



Revista Electrónica de Investigación en  
Educación en Ciencias

E-ISSN: 1850-6666

reiec@exa.unicen.edu.ar

Universidad Nacional del Centro de la  
Provincia de Buenos Aires  
Argentina

Silva, José Roberto da; Moreira, Marco Antonio

Uso de um Texto de apoio como Organizador Prévio: Combinatória para o Ensino Fundamental e  
Ensino Médio

Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, vol. 2, núm. 2, 2007, pp. 1-12

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires  
Buenos Aires, Argentina

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=273320487002>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

## Uso de um Texto de apoio como Organizador Prévio: Combinatória para o Ensino Fundamental e Ensino Médio<sup>1</sup>

José Roberto da Silva<sup>2</sup>, Marco Antonio Moreira<sup>3</sup>  
jrobertosilva@bol.com.br   moreira@if.ufrgs.br

Departamento de Ciências Naturais  
Faculdade de Formação de Professores de Nazaré da Mata – Universidade de Pernambuco – UPE  
Faculdades Integradas da Vitória de Santo Antão/PE – FAINTVISA

<sup>3</sup> Instituto de Física  
Universidade federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

### Resumo

Os professores participantes de cursos de extensão, especialização e formação continuada, dentre as várias dificuldades, de forma ampla se destaca a passagem da postura positivista para o construtivista. Este estudo intenta suavizar esta passagem sugerindo uma formação que possibilite aos aprendizes e ensinantes uma evolução cognitiva aportada na aprendizagem significativa (Ausubel, 1978). Para isso, se construiu um Material didático (texto de apoio) e, posteriormente, foi testado numa turma (32 alunos) de um Curso de Especialização. Os critérios adotados para valorar a diferenciação progressiva (DP) e a reconciliação integradora (RI) no âmbito da Combinatória, a partir dos princípios aditivos e multiplicativos, foram a seleção conceitual, a inclusividade e as relações significativas.

**Palavras chaves:** aprendizagem significativa, organizador prévio, texto de apoio de combinatória, formação de professores, didática da matemática.

### Abstract

Teachers attending extension, specialization and continuing education courses have to face several difficulties, one of those being of ample spectrum: to pass from the positive posture to the constructivist one. This study aims to render soothe the process by suggesting a way through which learners and teachers attain a cognitive evolution founded on meaningful learning (Ausubel, 1978). To that end, a didactic material was developed (support text) which was afterward put to the test on a group (32 students) of a specialization course. The criteria adopted to measure progressive differentiation (PD) and integrating reconciliation (IR) in the combinatory real, from the additive and multiplicative principles, were the conceptual selection, the exclusivity and the significant relation.

**Keywords:** meaningful learning, advance organizer, support text in combinatory, teachers graduation, didactics in mathematics.

<sup>1</sup> Trabalho apresentado no *V Encontro Internacional sobre a Aprendizagem Significativa*, em Sessão de Plenária na Universidade LA SALLE, Madrid, setembro de 2006.

<sup>2</sup> Doctorando del Programa Internacional de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias de la Universidad de Burgos (España) em convenio com la UFRGS (Brasil).

## 1. INTRODUÇÃO

### Aprendizes e Ensinantes: evolução cognitiva

A experiência dos docentes/discentes em sala de aula tem apresentado uma nítida distância entre os dois pressupostos básicos no ato do ensino, em primeiro lugar por parte do professor, proporcionar ao aluno conhecimento e, em segundo, lugar o alcance por parte do aluno ao que está subjacente e/ou diz respeito ao conhecimento abordado. Os motivos são de naturezas diversas e no que se refere ao ensino da matemática, por exemplo, os professores geralmente têm-se preocupado em ensinar a aplicação de fórmulas, dando importância à obtenção de respostas. E para isso, geralmente elegem metodologias (estratégias) que favoreçam a utilização adequada dessas fórmulas, as quais são apresentadas sem trazerem clareza, quanto as suas origens. Isto tem promovido implicações desastrosas, simplesmente por não ter sido, no geral, dada à importância merecida a certas idéias básicas das quais são obtidas tais fórmulas, mas não se enfoca, geralmente, a construção dessas idéias.

