que resultam em um número particular.

De posse desse conhecimento, as crianças podem escrever, na forma literal, a fórmula geral desta relação, como a seguir:

$$\frac{a}{b} = N$$

a é o valor da medida do objeto; b é o meio de mensuração; N é a múltipla relação como resultado da ação de mensuração representada num número.

Com apropriação da ideia geral que permeia essa representação algébrica, as crianças podem tornar-se aptas a executarem outros tipos de mensurações particulares e a darem significado para os números. Por exemplo, com esses números, elas podem realizar comparações e solucionar tarefas, como a de equiparar o volume da água em recipientes com diferentes formas. Dessa maneira, os números são introduzidos pelo professor como um “caso singular e particular de representação das relações gerais entre grandezas [...]”. O número depende da relação que entranha o procedimento inicial de sua formação”. Assim, é “a orientação de dependência [que] permite à criança deduzir o princípio estrutural da série numérica, operando com uma grandeza qualquer (e uma medida variável)” (DAVYDOV, 1982, p. 434-435).

A ilustração referida é uma breve apresentação de como a noção de número é formada nas crianças com base na compreensão do processo de ascensão do abstrato ao concreto. Esse esquema pode também servir para formar outras concepções matemáticas ou formar, nas crianças, as noções envolvidas em outras matérias escolares, tais como: física, química, geografia (DAVYDOV, 1982).

O principal atributo desses princípios está na ideia de que, primeiro, as crianças implementam a ação de distinguir algumas relações gerais e, só depois disso, tentam encontrar as várias características particulares da relação. Em outras palavras: por meio de suas ações, as crianças traçam as condições nas quais as concepções particulares se originam. Para Davydov (1982, p. 436), “no sistema dado de estudo, a formação nas crianças do conceito de número se reproduz mediante a revelação das condições necessárias para o surgimento do mesmo (ou seja, por meio da generalização essencial)”.

Os resultados desse trabalho nos programas experimentais<sup>7</sup> proporcionaram uma série de vantagens tanto na ordem de qualidade dos conhecimentos quanto no desenvolvimento

---

<sup>7</sup> Programa de ensino experimental realizado com estudantes dos cursos I a VIII da escola soviética, entre os anos de 1960 a 1972. Esse programa foi desenvolvido por uma equipe de psicólogos e pedagogos nas cidades de Moscou, Tula, Jarkov e Dushambe, coordenado pelos pesquisadores Elkonin e Davíдов.

do pensamento; “[...] as crianças que seguem esses programas operam com maior soltura que seus colegas, manejando os dados expressos em forma de raciocínio teórico” (DAVYDOV, 1982, p. 438).

### **A atividade orientadora de ensino como base teórico-metodológica para organização das ações de ensino**

Uma forma de organizar o ensino como atividade, tendo por base teórico-metodológica a atividade orientadora de ensino (AOE), foi defendida por Moura (1992, 1996, 2001, 2004), como segue:

A atividade orientadora de ensino tem uma necessidade: ensinar; tem ações: define o modo ou procedimentos de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; e elege instrumentos auxiliares de ensino: os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco, etc.). E, por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende. (MOURA, 2001, p. 155)

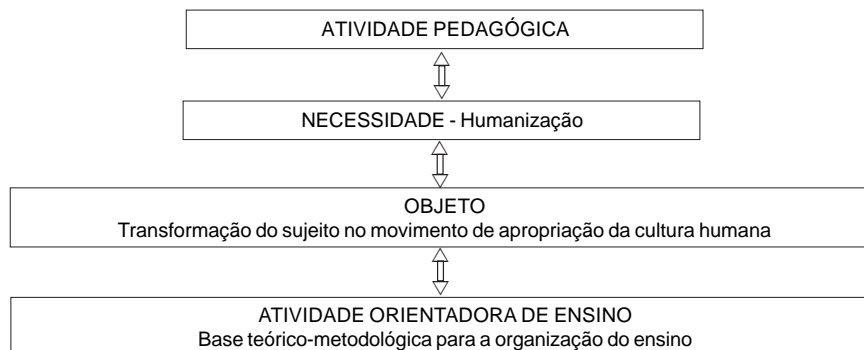
A elaboração das atividades de ensino orientada pelos pressupostos AOE é caracterizada como um ato intencional, “[...] o que imprime uma responsabilidade ímpar aos que organizam o ensino” (MOURA, 2001, p. 146). Dessa forma, a AOE como base teórico-metodológica para a organização do ensino é constituída, especialmente, pela atividade de ensino elaborada pelo professor e a atividade de aprendizagem realizada pelo estudante.

