



Revista Contabilidade & Finanças - USP

ISSN: 1519-7077

recont@usp.br

Universidade de São Paulo

Brasil

Cardoso, Sérgio; Capelo Júnior, Emílio; Mendonça Spinelli Chagas, Dimitri; Rocha, Alane S.; de Souza Batista, Paulo César  
Pequenas e médias empresas como patrocinadoras de planos previdenciais em entidades fechadas de previdência complementar  
Revista Contabilidade & Finanças - USP, vol. 17, núm. 2, diciembre, 2006, pp. 28-41  
Universidade de São Paulo  
São Paulo, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=257125268003>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica  
Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal  
Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

# PEQUENAS E MÉDIAS EMPRESAS COMO PATROCINADORAS DE PLANOS PREVIDENCIAIS EM ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR\*

## SMALL AND MEDIUM-SIZED COMPANIES SPONSORING SOCIAL SECURITY PLANS IN SUPPLEMENTARY PRIVATE PENSION PLANS

**SÉRGIO CARDOSO**

Professor Coordenador do Curso de Ciências Atuariais  
do Departamento de Administração  
da Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade  
da Universidade Federal do Ceará e Mestrando em Administração no Centro  
de Estudos Sociais Aplicados da Universidade Estadual do Ceará  
E-mail: sergioce@ufc.br

**DIMITRI MENDONÇA SPINELLI CHAGAS**

Bacharel em Atuária pelo Curso de Ciências Atuariais  
do Departamento de Administração  
da Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade  
da Universidade Federal do Ceará  
E-mail: dimitrispinelli@oi.com.br

**EMÍLIO CAPELO JÚNIOR**

Professor e Mestrando em Administração  
no Centro de Estudos Sociais Aplicados  
da Universidade Estadual do Ceará  
E-mail: emiliojunior@terra.com.br

**ALANE S. ROCHA**

Professora Mestre do Curso de Ciências Atuariais  
do Departamento de Administração  
da Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade  
da Universidade Federal do Ceará  
E-mail: alanesiqueira@terra.com.br

**PAULO CÉSAR DE SOUZA BATISTA**

Professor Adjunto do Curso de Mestrado em Administração  
do Centro de Estudos Sociais Aplicados  
da Universidade Estadual do Ceará  
E-mail: pcbatista@terra.com.br

### RESUMO

Este artigo tem como objetivo quantificar o carregamento de contingência sobre as Provisões Matemáticas de Entidades Fechadas de Previdência Complementar – EFPCs, para entidades de diferentes portes, demonstrando, assim, a influência da variável “número de participantes” no nível de carregamento de contingência estipulado. Através de estudo exploratório, com pesquisas bibliográfica e experimental, foram determinadas as taxas de carregamento de contingência para diferentes arranjos previdenciários. Os resultados mostraram que as taxas de carregamento das obrigações das EFPCs são decrescentes com o aumento do tamanho do grupo de seus participantes, considerando-se cada nível de solvência estudado. Constatou-se, ainda, que a necessidade de elevadas taxas de contingência dificultam a constituição de planos em EFPCs por Pequenas e Médias Empresas – PMEs. Por fim, são apresentadas sugestões e alternativas para que as PMEs possam patrocinar planos de previdência em EFPCs: aprimorar, incentivar e difundir arranjos previdenciais flexíveis, operados por EFPCs multipatrocinadas, que recepcionem empregados de distintas origens laborais e de diferentes necessidades previdenciais.

**Palavras-chave:** Fundos de Pensão; Atuária; Finanças; Pequenas e Médias Empresas; Entidades Fechadas de Previdência Complementar; Solvência.

### ABSTRACT

*This study aims to quantify the safety loading on the standard actuarial liability of Brazilian Supplementary Private Pension Plans – EFPCs, for entities of different sizes, thus emphasizing the effect of the “number of insureds” variable on the established level of contingency loading, in view of the desired solvency chance. By means of an exploratory study, including bibliographic and experimental research, safety loading rates were determined for several insurance arrangements. The study results show that the loading rates of EFPC liabilities sharply decrease as the number of insureds increases, for each stipulated solvency level. Moreover, the need for high loading rates pose important difficulties for small and medium firms – PMEs to undertake a private pension plan by themselves. Finally, some alternatives and suggestions are presented in order to permit PMEs to sponsor a pension plan in already functioning EFPCs: improve, stimulate and disseminate flexible pension arrangements, to be operated by multipatrocinated EFPCs, to cover insureds of different sectors and firms and with distinct insurance needs.*

**Keywords:** Pension Fund; Actuarial Science; Finance; Small and Medium Firms; Brazilian Supplementary Private Pension Plan System; Solvency.

Recebido em 10.08.2005 • Aceito em 08.11.2005 • 2ª versão aceita em 15.12.2005

\* Artigo originalmente apresentado no 29º EnANPAD, Brasília-DF, setembro/2005.

## 1 INTRODUÇÃO

As Ciências Atuariais registram uma grande preocupação com a solvência de entidades de pequeno porte, assim consideradas aquelas que apresentam um reduzido número de participantes. Uma entidade de previdência com ativos que fundam apenas o exato montante de suas Provisões Matemáticas tem, usualmente, uma chance de apenas 50% de honrar seus compromissos futuros. Os dirigentes dessas entidades podem, através de um carregamento de contingência sobre as contribuições ou sobre as obrigações esperadas da entidade, obter uma maior chance de adimplência em relação ao pagamento de suas obrigações futuras. Dada a maior variabilidade nas obrigações de um grupo menor, esse nível de carregamento é tanto maior quanto menor o porte da entidade.

Em virtude da afinidade entre as Ciências Atuariais e os temas de Finanças, os estudos nos quais se discute a solvência em entidades previdenciárias, que também é objeto de análise das Ciências Atuarias, se mostram relevantes para a Ciência Administrativa. Constatam-se, contudo, escassas contribuições teóricas e pesquisas empíricas sobre esse assunto.

Para preencher essa lacuna, o presente trabalho foi elaborado tendo como objetivo quantificar o carregamento de contingência sobre as Provisões Matemáticas para diversos portes de entidades previdenciárias, porte esse medido pelo número de seus participantes, pretendendo, assim, demonstrar a influência da variável número de participantes no nível de carregamento de contingência. Com isso, espera-se, ainda, contribuir para a discussão das alternativas para o patrocínio de planos em Entidades Fechadas de Previdência Complementar – EFPCs<sup>1</sup> pelas Pequenas e Médias Empresas – PMEs.

O caminho metodológico escolhido para atingir esse objetivo compreende a utilização de uma técnica estatística de cálculo da taxa de carregamento de contingência para obter-se um dado nível de solvência, com o auxílio de programa computacional desenvolvido especificamente para a aplicação da técnica referida e para a simulação de um plano previdenciário hipotético.

O artigo é desenvolvido em cinco seções, incluindo a introdução na primeira seção e as considerações finais. A segunda seção trata dos procedimentos algébricos de cálculo da esperança, da variância e da margem de contingência do valor das obrigações de uma entidade de previdência, tanto na ótica individual como na ótica agregada, a partir dos conceitos estatísticos das variáveis aleatórias, expondo-se os principais conceitos neles utilizados e ilustrando-os com exemplos simplificados. Nessa seção, é também apresentada a metodologia de teste para a hipótese de normalidade das distribuições utilizadas no estudo.