Em muitas dessas metodologias adotadas, parece ficar claro que o que se está ensinando é apenas o aspecto da praticidade (em termos de utilização), por isso, muitos vêem a matemática como uma “ferramenta”. É preciso se fazer entender que a estruturação das idéias matemáticas além dos conceitos e/ou objetos matemáticos constitui-se também de proposições, leis, teoremas e teorias. Portanto, saber usar a matemática como ferramenta, pode limitar a compreensão do usuário qualquer que seja sua formação, pois tomando emprestada a etimologia da palavra conforme D’Ámbrosio (2003), se pode observar uma valorização da *techané*, em relação à *matema*.

Aspectos como os já enfocados, indicam a necessidade de mudança nas propostas de ensino que têm tentado alterar de forma brusca a concepção distorcida do aluno sobre certo assunto, para a concepção, que é aceita pela comunidade científica, que lida com uma determinada área do conhecimento. Tal necessidade pode ser comparada ao que Khun (1978) chamou de ‘revolução científica’ em sua famosa obra ‘a estrutura das revoluções científicas’. Dessa forma, pode-se caracterizar que um conhecimento para alguém no que se refere a uma idéia/conceito que possui pode estar impregnada de um dos três tipos de problemas mediante o paradigma vigente: *equivocada*, *enganada* ou *errada*. Tais problemas têm fortes inter-relações com as crenças dos alunos (construções anteriores consolidadas), que geralmente vão de encontro ao que partilham à comunidade científica. Assim, quando alguém vislumbra adequadamente um conhecimento rompendo com sua crença experimenta uma *evolução cognitiva*.

Nesse sentido, para Bachelard (1996), a evolução de um conhecimento ‘pré-científico’ passa quase sempre por certos empecilhos, e neste processo acontece a rejeição de conhecimentos anteriores e o indivíduo se vê diante de algo a que ele deu nome de *obstáculos*. E isto pode verificar-se sobre alguns conceitos e/ou idéias tratadas no ato educativo durante o processo de ensino-aprendizagem no Ensino Fundamental (E.F.), no Ensino Médio (E.M.) e no Ensino Superior (E.S.).

O presente estudo procura a partir das necessidades aqui chamadas de “boa formação básica de matemática” e da “evolução cognitiva dos aprendizes e ensinantes” enfatizar o

papel dos recursos didáticos, em especial textos de apoio visando à aquisição de uma aprendizagem significativa. Em síntese, pretende-se avaliar se o texto de apoio: ‘*Resignificando o Compreender e o fazer Matemático a partir de Equívocos/Distorções no Campo da Combinatória*’ poderá ser qualificado como um *material potencialmente significativo*<sup>3</sup>.

## 2. INTENÇÕES EDUCATIVAS SUBJACENTES AOS MATERIAIS DIDÁTICOS

### Dimensão teórica: alguns propósitos para uma aprendizagem significativa

David Ausubel *apud* Moreira (2000, p. 15), destaca que “*a essência do processo de aprendizagem significativa é que as idéias expressadas simbolicamente se relacionem, de maneira substancial (não literal) e não arbitrária, com o que o aprendiz já sabe, ou seja, com algum aspecto de sua estrutura cognitiva especificamente relevante (i.é., um subsumidor) que pode ser, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou umas proposições já significativas*”.

No ato educativo, portanto, as novas informações para serem “captadas” em termos de significação dependem fundamentalmente da qualidade substancial a ser estabelecida entre o relacionamento da estrutura cognitiva do aprendiz com essas novas informações apresentadas. Para que ocorra a referida qualidade, no ato da apresentação da nova informação, dois fatores são decisivos quanto as suas naturezas, o material usado para exposição das idéias e a estrutura cognitiva do aprendiz.

