



Escritos de Psicología - Psychological Writings
ISSN: 1138-2635
comitederedaccion@escritosdepsicologia.es
Universidad de Málaga
España

Arnau, Jaume; Bono, Roser
Estudios longitudinales. Modelos de diseño y análisis
Escritos de Psicología - Psychological Writings, vol. 2, núm. 1, diciembre, 2008, pp. 32-41
Universidad de Málaga
Málaga, España

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=271020194005>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org



Escritos de Psicología

2008, 2-I: 32-41

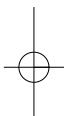
32

ESTUDIOS *LONGITUDINAL* LONGITUDINALES. *STUDIES.* MODELOS DE *DESING AND* *DISEÑO Y ANALYSIS* *ANÁLISIS MODELS*

Jaume Arnau y Roser Bono

Facultad de Psicología. Universidad de Barcelona

e-mail: jarnau@ub.edu



Resumen Los modelos que tradicionalmente se han utilizado en el análisis de datos de medidas repetidas son de carácter lineal y siguen el enfoque basado en el análisis de la variancia. Su principal desventaja es que debe disponerse de datos balanceados lo que, en contextos aplicados, es difícil de conseguir. Por esto, se han desarrollado modelos alternativos como el estudio de curvas de crecimiento, del que se han derivado gran cantidad de métodos. Todos estos métodos, además de modelar la variancia entre e intra individuos, no requieren datos balanceados. En la actualidad, se aplican los modelos lineales mixtos como una alternativa global de análisis. Los modelos mixtos estiman tanto los valores esperados de las observaciones (efectos fijos) como las variancias y covariancias de las observaciones (efectos aleatorios). Lo que distingue, por tanto, al modelo lineal mixto del modelo lineal general, es el cálculo de los parámetros de covariancia que permiten analizar datos de carácter longitudinal (correlacionados, incompletos y con intervalos entre observaciones no constantes).

Palabras clave Diseños de medidas repetidas, datos longitudinales, ANOVA de medidas repetidas, MANOVA, GMANOVA, modelo lineal mixto.

Abstract The models that traditionally have been used to analyse repeated measure data are linear and follow an approach based on analysis of variance. Their main drawback is that they require balanced data, something that is difficult to achieve in applied contexts. Therefore, alternative models such as the study of growth curves have been developed, which in turn have been used to derive a large number of methods. These methods model both between- and within-individual variation and do not require balanced data. Today, linear mixed models are applied as a general analytical alternative. Mixed models estimate both the expected values of observations (fixed effects) and the variances and covariances of the observations (random effects). So what distinguishes the linear mixed model from the general linear model is the calculation of covariance parameters which allow the analysis of longitudinal data (correlated, incomplete, and with non-constant intervals between observations).

Key words Repeated measures designs, longitudinal data, repeated measures ANOVA, MANOVA, GMANOVA, linear mixed model.

ESTUDIOS LONGITUDINALES DE MEDIDAS REPETIDAS. MODELOS DE DISEÑO Y ANÁLISIS / JAUME ARNAU Y ROSER BONO

Los estudios donde están presentes medidas repetidas de las mismas unidades de observación han concitado, desde la perspectiva metodológico-estadística, la atención de los investigadores. Esta clase de estudios tiene por característica principal la observación, de forma secuenciada, de la misma variable dependiente, ya sea en función de tratamientos distintos o en función del tiempo. Sobre la relevancia de los diseños de medidas repetidas, Edgington (1974), con base a un trabajo de tabulación sobre los métodos estadísticos utilizados en las revistas del APA (American Psychology Association), concluye que estos diseños son los más populares en investigación conductual. Cabe destacar, de otra parte, que la técnica de medidas repetidas ha estado fuertemente vinculada a los diseños de carácter longitudinal, cuyo auge y gran aceptación ocurre en las décadas de los setenta y ochenta (Nesselroade y Baltes, 1979; Wall y Williams, 1970).

Nótese que la técnica de medidas repetidas ha sido utilizada tradicionalmente, en psicología y educación, dentro del contexto experimental. Una de las estructuras más simples es aquella que repite medidas de los mismos sujetos bajo cada condición de tratamiento. En este caso, la variable de medidas repetidas es conocida por variable intrasujeto. Es frecuente, también, incorporar un factor de agrupación en el estudio, de modo que se forman varios grupos cuyos sujetos son expuestos a todos los niveles de la variable intra. Este enfoque fue originalmente utilizado en investigación agrícola con el plan de trabajo split-plot y, posteriormente, fue introducido en ciencias de la conducta. Lindquist (1953) utilizó los diseños split-plot en investigación educativa y los denominó diseños mixtos dado que combinan los efectos entresujetos e intrasujetos.

Históricamente, las estructuras de medidas repetidas se formularon en el contexto experimental, de modo que toda discusión acerca de los modelos de análisis se refería a datos experimentales. Ahora bien, desde la perspectiva específicamente temporal, se observa que a lo largo de la década de los setenta y ochenta ha habido un amplio uso de estudios longitudinales, tanto en ciencias sociales como psicológicas. Esto es atribuible a que, en los últimos 20 años, se ha experimentado un notable progreso tanto del nivel metodológico como computacional (Cnaan *et al.*, 1997; Diggle *et al.*, 1994; Gregoire *et al.*, 1997; Verbeke y Molenberghs, 1997). En una revisión reciente realizada sobre 10 revistas de psicología en los años 1999 y 2003, se concluye que si en 1999 el 33% de estudios publicados fueron longitudinales, en 2003 fue el 47% (Singer y Willett, 2005). Más recientemente, Roca *et al.* (2008), al realizar un

tránsito en las bases de datos *PsycInfo* y *Medline* durante el período 1985-2005, observaron una tendencia creciente de investigaciones longitudinales. Estos datos corroboran el espectacular avance de los estudios de carácter longitudinal.