De acordo com os pressupostos da AOE, na relação ensino e aprendizagem, a cultura aparece como algo a ser apropriado e interiorizado pelos indivíduos. Segundo Davídov (1988), a interiorização constitui a transformação da atividade coletiva (experiência social) em uma atividade individual (experiência do indivíduo). Essa transformação é possível por meio da comunicação entre as pessoas.

De modo semelhante, a relação entre atividade coletiva e individual está fundamentada também na tese vigotskiana de que o conhecimento ocorre em um primeiro momento no social (interpessoal) para se transformar em individual (intrapessoal). Essa transformação não é imediata, ao contrário, constitui um longo processo de desenvolvimento. Vigotski (1989, p. 65) esclarece que “a internalização de formas culturais de comportamento envolve a reconstrução da atividade psicológica, tendo como base as operações com signos”.

Vale destacar que a necessidade da atividade pedagógica reside em proporcionar, aos envolvidos no processo educativo, a apropriação da cultura humana como síntese das ações de ensinar e aprender. Na Figura 1, apresentamos um esquema sobre a relação entre a atividade pedagógica e AOE.

No que se refere à concretização da atividade pedagógica com vista à humanização dos indivíduos envolvidos no trabalho educativo, o professor lança mão da AOE como base teórico-metodológica para a organização do ensino, isto é, organização das suas intervenções pedagógicas junto aos escolares.



---

**Figura 1.** Educação como atividade.

Nessa perspectiva, a AOE constitui um modo geral de organização do ensino, em que seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu objeto é a transformação do indivíduo no movimento de apropriação desses conhecimentos. O professor, ao organizar o processo de ensinar, também qualifica seus conhecimentos, por isso a AOE torna-se a unidade de formação do professor e do estudante (MOURA, 1996, 2001).

A atividade de ensino é uma particularidade da atividade pedagógica e esta, uma particular atividade no contexto geral das ações humanas no processo de apropriação dos bens culturais produzidos pelos homens ao longo da história. É importante destacar que, sempre que pensamos sobre a atividade de ensino, precisamos nos reportar a um sistema de atividade, já que uma está correlacionada à outra.

A situação desencadeadora de aprendizagem se forma por meio da objetivação da atividade de ensino, a qual contempla a elaboração da solução coletiva e a gênese do conceito. Para que a aprendizagem se torne significativa, a atividade de ensino deve desencadear a aprendizagem. Pressupõe-se que o professor crie a necessidade, no estudante, de se apropriar dos conhecimentos teóricos. Essa ação do professor na organização da atividade de ensino está de acordo com a defesa de Davydov (1999, p. 4) sobre a elaboração das tarefas de estudos pelos docentes. Ele defende que “ninguém pode forçar o estudante a entrar em atividade de aprendizagem se ele não tem necessidade de fazer isto”. Para nós, a situação desencadeadora de aprendizagem equivale às tarefas de estudos propostas por esse pesquisador, visto que ela é organizada de modo a possibilitar condições para que o objetivo da atividade de ensino seja alcançado.

A situação desencadeadora de aprendizagem deve contemplar a gênese do conceito, ou seja, a sua essência. Desta forma, ela deve ser composta por um problema de aprendizagem, e não um problema prático. A distinção desses dois tipos de problemas foi feita por Rubtsov (1996), o qual afirma que um problema concreto prático busca modos de ação em si, ou seja, a aquisição de uma ação para a resolução de uma situação específica particular; já num

problema de aprendizagem, o estudante se apropria de uma forma de ação geral que se torna base de orientação das ações em diferentes situações que o cercam.