No que se refere ao material, Moreira (2000, p. 15) aponta que “*...a natureza do material, deve ser logicamente significativa ou ter significado lógico, i.é., ser suficientemente não arbitrário e não aleatório, em si, de modo que possa relacionar-se, de forma substantiva e não arbitrária, com as idéias relevantes com as que corresponda, que se situem dentro do domínio da capacidade humana*”. Um material que possua as características aqui apresentadas é chamado de material potencialmente significativo. Mas, a potencialidade do material não existirá se o aluno não estiver preparado intelectualmente para receber essa nova informação, isto é, se sua estrutura cognitiva não possuir subsumidores que possibilite o relacionamento explicitado anteriormente.

O processo de aquisição das novas informações em termos de significação, reitera-se que, depende fundamentalmente da qualidade substancial a ser estabelecida entre o relacionamento da estrutura cognitiva (significação psicológica) e a maneira como vai ser apresentada (significação lógica) essa nova informação. A via escolhida para se alcançar os propósitos da aprendizagem significativa até aqui apresentados, investirá na relevância dos aspectos inerentes à significação lógica através da produção de materiais que, se utilizados adequadamente, possam qualificar-se como potencialmente significativos.

<sup>3</sup> Um **Material Potencialmente Significativo** pode ser entendido como *organizador prévio*, ou seja, algo que possa atuar como ponte entre o que já se sabe e o que se intenta aprender. Sem isso, o indivíduo, diante da nova informação encontrará dificuldades de armazená-la na sua estrutura cognitiva, no muito, pode ocorrer uma aprendizagem mecânica de forma literal e arbitrária.

### Dimensão Didática: Didática da Matemática

O campo de ação das discussões apresentadas neste trabalho encontra-se nas chamadas *ciências da educação*, em especial na *pedagogia*. A área da pedagogia na qual se situa a intenção educativa aqui defendida são as *didáticas específicas*, particularmente, a *didática da matemática*. Salienta-se, que os propósitos até então defendidos não estão mudando, apenas se tornaram mais específicos e, é dentro de tais especificidades que se deve informar que a preocupação agora é trazer/esclarecer um pouco sobre *recursos didáticos*, passando isso a ser a nova meta. Inicialmente, se fará uma abordagem, tentando apresentar uma visão de certo modo panorâmica sobre recurso didático, partindo do seguinte questionamento e resposta de Bardera apontado por Silva (2004, p. 43):

*O que é, pois, por definição um recurso didático?*

*Recurso didático é todo ato do professor que como apoio ao manejo do conhecimento e, fora deste, o faz compreensível na ação do ensino. Isto quer dizer que o recurso não é o conhecimento em si, e sim aquele que como auxílio promove a sua legibilidade porque permite sua intuição, aceitação evidente e/ou compreensão.*