Em sequência, na terceira seção, é explicada a metodologia geral do trabalho. A quarta seção apresenta os resultados numéricos alcançados. A quinta seção indica sugestões e alternativas para que as PMEs possam patrocinar planos de previdência em EFPC. Por fim, nas considerações finais, os autores do trabalho sublinham os principais achados da investigação e sugerem caminhos para um aprofundamento da análise dessa importante questão.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção, serão abordados, inicialmente, os conceitos relacionados com a solvência em entidades de previdência e, a seguir, é apresentada uma metodologia de cálculo da variabilidade do valor atual das obrigações atuariais de uma entidade pelo método de árvore de distribuição de probabilidade.

### 2.1 Solvência em uma Entidade de Previdência

A solvência de uma entidade previdencial se desdobra em econômica e financeira. A solvência econômica persegue a situação na qual o total dos haveres deve sempre igualar ou superar o total das obrigações, conduzindo, assim, ao surgimento de um equilíbrio ou de um superávit atuarial. Esse, por sua vez, funciona como uma provisão coletiva não comprometida, como um capital próprio da entidade, ferramenta primeira na construção da solvibilidade de qualquer agente securitário.

A solvência financeira, que não é assegurada necessariamente pela solvência econômica, expressa aquela situação em que há sempre disponibilidade de recursos líquidos para os pagamentos correntes das obrigações da entidade. Com um adequado planejamento de liquidez, o disponível é suprido organizadamente com as contribuições regulares do plano e com os retornos programados dos investimentos, principal e rendimentos. Contrariamente, uma estreiteza severa de caixa determinará, ou a liquidação gravosa de ativos, ou a tomada emergencial de empréstimos, a custos compatíveis com a gravidade da crise e com a adequação das garantias.

Na prática atuarial convencional adota-se o método determinístico de avaliação atuarial (DAYKIN, PENTIKÄINEN e PESONEN, 1994). Sob esse método, calcula-se, apenas, o subtotal da esperança do VOA (Valor da Obrigação Atualizada)

1 As Entidades Fechadas de Previdência Complementar são aquelas acessíveis exclusivamente: a) aos empregados de uma empresa ou grupo de empresas e aos servidores da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, entes denominados patrocinadores e b) aos associados ou membros de pessoas jurídicas de caráter profissional, classista ou setorial, denominados instituidores (Lei Complementar 109, Art. 31, 29 maio 2001).

de cada participante integrante de cada um dos diferentes *portfolios* passivos de uma EFPC e reúnem-se esses subtotaís em um só total, apresentando esse grande montante agregado como a expressão do equivalente certo atualizado da obrigação da EFPC, em determinada data e para todo o conjunto de benefícios e de participantes de um plano de previdência.

Como esse cálculo não permite conhecer a distribuição de probabilidade da variável VOAA (Valor da Obrigação Atualizada e Agregada), nem mesmo a variabilidade dessa obrigação, não se tem como estimar o montante adicional de recursos que deverá estar à disposição da Entidade, em acréscimo ao montante já determinado pelas provisões matemáticas convencionais, para conferir à entidade uma chance de solvência maior do que os 50% já estimados com base na presunção de uma distribuição normal simétrica para cada VOA e para o VOAA.

O estudo atuarial em árvore de probabilidade, contudo, é capaz de oferecer os dois primeiros momentos dessas distribuições e outros mais que se queiram conhecer. Dispondo-se do espaço amostral, conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento (STEVENSON, 1981), o vetor das conseqüências econômicas e o vetor das correspondentes probabilidades, tem-se uma grande riqueza de informação que possibilita calcular todos os momentos dessa distribuição e fazer as inferências permitidas pela função massa de probabilidades pertinentes às variáveis aleatórias discretas VOA e VOAA.

## 2.2 Cálculo da Variabilidade do VOA por Árvore de Distribuição de Probabilidade

O estudo de qualquer processo estocástico contendo somente variáveis discretas, mas não necessariamente inteiras, fica facilitado com a construção da árvore de análise probabilística dos eventos nele envolvidos. As árvores de probabilidades conduzem ao espaço amostral de uma variável aleatória discreta real, desvendando a trajetória para se chegar a cada estado – nó folha – e a sua respectiva probabilidade de ocorrência.

Dessa forma, é possível extrair todos os momentos da distribuição de uma variável aleatória discreta real, embora, adiante, sejam equacionados apenas os cálculos para os dois primeiros desses momentos.

Para tanto, por mais complexo que seja o arranjo securitário e por maior que seja a árvore correspondente, essa deve ser sempre única, enfileirando todos os eventos pertinentes, mesmo que esses eventos sejam independentes entre si, sob pena de ter-se uma visão corrompida de seu processo estocástico (CAPELO, 2001).

Dada uma variável aleatória discreta real,  $X$ , sua média, ou expectativa, ou valor esperado,  $E(X)$ , sua variância,  $V(X)$ , e seu desvio-padrão  $\sigma(X)$  são, assim, definidos (BEKMAN, COSTA NETO, 1980):

$$E(X) = \sum_i x_i p(x_i) \quad (01)$$


$$V(X) = \sum_i [(x_i - E(X))^2 p(x_i)] = \sum_i x_i^2 p(x_i) - [E(X)]^2 \quad (02)$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \quad (03)$$

Uma medida útil para a comparação do grau de concentração em torno da média de séries distintas é o coeficiente de variação de Pearson definido por Oliveira (1999):

$$CV(X) = \frac{\sigma(X)}{E(X)} \quad (04)$$

### 2.2.1 O Cálculo Atuarial de um Arranjo de Renda e Seguro a Três Períodos, para um Participante

Na Figura 1 , está mostrada a árvore probabilística representando a variável aleatória VOA dos possíveis estados de compromisso de uma EFPC para um arranjo securitário individual hipotético, composto por uma renda,  $R$ , e por um seguro,  $S$ , ambos temporários por três anos, que se desdobra entre a idade  $x$  e a idade  $x + 3$ , revelando que ao fim de cada ano há um pagamento a fazer, de um seguro, se houver ocorrido a morte, ou de uma renda, se houver ocorrido a sobrevivência do participante.

Capelo (2001) observa que a esperança desse arranjo misto é exatamente igual à soma das esperanças das rendas e dos seguros de vida, se calculados de forma isolada, mas, com a variância não acontece o mesmo, sendo, nesse tipo de arranjo, menor que a soma das variâncias das rendas e dos seguros, indicando que a correlação entre o VOA da renda e o VOA do seguro seja menor que um. Portanto, um *portfolio* de rendas pode funcionar como *hedging* para um *portfolio* de seguros de vida e vice-versa, sobretudo se ambos forem contratados com a mesma cronologia e com o mesmo grupo de pessoas.