Como exemplo, propomos uma situação desencadeadora de aprendizagem em que a questão a ser resolvida é a seguinte: *Como um pastor pode contar a mesma quantidade de ovelhas utilizando menos pedras?* Nesta questão, o conceito é trabalhado em relação ao seu processo histórico de produção, aproximando o indivíduo de um problema vivido pelo homem na busca do controle de quantidades. Para resolvê-la, será necessário trabalhar com a contagem por agrupamento. Quando o homem começou a agrupar quantidades para o controle da produção de bens, a relação entre significante (objeto que conta) e significado (objeto contado) ficou menor, marcando a importância da posição do significante nesse processo, premissa fundamental para o conceito de valor posicional. Esse problema de aprendizagem contempla, então, a essência do conceito de contagem por agrupamento para o controle de quantidade.

Conforme Moretti (2007), são as necessidades humanas que mobilizam os homens na produção de instrumentos. Foi a necessidade de controlar as quantidades que os fez criarem o sistema de numeração.

[...] compreender a essência das necessidades que moveram a humanidade na busca de soluções que possibilitaram a construção social dos conceitos é parte do movimento de compreensão do próprio conceito. Assim, o aspecto histórico associa-se ao aspecto lógico no processo de conhecimento de um determinado objeto de estudo e é só nessa unidade dialética que o conhecimento desse objeto é possível. (MORETTI, 2007, p. 97)

Partindo desse pressuposto, defendemos que as atividades de ensino devem revelar o processo de produção do conceito, considerando seu aspecto lógico-histórico. No caso do ensino de Matemática, o trabalho nesta perspectiva possibilitará ao professor e ao estudante compreenderem essa ciência como uma produção humana.

Em particular para o ensino de Matemática, é fundamental que a história do conceito permeie a organização das ações do professor de modo que esse possa propor aos seus estudantes problemas desencadeadores que embutem em si a essência do conceito. Isso implica que a história da Matemática que envolve o problema desencadeador não é a história factual, mas sim aquela que está impregnada no conceito ao se considerar que esse conceito objetiva uma necessidade humana colocada historicamente. (MORETTI, 2007, p. 98)

Outro ponto característico da AOE diz respeito à elaboração da atividade de ensino e à solução da situação-problema pelos estudantes, as quais devem ser realizadas na coletividade como forma de transformar as necessidades individuais em coletivas. A nosso ver, isto somente acontece quando possibilitamos, aos indivíduos, situações que exijam o compartilhamento das ações na resolução de uma determinada situação que surge em certo contexto. Nesse sentido, o compartilhamento assume o significado da coordenação das ações indivi-

duais em determinada situação-problema comum aos indivíduos. Essa coordenação passa, portanto, pela identificação das características do objeto, bem como por sua transformação e criação de resultados em comum. Logo, o compartilhamento das ações “se manifesta em uma atividade cognitiva produtiva através de um nível elevado de estruturação da atividade intelectual, e num intensificado da reflexão, do controle e da avaliação” (POLIVANOVA, 1996, p. 151). Desse ponto de vista, as atividades de ensino elaboradas pelos professores tornam-se fonte de produção de conhecimento.

As situações desencadeadoras de aprendizagem podem ser materializadas por meio de diferentes recursos metodológicos. Lanner de Moura e Moura (1997, p. 12-14) destacaram três: jogos, situação emergente do cotidiano e história virtual do conceito.

O jogo com propósito pedagógico pode ser um importante aliado no ensino, já que preserva o caráter de problema. [...] O que devemos considerar é a possibilidade de o jogo colocar a criança diante de uma situação-problema semelhante à vivenciada pelo homem ao lidar com conceitos matemáticos [...]. A problematização de situações emergentes do cotidiano possibilita à prática educativa oportunidade de colocar a criança diante da necessidade de vivenciar solução de problemas significativos para ela [...]. É a história virtual do conceito porque coloca a criança diante de uma situação problema semelhante àquela vivida pelo o homem ao ter que controlar quantidades contínuas e discretas.

Lanner de Moura e Moura (1997) defendem que o problema colocado à criança deve conter grau de desafio e ludicidade para que os estudantes se envolvam na busca de solução e se apropriem significativamente dos conceitos científicos. Assim sendo, o objetivo principal da situação desencadeadora de aprendizagem é provocar a necessidade de apropriação do conceito pelo estudante, de modo que suas ações sejam realizadas na busca da solução do problema mobilizadas pelo motivo real desta atividade - apropriação dos conhecimentos. Destarte, o indivíduo estará vivenciando uma atividade de aprendizagem.

