Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias
E-ISSN: 1850-6666
reiec@exa.unicen.edu.ar
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
Argentina

REVISTA ELECTRÓNICA DE INVESTIGACIÓN
EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS
ISSN 1850-6666

Metacognición: Diseño de un material curricular para aulas multitudinarias

González de Galindo, S. [1], **Villalonga de García, P.**[2]

sgalindo@fbqf.unt.edu.ar, pvillalonga@fbqf.unt.edu.ar

[1 y 2] *Facultad de Bioquímica, Química y Farmacia. Universidad Nacional de Tucumán. Ayacucho 471. Tucumán. Argentina.*

Resumen

Los docentes de Matemática I, asignatura de primer año de una Facultad de ciencias, se enfrentan con problemas generados por aulas multitudinarias, los que influyen en la calidad de la enseñanza y evaluación del aprendizaje. Este trabajo es un avance del Proyecto “Estrategia didáctica que valoriza la regulación continua del aprendizaje en aulas multitudinarias de Matemática” del Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Tucumán. El objetivo general del mismo es integrar la regulación en las situaciones de aprendizaje, diseñando actividades que no requieran la intervención continua del profesor y favorezcan la interacción social. Para lograrlo se diseñó una estrategia didáctica que recurre al empleo de un material curricular elaborado ad hoc. Esta estrategia pretende favorecer aprendizajes significativos, valorizar la regulación continua del aprendizaje y contribuir a superar la práctica de evaluación del aprendizaje vigente en estas aulas, actualmente limitada sólo a evaluaciones sumativas. Se elaboró un marco teórico basado en enfoques cognitivos. A partir de él se derivaron criterios para la enseñanza y evaluación del aprendizaje.

En este artículo se presenta la descripción del material curricular. En él se desarrolla la unidad: *Límite de una función* y se brinda un ejemplo de una de las estrategias didácticas a implementar en el aula.

Al elaborar el material se consideraron pautas brindadas por: Sánchez y Varcárcel (1993); González Giménez y Macías Gómez (2001); Bixio (2005); Arcavi (1999); Jorba y Casellas (1992), y, Flores et al (2004). La presentación de los contenidos pretendió que los alumnos experimentaran un acercamiento paulatino al rigor matemático y se favoreciera la comprensión, la identificación de los conceptos básicos, la conexión entre distintos contenidos matemáticos, la elaboración de síntesis y la conversión entre distintos registros de representación semiótica. Se puso énfasis en actividades para favorecer la metacognición y la regulación del aprendizaje, diseñándose una serie de instrumentos para tal fin.

Se validó el material mediante juicio de expertos, considerando como categorías de análisis los parámetros establecidos en el trabajo de Flores y otros. Posteriormente, a partir de los resultados y de las sugerencias recibidas, se efectuaron las modificaciones que se consideraron pertinentes.

Palabras clave: Metacognición. Material curricular. Aulas multitudinarias.

Metacognición: Design of a curriculum material for mass classrooms

Abstract

Teachers of Mathematics I, first-year course of a Faculty of Science, are facing problems created by mass classes, which affect the quality of teaching and learning assessment. This work is a step in the project "Didactic strategy which emphasizes the continuous regulation of learning in mass classes of Mathematics' by the Research Council of the National University of Tucuman. The overall objective of this work is to integrate regulation in learning situations, designing activities that do not require continuous intervention of the teacher and encourage social interaction. To achieve this we designed a teaching strategy that resorts to the use of curricular material developed ad hoc. This strategy seeks to promote meaningful learning, enhance the continuous regulation of learning and help overcome the practice of learning assessment existing in these classrooms, currently limited to only summative for teaching and learning assessment were derived.

This article introduces the description of the curriculum material. It develops the unit “Limit of a function” and provides an example of one of the teaching strategies to implement in the classroom. In developing the material were considered guidelines provided by: Sanchez and Valcarcel(1993); González Giménez and Gómez Macías (2001); Bixio(2005); Arcavi (1999); Jorba and Casellas (1997), and Flores et al.(2004). The presentation of content intended that students experience a gradual approach to mathematical rigor and the promotion of understanding, the identification of basic concepts, the connections between different mathematical contents, the development of synthesis and the conversion between different registers of semiotic representation. Emphasis was placed on activities to promote metacognition and regulation of learning, a number of instruments being designed for this purpose.
Material was validated by expert opinion, considering as categories of analysis the parameters established in the work of Flores and others. Then, from the results and suggestions received, the amendments were made that were considered relevant.

Keywords: Metacognition. Curriculum material. Mass classrooms.

1. INTRODUCCIÓN

El elevado número de alumnos en las aulas universitarias de primer año y el exceso de contenidos incluidos en el currículo, lleva al docente a conceder en las clases escaso tiempo a la reflexión, al contraste de opiniones y a los comentarios y aclaraciones en el marco de un diálogo con los estudiantes, que oriente el sentido de los aprendizajes. Además, en relación al lenguaje matemático, es posible apreciar que los alumnos, en general, tienen dificultades con el significado y el uso correcto de muchos de sus símbolos, ya que no están acostumbrados a la lectura y escritura simbólica. Esta situación constituye un verdadero obstáculo para la adquisición y desarrollo del conocimiento matemático y para el logro de aprendizajes significativos.

Ésta es una de las problemáticas principales que enfrentan los docentes de Matemática I, asignatura del primer cuatrimestre de primer año, de una facultad de ciencias. El currículo de esta asignatura, informado por intereses de tipo técnico, abarca los contenidos sostenes del Cálculo Diferencial (González de Galindo y Villalonga de García, 2002).

En el año 2007, aproximadamente 400 alumnos comenzaron a cursar esta asignatura. La relación docente alumno fue de 1/80 en clases prácticas y de 1/400 en clases teóricas. El docente desempeñó un rol protagónico y resultaron escasas las situaciones de comunicación entre los distintos participantes del proceso educativo. Las evaluaciones llevadas a cabo mediante dos pruebas parciales y un examen final integrador, fueron realizadas mediante pruebas de papel y lápiz, en fechas prefijadas con antelación. Todos estos problemas influyeron en la calidad de la enseñanza y evaluación del aprendizaje. La búsqueda bibliográfica relativa a estos procesos y su vinculación con la metacognición condujo a numerosos investigaciones que sostienen que es necesario ofrecer actividades de carácter metacognitivo como parte del currículo. Proponen estrategias para el aprendizaje del discurso escrito y diversos métodos para enseñar el conocimiento metacognitivo. Resaltan también, el papel decisivo que pueden desempeñar las estrategias metacognitivas en la resolución de problemas (Servera, (1992); Díaz Barriga Arceo y Hernández Rojas, (1999); Martínez Fernández, 2004; Solaz-Portolés y Sanjosé-López, 2008).

Las insuficiencias que presenta la evaluación del cuanto al contenido (lo que se evalúa) y la forma de implementación (tareas de evaluación y frecuencia de realización) no se corresponden con las demandas y aspiraciones de los objetivos de la enseñanza de la Matemática actual. Esta situación motivó a docentes de esta institución a realizar sus trabajos de tesis abordando la evaluación de los aprendizajes en el contexto de cursos de primer año multitudinarios con deficiente relación docente alumno (Véliz de Assaf, 2002; Villalonga de García, 2003; Ottonello, 2010). Sin embargo no se encontró, para clases teóricas, ninguna propuesta concreta de enseñanza de conceptos básicos del Cálculo que resignifique la evaluación del aprendizaje en cursos multitudinarios, priorizando la metacognición y la autorregulación del aprendizaje.