LAS MEDIDAS REPETIDAS EN EL CONTEXTO LONGITUDINAL

Son diferentes las conceptuaciones de los estudios longitudinales, dentro del contexto del diseño de medidas repetidas. Así, por ejemplo, Davis (1998) señala que el estudio longitudinal, en que los individuos son observados a través del tiempo, es una clase de diseño de medidas repetidas. En esta misma línea, Fitzmaurice (1998) insiste en destacar que la característica específica del estudio longitudinal de medidas repetidas es que tanto la variable de respuesta como el conjunto de covariables son repetidamente medidas a lo largo del tiempo. Para Hand y Crowder (1996), una situación de medidas repetidas es aquella donde las observaciones se toman en ocasiones seleccionadas del continuo temporal subyacente. Así, los sujetos son medidos en diferentes ocasiones con el propósito de conseguir la curva continua del cambio sobre el tiempo. Ware y Liang (1996) subrayan que los estudios longitudinales ofrecen la oportunidad de estudiar patrones individuales de cambio sobre el tiempo y condiciones. Estos patrones aportan estimaciones de la tasa de cambio en función del tiempo, edad o condición libres, de la confusión producida por los efectos de cohortes u otros factores que varían entre individuos.

Llegados a este punto, cabría la posibilidad de introducir algunos conceptos y terminología básica relativa a los estudios longitudinales. De este modo, cuando la respuesta es observada en *t* ocasiones de tiempo, los datos de medidas repetidas reciben el nombre de datos longitudinales. Metodológicamente hablando, los elementos que son observados o medidos en diversas ocasiones se denominan *unidades*, *individuos* o *sujetos*. Los intervalos de tiempo en que se observa o registra la respuesta de las unidades de observación se denominan *puntos de tiempo* u *ocasiones* y pueden variar desde unos cuantos minutos a muchos años. A su vez, el conjunto de estas respuestas forma el *perfil de respuesta* (curva o tendencia) de cada unidad. Términos tales como diseño o estudio longitudinal suelen ser sinónimos de diseño de medidas repetidas, de panel, de cohortes, etc. Así, dentro del campo sociológico, donde se trabaja con diseños de encuesta, los estudios longitudinales son referidos por *estudios de panel*, en el ámbito epidemiológico y demográfico, los estudios

Las principales dificultades del análisis de datos de diseños de medidas repetidas son, fundamentalmente, dos. En primer lugar, el análisis suele ser más complejo debido a la dependencia que suele darse entre las medidas repetidas de la misma unidad observacional. En segundo lugar, con frecuencia el investigador no puede controlar las circunstancias bajo las que obtiene las medidas repetidas, de modo que a veces los datos son no balanceados o incompletos (Davis, 1998; Menard, 1991).

DISEÑOS LONGITUDINALES DE MEDIDAS REPETIDAS

En investigación aplicada, se suele oponer el estudio longitudinal al estudio transversal o estudio donde se toman observaciones en un sólo punto fijo del tiempo. ¿Qué se entiende por estudio longitudinal? Si interesa, por ejemplo, investigar las características de un proceso de cambio, en este caso deberemos observar el proceso a lo largo de una serie de estadios diferentes. Una forma de realizar este propósito consiste en seleccionar a diferentes individuos en cada estadio del proceso o intervalo de tiempo. Esto configura un diseño, frecuente en ciencias del desarrollo, conocido por *transversal repetido*. Según este formato de diseño, los individuos actúan de réplicas que, fundamentalmente, siguen un mismo proceso. Otro enfoque distinto es examinar los cambios que se producen, a lo largo del tiempo, en la misma muestra de sujetos y constatar las diferencias interindividuales en los cambios intra-individuales (Visser, 1985). Este diseño es conocido por *diseño longitudinal*. Nótese que, con diseños transversales repetidos, el análisis del cambio sólo se puede realizar a nivel agregado en las diferentes muestras o submuestras. Bajo estas condiciones, el estudio no puede ejecutarse a nivel de casos individuales y son tales las limitaciones que la mayor parte de teóricos que han trabajado en el ámbito de la psicología del desarrollo sugieren que este diseño no puede ser considerado propiamente un diseño longitudinal (Baltes y Nesselroade, 1979).

Los diseños longitudinales que, como se han indicado, son de uso cada vez más frecuente en ciencias sociales y del comportamiento, sirven para estudiar los procesos de cambio directamente asociados con el paso del tiempo. Si se compara el diseño longitudinal con el diseño transversal de muestras repetidas, se concluye que el enfoque longitudinal es más eficiente, más robusto en la selección del modelo y estadísticamente más potente (Edwards, 2000; Helms, 1992; Zeger y Liang, 1992).

OBJETIVOS DEL DISEÑO LONGITUDINAL DE MEDIDAS REPETIDAS.

Ante cualquier estudio de carácter longitudinal es posible plantear tres cuestiones básicas que tienen, sin duda, una gran importancia desde el punto de vista aplicado:

- ¿Cuál es la forma del cambio intra-individual en función del tiempo, es decir, lineal, no lineal, etc.?
- ¿Se dan diferencias interindividuales en los procesos de cambio?
- ¿Pueden predecirse o explicarse las diferencias interindividuales en relación a los cambios o perfiles observados?