Idades				i	Espaço Amostral do VOA	P(VOA <sub>i</sub> )
x	x+1	x+2	x+3			
				0	VOA <sub>0</sub> = VAS <sub>1</sub>	(1 - p <sub>x</sub> )
				1	VOA <sub>1</sub> = VAR <sub>1</sub> + VAS <sub>2</sub>	p <sub>x</sub> · (1 - p <sub>x+1</sub> )
				2	VOA <sub>2</sub> = VAR <sub>1</sub> + VAR <sub>2</sub> + VAS <sub>3</sub>	p <sub>x</sub> · p <sub>x+1</sub> · (1 - p <sub>x+2</sub> )
				3	VOA <sub>3</sub> = VAR <sub>1</sub> + VAR <sub>2</sub> + VAR <sub>3</sub>	p <sub>x</sub> · p <sub>x+1</sub> · p <sub>x+2</sub>

Fonte: Adaptado de Capelo e Rocha (1996:18)

**Figura 1**

Árvore de um Arranjo Hipotético de Renda e Seguro de Vida Temporários, Composto de Três Pagamentos

em que:

- $p_x$  = probabilidade de sobrevivência entre a idade  $x$  e a idade  $x + 1$ ;
- $V$  = Fator de atualização financeira à taxa de juros  $j$ , dado por:  $v = \frac{1}{1+j}$ ;
- $S_k$  = Valor do Seguro  $S$  no instante  $k$ ;
- $R_k$  = Valor da Renda  $R$  no instante  $k$ ;
- $VAS_k$  = Valor Atual de  $S_k$ , atualizado apenas financeiramente, posicionado na idade  $x$ , dado por  $VAS_k = S_k \cdot v^k$ ;
- $VAR_k$  = Valor Atual de  $R_k$ , atualizado apenas financeiramente, posicionado na idade  $x$ , dado por  $VAR_k = R_k \cdot v^k$ ; e
- $VOA_n$  = Valor da Obrigação Atualizada,  $n$ , apenas financeiramente do arranjo.

Supondo-se, no arranjo apresentado na Figura 1, as probabilidades:  $p_x = 90\%$ ,  $p_{x+1} = 70\%$ ,  $p_{x+2} = 40\%$ , o valor da renda,  $R = \$1$ , o valor do seguro,  $S = \$10$ , e a taxa de juros,  $j = 5\%$ , ao período, a árvore de probabilidades desse arranjo está apresentada na Figura 2.

Calculando-se a expectativa, a variância, o desvio-padrão e o coeficiente de variação do VOA, aplicando-se as equações (01), (02), (03) e (04), encontram-se:

$$E(VOA) = 8,31; \quad V(VOA) = 10,61; \quad \sigma(VOA) = 3,26; \quad CV(VOA) = 39,2\%$$

No Gráfico 1, é apresentada a distribuição de probabilidades do VOA.

### 2.2.2 O Cálculo Atuarial de um Arranjo de Renda e Seguro a Três Períodos, para $m$ Participantes

Uma metodologia mais precisa para a quantificação da solvência, considerando, inclusive, a possibilidade da distribuição da variável aleatória não ser normal, é determinar o quantil desejado a partir da exata distribuição de probabilidades da variável aleatória VOAA desvendada por árvore de análise probabilística. No caso da VOAA, o número de elementos do espaço amostral dessa árvore pode ser extremamente elevado, tornando essa tarefa impraticável.

Uma alternativa consiste em desvendar o formato dessa distribuição através de ampla amostragem desse espaço amostral com o emprego de uma simulação computacional utilizando-se a técnica de Monte Carlo. A desvantagem desse método é o erro amostral incorporado nessa técnica de amostragem.

Uma metodologia mais simples para a quantificação da solvência é adotar o procedimento da aproximação normal simétrica utilizando os dois primeiros momentos de uma variável aleatória de distribuição ainda desconhecida para determinar o quantil de solvência desejada.

Nesse caso particular, os valores dos dois primeiros momentos do VOA para  $m$  participantes, o Valor da Obrigação Atualizada e Agregada – VOAA, são dados pelas seguintes equações (HASSET, STEWART, 1999):

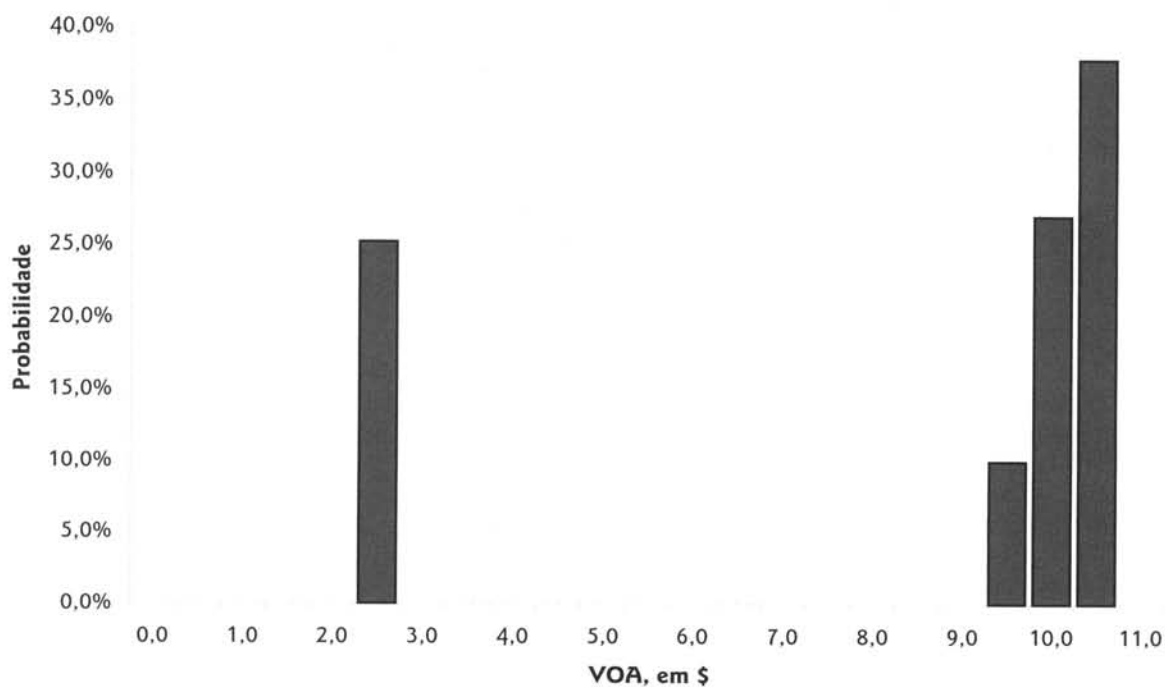
$$E(VOAA) = \sum_{j=1}^m E(VOA)_j \quad (05)$$

Idades				i	Espaço Amostral de VOA	P(VOA i)
x	x+1	x+2	x+3			
				0	VOA <sub>0</sub> = \$ 9,52	0,100
				1	VOA <sub>1</sub> = \$ 10,02	0,270
				2	VOA <sub>2</sub> = \$ 10,50	0,378
				3	VOA <sub>3</sub> = \$ 2,72	0,252

Fonte: Cálculos dos autores

**Figura 2**

Exemplo Numérico: Árvore de um Arranjo Hipotético Individual de Renda e Seguro de Vida Temporários, Composto de Três Pagamentos



Fonte: Cálculos dos autores

**Gráfico 1**

Distribuição de Probabilidade do Valor da Obrigação Atualizada – Exemplo Numérico: Arranjo Hipotético de Renda e Seguro de Vida Temporários, Composto de Três Pagamentos – Distribuição de Probabilidade do Valor da Obrigação Atualizada

$$V(VOAA) = \sum_{j=1}^m V(VOA)_j \quad (06)$$

O desvio-padrão do VOAA é, naturalmente, a raiz quadrada de sua variância:

$$\sigma(VOAA) = \sqrt{V(VOAA)} \quad (07)$$

Aplicando-se as equações (05), (06) e (07) ao arranjo hipotético descrito na seção anterior, considerando-se  $m = 1.000$  participantes, encontram-se:

$$E(VOAA) = 1000 \cdot E(VOA) = 8.312,93$$

$$V(VOAA) = 1000 \cdot V(VOA) = 10.613,94$$

$$\sigma(VOAA) = \sqrt{V(VOAA)} = \sqrt{10.613,94} = 103,02$$

$$CV(VOAA) = \frac{\sigma(VOAA)}{E(VOAA)} = 1,2\%$$

A hipótese de normalidade pode ser averiguada encontrando-se a distribuição da variável VOAA e comparando-a com a distribuição normal. Assim, a partir da distribuição de probabilidade do conjunto de todos os benefícios de cada indivíduo encontrada no caso singelo de um participante, efetua-se uma simulação com uma corrida de tamanho  $k$  tão grande quanto possível, para a produção de um grande número de elementos amostrais da variável “soma” dos resultados de cada participante, buscando-se com isso conhecer os valores monetários das obrigações agregadas e as freqüências de sua ocorrência em intervalos de valores estreitos, desvendando-se, assim, sua distribuição empírica de probabilidades e seus momentos estatísticos de interesse.