Esta situación llevó a diseñar el proyecto: “Estrategia didáctica que valoriza la regulación continua del aprendizaje en aulas multitudinarias de Matemática” que fuera aprobado por el Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Tucumán (CIUNT). Este proyecto, siguiendo lineamientos de teorías cognitivas, propone poner la atención en la evaluación formativa y en aspectos metacognitivos, considerando las limitaciones del contexto.

Para construir el marco conceptual del proyecto se estudiaron principios de enfoques cognitivos sustentados por la Teoría Psicogenética de Piaget, el Enfoque Histórico Cultural de Vigotsky y seguidores y la Teoría del aprendizaje significativo de Ausubel. Además, se analizaron lineamientos para la regulación y autorregulación del aprendizaje sostenidos por Jorba y Casellas y principios de los Estándares de evaluación del aprendizaje de la Matemática del National Council of Teachers of Mathematics (N.C.T.M) (Jorba y Casellas, 1997; Camillioni et al., 1998; Pérez González, 2000; Hernández Fernández et al, 2001; Pacheco, 2005; Moreira y Caballero, 2008; N.C.T.M, 1989; 1995; 2000).

Se identificaron una serie de criterios orientadores de la enseñanza y evaluación del aprendizaje de la Matemática, que se constituyeron en referentes durante el desarrollo del proyecto (Villalonga et al, 2009). En base a estos criterios, se estableció el siguiente objetivo general: diseñar e implementar en aulas multitudinarias de Matemática, una estrategia didáctica que recurre al empleo de un material favorecer aprendizajes significativos, valorizar la regulación continua del aprendizaje y contribuir a mejorar la calidad de la evaluación del aprendizaje, limitada sólo a evaluaciones sumativas. La descripción de la estrategia fue plasmada en un trabajo previo (González de Galindo et al, 2009).

En este artículo se describe el material curricular que fuera implementado a modo de experiencia piloto en 2010 en las clases teóricas y prácticas y en tareas para el trabajo independiente. También, a modo de ejemplo, se presenta una estrategia didáctica particular diseñada para resolver una de las actividades incluidas en el material.

2. MARCO TEÓRICO

Tradicionalmente se ha considerado que el aprendizaje depende exclusivamente de la atención y seguimiento de la exposición que realice el docente, del dominio que éste tenga del tema y de sus condiciones pedagógicas. Por el contrario, actualmente se considera que el éxito en el aprendizaje tiene que ver con aspectos culturales, históricos e institucionales. En particular, las ideas matemáticas de los estudiantes dependen de factores como la motivación, afectividad, imaginación, comunicación, aspectos lingüísticos o de representación. Dada esta complejidad, aprender Matemática no puede reducirse a lograr una copia del exterior, sino que es el resultado de "construcciones sucesivas". En esta perspectiva, el papel del profesor es importantísimo al erigirse en el responsable del diseño y coordinación de las situaciones de aprendizaje y de la elección de los textos a emplear en las mismas. Según sostienen González Jiménez y Macías Gómez (2001) un aspecto fundamental en la actividad cognoscitiva de los alumnos durante el proceso de enseñanza, es el contenido de los materiales didácticos, la forma de introducción de los distintos temas y las conexiones entre ellos. Consideran fundamental la influencia que la estructura de los materiales didácticos ejerce sobre la motivación y la formación de interés en la enseñanza. Sostienen: "*los materiales curriculares constituyen uno de los factores determinantes de la práctica educativa, puesto que son instrumentos básicos de la organización de las tareas escolares, en cuanto son un referente usual de los alumnos para apoyar gran parte de su aprendizaje escolar. El aprendizaje basado en textos escritos está sujeto a los siguientes condicionantes básicos: la predisposición personal ante la lectura, los conocimientos previos que se tengan sobre el tema en cuestión y las intervenciones del profesor que oriente la actividad a fin que las informaciones sean comprendidas y asimiladas por los alumnos… La disposición de los contenidos en los textos también influye en su comprensión y recuerdo*" (González Jiménez y Macías Gómez, 2001: 179).

Ya que Ausubel afirma que el *aprendizaje significativo* requiere de un ***material potencialmente significativo*** (significado lógico) y de una ***actitud favorable*** para ese aprendizaje (significado psicológico), e*n la elaboración del material curricular debe ponerse especial cuidado por lograr que el mismo posea significado lógico:* la estructura interna (conceptos y proposiciones) no debe ser arbitraria ni confusa sino, por el contrario, ordenada jerárquicamente. Para lograr una actitud favorable hacia el aprendizaje deben incorporarse problemas de aplicación herramienta útil en la formación profesional y en la vida diaria. De esta manera se espera que el material de aprendizaje se convierta en *potencialmente significativo*, sobreentendiéndose la necesidad de establecer relaciones con los conocimientos previos del sujeto (Coll y Martí, 1992; Moreira y Caballero, 2008).

Pautas orientadoras para elaborar materiales

Se realizó un estudio bibliográfico con el fin de seleccionar pautas orientadoras para la elaboración de materiales curriculares. Según este estudio deben tenerse en cuenta los siguientes aspectos:

a) Con respecto al contenido a incluir:

El contenido debe tener sentido para el alumno, o sea, gozar de (Bosch et al, 2006):

(1) *legitimidad cultural o social*, es decir provenir de cuestiones que la sociedad requiere que sean estudiadas en la institución educativa.

(2) *legitimidad matemática*, o sea aparecer en la *raíz medular* de la Matemática.

(3) *legitimidad funcional*, es decir el contenido debe estar relacionado con otras cuestiones que se estudian en la institución, sean matemáticas o relativas a otras disciplinas.

b) Con respecto al material curricular debe satisfacer (Navarro Castillo, 2009, Garrido Rodríguez, 2009):

- el concepto de *accesibilidad del material didáctico para los alumnos*, entendido como la capacidad para asimilar el tema, la que depende del nivel de conocimientos previos. Se considera que el nivel de preparación del alumno para encarar el aprendizaje de los nuevos temas, debe estar correlacionado con el volumen real de estos conceptos en el bagaje de sus conocimientos. A mayor correlación es mayor el grado de accesibilidad.

- el tema del *lenguaje matemático* empleado en las definiciones de conceptos y demostraciones de teoremas, el que necesariamente debe estar al alcance del alumno para lograr una buena comunicación con el docente.

- el reconocimiento de que, en general, *los elementos con más conexiones son los más difíciles*, originan más dudas y errores, y al mismo tiempo resultan los más importantes. La experiencia muestra que los alumnos tienden a memorizarlos, cuando no entienden las conexiones entre los distintos elementos lógicos.

Por su parte, Sánchez y Valcárcel (1993) sostienen que al diseñar una unidad didáctica deben considerarse los siguientes componentes:

- ***Análisis científico***, realizando un proceso de selección de contenidos y delimitación de los esquemas conceptuales y de los procedimientos científicos.
- ***Análisis didáctico***, averiguando las ideas previas de los alumnos, analizando las exigencias cognitivas de los contenidos y delimitando las implicaciones para la enseñanza.
- ***Selección de objetivos específicos*** a lograr con el desarrollo de cada unidad.
- ***Selección de estrategias didácticas***, diseñando una secuencia global de enseñanza, escogiendo las actividades y elaborando el material de aprendizaje.
- ***Selección de estrategias de evaluación***, con las que se determinarían los logros obtenidos y dificultades experimentadas.