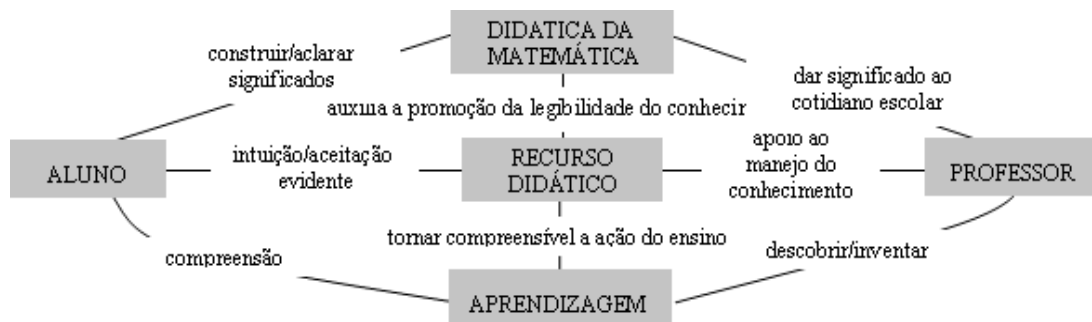


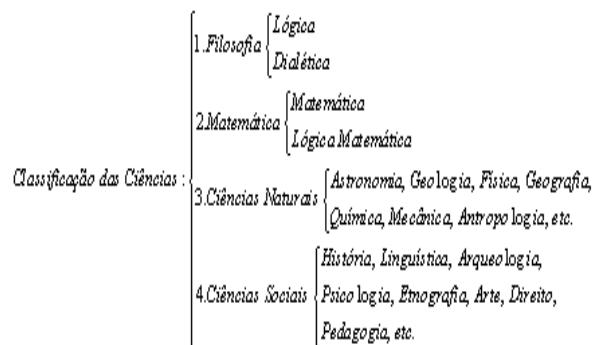
Figura 1: Mapa Conceitual - uma visão panorâmica sobre o papel dos recursos didáticos (Silva, 2004)

Diante do que foi apresentado inicialmente, recorda-se que não se destacou por acaso os cinco conceitos anteriores, inclusive, se atribuído um duplo destaque aos recursos didáticos. Isto foi feito, diante da necessidade de atribuir um significado ao fazer pedagógico por parte do professor, visando facilitar o desenvolvimento de suas ações docentes. O referido significado será demarcado no âmbito dos recursos didáticos no condizente à produção de textos de apoio.

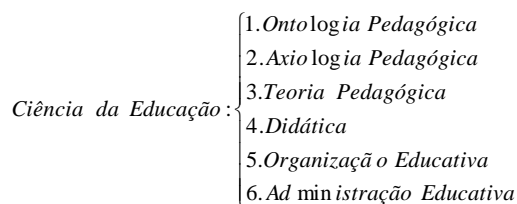
A exposição de idéias que segue objetiva situar o campo da didática exposto inicialmente por Bardera (2000, p. 10):

*A Didática é a teoria geral do ensino. Ampliando, entendemos por Pedagogia o conjunto de meios, procedimentos e recursos da atividade humana cujos esforços são dirigidos a educar. A Pedagogia é a ciência da atividade educativa que tem como objeto de estudo fundamental o chamado processo de ensino-aprendizagem como uma atividade institucional e é, por sua vez, a ciência do conhecimento científico posto em termos de difusão.*

Em relação às ciências, Bardera (2000, p. 12) traz a seguinte classificação:



A classificação da ciência da Educação (pedagogia) enfoca o mesmo autor (ibid., p. 11):



Por fim, ainda na visão de Bardera (2000), a didática se divide em duas partes: a didática geral que se ocupa de disposições gerais como as *formas de ensino*, os *recursos didáticos*, os *objetivos* e os *conteúdos*; a didática específica, além das disposições gerais anteriores se dedica aos específicos campos do conhecimento (disciplinas).

Em seguida, com a finalidade de situar os propósitos da didática enquanto didática geral e didática específica, apresenta-se nesta ordem, respectivamente Parra & Saiz (1996, p. 54) e Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 59).

*A didática não consiste em oferecer um modelo para o ensino, mas sim em produzir um âmbito de questões que permita colocar à prova qualquer situação de ensino, corrigir e melhorar as que forem produzidas, formular perguntas a respeito dos acontecimentos.*

*A didática da matemática é a ciência do estudo e da ajuda para o estudo da matemática. Seu objetivo é chegar a descrever e caracterizar os processos de estudo – ou processos didáticos – para propor explicações e respostas sólidas para as dificuldades com as quais se deparam todos aqueles (alunos, professores, pais, profissionais, etc.) que se vêm levados a estudar matemática ou ajudar outros a estudá-la.*

#### **Dimensão Avaliativa: informações básicas sobre avaliação**

O pressuposto básico avaliativo, geralmente utilizado em investigações educativas com intervenção, é averiguar o quanto ela inferiu na compreensão das informações apresentadas. Na atualidade, é preciso ir mais longe, pois, a avaliação como instrumento regulador de processo, precisa orientar durante os procedimentos e, para que isso ocorra precisa ser também orientada. Ao reportar-se a tais inquietações, tentando aclará-las, pode-se recorrer a Lopez (1991) em Jorba e Sanmartí (1994), onde se destaca que uma avaliação precisa ser útil em termos de suficiência para a ação docente e satisfatória para o aprendiz. Uma forma que pode conduzir tal orientação no processo avaliativo apontado por Jorba e Sanmartí (1994, p. 17), segundo Lopez (1991), é caracterizado pela procura de respostas para os seguintes questionamentos: “*Por qué evaluar? Para quién? Para hacer qué? Qué, cuándo y cómo evaluar?*”.