De posse das observações da variável aleatória VOAA geradas na simulação, aplica-se o teste de Kolmogorov-Smirnov – KS para aferir a hipótese de sua normalidade. O KS compara a distribuição de freqüência acumulada observada com a freqüência acumulada que ocorreria sob a distribuição teórica, no caso a Normal. Determina-se o ponto em que essas duas distribuições acumuladas – teórica e observada – acusam maior divergência absoluta e investiga-se se essa diferença máxima pode ser atribuída ao acaso. Testa-se, então, a hipótese  $H_0$  de que a distribuição amostral segue a distribuição teórica considerando-se um nível de significância  $\alpha$ .

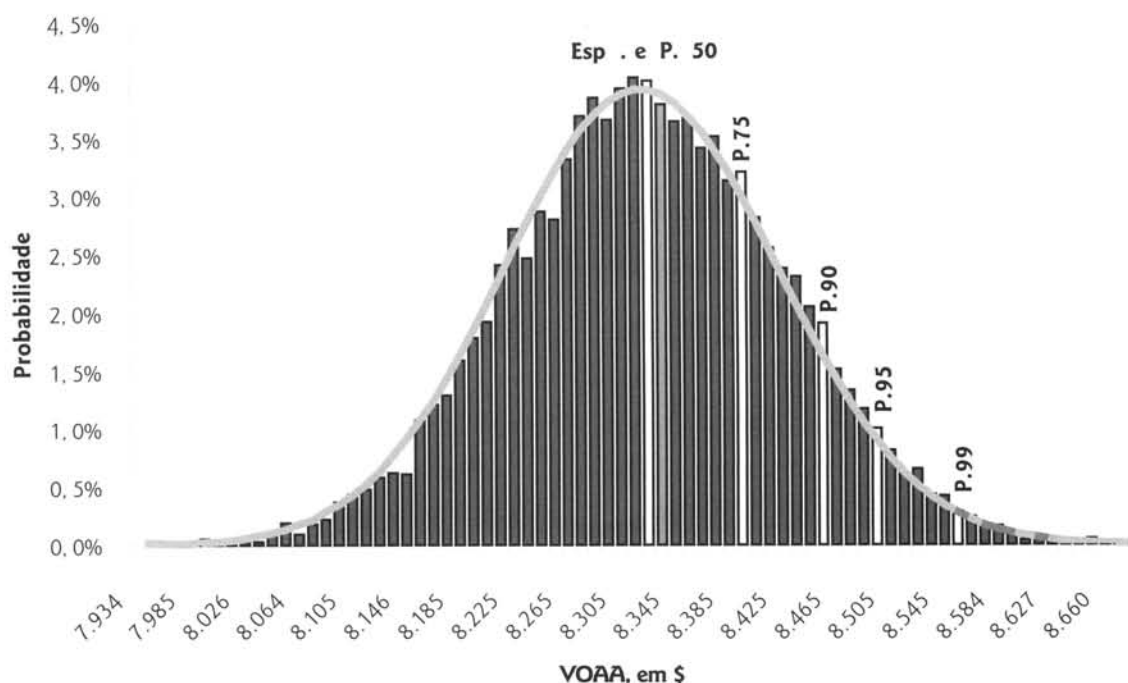
Segundo Bussab e Morettin (2002), sugere-se a rejeição da hipótese  $H_0$  quando o  $p$ -value do teste, probabilidade de se obter uma amostra com estatística pertencente à região crítica, for menor que  $\alpha$ . Sendo pouco verossímil a obtenção de uma amostra da população para a qual  $H_0$  seja verdadeira quanto menor for o  $p$ -value.

Efetuando-se a simulação referida, os resultados são mostrados no Gráfico 2. O resultado do teste K-S indica, para esse caso, um  $p$ -value maior que 0,15, revelando uma situação da não rejeição da condição de normalidade da variável VOAA, hipótese  $H_0$ , ao nível de significância de 5%.

Na Tabela 1, registram-se as taxas de carregamento para 75%, 90%, 95% e 99% da chance de solvência calculada sob a distribuição normal. Observa-se que referida taxa de carregamento varia de um mínimo de 0,83% a um máximo de 2,85%.

O teste de normalidade pode ser dispensado se a variável aleatória em estudo atender aos requisitos do Teorema do Limite Central – TLC. Segundo o enunciado clássico do TLC, tendo-se um conjunto de variáveis aleatórias independentes entre si e identicamente distribuídas – IID, não muito assimétricas, expressas por um tipo qualquer de distribuição, com valores iguais e finitos para a esperança  $\mu_x$  e a variância  $\sigma_x^2$ , então, a distribuição probabilística da soma amostral ou da média amostral padronizada  $Z_{x_n}$ , obtida por extração com reposição e composta por elementos aleatoriamente selecionados a partir dessas variáveis  $X_i$ , tende para a distribuição normal padronizada  $Z$ , à medida que o tamanho  $n$  da amostra cresce para o infinito (DRAKE, 1967).

Como a variável aleatória VOAA, no arranjo em tela, considerando 1.000 um número suficientemente grande, atende a esses três requisitos principais do TLC, pode-se calcular o nível de solvência aplicando-se a técnica de aproximação normal simétrica calcada na hipótese de normalidade dessa distribuição.



Fonte: Cálculos dos autores

**Gráfico 2**

Distribuição de Probabilidade da Variável VOAA, para 10.000 iterações – Distribuição de Probabilidade da Variável VOAA

**Tabela 1** Taxas de Carregamento para 75%, 90%, 95% e 99% de Chance de Solvência sob a Distribuição Normal

Percentil	Taxa de Carregamento
75	0,83%
90	1,57%
95	2,02%
99	2,85%

Fonte: Cálculos dos autores

### 3 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

Metodologicamente, o presente estudo tem caráter exploratório, devido à escassez de literatura sobre o assunto. Os métodos utilizados de pesquisa são o bibliográfico e o experimental. Em sua fase experimental, o trabalho consiste na determinação de um objeto de estudo e na seleção de uma variável capaz de influenciá-lo, definindo-se as formas de controle e observação dos efeitos que a variável produz no objeto (GIL, 1996: 53).

Por meio de cálculos a partir de um programa de computador desenvolvido pelos autores, encontrou-se a taxa de carregamento de contingência sobre as obrigações de uma entidade de previdência, com distintas chances de adimplência, alterando apenas a variável número de participantes, mantendo todas as outras constantes. Foram obtidos, assim, os resultados a serem analisados.