En la selección de las actividades deben tenerse presentes

aprendizaje significativo (González Jiménez y Macías Gómez, 2001: 194-195):

"- *Partir del nivel de desarrollo del alumno y de sus aprendizajes previos.*

- *Asegurar la construcción de aprendizajes significativos a través de la movilización (para propiciar la re-equilibración exigida en el progreso del conocimiento) de sus conocimientos previos y la memorización comprensiva, lo que llevará al consiguiente avance en el rendimiento escolar.*
- *Posibilitar que los alumnos realicen aprendizajes significativos por sí solos.*
- *Proporcionar situaciones en las que los estudiantes deban actualizar sus conocimientos.*
- *Favorecer situaciones de aprendizaje que tengan sentido para los alumnos, con el fin que resulten incentivadoras.*
- *Potenciar situaciones de aprendizaje que exijan una intensa actividad mental del alumno, que lo lleven a reflexionar y a justificar sus actuaciones.*
- *Promover la interacción en el aula como motor del aprendizaje."*

Por otra parte, atendiendo a las recomendaciones de los Estándares (NCTM, 1989), las actividades deben surgir de situaciones problemáticas acordes con la madurez (tanto matemática como cultural) y la experiencia de los estudiantes. En la selección de tales problemas se deben respetar los principios sostenidos por Arcavi (1999), los cuales sostienen que:

a) el alumno pueda usar su experiencia previa y aplicar su sentido común,
b) sea posible resolver el problema de más de una manera,
c) el problema permita elaborar preguntas nuevas,
d) no siempre haya una respuesta única,
e) la respuesta no sea siempre el resultado de una sucesión de algoritmos desencadenados como hábitos automáticos, sino el resultado de una conexión entre conceptos o ideas,
f) el problema invite a reconsiderar una idea o concepto en un nuevo contexto,
g) haya problemas genuinos de la vida real y de la experiencia de los alumnos.

En el diseño de los materiales educativos debe también concederse importancia a *aspectos metacognitivos* (Bixio, 2005). Al respecto, Campanario y Moya (1999) afirman que la metacognición puede concebirse como una ayuda al aprendizaje, pero también puede y debe constituir un objetivo legítimo de la enseñanza. Por su parte, Baker (1991) sostiene que el aprendizaje a partir de textos se formula como uno de los medios más eficaces de fomentar la metacognición, especialmente en el aprendizaje de las ciencias. En general, distintos investigadores reconocen que los alumnos poseen las capacidades necesarias para aplicar destrezas metacognitivas, pero con frecuencia no son capaces de hacerlo de manera espontánea. Según Jorba y Casellas (1997) para promover la metacognición el material curricular debe contener instrumentos para explorar:

a) Las estructuras de acogida: Ideas previas y grado de alcance de los prerrequisitos de aprendizaje, representaciones que se hacen los estudiantes de las relacionados con el aprendizaje de la Matemática.

b) La comunicación de los objetivos y la representación que se hacen de los mismos los estudiantes.

c) El dominio, por parte de los alumnos, de los criterios de realización de la tarea o criterios procedimentales, los que evidenciarían la realización de las operaciones de anticipación y ejecución de la acción.

d) Si se favorece la apropiación, por parte de los alumnos, de los criterios e instrumentos de evaluación del aprendizaje.

e) La capacidad de los estudiantes para realizar actividades metacognitivas y de autorregulación de sus aprendizajes.

Al elaborar un material didáctico deben considerarse los *momentos* en que las actividades se incorporan en el proceso de formación (González Jiménez y Macías Gómez, 2001). Para ello, es necesario diseñar distintas categorías de actividades que en forma ordenada realicen los alumnos, trabajando en pequeños grupos:

a) *actividades de iniciación* (útiles para que los alumnos expliciten y exterioricen sus ideas previas, se sensibilicen con el tema, verifiquen que los conocimientos que poseen no son los más adecuados para tratar esas situaciones, elaboren cambios en sus esquemas de conocimiento, etc.);

b) *actividades de desarrollo y estructuración* (empleadas para introducir los conceptos científicos, plantear y fundamentar hipótesis, relacionar distintos conceptos, asimilar los contenidos, reflexionar sobre la utilidad y aplicación de los contenidos a otras situaciones, etc.);

c) *actividades de aplicación y profundización* (útiles para que los estudiantes apliquen los nuevos conocimientos a otras situaciones, reflexionen sobre sus propios juicios respecto a los contenidos tratados, amplíen el conocimiento conseguido para aplicarlo a nuevas situaciones y contextos), y

d) *actividades de evaluación* (útiles para que los alumnos conozcan el grado de aprendizajes que han adquirido, perciban la utilidad de los mismos, verbalicen y contrasten sus conocimientos sobre el tema, detecten errores, inexactitudes en sus conocimientos y puedan reforzar sus aprendizajes).

Una vez elaborado el material educativo, antes de su aplicación, es conveniente evaluarlo teniendo presente aquellos parámetros, aplicables a la enseñanza de la Matemática, que Flores et al (2004) juzgan adecuados para investigar la coherencia, pertinencia, calidad, cobertura y amplitud del mismo.

Parámetro 1: *Mejor y mayor dominio de contenido científico* (el material debe mostrar en forma clara que la enseñanza de los contenidos científicos es más reflexiva que la tradicional y está basada en la comprensión).

Parámetro 2: *Capacidad para tomar en cuenta y aprovechar en clase las ideas previas de los alumnos* (debe evidenciarse la importancia de tomar en cuenta las ideas previas de los alumnos para que el profesor pueda estar al tanto de su progreso conceptual).

contemporáneas (debe apreciarse la intención de superar la visión de ciencia dogmática, de verdades absolutas).

Parámetro 4: *Favorecer el trabajo en equipo y la discusión informada y razonada* (debe evidenciarse una posición en la que el conocimiento se centre en la actividad del alumno, se favorezca el trabajo en equipo y se reflexione en las clases en torno a los conceptos y sus interpretaciones).

Parámetro 5: *Incorporar la historia de la ciencia en la enseñanza* (debe apreciarse el empleo de la historia para apoyar la formación de conceptos y la comprensión de los problemas conceptuales de los alumnos).

Parámetro 6: *Desligarse de la enseñanza enciclopédica, memorística y de ejercicios rutinarios* (debe evidenciarse una superación de la enseñanza tradicional basada en ejercicios repetitivos y en el énfasis en la memorización).

Parámetro 7: *Contribuir al desarrollo de las habilidades de resolución de problemas en los alumnos* (debe percibirse un apoyo al desarrollo de las habilidades necesarias para resolver problemas).

Parámetro 8: *Procurar la comprensión conceptual en los alumnos flexibilizando tiempos y actividades de aprendizaje* (el enfoque debe evidenciar preocupación porque los alumnos comprendan los conceptos y los encuentren útiles para resolver diversas situaciones).

Parámetro 9: *Habilidad de los profesores para desarrollar estrategias didácticas y adecuarse al progreso conceptual de los alumnos* (en el material deben incorporarse actividades que promuevan la discusión de las ideas y estrategias para deducir fórmulas).

Parámetro 10: *Capacidad de los profesores para evaluar con procedimientos adecuados el desarrollo conceptual de los alumnos en lo individual y en su trabajo en equipo* (las evaluaciones deben correlacionarse claramente con el enfoque desarrollado).

3. METOLOGÍA

A fin de diagnosticar los aprendizajes logrados por los alumnos en el nivel medio en contenidos sostenes de la unidad: “Límite”, al iniciar el cursado de la asignatura se implementó una prueba diagnóstica a una muestra aleatoria de 60 ingresantes. Versaba sobre:

- Números reales, expresiones algebraicas, factoreo, polinomios, ecuación y gráfica de una recta, identidades trigonométricas.
- Concepto de función de variable real: definición, dominio, rango, cálculo del valor de una función en un punto de abscisa a, interpretación geométrica de f(a), gráfica de una función. Función cuadrática, exponencial, logarítmica, trigonométricas, de proporcionalidad inversa.