As atividades de ensino elaboradas pelos professores devem oferecer condições para que os estudantes entendam a situação de aprendizagem e realizem ações de aprendizagem. Para tanto, a ação de avaliação constitui parte inerente do planejamento e da execução da atividade, tendo em vista que se realiza no processo de análise e síntese da relação entre a atividade de ensino elaborada pelo professor e a atividade de aprendizagem realizada pelo estudante. As ações de aprendizagem realizadas pelos estudantes constituirão foco da análise do professor para refletir sobre a qualidade da sua ação docente.

Assim, a organização do ensino é uma atividade em que os conhecimentos teóricos constituem seu conteúdo principal. A atividade orientadora de ensino, por sua vez, torna-se o modo geral de organização que contempla a situação coletiva e a gênese do conceito, as quais são objetivadas na situação desencadeadora de aprendizagem. Seu objeto é a transformação dos indivíduos no processo de apropriação dos conhecimentos teóricos. Nesse movimento, o professor, ao organizar o processo de ensinar, também qualifica seus conhecimentos, por isso, a base de organização dessas ações (AOE) constitui a unidade de formação do professor e do estudante.



Acreditamos que as orientações teórico-metodológicas fornecidas pela AOE, cujos pressupostos estão ancorados nas teses da perspectiva histórico-cultural, são fundamentais para a organização do ensino, contribuindo para que a escola cumpra sua função principal, que é a de possibilitar a apropriação dos conhecimentos teóricos pelos estudantes.

Na busca pela concretização desse objetivo, as pesquisas de Bernardes (2000), Cedro (2004) e Sforzi (2003) trazem importantes contribuições para a compreensão dos processos de aprendizagem dos estudantes tendo como base o desenvolvimento de atividades de ensino.

Para compreender como os pressupostos da AOE podem constituir fundamento para a organização das ações do ensino com vista à formação do pensamento teórico nos escolares, analisaremos uma situação desencadeadora de aprendizagem intitulada “Carta Caitité”. Esta situação foi elaborada por Moura como uma forma de trabalhar os conceitos fundamentais de um sistema de numeração com seus estudantes da graduação, na disciplina Metodologia do Ensino de Matemática. Esta tarefa é classificada por Moura (1992; 1996; 2001; 2004; 2006; 2007) como uma história virtual do conceito porque recupera o modo de produção dos conceitos fundamentais de um sistema de numeração e coloca, para o indivíduo que irá solucioná-la, a necessidade de apropriação desses conceitos, como podemos observar a seguir:

luaip, 27 de outubro de 2004

Caros colegas,

*Como vocês sabem, estou em luaip, país maravilhoso, para conhecer os avanços dos seus acadêmicos em Matemática. Já participei do primeiro seminário. O nosso tema foi a descoberta de um sistema de numeração de uma comunidade chamada de Caitité. Os renomados professores Ovatsug e Oigres apresentaram as suas descobertas iniciais baseadas em escritas que parecem representar os bens de um rico senhor daquela comunidade. Os professores disseram que foi possível perceber que as quantidades de um a doze, em ordem crescente, podem ser representadas da seguinte forma: <, +, N, <I, <<, <+, <N, +I, +<, ++, +N, NI. Descobriram também que o povo caitité, embora não muito desenvolvido matematicamente, já tinha um símbolo para o zero: I*

*Os professores mostraram uma inscrição que apresentava a figura de um jegue seguida dos símbolos +N<. Supomos que quem fez esta inscrição estava querendo comunicar o valor do jegue.*

*No próximo seminário pretendemos descobrir a lógica do sistema de numeração dos caitités. Acreditamos que isso poderá trazer grande contribuição para entender a cultura desse povo. Estou enviando-lhes este resumo do que já presenciei porque sei quanto vocês ficarão desafiados para encontrar uma solução geral para o problema que estamos investigando.*

*Peço-lhes que procurem descobrir qual o sistema de numeração dos Caitités, pois isso daria grande prestígio para a nossa academia. Se vocês conseguirem descobrir, escrevam, com os nossos numerais, quanto custa o jegue e escrevam, também, quanto seria 23 e 203 em escrita caitité. Vocês podem mandar a resposta por e-mail. O meu endereço eletrônico aqui é: modmoura@usp.br*

Saudações universitárias

Para que os estudantes resolvam a situação-problema relacionada à lógica do sistema de numeração Caitité, é necessária a busca dos conhecimentos anteriores sobre o sistema de numeração de forma relacional. Como esse conhecimento, que é teórico, não se forma diretamente, a interação entre os pares torna-se imprescindível. Assim, a organização da sala de aula para a solução da situação-problema parte do princípio do resolver com o outro; a troca de ideias entre os pares é condição essencial para se chegar à resposta do problema.