Com a finalidade de se avaliar a influência do tamanho do grupo no agregado das obrigações de uma entidade de previdência, representado pela variável VOAA definida na seção anterior, serão abordadas situações hipotéticas, desenvolvendo-se uma análise em árvore de probabilidades.

As principais características do plano de benefícios e as hipóteses atuariais utilizadas para sua avaliação estão apresentadas no Quadro 1.

Características do Plano de Benefícios		Hipóteses Atuariais	
Base de Cálculo para o Benefício	% sobre Salário	Taxa de Juros Atuarial ao ano	5%
Rol de Benefícios Definidos		Tipo de Plano	Benefício Definido
Aposentadoria Programada	100%	Tábuas Biométricas	
Pensão do Aposentado Programado	70%	Sobrevivência de Válidos	AT83
Pecúlio do Aposentado Programado	10%	Sobrevivência de Inválidos	IAPC Fraca
Aposentadoria por Invalidez	100%	Entrada em Invalidez	IAPB57 Fraca
Pensão do Aposentado Inválido	70%	Método de Custeio	Alocação de Custos, % const. s/salário, idade atingida, individual
Pecúlio do Aposentado Inválido	10%		
Pensão do Ativo	70%		
Pecúlio do Ativo	10%		

Fonte: Dados hipotéticos

**Quadro 1** Características do Plano de Benefícios e Hipóteses Atuariais

O estudo é feito sobre dez situações previdenciais individuais hipotéticas com idades variando entre 20 e 65 anos de participantes ativos e aposentados. As características dessas situações, listadas no Quadro 2, foram escolhidas com a finalidade de dar maior diversidade aos grupos estudados. Para cada uma dessas situações são calculados seus custos normais individuais, considerando-se as características do plano hipotético.

A partir dessas dez situações individuais são formados dez grupos de participantes, mostrados no Quadro 3, representando cada um dos grupos uma EFPC com um determinado número de participantes, mantendo-se a mesma proporção de participantes em cada situação individual para todos os conjuntos e todas as outras características constantes.

A análise desdobra-se em duas vertentes. A primeira delas cuida do desenvolvimento de uma árvore de probabilidades, representando a trajetória previdencial de um só participante, de cada uma das dez situações caracterizadas no Quadro 2, considerando-se suas contribuições e seus benefícios futuros, para se obter a distribuição de probabilidades das possíveis consequências econômicas do espaço amostral de cada uma dessas situações individuais.

Na segunda vertente, será averiguada a influência do tamanho do grupo na variabilidade das obrigações de uma entidade de previdência, analisando-se o seu coeficiente de variação e o fator de carregamento que está associado a determinados percentis de solvência: 75%, 90%, 95% e 99% para cada uma dos dez grupos mostrados no Quadro 3.

O efeito do tamanho do grupo no comportamento da variabilidade das obrigações da EFPC é revelado pela comparação da taxa de carregamento de contingência requerida para cada percentil, em cada um dos conjuntos de participantes.

Essas taxas de carregamento poderiam ser calculadas através de uma distribuição normal, se fosse presumida a hipótese de normalidade dessas distribuições. Porém, duas das exigências do Teorema do Limite Central não são estritamente atendidas nesse caso, a de que as variáveis aleatórias sejam identicamente distribuídas (ID) e a de que o tamanho da amostra tende para o infinito.

Características	Situações Previdenciais Individuais											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J		
Idade de entrada do participante no fundo de pensão em anos	20	25	25	25	25	30	30	35	35	35		
Idade atual do participante	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65		
Condição de participação	Ativo								Aposentado			
Idade de aposentadoria	60											
Salário inicial, em \$, índice	13,00											
Salário final, em \$, índice	39,00											
Equação salarial	Linear de 1 para 3											
Dependente	Cônjuge de mesma idade; vivo na idade de avaliação da montagem da árvore do participante e não sendo substituído, esse cônjuge, no tempo futuro se por acaso este vier a falecer.											

Fonte: Dados hipotéticos dos autores

**Quadro 2** Características das Situações Previdenciais Individuais

Grupos	Situações Previdenciais Individuais										Total
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1	15	13	9	4	3	2	1	1	1	1	50
2	30	26	18	8	6	4	2	2	2	2	100
3	75	65	45	20	15	10	5	5	5	5	250
4	150	130	90	40	30	20	10	10	10	10	500
5	225	195	135	60	45	30	15	15	15	15	750
6	300	260	180	80	60	40	20	20	20	20	1.000
7	450	390	270	120	90	60	30	30	30	30	1.500
8	750	650	450	200	150	100	50	50	50	50	2.500
9	1.500	1.300	900	400	300	200	100	100	100	100	5.000
10	3.000	2.600	1.800	800	600	400	200	200	200	200	10.000

Fonte: Dados hipotéticos dos autores

### ■ Quadro 3 ■ Quantidade de Participantes por Grupo de Participantes

Contudo, se as condições impostas pelo TLC não forem completamente satisfeitas, é necessário investigar a hipótese de normalidade da variável aleatória. Afortunadamente, o TLC admite relaxamento para a restrição ID, quando algumas poucas distribuições discrepantes não dominam a soma e a média amostrais e o tamanho da amostra é muito grande, sendo a independência e a assimetria restrições passíveis de relaxamento somente sob condições muito especiais (HOSSACK, 1992).

Assim, através do processo de Simulação de Monte Carlo, uma corrida com 10.000 iterações a partir das distribuições calculadas para cada situação individual, são desvendadas as distribuições de probabilidades da variável valor agregado das obrigações de uma entidade de previdência para cada um dos dez grupos formados. A hipótese de normalidade da distribuição de cada grupo é testada através do teste de Kolmogorov-Smirnov – KS, analisando-se se as restrições ID e o tamanho da amostra tendem ao infinito podem, ou não, ser relaxadas. Ressalte-se que, confirmando-se a hipótese de normalidade dessas distribuições, os níveis de carregamento de solvência poderão ser encontrados de forma mais simples, sem a necessidade do complexo e demorado cálculo da distribuição de probabilidades da variável VOAA para cada entidade.

A partir da comparação dos resultados encontrados, é feita uma análise sobre a influência do número de participantes no nível de carregamento de contingência de uma EFPC, com distintas chances de adimplência.

Por fim, são apresentadas alternativas e sugestões para que empresas de pequeno porte possam patrocinar planos de previdência em EFPC para seus empregados.



## 4 RESULTADOS ENCONTRADOS

Os resultados da análise, para cada grupo de participantes, composto segundo a combinação de situações previdenciais individuais antes enunciadas, são comparados em seqüência, para que se avalie o efeito do tamanho do grupo sobre o fator de contingência em uma entidade de previdência.

Na Tabela 2 ●, registram-se quatro medidas da variável VOA para cada uma das situações previdenciais individuais componentes dos grupos sob análise: a sua esperança, a probabilidade de solvência dada pela esperança, o seu desvio-padrão e seu coeficiente de variação, CV. Observa-se que o intervalo dos indicadores de variabilidade da VOA, medidos pelo CV, é bastante amplo, variando entre 17% e 156%, evidenciando que as características que as diferenciam, idade de entrada e idade atual, são determinantes importantes da variabilidade das obrigações com esses indivíduos.

Note-se, na Tabela 2, que as esperanças para as situações previdenciais individuais A e B são nulas, uma vez que para esses indivíduos, por estarem no momento de seu ingresso no plano, o valor esperado de suas contribuições futuras é igual ao valor esperado de seus benefícios futuros.