La prueba diagnóstica fue validada mediante juicio de tres docentes de Matemática de la Facultad.

Las deficiencias más importantes se evidenciaron en las habilidades matemáticas siguientes:

Controlar (sólo el 8% verifica la solución de la ecuación algebraica racional planteada); *Interpretar* (sólo el 18% interpreta el resultado en el contexto del problema propuesto *Algoritmizar* (el 36% realizó acertadamente los algoritmos requeridos para resolver la ecuación racional); *Recodificar* (el 42% efectuó correctamente la conversión del registro gráfico al simbólico: obtener el rango de una función a partir de su gráfico).

Las habilidades más desarrolladas fueron: *Identificar* y *Calcular*. El 82 % identificó correctamente los casos de factoreo y el 79% identificó el gráfico de diversas funciones con su correspondiente ecuación. Con respecto a *Calcular*: el 70% redujo correctamente una expresión algebraica a una ecuación de primer grado y calculó su raíz, y, el 69% calculó acertadamente el valor de una función cuadrática en un punto.

A partir de este diagnóstico, de las dificultades que presentan los ingresantes a esta universidad investigadas por González de Galindo et al (2006) y considerando los principios del marco teórico establecido, se diseñó un material a ser implementado en aulas masivas de facultades de ciencias, en un espacio curricular de doce horas reloj. Fue desarrollado sobre la unidad de Límite, por ser eje vertebral del Cálculo Diferencial e Integral. Se lo validó mediante juicio de expertos, considerando como categorías de análisis los parámetros establecidos en el trabajo de Flores et al (2004). En este proceso de validación, cada docente debía expresar su opinión entre la correspondencia y coherencia entre esos parámetros y la construcción del material. Debía emitir para cada categoría, el porcentaje en que se refleja en las actividades diseñadas el parámetro analizado (Tabla 1). Posteriormente, a partir de los resultados y de las sugerencias recibidas, se efectuaron las modificaciones que se consideraron pertinentes.

4. RESULTADOS

4.1 El material curricular elaborado ad hoc

El material curricular abarca los siguientes contenidos: *Límite. Noción intuitiva. Límites laterales. Propiedades de los límites. Límites infinitos. Límites al infinito. Asíntotas horizontal y vertical de la gráfica de una función.* Estos contenidos gozan de:

(1) Legitimidad cultural o social. Conceptos relativos a límite matemático se utilizan frecuentemente para explicar cuestiones que se presentan fuera de la Institución educativa. Por ejemplo, puede resultar de interés conocer cuál es la cantidad de droga en la corriente sanguínea después de transcurrido un tiempo suficientemente grande, contado a partir del momento de habérsela inyectado intramuscularmente.

(2) Legitimidad matemática. El concepto de límite es la columna vertebral del Cálculo. En base a él se definen los conceptos de derivada e integral.

(3) Legitimidad funcional: La noción central en muchas aplicaciones de las áreas de la Bioquímica, Química, Farmacia y Biotecnología está relacionada con el estudio de razones de cambio. Este estudio lleva necesariamente al concepto de derivada, noción que se define a partir del límite.

El material consta de *cuatro secciones*:

i) En la *primera sección* se presentan los contenidos teóricos.

ii) La *segunda sección* corresponde a la *Guía de Trabajos Prácticos*. Se presentan actividades para realizar en distintos momentos:

a) Actividades que el estudiante debe realizar antes de concurrir a la clase práctica, las cuales son discutidas, al inicio de la misma, entre el docente y los alumnos. Estas tareas, efectuadas con el propósito de reafirmar los contenidos estudiados en las clases teóricas, se refrendan en principios de Ausubel quien considera que el factor aislado más importante que influye en el aprendizaje es aquello que el aprendiz ya sabe. Sugiere averiguar esto y enseñar de acuerdo con ello (Ausubel, 1978).

b) Actividades para desarrollar en forma grupal durante la clase práctica, bajo la orientación de los docentes. Para guiar este trabajo el material presenta actividades resueltas, en las que se justifican los procedimientos seguidos y se analizan los resultados obtenidos.

c) Actividades para trabajar, de manera independiente, después de la clase práctica. Están destinadas a consolidar conocimientos.

iii) La *tercera sección* contiene las "*Respuestas*" a las situaciones propuestas, a modo de instrumento de control de las tareas realizadas.

iv) La *cuarta sección* corresponde a tres *Apéndices* que contienen actividades de autoevaluación:

Apéndice 1: "*Tomando conciencia de mis logros*".
Apéndice 2: "*Prueba de autoevaluación*".
Apéndice 3: "*Una forma reflexiva de estudiar matemática*".

Se describe someramente cada sección:

i) *Primera sección* (presentación de los contenidos teóricos).

A través de un mapa conceptual se ubica la unidad *Límite* dentro del currículo de la asignatura. Se establecen los prerrequisitos del tema, se comparten los objetivos y se brindan pautas de cómo controlar el aprendizaje del tema completando la ficha "*Tomando conciencia de mis logros*" (ver Apéndice 1). Esta ficha es un instrumento de presentación de contenidos, objetivos y de autorregulación (Jorba y Casellas, 1997). Permite al estudiante realizar un seguimiento individual de sus logros.

Los contenidos fueron desarrollados dejando "*huecos*", a ser llenados por los alumnos durante el transcurso de las clases teóricas y prácticas, después de realizar los procesos reflexivos necesarios (Alonso, Gil y Martínez Torregrosa, 1992; González de Galindo, 2003). El diseño de este material educativo pretendió que el estudiante experimentara un acercamiento paulatino al rigor matemático. Se consideró que un texto con finalidad educativa debía tener una disposición clara, que posibilitara al estudiante percibir las ideas principales a través de las características de su estructura. Adquirió entonces suma importancia la selección y secuenciación de los contenidos, aspectos relevantes si se pretende que los alumnos no tengan dificultades en la comprensión, identificación de conceptos básicos, elaboración de síntesis e incluso, logro de la representación mental del contenido (González Jiménez y Macías Gómez, 2001).

Atendiendo a las recomendaciones de Gálvez (1994), se incluyeron situaciones problemáticas de la vida diaria en las que el conocimiento a aprender era el único medio eficaz para resolverlas. Uno de tales problemas es: "*La cantidad de droga en la corriente sanguínea t horas después de ser inyectada intramuscularmente está* [...] *la cantidad de droga en sangre para un tiempo suficientemente grande?*".

De esta manera, se pretendió que el alumno construyera un conocimiento contextualizado, a diferencia de la secuenciación institucional habitual, en la que la búsqueda de aplicaciones de los conocimientos era posterior a su presentación descontextualizada. Por otra parte, se intentó con este problema motivar con una situación que tuviera sentido para el alumno.

La secuenciación de las actividades respondió a los objetivos que se pretendían lograr, y a las habilidades, destrezas, procedimientos, información, etc. que el alumno debía poner en juego (Bixio, 2005). Por ejemplo, para llegar a la noción intuitiva de límite se presentaron en el material las dos actividades siguientes:

Actividad Nº1: *Dada la función f definida por*

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{x}$$

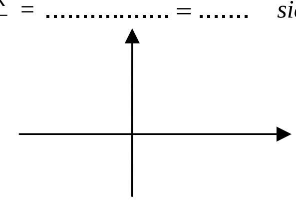
a) Determina el dominio de la función: Dom f = ...