De las cuestiones propuestas se infiere que el objetivo fundamental del estudio longitudinal es conocer no sólo los cambios o perfiles individuales, sino determinar si el cambio es significativo y si se dan diferencias entre los distintos sujetos de la muestra. Abundando en esta idea, Raudenbush (2001) destaca que esta clase de estudios trazan el curso del crecimiento normal, identifican los factores de riesgo para la enfermedad mental y evalúan los efectos de las intervenciones.

A propósito de los objetivos, Nesselroade y Baltes (1979) definen el diseño longitudinal como un procedimiento para estudiar los 'patrones interindividuales de cambio intra-individual'. De este modo, el objetivo del análisis de datos longitudinales deberá incluir: a) el estudio directo de cambio intra-individual, b) la identificación directa de las diferencias interindividuales en el cambio intra-individual, c) el análisis de la relación entre los cambios intra e interindividuales y d) el estudio de las variables que influyen en el cambio intra e intra-individual. Se trata, en definitiva, de estudiar el cambio en función del tiempo, por cuya razón se obtienen datos longitudinales de una muestra dada de sujetos que es medida repetidas veces en la misma variable de respuesta (Wu *et al.*, 1999).

DISEÑO LONGITUDINAL Y MODELACIÓN ESTADÍSTICA

En lo concerniente al análisis de datos longitudinales, pueden seguirse diversos procedimientos. Así, cuando la variable de respuesta se distribuye normalmente, es posible aplicar las técnicas de análisis multivariante, análisis de la variancia de medidas repetidas, análisis de curvas de crecimiento, modelos de efectos mixtos y los modelos de ecuaciones de estimación generalizada (Liang y Zeger, 1986). Cuando la variable dependiente es de naturaleza no-métrica, se tienen como alternativas

ESTUDIOS LONGITUDINALES DE MEDIDAS REPETIDAS. MODELOS DE DISEÑO Y ANÁLISIS / JAUME ARNAU Y ROSER BONO

ecuaciones de estimación generalizadas. En este artículo nos referiremos sólo a datos de carácter métrico, es decir, a datos de distribución normal y a los correspondientes modelos de análisis.

Los procedimientos de análisis de los efectos de estos diseños difieren en cómo se modela la estructura de variancia-covariancia de los datos. El incremento en la precisión al estimar la estructura de covariancia redundante en un aumento de la potencia estadística al probar los efectos del estudio (Kowalchuk *et al.*, 2004). Volviendo a la modelación estadística de los datos, pueden seguirse, como se ha indicado previamente, diferentes estrategias. Desde la más simple a la más compleja, estas estrategias son: a) el análisis, por separado, de cada punto o intervalo del tiempo, b) el análisis univariante de la variancia, c) el análisis univariante y multivariante de las variables de contraste temporal y d) los métodos basados en los modelos mixtos (Keselman *et al.*, 1999; Littell *et al.*, 1998). El análisis por separado de cada punto de tiempo no requiere procedimientos especiales, dado que se trata de considerar el estudio como un diseño de corte transversal, sin implicación alguna sobre el posible efecto del paso del tiempo. Los tres enfoques restantes requieren una determinada metodología así como un especial programa de software, particularmente los modelos mixtos cuya incorporación al análisis de medidas repetidas es más reciente.

Todo modelo de análisis que intenta dar cuenta de lo que realmente interesa en el contexto longitudinal debe afrontar la posible correlación entre las medidas repetidas de los individuos. El problema de la correlación debe ser resuelto por cualquier técnica de análisis que pretenda obtener inferencias válidas (Zhang, 2004). Las correlaciones entre las observaciones repetidas del mismo sujeto quedan plasmadas en la estructura de covariancia y no todos los modelos estadísticos parten de los mismos supuestos con respecto a esta estructura. Así, los procedimientos clásicos, como el análisis univariante de la variancia (*ANOVA*) y el análisis multivariante de la variancia (*MANOVA*), evitan el problema de la correlación y no lo afrontan de forma directa. Cuando no se toma en consideración la estructura de covariancia entre las medidas repetidas, se corre el riesgo de obtener conclusiones incorrectas de los análisis estadísticos.

'...Las conclusiones derivadas del análisis univariante de la variancia son con frecuencia inválidas dado que la metodología no se dirige adecuadamente a la estructura de covariancia de medidas repetidas' (Littell *et al.*, 1998, p. 1217).

Por el contrario, los modelos lineales mixtos (*MLM*) ofrecen de forma directa el problema relativo a la

por ejemplo, que aplicamos el enfoque univariante tradicional a datos de medidas repetidas. Dado que, en este caso, el modelo asume el supuesto de esfericidad, se dispondrá de una estructura de covariancia altamente restringida con menos parámetros a estimar. Esto convierte al procedimiento de análisis clásico en una técnica más eficiente y potente para detectar el efecto de los tratamientos. Si, de otra parte, se sigue el procedimiento multivariante, entonces la matriz de covariancia no queda restringida. Así, las variancias y covariancias de medidas repetidas pueden tomar cualquier valor, de modo que el procedimiento puede ser ineficiente dada la gran cantidad de parámetros a estimar. De las consideraciones hechas sobre las técnicas de análisis univariante y multivariantes es fácil concluir que la primera es muy restrictiva y la segunda altamente liberal. Convendría, en consecuencia, dar con la estructura exacta de la matriz de covariancia para contar con un procedimiento de análisis válido y eficiente.