No que se refere à avaliação enquanto instrumento para qualificar aquisição ou não de uma aprendizagem significativa, o foco do interesse avaliativo pode ser centrado na diferenciação progressiva e na reconciliação integradora que são dois conceitos básicos deste tipo de aprendizagem. E uma via para se fazer isto é solicitar aos aprendizes que construam e apresentem mapas conceituais sobre os ensinamentos propostos. Cabe lembrar, porém, que esta não deve ser a única forma de avaliação a ser adotada. É importante destacar, enquanto resultado, que a reconciliação integradora é complexa se comparada a diferenciação progressiva em termos de elaboração (construção de conhecimento). Mas, ambas, se exploradas adequadamente no âmbito *interpsicológico como intrapsicológico*<sup>4</sup>, antes durante e após o ensinamento podem contemplar a regulação e auto-regulação do processo.

<sup>4</sup>: *Interpsicológico e Intrapsicológico* estão sendo empregados com o mesmo significado proposto por Vygotsky (1998) em sua obra *Mind in Society – The Development of Higher Psychological Processes*.

### **3. ASPECTOS METODOLÓGICOS ESTRUTURADORES DOS TEXTOS DE APOIO**

Os trabalhos que originaram e demarcaram a evolução dos textos de apoios caracterizados neste estudo estão sendo desenvolvidos desde (2001) e ao longo deste período foram avaliados por comitês científicos e constam em atas nos seguintes eventos: CBem2<sup>5</sup> ; CIAEM<sup>6</sup>; CIEM<sup>7</sup>; EIAS<sup>8</sup>; ENEG<sup>9</sup>; ENEM<sup>10</sup>; EPEM<sup>11</sup>; EPEM<sup>12</sup>; ENPEC<sup>13</sup> e SBPC<sup>14</sup>. Isto de algum modo registra a importância da produção e utilização desse tipo de material (textos de apoio), visando uma aprendizagem significativa de matemática. E um dos propósitos dos textos de apoio, em termos gerais e específicos na perspectiva deste estudo, é a tentativa de caracterizar o importante papel da didática da matemática no âmbito da produção e utilização de recursos didáticos como suporte para embasar a construção do conhecimento matemático.

As idéias sobre o campo da didática apresentadas, inicialmente, leva em consideração os aspectos acerca da visão clássica da didática da matemática, apresentada por Chevallard (2001); quando ele enfoca que a didática tem como meta proporcionar recursos técnicos para os professores realizarem suas atividades educativas, segundo duas problemáticas: a primeira envolve o pensamento do aluno e esta em acordo com a teoria da aprendizagem significativa (Ausubel, 2002); a segunda, além de levar em consideração os aspectos instrucionais voltados para os alunos, considera também o professor e sua formação professoral.

O que se objetiva especificamente com o texto de apoio enquanto propostas didáticas é que ele possibilite uma qualidade substancial da informação a ser apresentada, auxiliando o professor no ato da difusão do conhecimento matemático. A meta para se alcançar tais objetivos é a intenção de produzir materiais que possam ser qualificados como *potencialmente significativo*, para o Ensino de Matemática. E educacionalmente aporta-se na *teoria da aprendizagem significativa* de David Ausubel (2002), conjuntamente com a *teoria da aprendizagem significativa subversiva* (Moreira, 2000) e na *teoria dos campos conceituais* de Vergnaud (1990).