Como puedes observar, esta función no está definida para

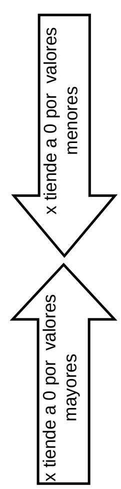
....

b) Realiza la gráfica de la función f (ten en cuenta que una vez determinado el dominio de la función, puedes expresar su ecuación en forma más simple)

$f(x) = \dfrac{x^2 + x}{x}$ = ... = ... *siempre que* …….



c) Completa la tabla y responde:



x	*f(x)*
-1	…
-0,5	*0,5*
-0,1	…
-0.01	*0,99*
-0,001	…
-0,0001	*0,9999*
0 ∉Dom f	……..
0,0001	*1,0001*
0,001	…
0,01	…
0,1	*1,1*
0,5	*1,5*
2	…

- *A medida que "x" toma valores cada vez más cercanos a 0 (pero menores que 0), ¿qué sucede con los valores de "f(x)"?*

....

- *A medida que "x" toma valores cada vez más cercanos a 0 (pero mayores que 0), ¿qué sucede con los valores de*

- *¿Qué sucede en x = 0?*
....
- *¿Qué puedes concluir acerca de los valores que toma "f(x)" cuando x toma valores tan próximos a 0 como se quiera?*..
....

Aunque "x" no puede tomar el valor 0, pudimos tomar valores de "x" tan próximos a 0 como quisimos y comprobamos que f(x) ....
....

Esto lo simbolizamos así: $\lim_{x \to 0} f(x) = 1$

Ahora estamos en condiciones de dar la:

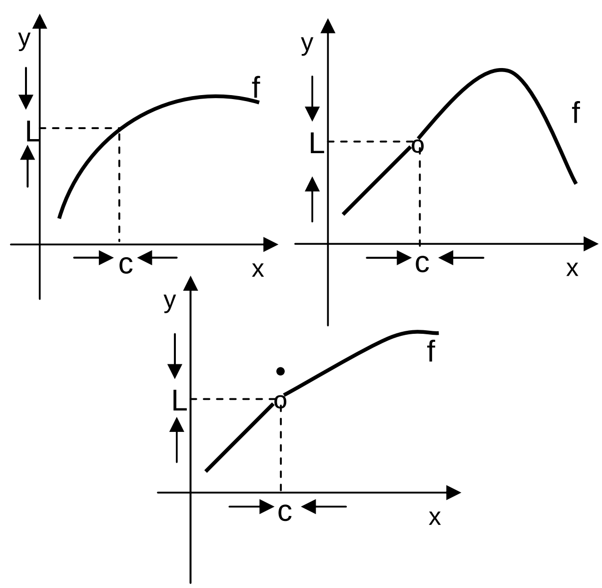
Noción intuitiva de límite de una función: *Sea f una función definida en un entorno del punto c, excepto posiblemente en c donde la función puede no existir, entonces cuando escribimos*

$\lim_{x \to c} f(x) = L$ *(con c y L números reales)*

significa que para valores de x cada vez más próximos a c, pero distintos de c, la función toma valores f(x) tan próximos a L como se quiera.

L, si existe, es único y finito

Comprueba geométricamente la existencia de límite en cada uno de los siguientes gráficos:

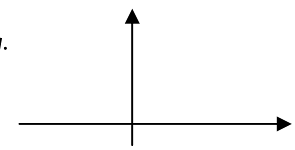


Realiza ahora la actividad del Apéndice 2 "Una forma reflexiva de estudiar Matemática". Se trata de una actividad metacognitiva que te brinda pautas acerca de cómo debes estudiar Matemática.

Actividad Nº 2: *El mismo análisis que efectuaste a la función f de la Actividad Nº 1, realízalo para la función g definida*

$$g(x) = \begin{cases} x^2 & si \quad x \neq 0 \\ 3 & si \quad x = 0 \end{cases} \qquad en\ c=0$$

Grafica la función g.



Escribe en forma simbólica lo que sucede con la función f de la Actividad 1 y la función g de la Actividad 2 cuando x tiende a 0. ¿Qué diferencia puedes apreciar entre f y g en el punto 0?
....
....

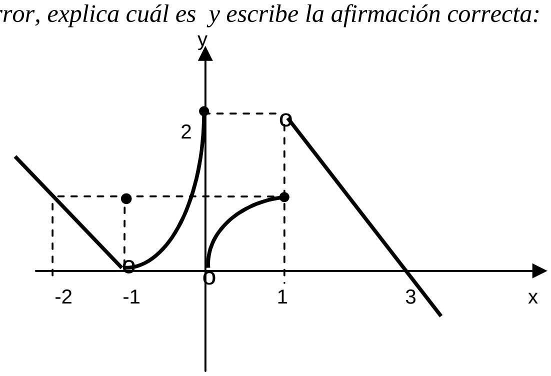
Surge naturalmente la siguiente pregunta:
El valor del límite de una función en un punto, ¿depende del valor que asume la función en el punto?
....

Después de realizar estas actividades se espera que el estudiante haya comprendido la noción intuitiva de límite de una función.

ii) *Segunda sección* (*Guía de Trabajos Prácticos).*

Esta sección, además de incluir situaciones en las que puede apreciarse el valor instrumental de la Matemática, presenta actividades que promueven mecanismos de regulación del aprendizaje para favorecer la metacognición. Un ejemplo de estas actividades es la siguiente:

Actividad Nº 3: *Dada la gráfica de la función f, analiza si existe error en las siguientes afirmaciones. Si encuentras error, explica cuál es y escribe la afirmación correcta:*



a) $\lim_{x \to -1} f(x) = 1$ b) $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$ c) $\lim_{x \to 1} f(x) = 1$

d) $\lim_{x \to 3^+} f(x) = f(3)$

e) $\lim_{x \to c} f(x)$ *existe para todo valor de c perteneciente al intervalo (0, 2)*

También, al elaborar esta sección, se reflexionó sobre los ejercicios y problemas que hasta ese momento se proponían al estudiante, concluyendo que en general se basaban en el conocimiento de un algoritmo o procedimiento que, al ser aplicado, conducía a la respuesta deseada como resultado de una manipulación formal. Se decidió, entonces, incluir actividades para las cuales ninguna técnica, memorizada previamente y aplicada mecánicamente, resultara útil. Así, el material presenta vista, a discutir y contrastarlos con el enfoque teórico y que requieren diversos procesos del pensamiento necesarios para el aprendizaje de la Matemática, desde los de un nivel básico: observar, describir, comparar, establecer relaciones, clasificar, definir, hasta los de un nivel más complejo: analizar información, formular hipótesis (seleccionar la más adecuada, evaluar la pertinencia de ella), sintetizar, evaluar e interpretar resultados (Pacheco, 2005).

A modo de ejemplo se presentan las actividades *I* y *II* incluidas en esta sección, diseñadas para desarrollar estas habilidades:

I) *Indica si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones y justifica.*

a) Si $\lim_{x \to c} f(x) = L$ *entonces* $f(c) = L$

b) Si $f(c)$ *no está definida entonces el* $\lim_{x \to c} f(x)$ *no existe*

c) Si f es una función polinomial, entonces $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$

d) Si no existe el $\lim_{x \to c} f(x)$ *entonces no existe* $f(c)$

Las situaciones de los apartados *a, b* y *d* requieren realizar operaciones cognitivas de los niveles básico y complejo (exigen comprender y relacionar los conceptos de valor de una función en un punto, límite de una función y condición necesaria para la existencia del límite de una función, además de analizar y evaluar información). La respuesta al apartado *c* requiere realizar sólo una operación cognitiva de nivel básico: recordar el enunciado de un teorema.