'El modelado exacto de la estructura de covariancia es una importante consideración para los investigadores aplicados dado que un incremento en la precisión al estimar las estructuras de covariancia produce un incremento en la potencia estadística para detectar los efectos de los tratamientos' (Kowalchuk *et al.*, 2004, p. 224).

La posibilidad de modelar, de forma ajustada, la estructura de covariancia se consigue utilizando el enfoque basado en los modelos mixtos. Este análisis es posible realizarlo mediante los programas SPSS, S-PLUS, R y, particularmente, mediante el procedimiento MIXED del Sistema SAS. Este último ofrece toda la potencialidad de la metodología de los modelos mixtos para el análisis de datos de medidas repetidas. Mediante esta metodología, el investigador puede especificar la estructura de covariancia. A su vez, cuando algún sujeto no posee todas las observaciones realizadas al conjunto, no por ello debe ser eliminado.

ENFOQUE BASADO EN EL ANÁLISIS DE LA VARIANCIA. MODELO ANOVA DE MEDIDAS REPETIDAS

Los modelos que tradicionalmente se han aplicado a datos de medidas repetidas son de carácter lineal y siguen distintos enfoques. Entre los más conocidos, están los modelos *ANOVA de medidas repetidas* y *MANOVA*. La principal limitación de estos modelos es el requerimiento de datos completos y balanceados.

El modelo *ANOVA* es el que cuenta con más tradición dentro del ámbito psicológico y social, y sigue para

tanto con diseños de una sola muestra de sujetos (diseño simple de medidas repetidas) como con diseños de dos o más muestras (diseños multimuestra de medidas repetidas). Es suficiente señalar que el uso válido del *ANOVA de medidas repetidas* requiere: a) la independencia de las respuestas entre los distintos sujetos de la muestra, b) que la distribución de las variables dependientes múltiples sea normal multivariada y c) que el conjunto de datos sea completo sin pérdida de observaciones. A esto debe añadirse, la homogeneidad de las matrices de covariancia y la esfericidad de la matriz de covariancia común que, como señalan Keselman y Keselman (1988), es lo que conforma los supuestos específicos con datos de diseños multigrupo de medidas repetidas. Así, con diseños más complejos, que implican varios factores entresujetos e intrasujetos, estas condiciones pueden ser generalizadas como igualdad de las matrices de covariancia para cada una de los factores y esfericidad para la matriz de covariancia común. Condiciones que son referidas por Hyunh (1978) como *esfericidad multimuestra*.

Dado que el modelo *ANOVA* fundamenta su validez en un principio muy restrictivo -las correlaciones entre los distintos pares de medidas repetidas han de ser constantes- su uso está limitado a la verificación de este supuesto. El fracaso en modelar adecuadamente las correlaciones puede acarrear estimaciones sesgadas de los parámetros. En consecuencia, el tema de la correlación entre las observaciones repetidas para un sujeto es el gran problema que planea sobre todo análisis de datos longitudinales.

En cuanto a las condiciones para la validez de la razón *F*, cuando los diseños de medidas repetidas no contienen factores entre, es suficiente aplicar el criterio de esfericidad de Mauchley (1940) o prueba *W* al factor intra. Si el diseño de medidas repetidas contiene un factor entre, la condición de circularidad se prueba paso a paso: en un primer paso, se usa el criterio *M* modificado de Box y se determina si las matrices de variables ortonormales son iguales a todos los niveles de la variable entresujetos. Cuando se satisface la condición de igualdad de las matrices de covariancia se aplica, en un segundo paso, la prueba *W* a la matriz de covariancia conjunta.

Por último, destacar que la principal ventaja del enfoque *ANOVA* para el análisis de datos longitudinales es su simplicidad técnica, aunque tenga sus limitaciones particularmente con estudios longitudinales aplicados que no siempre cuentan con datos completos e intervalos de tiempo constantes.

ENFOQUES BASADOS EN EL MANOVA

Desde que Finn (1969) sugirió la posibilidad de utilizar el *MANOVA* como procedimiento de análisis de datos de medidas repetidas, se aplicó este procedimiento como alternativa al modelo *ANOVA de medidas repetidas* (Bock, 1975; Timm, 1975, 1980). Así, cuando se tienen observaciones de medidas repetidas que están correlacionadas, pueden ser consideradas como multivariadas y se analizan como tales (Rogan *et al.*, 1979). Al comparar ambos enfoques, univariado y multivariado, se constata que parten de un principio común, según el cual los términos de error siguen una distribución normal. La principal diferencia entre las dos técnicas es que el *ANOVA univariado* asume una matriz de variancia-covariancia, Σ , con un patrón específico, mientras que el modelo *MANOVA* no presupone ninguna forma específica para esta matriz. El *MANOVA* sólo requiere que dicha matriz sea común a todas las poblaciones, para los distintos grupos o muestras del diseño (*supuesto de esfericidad multimuestra*). Bajo el supuesto que las matrices de covariancia no sean iguales, se produciría una grave violación en el uso de procedimientos multivariados. Si a esto se añade tamaños de muestra desiguales, el problema se agudiza. Téngase en cuenta que la desventaja del procedimiento multivariado es su menor sensibilidad para detectar el efecto de las variables intra, en comparación con el procedimiento univariado. Cuando los supuestos univariados para la matriz Σ se cumplen, el *ANOVA univariado* es más potente que el *MANOVA* (Albert, 1999; Morrison, 1976; Rogan *et al.*, 1979; Stevens, 1996).