Essa atividade, materializada na situação desencadeadora de aprendizagem, parte do pressuposto teórico da lógica dialética de abordagem do conhecimento, bem como do abstrato (Sistema de Numeração Caitité – SNC) para o concreto (qualquer Sistema de Numeração). Os conceitos de bases, articulados com os de valor posicional, de ordem e de correspondência, são constitutivos do sistema de numeração. Conforme Pototzki (1963 apud DAVYDOV, 1982, p. 402):

[...] a verdadeira compreensão das ideias matemáticas é possível somente na base do conhecimento na sua origem, com base ao conhecimento de suas fontes na realidade viva e em sua problemática que, como resultado da abstração, conduz às teorias matemáticas correspondentes.

A Carta Caitité reúne elementos que dão conta desse processo; a situação desencadeadora de aprendizagem não parte de conhecimentos particulares para se chegar ao conceito de um sistema de numeração. Ao contrário, parte de um sistema elaborado para que os estudantes, por meio de suas ações e operações, descubram os conceitos fundamentais constituintes deste sistema: base, valor posicional, correspondência um a um e ordem dos signos.

Davydov (1982, p. 408-409) afirma que “[...] os estudantes têm de estudar essa conexão do geral com o particular e singular, ou seja, operar com o conceito. A assimilação do material de estudo envolvida pelo conceito dado se efetuará no processo de transição do geral ao singular”. Assim, “[...] na base do conceito se situa uma operação específica, que desde o seu início reproduz certa generalidade”.

### Considerações finais

Observamos que, na situação de aprendizagem exposta na seção anterior, o objetivo é a compreensão da gênese de um sistema de numeração, isto é, da essência desse sistema; já que os signos numéricos não podem ser tomados soltos, é preciso que se estabeleça uma relação com os demais conceitos. Nessa organização, o objetivo é a compreensão, pelo estudante, dos conceitos essenciais de um sistema de numeração.

O pressuposto teórico é o de que os estudantes, ao compreenderem os princípios gerais de um conhecimento, saibam lidar com as variações particulares, com poucas intervenções do outro (professor, formadores, pares mais experientes). Esse pressuposto é um princípio teórico-metodológico da concepção materialista histórica dialética do conhecimento. Davydov (1982, p. 404) afirma que “na formação dos conceitos matemáticos, por exemplo, ‘é mais fecundo iniciar o ensino pelo conhecimento dos conceitos mais gerais’, já que eles facilitam o processo de assimilação, e passar logo ao estudo das particularidades”.

Consideramos que esse aspecto constitui o núcleo de compreensão de um sistema de numeração, pois revela os nexos conceituais que compõem o próprio sistema. Ao generalizarem esses aspectos, os estudantes compreendem a lógica dos demais sistemas de numeração. Todavia, tal conceito não é apropriado diretamente, para tanto é necessária a mediação do companheiro mais experiente, do professor e de instrumentos - por exemplo, o ábaco - e,

ainda, a interação entre os pares. Essas condições são fundamentais na organização do ensino de Matemática como atividade.

As atividades de ensino, ao possibilitarem, aos indivíduos, a apropriação do conhecimento teórico (conceito), proporcionam a formação do pensamento teórico, o que leva ao seu desenvolvimento. Nesse sentido, o pensamento teórico surge como um dos elementos formadores da personalidade. Em outras palavras, o trabalho pedagógico com os estudantes deve ser orientado a formar neles uma posição vital ativa, o que significa desenvolver a necessidade de criar o pensamento teórico como fundamento interno da personalidade humana. Por conseguinte, se o futuro está nas escolas, entendidas como organizações construtoras de conhecimento, é preciso repensar o ensino examinando-se as relações entre a cognição e o contexto e entre a aprendizagem e a produção de conhecimentos. Assim, faz-se necessária uma organização escolar que propicie, ao indivíduo, o desenvolvimento da sua personalidade, na sua expressão mais abrangente.