II) *Esboza para cada apartado la gráfica de una función f tal que:*

a) $Dom\ f = \Re - \{1\}$ *y* $\lim_{x \to 1} f(x) = 6$

b) $Dom\ f = \Re$; $f(2) = 3$ $\lim_{x \to 2} f(x) = 4$

c) $Dom\ f = \Re$; $\lim_{x \to -1} f(x) = f(-1)$

Se incluyeron actividades como éstas por las dificultades que evidencian los alumnos en las distintas formas de representar una idea matemática y en la conversión de un registro de representación semiótica a otro, considerándose en particular los lenguajes: verbal, gráfico y analítico. Además, exigen realizar una síntesis, operación cognitiva de mayor complejidad (Panizza y Drouhard, 2002; Pimm, 1990).

Como los conceptos, procedimientos y procesos intelectuales Matemática están interrelacionados, hubo una intención deliberada a través de las actividades incluidas, de conectar ideas y procedimientos, tanto entre las diferentes áreas de las Matemáticas como con otras áreas.

Estrategia didáctica para favorecer la metacognición

Para favorecer aprendizajes significativos se diseñaron estrategias metacognitivas que promueven la autosocioconstrucción del conocimiento. Estas estrategias deben ser implementadas al resolver las actividades incluidas en la guía. A modo de ejemplo se presenta la estrategia diseñada para desarrollar la Actividad 3, enunciada en la segunda sección:

1) Los alumnos resuelven la situación planteada, en forma individual y anónima, en aproximadamente diez minutos.

2) Finalizado este tiempo, cada estudiante intercambia su producción con un compañero a fin de efectuar la evaluación mutua de la actividad realizada.

3) Después de intercambiadas las producciones, el docente explica en la pizarra cada apartado de la actividad, brindando los criterios de corrección. Debe considerar las posibles respuestas de los alumnos y preguntar a la clase si quedan algunas sin mencionar. Además, debe explicar detalladamente cuándo la solución debe ser calificada como “correcta” o “incorrecta”.

4) Terminada la instancia de coevaluación, cada protocolo vuelve a su dueño, para que reflexione sobre sus errores y luego escriba un texto explicitando el origen de su error.

5) Finalmente todos los protocolos se entregan al docente.

El escaso tiempo disponible para implementar esta estrategia en aulas de aproximadamente ochenta alumnos, al frente de las cuales hay sólo un docente, condicionó el diseño de la misma. Por ello se planificó que después de intercambiadas las producciones, fuese el docente quien brindara los criterios de corrección, en lugar de que los mismos surgieran del consenso fruto de un debate con los estudiantes.

Control interno del material elaborado

Ya que la incomprensión o el entendimiento erróneo del contenido de cualquier material curricular acarrean problemas de aprendizaje, una vez que estuvo elaborado, se consideró necesario conocer las causas eventuales de las alteraciones de la información, para prevenirlas y evitarlas. Siguiendo las recomendaciones de Nesterova (1997: 242) para obtener éxito en la comunicación entre docente y alumnos, se decidió en una primera etapa “*observar los materiales didácticos desde el punto de vista de los alumnos*”. Se asumió esta postura considerando los errores frecuentes que cometen los alumnos, detectados por las autoras de este trabajo a través de una larga trayectoria docente en la asignatura. También se tuvieron presentes, los resultados de investigaciones previas destinadas a revelar las fortalezas y debilidades en el área Matemática que presentan los alumnos ingresantes a esta Universidad, especialmente en lo relativo al dominio de Álgebra elemental y a la lectura y escritura de los símbolos propios de la disciplina, y en general, a la conversión entre los distintos registros de representación semiótica.

Como resultado de este análisis se introdujeron modificaciones en la presentación de los contenidos, sobre todo en la notación simbólica empleada, optándose por la que se consideró más sencilla para el contexto de enseñanza (González de Galindo et al, 2006; Distéfano et al, 2010). En consecuencia se optó por dar sólo la noción intuitiva de límite, en los casos en que x tiende a un valor finito y también cuando x tiende a más o menos infinito, obviando el concepto riguroso brindado por la definición *epsilon-delta*. Por otra parte, se presentaron sin demostrar los teoremas relativos a la operatoria con límites.

Validación por pares del material elaborado

Se validó el material elaborado mediante juicio de expertos. Se lo sometió a consideración de cuatro docentes de Matemática: dos profesores, un jefe de trabajos prácticos y

universidades. Cada uno debía analizar la forma de presentación y desarrollo de las distintas categorías de actividades, la manera en la que se conectaron los contenidos, la notación simbólica seleccionada, las conexiones interdisciplinarias, el tipo de ejercitación incluida, entre otros aspectos. Para concretar este análisis se les solicitó que analizaran si los diez parámetros enunciados por Flores et al. (2004), relativos a coherencia, pertinencia, calidad, cobertura y amplitud, se veían reflejados en el material elaborado. Cada docente debía emitir su opinión de acuerdo, desacuerdo o de ajustes que consideraba necesarios. En otras palabras, debía emitir opinión entre la correspondencia y coherencia entre esos parámetros y la construcción del material.
Se obtuvieron los siguientes resultados:

Parámetro	Porcentaje de acuerdo
Dominio de contenidos	100
Ideas previas	100
Naturaleza de la ciencia	75
Trabajo en equipo	80
Uso de la historia de la ciencia	0
Enseñanza no memorística	92
Resolución de problemas	80
Aprendizaje significativo, flexibilizando tiempos y actividades	90
Diseño de estrategias didácticas	100
Capacidad del docente para evaluar el aprendizaje	85

Tabla 1: Porcentaje de actividades en las que se reflejan los parámetros de análisis

Posteriormente, a partir de estos resultados y de las sugerencias recibidas (reordenar algunos contenidos, brindar un mayor número de actividades resueltas, incorporar nuevas situaciones problemáticas en las que se aprecie el valor instrumental del contenido desarrollado, incorporar la historia de la ciencia en la enseñanza, contribuir en mayor medida al desarrollo de las habilidades de resolución de problemas), se efectuaron las modificaciones que se consideraron pertinentes, previo intercambio de opiniones entre los autores de este material sobre la conveniencia de introducirlas dadas las limitaciones del contexto. Por ejemplo, las sugerencias de incorporar la historia de la ciencia en la enseñanza y contribuir en mayor grado al desarrollo de las habilidades de resolución de problemas, no pudieron ser atendidas dado el escaso tiempo concedido al desarrollo de la unidad de Límite.
La forma final que adoptó el material logró posteriormente el consenso.

RESULTADOS ESPERADOS DE LA ESTRATEGIA PILOTO

El material instruccional elaborado fue sometido a ensayo en el primer cuatrimestre de 2010, a modo de experiencia piloto. Se están analizando los resultados de: a) Encuestas

Rendimiento académico en los exámenes parciales, finales y recuperaciones. Finalmente se triangulará la información obtenida de las distintas fuentes.
Se puede adelantar que el material curricular y las estrategias ideadas para su implementación en las aulas multitudinarias de Matemática I, contribuyen a lograr aprendizajes significativos y superar la práctica de evaluación del aprendizaje, actualmente limitada sólo a evaluaciones sumativas, mejorando de esta manera la calidad de la evaluación del aprendizaje en el contexto de estudio. La estrategia didáctica diseñada focaliza su atención en: el empleo de un material curricular diseñado ad hoc (cuya descripción fue motivo de este artículo), la comunicación de los participantes, la implementación de estrategias metacognitivas, la integración de la regulación en situaciones de aprendizaje y en el diseño de actividades que no requieran la intervención permanente del profesor.
Es necesario reconocer que este material debe ser interpretado como instrumento subsidiario y de apoyo al proceso de enseñanza y aprendizaje, en el que toma relevancia la competencia comunicativa del docente y el dominio de la asignatura que imparte.
Además, se considera que es de fundamental importancia para el logro de aprendizajes significativos que el docente conozca el proceso de cómo se acrecientan las ideas elementales en estructuras con más entidad y rigor científico, y logre identificar las partes más áridas, las de mayor complejidad y los problemas de comprensión que conllevan.
Los resultados finales que se obtengan podrán transferirse a otras asignaturas con grupos-clase masivos.