Dentro del enfoque multivariado pueden incluirse, fundamentalmente, las técnicas basadas en el análisis multivariante de la variancia tradicional, el análisis de perfiles y el análisis de la curva de crecimiento. El procedimiento *MANOVA* tradicional consiste, simplemente, en transformar las medidas repetidas para probar si hay algún cambio de tipo lineal, cuadrado, etc., que sea función del tiempo. Obsérvese que el método de análisis multivariado sirvió, inicialmente, para probar si los vectores de medias correspondientes a distintos grupos eran iguales (Tatsuoka, 1988). De ahí, la escasa sensibilidad de esta técnica por lo auténticamente longitudinal. Un procedimiento paralelo al *MANOVA* es el *análisis de perfiles* que sirve para probar, además de la diferencia de grupos (hipótesis de la diferencia entre dos vectores de medias de datos multivariados), el sentido que toman los datos cuando han sido obtenidos en los mismos puntos de tiempo por todos los sujetos (Bock, 1979).

Por lo común, estos modelos suelen centrarse en la parte entresujetos o entregrupos del análisis. De este modo, la variancia total de las variables dependientes es explicada, en lo posible, por las diferencias entre los miembros de los grupos. Un supuesto básico del *MANOVA de medidas repetidas* es, como se ha señalado, que las observaciones son consideradas como si fueran múltiples variables dependientes o respuestas intercorrelacionadas de un mismo sujeto. Como destacan Wu *et al.* (1999), con este procedimiento se elimina del diseño el factor intrasujeto, al definir un nuevo conjunto de variables que representan los componentes de los efectos intrasujeto sobre el tiempo. Mediante esta transformación es posible verificar si son significativos los componentes lineales, cuadrados, etc., que son función del tiempo.

Por otra parte, los modelos *MANOVA* enfatizan la parte fija del modelo. En su aplicación a las medidas repetidas, la parte fija del modelo es expandida, de modo que al ajustar las curvas de crecimiento polinómicas de un determinado grado, el conjunto de variables explicativas –la primera sólo representa la pertenencia a un grupo– es incrementado con variables intra que corresponden a los diferentes puntos de tiempo, como por ejemplo la edad.

Por último, los supuestos básicos del modelo *MANOVA* son que: a) las respuestas de los sujetos son independientes entre sí, b) la distribución de las múltiples variables dependientes es normal multivariada y c) el conjunto de datos ha de ser completo sin observaciones perdidas. En el modelo *MANOVA*, prevalecen los supuestos sobre la normalidad multivariada y homogeneidad de las matrices de covariancia de la distribución de los vectores de error, aunque no queda suficientemente claro hasta qué punto la robustez queda afectada por la violación de estas condiciones o supuestos (Tatsuoka, 1988). En definitiva, la gran desventaja del modelo *MANOVA* es la falta de potencia cuando es comparado con el *ANOVA*. Más aún, cuando se cumplen las condiciones en la matriz de covariancia, el *ANOVA* convencional es más potente que la prueba multivariada.

ANÁLISIS DE LA CURVA DE CRECIMIENTO. MODELO MANOVA GENERALIZADO (GMANOVA)

Un procedimiento alternativo de análisis, dentro del contexto *MANOVA*, es conocido como análisis de la *curva de crecimiento* y consiste en comparar los vectores de medias multivariadas con estructuras de correlación

dados de carácter métrico y con observaciones en intervalos igualmente espaciados y sin valores perdidos (Rao, 1958, 1959, 1965). La técnica de análisis de la curva de crecimiento, aplicada a datos longitudinales, fue propuesta por Elston y Grizzle (1962) y generalizada más tarde por Potthoff y Roy (1964), recibió el nombre de modelo *MANOVA generalizado (GMANOVA)*. Un trabajo posterior de Laird y Ware (1982) popularizó este enfoque.

El *GMANOVA* es una reformulación del procedimiento multivariado y ha servido de pauta para la mayor parte de los modelos de datos longitudinales (Van der Leeden *et al.*, 1996). El *GMANOVA* integra los métodos alternativos al enfoque del *modelo mixto clásico (análisis univariado de la variancia mixto)*, en el marco del modelo multivariado, ya que los datos de medidas repetidas de los mismos sujetos suelen estar correlacionados.

La técnica de análisis *GMANOVA* consiste en ajustar funciones polinómicas de carácter temporal para describir los perfiles individuales mediante coeficientes aleatorios y para generar la estructura de correlación entre las observaciones repetidas de cada individuo. Otra forma más apropiada de modelar la dependencia entre las observaciones en función del tiempo es introducir algún tipo de estructura autorregresiva, de modo que se deja a cualquier efecto aleatorio para dar cuenta de la heterogeneidad interindividual. De otra parte, los distintos modelos multivariados, con estructura general de covariancia, no siempre son útiles ya que, por lo común, los datos longitudinales suelen ser no balanceados. Esta es la razón por la que otros modelos alternativos sean más idóneos para esta clase de datos.

Nótese que con el *MANOVA* tradicional se define la estructura interindividual de los valores esperados de las observaciones, sin tener en cuenta las relaciones entre las variables o medidas repetidas. Y es precisamente esto último lo que, desde la perspectiva longitudinal, más interesa a la investigación, es decir, interesa modelar los perfiles de las respuestas medias.