A partir das distribuições de probabilidade individuais da variável VOA, encontram-se, através do processo de simulação com uma corrida de 10.000 iterações, as distribuições da variável agregada VOAA para todos os conjuntos de participantes.

No Gráfico 3 ●, registra-se o caso particular do Grupo 1, composto por 50 participantes. Nesse gráfico estão mostradas a distribuição normal, com média e variância obtidas a partir das equações (05) e (06), e a distribuição da VOAA obtida por

simulação. No histograma, são destacadas cinco barras. A primeira delas representa a esperança e também, nesse caso, o percentil 50. As demais indicam os percentis 75%, 90%, 95% e 99%.

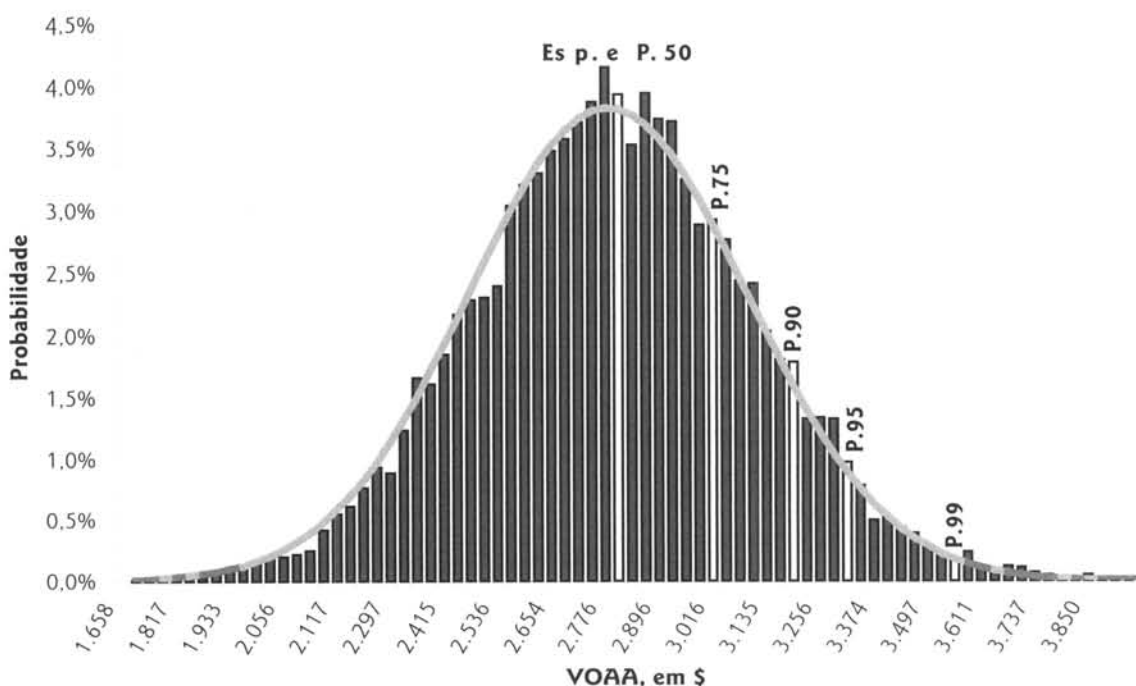
Na Tabela 3, vêm-se, para a distribuição normal, para o conjunto composto por 50 participantes, sua esperança, seu desvio-padrão, seu coeficiente de variação e o *p-value* do teste K-S de normalidade da distribuição simulada. Em seguida, na Tabela 4, são mostrados os carregamentos de contingência, para a distribuição normal, para os percentis 50, 75, 90, 95 e 99%.

O teste K-S indicou um *p-value* maior que 0,15 para todos os grupos sob análise demonstrando uma excelente aderência da distribuição da variável VOAA à normal. Assim, a hipótese de normalidade das variáveis VOAA encontradas, para um nível de significância de 15%, não pôde ser rejeitada, nem mesmo para os conjuntos menores, aqueles com 50 e 100 participantes. Admitindo-se a normalidade das distribuições de VOAA, obtêm-se, a partir da distribuição normal, os correspondentes índices de carregamento, abandonando-se, com vistas a evitar erros de amostragem, as distribuições simuladas.

**Tabela 2** Estatísticas da VOA por Situações Previdenciais Individuais

Medida	Esperanças e Desvios-Padrão em \$									
	Situações Previdenciais Individuais									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Esperança	-	-	25,51	62,18	112,41	153,57	246,67	353,78	543,86	492,80
Prob. Esperança	84,9%	77,8%	78,4%	60,1%	55,3%	50,6%	52,2%	44,6%	43,7%	45,5%
Desvio-Padrão	32,07	35,00	39,78	44,98	50,89	57,77	65,94	77,65	92,03	101,39
Coeficiente de Variação	N/A	N/A	155,9%	72,3%	45,3%	37,6%	26,7%	21,9%	16,9%	20,6%

Fonte: Cálculos dos autores



Fonte: Cálculos dos autores (figura gerada por programa de computador por eles desenvolvido)

**Gráfico 3** Distribuição de Probabilidade e Estatísticas da VOAA para o Grupo 1 com 50 Participantes e 10.000 iterações

**Tabela 3** Estatísticas da VOAA, para a Distribuição Normal, por Grupo de Participantes

Medida	Esperanças e Desvios-Padrão em \$ divididos por 100									
	Número de Participantes									
	50	100	250	500	750	1.000	1.500	2.500	5.000	10.000
Esperança	27,60	55,20	137,99	275,93	413,97	551,96	827,95	1.379,91	2.759,82	5.519,64
Prob. Esperança	50,0%	50,0%	50,0%	50,0%	50,0%	50,0%	50,0%	50,0%	50,0%	50,0%
Desvio-Padrão	3,12	4,41	6,97	5,86	12,08	13,95	17,08	22,05	31,19	44,10
Coefficiente de Variação	11,3%	8,0%	5,1%	3,6%	2,9%	2,5%	2,1%	1,6%	1,1%	0,8%
K-S, p-value	> 0,15	> 0,15	> 0,15	> 0,15	> 0,15	> 0,15	> 0,15	> 0,15	> 0,15	> 0,15

Fonte: Cálculos dos autores

Na Tabela 3, encontra-se, para a VOAA de cada grupo de participantes a sua esperança, a probabilidade de solvência dada pela esperança, seu desvio-padrão e seu coeficiente de variação, CV. Pela observação do comportamento do indicador de dispersão, CV, constata-se uma visível diminuição da variabilidade da VOAA, com o aumento do número de participantes. Essa redução é fácil de ser entendida, observando-se as o seguinte procedimento algébrico:

$$E(VOAA_{m \cdot n}) = n \cdot E(VOAA_m)$$

$$V(VOAA_{m \cdot n}) = n \cdot V(VOAA_m)$$

$$\sigma(VOAA_{m \cdot n}) = \sqrt{n \cdot V(VOAA_m)} = \sqrt{n} \cdot \sigma(VOAA_m)$$

em que:  $m$  é o tamanho do conjunto menor e  $n$  é o múltiplo que transforma o conjunto menor no conjunto maior.