REFERENCIAS

- Alonso, M., Gil, D. y Martínez Torregrosa, J. (1992). Los exámenes de Física en la enseñanza por transmisión y en la enseñanza por investigación. *Enseñanza de las Ciencias, 10 (2), 127-138.*
- Arcavi, A. (1999). ...Y en Matemáticas, los que instruimos ¿qué construimos? *Números. Revista de didáctica de las matemáticas. Vol. 38, 39-56.*
- Ausubel, D. P. (1978). Citado por Moreira, M. A. y Caballero C. (2008). *La Teoría del Aprendizaje Significativo.* 1ra. Edición. Porto Alegre- Brasil, Burgos-España: UFRGS, Brasil y UBU, España.
- Baker, L. (1991). Citado por Campanario, J. M. y Moya, A. 1999. ¿Cómo enseñar ciencias? Principales tendencias y propuestas. *Revista Enseñanza de las Ciencias, 17 (2), 179-192.*
- Bixio, C. (2005). *Enseñar a aprender: construir un espacio colectivo de enseñanza-aprendiz*aje. Rosario-Argentina: HomoSapiens Ediciones.
- Bosch, M., García, F., Gascón, J., Ruiz Higueras, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación Matemática, 18 (2), 37-74.*Rescatado el 2/7/2010 de: http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40518203.pdf .
- Camillioni, A., Celman S., Litwin E., y Palou, C. (1998). *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico.* Argentina: Paidós.
- Campanario, J. M. y Moya, A. (1999). ¿Cómo enseñar ciencias? Principales tendencias y propuestas. *Revista*

- Coll, C. y Martí, E. (1992). “Aprendizaje y desarrollo: la concepción genético-cognitiva del aprendizaje”. En Coll, C., Palacios, J. y Marchesi, A. (1990). *Desarrollo psicológico y educación, II. Psicología de la educación, 121 - 139*. Madrid: Alianza Editorial.
- Díaz Barriga Arceo, F. y Hernández Rojas, G. (1999). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista.* Mcgraw-hill, México.
- Distéfano, L.; Urquijo, S. y González de Galindo, S. (2010). Una intervención educativa para la enseñanza del lenguaje simbólico. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, Nº 23, pp.59-70.*
- Flores, F., García, A., Alvarado, C., Sánchez Mora M., Sosa, P. y Reachy, B. (2004). Análisis de los materiales instruccionales de ciencias naturales. Sus implicaciones en los cursos nacionales de actualización. *Revista Mexicana de Investigación Educativa. Vol. 9. Num. 20, 199-228.*
- Galvez, G. (1994). “La didáctica de las Matemáticas”. En Parra, C y Saiz, I. *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*, *39-63*. Buenos Aires: Paidós.
- Garrido Rodríguez, L. (2009). TIC aplicadas a la educación: sistemas de evaluación informatizada utilizando jclic. *Revista digital enfoques educativos* Nº 52. 15/12/2009. Rescatado el 7/4/2010 de: www.enfoqueseducativos.es.
- González de Galindo, S. y Villalonga de García, P. (2002). "Análisis crítico de un currículo de matemática". *Educación y Ciencias de la Universidad Autónoma de Yucatán. Vol. 6 Nº 11 (25), 39-47, México.*

González de Galindo, S. E. (2003). *Resignificación de la clase magistral dentro de un nuevo modelo de aprendizaje.* Tesis de Maestría no publicada. Tucumán-Argentina.

González de Galindo, Villalonga de García y Marcilla. (2009). “Enseñemos matemática favoreciendo la comunicación y la actividad del alumno”. *Revista Premisa. Año 11, Nº 40, 3-13.*

- González Jiménez, F. y Macías Gómez, E. (2001). Criterios para valorar materiales curriculares: una propuesta de elaboración referida al rendimiento escolar. *Revista Complutense de Educación. Vol. 12. Núm. 1: 179-212.*
- Hernández Fernández, H., Delgado Rubí, J. y Fernández de Alaíza, B. (2001). *Cuestiones de didáctica de la matemática. Conceptos y procedimientos en la educación polimodal y superior.* Rosario- Argentina: Homo Sapiens Ediciones.
- Jorba, J. y Casellas E. (1997). *Estrategias y técnicas para la gestión social en el aula. Vol. 1: La regulación y la autorregulación de los aprendizajes*. Barcelona: Síntesis.
- Martínez Fernández, J. R. (2004). Concepción de aprendizaje, metacognición y cambio conceptual en estudiantes universitarios de psicología. Tesis doctoral. Facultad de Psicología. Universidad de Barcelona. Extraído el 7/8/2009 de http://www.tdr.cesca.es/tesis_ub/ available/tdx-1006104-091520//Tesis_final.pdf.
- Moreira, M. A. y Caballero C. (2008). *La Teoría del Aprendizaje Significativo.* 1ra. Edición. Porto Alegre-Brasil, Burgos- España: UFRGS, Brasil y UBU, España.
- N.C.T.M. (1989). *Estándares Curriculares y de*

Edición española de *Curriculum and Evaluation Standards* for School Mathematics (Tr. por José Alvarez Falcón y Jesús Casado Rodrigo). Sevilla: SAEM Thales.
- N.C.T.M. (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Rescatado el 11/4/2003 de: http://standards.nctm.org/Previous/AssStds/index.htm.
- N.C.T.M. (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla. Edición española de *Principles and Standards for School Mathematics*. (Tr. por Manuel Fernández Reyes). Sevilla: SAEM Thales.
- Navarro Castillo, M. J. (2009). Las competencias básicas en la nueva de ley de educación y la educación física escolar. *Revista digital enfoques educativos* Nº 52. Rescatado el 7/4/2010 de www.enfoqueseducativos.es .
- Nesterova, E. (1997). “Formación de habilidades en los alumnos para estudiar nuevas materias”. *Actas de la XI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, 241-245.*
- Ottonello, S. I. (2010). *Estrategias metacognitivas en el sistema de tareas de la asignatura Algebra como una contribución al proceso aprender a aprender.* Tesis de maestría inédita. Universidad Nacional de Tucumán. Tucumán-Argentina.
- Pacheco, N. (2005). *Comprensión y aprendizaje en Matemática*. Mendoza- Argentina: Editorial EFE.
- Panizza, M. y Drouhard, J. (2002). Producciones escritas y tratamientos de control en álgebra: algunas evidencias para pensar en interacciones posibles para guiar su evolución. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol. 15, 207-215.*
- Pérez González, O. (2000). *La evaluación del aprendizaje como elemento del sistema de dirección del proceso docente.* Tesis de doctorado inédita. Universidad de Camagüey, Cuba.
- Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Morata.
- Sánchez, G. y Valcárcel, M. V. (1993). Citado por Campanario, J. M. y Moya A. (1999). ¿Cómo enseñar Ciencias? Principales tendencias y propuestas. *Enseñanza de las Ciencias, 17 (2), 179-192.*
- Servera, M. (1992). *El enseñar a pensar y la instrucción en estrategias cognitivas.* Extraído el 18/10/2009 de http://www.sectormatematica.cl/articulos/ens_pensar.pdf
- Solaz-Portolés, J. J, & Sanjosé-López, V. (2008). Conocimientos y procesos cognitivos en la resolución de problemas de ciencias: consecuencias para la enseñanza. Magis, *Revista Internacional de Investigación en Educación, 1, 147-162*.
- Véliz, M. (2002). *Sistema de autorregulación y autoevaluación del Cálculo Diferencial para estimular el trabajo independiente de los alumnos en las clases prácticas*. Tesis de maestría inédita. Universidad Nacional de Tucumán. Tucumán-Argentina.
- Villalonga de García, P. (2003). *Un enfoque alternativo para la evaluación del Cálculo en una Facultad de Ciencias*. Tesis de maestría inédita. Universidad Nacional de Tucumán. Tucumán-Argentina.
- Villalonga, P., González, S., Holgado L., Marcilla, M. y Mercau, S. (2009). Pautas para diseñar actividades evaluativas basadas en teorías de aprendizaje significativo: desde Ausubel hasta Moreira. En J. Sagula (Ed.), *Memorias del 10º Simposio de Educación Matemática* (Vol. Cd. 1813-1830). Argentina: EMAT