Se ha insistido, a lo largo de este artículo, que los estudios longitudinales suelen tener datos no balanceados e incompletos, por cuya razón surgió la necesidad de plantear modelos alternativos. Dentro del enfoque orientado hacia el estudio de la curva de crecimiento, Rao (1965) desarrolla el *procedimiento de dos estadios* donde el vector de coeficientes de las curvas de crecimiento sigue, en un primer estadio, un modelo lineal. En el segundo estadio, se asume que estos coeficientes tienen una distribución normal. Durante este período, se han hecho diferentes propuestas de estimación de los

para analizar, a continuación, estos coeficientes mediante el análisis multivariado de la variancia (Elston y Grizzle, 1962; Finn, 1969). Grizzle y Allen (1969), de otra parte, aplican esta metodología al contexto de medidas repetidas. Estos modelos no requieren datos balanceados, modelan la variancia entre e intra individuos y asumen un conjunto de supuestos como a) que la variable de respuesta sigue una distribución normal, b) que el resultado no varía a través del tiempo y/o a través de los sujetos y c) que las observaciones repetidas son independientes.

ENFOQUE BASADO EN EL MLM

Tanto el modelo *ANOVA* como los modelos *MANOVA*, para datos longitudinales de medidas repetidas, presentan serias limitaciones ya que requieren que sean balanceados y completos por medida. Por esta razón, a lo largo de los años ochenta se han desarrollado modelos más generales para el análisis de datos longitudinales incompletos. Si a esto se añade el uso de instrumentos de cálculo más potentes, se cuenta, en la actualidad, con métodos generales para el análisis de medidas repetidas. Dentro del contexto educativo y social se aplica, con frecuencia, el modelo jerárquico longitudinal o modelo multinivel como variantes del modelo mixto y como una buena alternativa al análisis de datos de medidas repetidas en el tiempo. Goldstein (1987) describe el modelo jerárquico en el ámbito del desarrollo físico y Bryk y Raudenbush (1992) lo utilizan para estudiar el proceso general del desarrollo. De hecho, el modelo multinivel es una extensión de los modelos de efectos mixtos descritos por Rao (1965) para las curvas de crecimiento y por Laird y Ware (1982) para el análisis de datos longitudinales. A diferencia de los modelos *ANOVA* (univariado y multivariado), el modelo multinivel para medidas repetidas no enfatiza el factor entre-sujetos, dado que constituye una forma particular de analizar los datos longitudinales. El modelo multinivel tiene por objeto modelar las curvas de crecimiento individuales y analizar, a continuación, las diferencias interindividuales en los parámetros que describen los patrones de crecimiento. Obsérvese que los modelos clásicos de las curvas de crecimiento no modelan la variación aleatoria entresujetos en términos de los parámetros del modelo (Timm y Mieczkowski, 1997). A su vez, puesto que se tienen distintos sujetos en la muestra, es posible especificar el modelo para cada sujeto con base a dos componentes: los efectos fijos comunes a todos los sujetos y los efectos únicos a cada sujeto.

Antes de examinar los *MLM*, que estiman simultáneamente los componentes intrasujetos y entresujetos, analizaremos aquellos procedimientos que distinguen distintos estadios o niveles en el modelo. Por lo común, esta clase de modelos por niveles definen para cada sujeto, en un primer estadio, una ecuación de la regresión de la variable dependiente sobre los factores intrasujeto. En un segundo estadio, los coeficientes de la regresión del primer estadio actúan como variables dependientes que han de ser predichas por los factores entresujetos.

El modelo mixto combina dos modelos de la regresión y tiene dos clases de parámetros, los parámetros de efectos fijos y los parámetros de efectos o coeficientes aleatorios. Esta es la razón por la que la estructura longitudinal de medidas repetidas puede tener cabida en el modelo multinivel (Van der Leeden *et al.*, 1996). Nótese, con base al modelo mixto, que hay dos términos de error: los efectos aleatorios de sujeto y los términos de error asociados a las observaciones o medias repetidas.

Puesto que los datos de medidas repetidas son observaciones tomadas de los mismos individuos en un número sucesivo de puntos, es posible asumir esta estructura como jerárquica. De este modo, las observaciones o primer nivel están anidadas en los distintos sujetos o segundo nivel (Van der Leeden, 1998). De acuerdo con el enfoque multinivel, los modelos del primer nivel especifican las curvas de crecimiento de cada individuo. Al segundo nivel, los parámetros de las curvas de crecimiento individuales son tratados como variables aleatorias. Así, al segundo nivel, sólo se modelan los parámetros de crecimiento como un promedio sobre todos los individuos más una desviación específica de la persona.

El aspecto fundamental del estudio longitudinal es identificar el proceso real subyacente, de carácter continuo, en lugar de los simples cambios discretos entre los intervalos de tiempo. Como se ha indicado, un procedimiento relativamente nuevo para el estudio de estos procesos de crecimiento, dentro del contexto del enfoque mixto, es el modelo lineal jerárquico, que ha recibido, a lo largo de los últimos años, diferentes denominaciones tales como *modelo de efectos mixtos*, *modelo de efectos aleatorios*, *modelo de coeficientes de la regresión mixto*, *modelo de coeficientes de la regresión aleatorios*, *modelo de componentes de la variancia*, *modelo anidado*, etc. (Bryk y Raudenbush, 1992; Sullivan *et al.*, 1999; Wu *et al.*, 1999). Por último, un análisis comprensivo de datos longitudinales requiere tener en cuenta un conjunto de aspectos. Entre estos aspectos está la variancia intrasujetos y entresujetos, la no proporcionalidad de los estudios de medida de datos y el desarrollo de

ESTUDIOS LONGITUDINALES DE MEDIDAS REPETIDAS. MODELOS DE DISEÑO Y ANÁLISIS / JAUME ARNAU Y ROSER BONO

una de sus principales ventajas, que la especificación de la correcta estructura de covariancia produce pruebas más potentes de los parámetros fijos (Wolfinger, 1996).