Note-se que, enquanto a esperança é multiplicada por  $n$ , o desvio é multiplicado pela raiz de  $n$ . Assim, partindo-se das estatísticas do conjunto menor, de cem participantes,  $E(VOAA_{100}) = 55,20$  e  $\sigma(VOAA_{100}) = 4,41$ , as estatísticas da VOAA do conjunto maior, de mil participantes, resultam em  $E(VOAA_{1000}) = 551,96 = 55,20 \times 10$  e  $\sigma(VOAA_{1000}) = 113,95 = 4,41 \times \sqrt{10}$ .

Vê-se, pois, que as taxas de carregamento das obrigações da entidade para com os conjuntos em estudo, mostrados na Tabela 4, são decrescentes com o aumento do tamanho do grupo, considerando-se cada nível de solvência estudado. Para grupos muito pequenos, de 50 e 100 participantes, por exemplo, os carregamentos de contingência, considerando-se, apenas, os percentis acima de 90%, resultaram em dois dígitos, entre 10,2% e 26,3%. No caso do grupo com 50 participantes, a taxa de carregamento de contingência sobre suas obrigações é de 18,6% para 95% de solvência, e é de 26,3%, para 99% de solvência. Essas elevadas taxas de contingência dificultam a constituição de planos com pequeno número de participantes. As taxas de carregamento, para o caso da distribuição normal, estão listadas na Tabela 4 e plotadas no Gráfico 4.

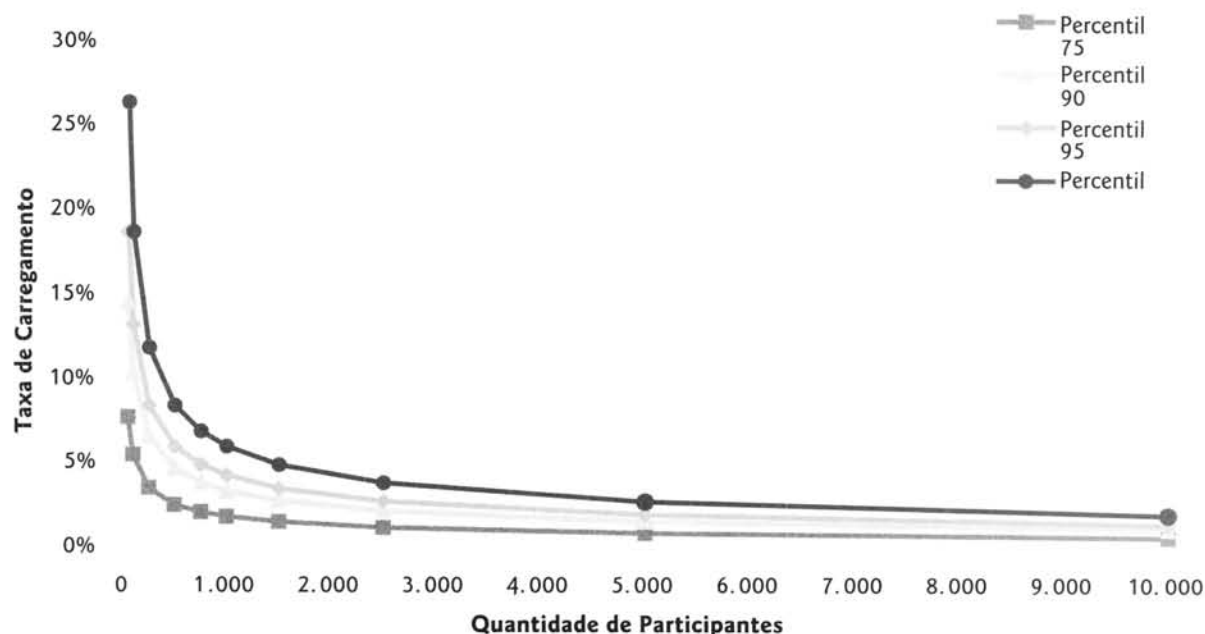
De outra forma, a entidade pode atingir o mesmo nível desejado de solvência, combinando taxas de carregamento sobre suas obrigações e sobre suas contribuições futuras, mas essa alternativa não foi explorada neste estudo.

Ressalte-se que entidades com pequeno número de participantes têm, ainda, uma outra importante dificuldade, também explorada neste estudo, relativa às despesas administrativas, o que contribui adicionalmente para impedir a sua adoção por potenciais patrocinadores.

**Tabela 4** Taxas de Carregamento para 75%, 90%, 95% e 99% de Chance de Solvência sob a Distribuição Normal versus Tamanho do Grupo de Participantes

Percentil	Número de Participantes									
	50	100	250	500	750	1.000	1.500	2.500	5.000	10.000
75	7,6%	5,4%	3,4%	2,4%	2,0%	1,7%	1,4%	1,1%	0,8%	0,5%
90	14,5%	10,2%	6,5%	4,6%	3,7%	3,2%	2,6%	2,1%	1,5%	1,0%
95	18,6%	13,1%	8,3%	5,9%	4,8%	4,2%	3,4%	2,6%	1,9%	1,3%
99	26,3%	18,6%	11,8%	8,3%	6,8%	5,9%	4,8%	3,7%	2,6%	1,9%

Fonte: Cálculos dos autores



Fonte: Cálculos dos autores

**Gráfico 4** Taxas de Carregamento para 75%, 90%, 95% e 99% de chance de solvência versus tamanho do grupo de participantes

## 5 ALTERNATIVAS E SUGESTÕES

Uma alternativa para se tentar diminuir a variabilidade das obrigações nesse tipo de entidade, diminuindo, assim, a taxa de carregamento de contingência, seria a de transferir os benefícios de risco, aqueles decorrentes da morte e da invalidez do ativo, em tese os de maior variabilidade, para uma outra instituição<sup>2</sup>. Porém, aplicando-se essa alternativa para o caso do grupo com 50 participantes, retirando-se os benefícios de risco da fase laborativa, o carregamento de contingência, em vez de se reduzir, se eleva de 18,59% para 22,17%, considerando o mesmo nível de solvência de 95%, frustrando, assim, o objetivo intencionado.

Esse fenômeno é observado também nos *portfolios* ativos, como afirmam Ross, Westerfield e Jaffe (2002, p. 220): “a variância da taxa de retorno de uma carteira composta por muitos títulos depende mais das covariâncias entre os retornos dos títulos individuais do que das variâncias dos retornos desses títulos”. Assim, como os benefícios de risco são negativamente correlacionados com os benefícios programados – porquanto o pagamento de benefícios do primeiro grupo implica o não pagamento de benefícios do segundo grupo, obtém-se uma menor variabilidade das obrigações de uma entidade de previdência, mantendo-se, na sua carteira de benefícios, o conjunto desses dois tipos de benefícios.

Duas possíveis alternativas para a implementação de programa de previdência complementar em empresas de pequeno porte residiriam na contratação de planos de previdência complementar aberta ou na adesão a entidades fechadas multipatrocinadas. Na primeira alternativa, as também elevadas taxas de administração, comumente observadas no mercado de previdência aberta, podem inibir a sua adoção.

Na segunda alternativa, da adesão a entidades fechadas, empresas de diversos tamanhos, sejam pequenas, médias ou grandes, aderem a um determinado plano de uma entidade multipatrocinada de porte expressivo, constituindo, assim, um único *portfolio* passivo suportado por um único *portfolio* ativo, para proteção previdenciária complementar de seus empregados. Com isso, obtém-se uma interessante combinação de vantagens: uma modesta taxa de administração comum a uma EFPC de grande porte e uma redução da variabilidade nas obrigações, propiciadas pelo tamanho do grupo. Porém, a desvantagem dessa alternativa é a escassa oferta de planos desse tipo, usualmente limitados a empresas que façam parte de um mesmo conglomerado empresarial.