APÉNDICE 1: Tomando conciencia de mis logros[1]

	Fechas					
Objetivos	*1ª*	*2ª*	*3ª*	*4ª*	*5ª*	*6ª*
Interpretar geométricamente el valor f(a).						
Definir entorno de un punto.						
Representar geométricamente el entorno de un punto.						
Enunciar la noción intuitivamente de límite de una función.						
Interpretar geométricamente el límite de una función						
Enunciar la noción intuitiva de límite lateral izquierdo y derecho de una función.						
A partir del gráfico de una función identificar el valor de sus límites laterales.						
Escribir la "condición para la existencia del límite".						
Enunciar las propiedades del límite de una función.						
Aplicar las propiedades para calcular límite de funciones.						
Explicar la noción de límite infinito.						
Definir y encontrar la ecuación de asíntota vertical						
Explicar la noción de limite al infinito						
Calcular límites de funciones para $x \to c$, $x \to \infty$, $x \to -\infty$.						
Definir y encontrar la ecuación de asíntota horizontal						
Identificar los límites particulares.						

Indicaciones para el uso de la ficha*: Mientras trabajes con este capítulo, después de estudiar cada clase, llena la columna correspondiente a la fecha de la clase con los siguientes códigos:*

N*: Objetivo aún no logrado;*
P*: Objetivo parcialmente logrado.*
C*: Objetivo completamente logrado.*

Estos códigos indicarán tu nivel de logro de los objetivos listados en la primera columna. En caso de no haber alcanzado completamente uno o más de los objetivos de los temas desarrollados en cada clase, concurre a las clases de apoyo que se dan en horarios de consulta o trata de discutir tus dudas con tus compañeros. Luego, de emplear esta estrategia, reflexiona acerca del nivel de logro de los objetivos y vuelca el código correspondiente en la columna con la fecha del día de tu toma de conciencia. Lo ideal sería que, a lo largo del curso, busques las estrategias pertinentes para que todos los objetivos que se encuentran en la columna de la izquierda sean alcanzados completamente. ¡Adelante!

APÉNDICE 2: Una forma reflexiva de estudiar matemática

La noción intuitiva de límite de una función es:

> *Sea f una función definida en un entorno del punto c, excepto posiblemente en c donde la función puede no existir., entonces cuando escribimos*
>
> $$\lim_{x \to c} f(x) = L \qquad \text{(con } c \text{ y } L \text{ números reales)}$$
>
> *significa que para valores de **x** cada vez más próximos a c, pero distintos de c, la función toma valores f(x) tan próximos a L como se quiera.*
>
> *L, si existe, es único y finito*

¿Cómo debes estudiarla? Te sugerimos lo siguiente:

Debes leerla detenidamente, tratando de explicar cada parte como se indica:

1) ¿Qué significa que "f sea una función definida en un entorno del punto c, excepto posiblemente en c donde la función puede no existir"?
Para dar respuesta a esta pregunta, reflexiona acerca de:

- *¿Qué es una función? ¿Qué es un entorno?*
- *¿Qué significa que una función esté definida en un entorno?*
- *¿Qué significa la expresión "excepto posiblemente en c donde la función puede no existir"?*

2) ¿Qué significa la expresión "para valores de x cada vez más próximos a c, pero distintos de c"?
3) ¿Qué significa que "la función toma valores f(x) tan próximos a L como se quiera"?
Reflexiona: - ¿Qué son los valores f(x) de la función?
- Explica la expresión "tan próximos a L como se quiera"
4) ¿Qué significa "L, si existe, es único y finito"?

APENDICE 3: Prueba de autoevaluación

Una vez que hayas resuelto esta prueba solicita las respuestas al docente.

Evaluación de la parte teórica

1) Define en forma intuitiva el concepto de límite de una función en un punto.
2) a) Enuncia la condición para la existencia del límite de una función en un punto.
b) Completa los puntos suspensivos:
Si el $\lim_{x \to a} f(x) = 4$ *entonces* . . . . = ... =. . . .
3) Califica con V (verdadero) o F (falso) las siguientes proposiciones justificando tu respuesta:
a) Si el $\lim_{x \to a} f(x) = l$ *entonces f(a) = l.*
b) Si existen $\lim_{x \to a^-} f(x)$ *y* $\lim_{x \to a^+} f(x)$ *entonces existe* $\lim_{x \to a} f(x)$.
c) Si el $\lim_{x \to 0} g(x) = 0$ *entonces* $\lim_{x \to 0} \frac{x+3}{g(x)} = 0$

Evaluación de la parte práctica

1) Evalúa el límite de la función:

$a)\ \lim_{x \to \infty} \frac{2x + 3}{x + \sqrt[3]{x}}$ $\qquad b)\ \lim_{x \to 6} \frac{\sqrt{x-2} - 2}{x - 6}$ $\qquad c)\ \lim_{x \to 0} \frac{-4x}{\operatorname{sen} x}$

$d)\ \lim_{x \to \infty} \frac{2}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x}$

2) Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x < 0 \\ \cos x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ *evalúa, si existe, el* $\lim_{x \to 0} f(x)$

3) Determina, si existen, las asíntotas verticales y horizontales de las siguientes funciones:

$a)\ f(x) = \ln(x-3)$, *grafica f*

$b)\ f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$

4) Encuentra el error en el desarrollo de este ejercicio

$$\lim_{x \to 2} \frac{4x^2 - 4}{x+2} = 4 \lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x+2} = 4 \lim_{x \to 2} \frac{(x-2).(x+2)}{x+2} = 4 \lim_{x \to 2} (x-2) = 0$$

Susana González de Galindo

Magíster en la Enseñanza de la Matemática Superior, Licenciada en Matemática y Profesora en la Enseñanza Media, Normal y Especial (Especialidad Matemática), títulos otorgados por la Universidad Nacional de Tucumán (UNT), Argentina.
Profesora Asociada de Matemática 1 y Matemática 2 de la Facultad de Bioquímica, Química y Farmacia de la UNT. Docente de carreras de postgrado y Directora de tesis de Magister.
Integrante y Directora de Proyectos de investigación del Consejo de Investigaciones de la UNT. Tiene publicados diversos trabajos de investigación en las áreas Matemática y Educación en Ciencias, en Revistas Nacionales e Internacionales.