A MODO DE CONCLUSIÓN

Los modelos utilizados tradicionalmente para el análisis de datos de medidas repetidas siguen el análisis univariante de la variancia (*ANOVA de medidas repetidas*) o el análisis multivariante de la variancia (*MANOVA*). La principal desventaja de estos enfoques es la necesidad de datos completos y balanceados. No obstante, en la práctica los estudios longitudinales suelen tener datos no balanceados e incompletos. El segundo enfoque se ha orientado directamente hacia el estudio de las curvas de crecimiento y ha generado una gran cantidad de métodos. Por último, los modelos estadísticos mixtos asumen que las observaciones constan de dos partes, los efectos fijos y los efectos aleatorios. Los efectos fijos son los valores esperados de las observaciones y los efectos aleatorios las variancias y covariancias de las observaciones. Como destacan Littell *et al.*, (1996), la mayoría de los procedimientos actuales aplica los métodos basados en el modelo mixto con una estructura paramétrica especial de las matrices de la covariancia. Así, lo que hace del análisis de medidas repetidas algo distinto es la *estructura de covariancia* de los datos observados.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio ha sido financiado por el Proyecto de Investigación SEJ2005-01923/PSIC del Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica del Ministerio de Educación y Ciencia.

REFERENCIAS

- Albert, P. S. (1999). Longitudinal data analysis (repeated measures) in clinical trials. *Statistics in Medicine*, 18, 1707-1732.
- Baltes, P. B. y Nesselroade, J. R. (1979). History and rationale of longitudinal research. En J. R. Nesselroade y P. B. Baltes (Eds.), *Longitudinal research in the study of behaviour and development*. New York: Academic Press.
- Bock, R. D. (1975). *Multivariate statistical methods in behavioural research*. New York: McGraw-Hill.
- Bock, R. D. (1979). Univariate and multivariate analy-
- selroade y P. B. Baltes (Eds.), *Longitudinal research in the study of behavior and development*. New York: Academic Press.
- Bono, R., Arnau, J. y Vallejo, G. (2008). Técnicas de análisis aplicadas a datos longitudinales en Psicología y Ciencias de la Salud: Período 1985-2005. *Papeles del Psicólogo*, 29, 136-146.
- Bryk, A. S. y Raudenbush S. W. (1992). *Hierarchical linear models*. Newbury Park, CA: Sage.
- Cnaan, A., Laird, N. M. y Slasor, P. (1997). Using the general linear mixed model to analyse unbalanced repeated measures and longitudinal data. *Statistics in Medicine*, 16, 2349-2380.
- Davis, C. S. (1998). The analysis of longitudinal studies having non-normal responses. En B. S. Everitt y G. Dunn (Eds.), *Statistical analysis of medical data. New developments*. London: Arnold.
- Diggle, P. J., Liang, K. Y. y Zeger, S. L. (1994). *Analysis of longitudinal data*. New York: Oxford University Press.
- Edgington, E. (1974). A new tabulation of statistical procedures used in APA journals. *American Psychologists*, 29, 25-26.
- Edwards, L. J. (2000). Modern statistical techniques for the analysis of longitudinal data in biomedical research. *Pediatric Pulmonology*, 30, 330-344.
- Elston, R. C. y Grizzle, J. F. (1962). Estimation of time response curves and their confidence bands. *Biometrics*, 18, 148-159.
- Finn, J. D. (1969). Multivariate analysis of repeated measures data. *Multivariate Behavioral Research*, 4, 391-413.
- Fitzmaurice, G. M. (1998). Regression models for discrete longitudinal data. En B. S. Everitt y G. Dunn (Eds.), *Statistical analysis of medical data. New developments*. London: Arnold.
- Gill, P. S. (2000). A robust mixed linear model analysis for longitudinal data. *Statistics in Medicine*, 19, 975-987.
- Goldstein, H. (1987). *Multilevel models in educational and social research*. London: Oxford University Press.
- Gregoire, T. G., Brillinger, D. R. y Diggle, P. J. E. (Eds.) (1997). *Modelling longitudinal and spatially correlated data*. New York: Springer Verlag.
- Grizzle, J. E. y Allen, D. M. (1969). Analysis of growth and dose response curves. *Biometrics*, 25, 357-381.
- Hand, D. y Crowder, M. (1996). *Practical longitudinal data analysis*. London: Chapman & Hall.
- Helms, R. W. (1992). Intentionally incomplete longitudinal designs: I. Methodology and comparison of some full open designs. *Statistics in Medicine*, 11,