<sup>2</sup> A legislação em vigor permite, para planos de Contribuição Definida, a contratação de seguro dos riscos atuariais decorrentes da concessão de benefícios devidos em razão de invalidez e morte de participantes dos planos de benefícios operados pelas EFPC, mas veda que os pagamentos de benefícios sejam feitos diretamente pela seguradora aos participantes (Resolução CGPC nº 10, de 30 mar. 2004).

Essa dificuldade pode ser superada através de aliança entre PMEs na constituição de EFPC com possibilidade de patrocínio de planos flexíveis o bastante para recepcionar empregados de distintas origens laborais e de diferentes necessidades previdenciais.

Outra característica desejável desses planos é a impossibilidade de surgimento de déficits atuariais. Pode-se constituir um plano em que todos os seus *portfolios*, individuais e coletivos, sejam avaliados em quotas. A quota absorveria todos os riscos da EFPC, inclusive o biométrico e o de mercado, possibilitando um plano com benefícios de renda vitalícios sem a possibilidade de surgimento de déficits atuariais.

Através do aprimoramento, incentivo e difusão de arranjos previdenciais desse tipo, poder-se-ia inserir na previdência privada complementar um expressivo contingente de empregados de pequenas e médias empresas que, pelo tamanho de seu grupo, não têm condições apropriadas de participar, hoje, no Brasil, do instituto da Previdência Complementar Fechada.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A mensuração da variabilidade das obrigações de uma EFPC é uma necessidade importante para entidades de qualquer porte. Como destacado neste estudo, uma entidade de previdência com ativos que fundam, apenas, o exato montante de suas Provisões Matemáticas tem, usualmente, uma chance de apenas 50% de honrar seus compromissos futuros. Dessa forma, a metodologia de cálculo da variabilidade das obrigações previdenciais de uma entidade, aqui apresentada, tem aplicação generalizada nas instituições da espécie.

Como principais resultados desse estudo, encontram-se: a) a percepção de que as taxas de carregamento das obrigações da entidade para com os conjuntos em estudo são decrescentes com o aumento do tamanho do grupo, considerando-se cada nível de solvência estudado; b) a constatação de que as elevadas taxas de contingência certamente dificultam a constituição de planos em EFPCs por PMEs e c) a demonstração de que a alternativa para se tentar diminuir a variabilidade das obrigações nesse tipo de entidade através da transferência dos benefícios de risco para uma outra instituição não se aplica a arranjos previdenciais.

Por fim, apresentaram-se sugestões e alternativas para que PMEs possam patrocinar planos de previdência em EFPC: aprimorar, incentivar e difundir arranjos previdenciais flexíveis o bastante para recepcionar empregados de distintas origens laborais e de diferentes necessidades previdenciais, através de arranjos entre PMEs, para ser operado por EFPCs multipatrocinadas.

Com esse tipo de plano, poder-se-ia inserir na previdência privada complementar um expressivo contingente de empregados de pequenas e médias empresas que, pelo tamanho de seu grupo, não têm condições apropriadas de participar, hoje, no Brasil, do instituto da Previdência Complementar Fechada. Em face disso, estudos acadêmicos sobre essa questão tornam-se, além de uma contribuição significativa para a pesquisa científica, de grande relevância para o bem-estar da sociedade brasileira.

Os resultados alcançados por este trabalho não estão livres de questionamentos, mas os objetivos a que se propôs foram integralmente cumpridos, nada obstante comportar, ainda, desdobramentos e aprimoramentos. O risco biométrico, por ser aquele mais relacionado com a variável tamanho do grupo, foi a única fonte de risco analisada de inadimplência das obrigações de uma EFPC. Omitiu-se, por exemplo, o estudo dos riscos de mercado, aquele que opera sobre os haveres do plano, impactando, para mais ou para menos, nos frutos dos investimentos que recepcionam as poupanças dos participantes e que constroem a pecúnia garantidora dessas obrigações. Isso se apresenta como uma das limitações do estudo.

Também não foram exploradas outras concepções de plano de benefício, notadamente os da modalidade de Contribuição Definida que, dependendo de sua arquitetura, podem transferir os riscos, biométricos, de mercado, de inflação e outros mais, no todo ou em parte, para o grupo de participantes, dando, através do instituto da quota de participação, uma maior estabilidade ao funcionamento do plano. As sugestões aqui apresentadas, porém, podem ser aplicadas a planos com essa modalidade.

## Referências Bibliográficas

- BEKMAN, Oto Ruprecht; COSTA NETO; Pedro Luiz de Oliveira. *Análise estatística da decisão*. São Paulo: Edgard Blücher, 1980.
- BRASIL. Congresso Nacional. *Lei Complementar 109 de 29 de maio de 2001*. Diário Oficial da União – DOU, Poder Executivo, Brasília, DF, 30 de maio de 2001. Disponível em: <[http://www.mpas.gov.br/docs/lc109\\_SPC.pdf](http://www.mpas.gov.br/docs/lc109_SPC.pdf)>. Acesso em: 21 abr. 2004.
- \_\_\_\_\_. Plenário do Conselho de Gestão da Previdência Complementar – CGPC. *Resolução CGPC n. 10 de 30 de março de 2004*. Disponível em: <[http://www.mpas.gov.br/docs/resolucao10\\_04\\_spc.pdf](http://www.mpas.gov.br/docs/resolucao10_04_spc.pdf)>. Acesso em: 21 abr. 2004.
- BUSSAB, Wilton de O.; MORETTIN, Pedro A.. *Estatística básica*. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2002.

CAPELO, Emílio Recamonde. Modelos de financiamento e estudos atuariais da Previdência Social. In: BRASIL. Ministério da Previdência e Assistência Social. *Reunião especializada, técnicas atuariais e gestão financeira*. Brasília: MPAS/SPS, 2001. Coleção Previdência Social, Série Debates, v. 10: 113-139 p.

\_\_\_\_\_; ROCHA, Alane Siqueira. *Cálculo da cobertura de reservas de portfólios de rendas e de pecúlios, com predeterminada probabilidade de solvência*. São Paulo: s.ed., 1996. (Mimeo)

DAYKIN, C. D.; PENTIKÄINEN, T.; PESONEN, M.. *Practical risk theory for actuaries*. London: Chapman & Hall, 1994.

DRAKE, Alvin W.. *Fundamentals of applied probability theory*. New York: McGraw-Hill, 1967.

GIL, Antônio Carlos. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1996.

HASSET, Matthew J.; STEWART, Donald G.. *Probability for risk management*. Winsted: Actex Publication, 1999.

HOSSACK, I. B.; POLLARD, J. H.; ZEHNWIRTH, B. Z.. *Introductory statistics with applications in general insurance*. Cambridge: University Press Cambridge, 1992.

OLIVEIRA, Francisco Estevam Martins de. *Estatística e probabilidade: exercícios resolvidos e propostos*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

ROSS, Steven A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JAFFE, Jeffrey F.. *Administração financeira*. Tradução : Antônio Zoratto Sanvicente. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

## NOTA – Endereço dos autores

Universidade Federal do Ceará  
Caixa Postal 6025 – Campus do Pici  
Fortaleza – CE  
60455-970

Universidade Estadual do Ceará  
Av. Paranjana, 1700 - Campus do Itaperi  
Serrilha – Fortaleza –CE  
60740-000