---

### Referências

- ARAÚJO, E. S. **Da formação e do formar-se: a atividade de aprendizagem docente em uma escola pública**. 2003. 186f. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.
- \_\_\_\_\_. O projecto de Matemática como (des)encadeador da formação docente. In: MIGUEIS, M. R.; AZEVEDO, M. G. (Orgs.). **Educação matemática na infância: abordagens e desafios**. Serzedo: Gailivro, 2007. p. 25-38.
- BERNARDES, M. **As ações na atividade educativa**. 2000. 193f. Dissertação (Mestrado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984.
- CEDRO, W. **O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: o Clube de Matemática**. 2004. 171f. Dissertação (Mestrado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- DAVÍDOV, V. V. Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo. In: SHUARE, M. (Org.). **La Psicología evolutiva y pedagógica em la URSS: antologia**. Moscou: Progreso, 1987. p. 143-142.
- \_\_\_\_\_. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Moscou: Progreso, 1988.
- DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Pueblo y Educación, 1982.
- \_\_\_\_\_. What is real learning activity? In: HEDEGAARD, M.; LOMPSHER, J. (Eds.). **Learning activity and development**. Aarhus: Aarhus University Press, 1999. p. 123-166.

DIAS, M. S. **Formação da imagem conceitual da reta real**: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica. 2007. 252f. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

LANNER DE MOURA, A. R. Movimento conceitual em sala de aula. In: MIGUEIS, M. R.; AZEVEDO, M. G. (Orgs.). **Educação matemática na infância**: abordagens e desafios. Serzedo: Gailivro, 2007. p. 65-84.

\_\_\_\_\_. ; MOURA, M. O. Matemática para educação infantil: conhecer (re) criar – um modo de lidar com as dimensões do mundo. **Escola: Um espaço cultural**, Diadema, v. 1, n. 1, p. 1-25, 1997.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo humano**. São Paulo: Moraes, [197-].

\_\_\_\_\_. **Actividad, consciência, personalidade**. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación, 1983.

\_\_\_\_\_. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento infantil. In: VIGOTSKI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. (Orgs.). **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 7. ed. São Paulo: Ícone, 2001. p. 59-83.

MARTINS, L. M. Psicologia sócio-histórica: o fazer científico. In: ABRANTES, A. A.; SILVA, N. R.; MARTINS, S. T. F. (Orgs.). **Método histórico-social na psicologia social**. Petrópolis: Vozes, 2005. p. 118-138.

MORETTI, V. D. **Professores de matemática em atividade de ensino**: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente. 2007. 206f. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

MOURA, M. O. **A construção do signo numérico em situação de ensino**. 1992. 151f. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

\_\_\_\_\_. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, Rio Claro, v. 2, n. 12. p. 29-43, 1996.

\_\_\_\_\_. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. (Orgs.). **Ensinar a ensinar**. São Paulo: Pioneira, 2001. p. 143-162.

\_\_\_\_\_. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formativa. In: BARBOSA, R. L. **Trajetórias e perspectivas na formação de educadores**. Marília: Editora da Unesp, 2004. p. 257-284.

\_\_\_\_\_. Saberes pedagógicos e saberes específicos: desafios para o ensino de Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 13., 2006, Recife. **Anais...** Recife: UFPE, 2006. p. 489-504.

\_\_\_\_\_. Matemática na infância. In: MIGUEIS, M. R.; AZEVEDO, M. G. (Orgs.). **Educação matemática na infância**: abordagens e desafios. Serzedo: Gailivro, 2007. p. 39-64.

POLIVANOVA, N. Particularidades da solução de um problema combinatório por estudantes em atuação de cooperação. In: GARNIER, C.; BEDNARZ, N.; ULANOVSKAYA, I. (Orgs.). **Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista - escola russa e ocidental**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 151-159.

RUBTSOV, V. A atividade de aprendizagem e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, C.; BEDNARZ, N.; ULANOVSKAYA, I. (Orgs.). **Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista: escola russa e ocidental**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 129-137.

SFORNI, M. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da Teoria da Atividade**. 2003. 166f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

\_\_\_\_\_. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.