JAUME ARNAU Y ROSER BONO / ESTUDIOS LONGITUDINALES DE MEDIDAS REPETIDAS. MODELOS DE DISEÑO Y ANÁLISIS

- Hyunh, H. (1978). Some approximate tests for repeated measurement designs. *Psychometrika*, 43, 383-386.
- Keselman, H. J., Algina, J., Kowalchuk, R. K. y Wolfinger, R. D. (1999). A comparison of recent approaches to the analysis of repeated measurements. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 52, 63-78.
- Keselman, H. J. y Keselman, J. C. (1988). Comparing repeated measures means in factorial designs. *Psychophysiology*, 25, 612-618.
- Kowalchuk, R. K., Keselman, H. J., Algina, J. y Wolfinger, R. D. (2004). The analysis of repeated measurements with mixed-model adjusted *F* tests. *Educational and Psychological Measurement*, 64, 224-242.
- Laird, N. M. y Ware, J. H. (1982). Random-effects models for longitudinal data. *Biometrics*, 38, 963-974.
- Liang, K. Y. y Zeger, S. L. (1986). Longitudinal data analysis using generalized linear models. *Biometrika*, 73, 13-22.
- Lindquist, E. F. (1953). *Design and analysis of experiments in psychology and education*. Boston, MA: Houghton Mifflin.
- Littell, R. C., Henry, P. R. y Ammerman, C. B. (1998). Statistical analysis of repeated measures data using SAS procedures. *Journal of Animal Science*, 76, 1216-1231.
- Littell, R. C., Milliken, G. A., Stroup, W. W. y Wolfinger, R. D. (1996). *SAS system for mixed models*. Cary, NC: SAS Institute.
- Mauchley, J. W. (1940). Significance test of sphericity of a normal *n*-variate distribution. *Annals of Mathematical Statistics*, 11, 204-209.
- Menard, S. (1991). *Longitudinal research*. Newbury Park, CA: Sage.
- Morrison, D. F. (1976). *Multivariate statistical methods*. New York: McGraw Hill.
- Nesselroade, J. R. y Baltes, P. B. (Eds.) (1979). *Longitudinal research in the study of behaviour and development*. New York: Academic Press.
- Potthoff, R. F. y Roy, S. N. (1964). A generalized multivariate analysis of variance model useful especially for growth curve problems. *Biometrika*, 51, 313-326.
- Rao, C. R. (1958). Some statistical methods for the comparison of growth. *Biometrics*, 4, 1-17.
- Rao, C. R. (1959). Some problems involving linear hypothesis in multivariate analysis. *Biometrika*, 46, 49-58.
- Rao, C. R. (1965). The theory of least squares when the parameters are stochastic and its application to the estimation of growth curves. *Biometrika*, 52, 447-462.
- Raudenbush, S. W. (2001). Comparing personal trajectories and drawing causal inferences from longitudinal data. *Annual Review of Psychology*, 52, 501-525.
- Rogan, J. C., Keselman, H. J. y Mendoza, J. L. (1979). Analysis of repeated measurements. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 32, 269-286.
- Singer, J. D. y Willett, J. B. (2005). Longitudinal research: Current status and future prospects. Consulta 12 de septiembre de 2007 de la World Wide Web: <http://gsweb.harvard.edu/~faculty/singer/Presentations/Longitudinal%20research.ppt>
- Stevens, J. (1996). *Applied multivariate statistics for the social sciences*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Sullivan, L. M., Dukes, K. A. y Losina, E. (1999). An introduction to hierarchical linear modelling. *Statistics in Medicine*, 18, 855-888.
- Tatsuoka, M. M. (1988). *Multivariate analysis: Techniques for educational and psychological research* (2^a ed.). New York: John Wiley.
- Timm, N. H. (1975). *Multivariate analysis with application in education and psychology*. Monterey: Brooks/Kole.
- Timm, N. H. (1980). Multivariate analysis of variance of repeated measurements. En P. R. Krishnaiah (Ed.), *Handbook of statistics* (vol. I). Amsterdam: North-Holland.
- Timm, N. H. y Mieczkowski, T. A. (1997). *Univariate and multivariate general linear models: theory and applications using SAS® software*. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- Van der Leeden, R. (1998). Multilevel analysis of repeated measures data. *Quality & Quantity*, 32, 15-29.
- Van der Leeden, R., Vrijburg, K. y De Leeuw, J. (1996). A review of two different approaches for the analysis of growth data using longitudinal mixed linear models: comparing hierarchical linear regression (ML3, HLM) and repeated measures design with structures covariance matrices (BMDP5V). *Computational Statistics and Data Analysis*, 21, 581-605.
- Verbeke, G. y Molenberghs, G. (1997). *Linear mixed models in practice*. New York: Springer-Verlag.
- Visser, R. A. (1985). *Analysis of longitudinal data in behavioural and social research*. Leiden: DSWO Press.
- Wall, W. D. y Williams, H. L. (1970). *Longitudinal studies and the social sciences*. London: Heinemann.
- Ware, J. H. y Liang, K. Y. (1996). The design and analysis of longitudinal studies: a historical perspective. En P. Armitage y H. A. David (Eds.), *Advances in biometry*. New York: John Wiley.
- Wolfinger, R. D. (1996). Heterogeneous variance

ESTUDIOS LONGITUDINALES DE MEDIDAS REPETIDAS. MODELOS DE DISEÑO Y ANÁLISIS / JAUME ARNAU Y ROSER BONO

Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics, 1, 205-230.

Wu, Y. B., Clopper, R. y Wooldridge, P. J. (1999). A comparison of traditional approaches to hierarchical lineal modeling when analyzing longitudinal data. *Research in Nursing & Health*, 22, 421-432.

Zeger S. L. y Liang, K. Y. (1992). An overview of methods for the analysis of longitudinal data. *Statistics in Medicine*, 11, 1825-1839.

Zhang, D. (2004). Generalized linear mixed models with varying coefficients for longitudinal data. *Biometrics*, 60, 8-15.