Em referência a aspectos mais pertinentes à didática da matemática, a proposta didática já mencionada tem subjacente a sua elaboração, os *procedimentos para a*

<sup>5</sup>: 2<sup>o</sup> Congresso Brasileiro de Etnomatemática (2004);

<sup>6</sup>: XIth Inter-American Conference on Mathematics Education (2003);

<sup>7</sup>: II International Congress of Ethnomathematics (2002);

<sup>8</sup>: IV International Meeting on Meaningful Learning (2003);

<sup>9</sup>: V Encontro Nacional de Ensino de Geografia (2003);

<sup>10</sup>: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática (2004);

<sup>11</sup>: V Encontro Pernambucano de Educação Matemática (2002);

<sup>12</sup>: II e III Encontro Paraibano de Educação Matemática (2003 e 2005);

<sup>13</sup>: III, IV e V Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências (2001- 2003 e 2005);

<sup>14</sup>: 55<sup>a</sup> Reunião anual Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência (2003).

*direção da aprendizagem* a partir dos chamados *métodos* ou *formas metodológicas*, segundo os procedimentos didáticos apresentados por Bardera (2000). Além disso, mesmo de forma mais sutil, encontra-se também subjacente às propostas, as idéias de Brousseau (1983) acerca da devolução de uma situação por parte do aluno, ou seja, a chamada situação a-didática. Com isso, intenta-se, além de vencer algumas das dificuldades levantadas superficialmente até aqui, contribuir em termos de conscientizar os professores sobre a necessidade da utilização e da construção de materiais didáticos bem como da elaboração de estratégias metodológicas, visando ao estabelecimento de recursos didáticos apropriados que possibilitem uma melhora significativa no ensino de matemática.

### 3.1 Procedimentos Metodológicos da Pesquisa

O presente estudo foi desenvolvido durante um Curso de Especialização em Ensino de Matemática (CEEM) realizado no período de janeiro de 2003 a julho de 2004 na Faculdade de Formação de Professores da Vitória de Santo Antão (FAINTVISA) no estado de Pernambuco. As aulas foram ministradas aos sábados no horário das 08 às 12 (manhã) e das 03 às 16:30 (tarde).

O referido curso pode ser compreendido de forma panorâmica a partir do modo estrutural como as disciplinas foram agrupadas, ou seja, segundo dois planos de formação constituídos por um total de três blocos de conteúdos. O primeiro plano se visa uma Formação básica em Educação para as Matemáticas, tendo como bloco de conteúdo as disciplinas: Avaliação, Introdução à Filosofia das Ciências, Metodologia Científica e Didática das Matemáticas; em segundo plano, se deseja uma Formação Específica para o Ensino de Matemática e foi organizado em dois blocos de conteúdos: o primeiro foi Conceitos Matemáticos I, constituído pelas disciplinas Construções Geométricas, Tópicos de Geometria Plana e Tópicos de Geometria Espacial voltadas para o campo da geometria euclidiana. E o segundo Conceitos Matemáticos II, é diversificado enquanto campos de estudo da matemática e foi formado pelas disciplinas de Álgebra, Combinatória, Lógica Matemática e tratamento da Informação.

No condizente às especificidades desta pesquisa cabe informar que a disciplina de **Didática da Matemática** foi a última a ser ministrada e, nela se encontra o foco da pesquisa. Esta disciplina foi coordenada pelo professor **José Roberto da Silva** e, desenvolvida pelos especialistas em Ensino de Matemática Maria Aparecida da Silva Rufino (Combinatória), Cicleide Maria da Costa Lira (Lógica Matemática), José Miguel Guimarães Falcão (Álgebra) e Hélio Oliveira Rodrigues (Geometria Euclidiana).

Os especialistas acima foram orientando do autor deste estudo e junto a ele organizaram e reestruturaram suas monografias em forma de propostas didáticas para o ensino de Combinatória, Lógica Matemática, Álgebra e Geometria Clássica segundo respectivamente os nomes dos já mencionados especialistas no parágrafo anterior. Com a participação dos especialistas buscou-se enfocar dois aspectos, primeiramente a crença de que elaborando e produzindo seu próprio material didático (texto de apoio) para efetivar um dado ensinamento há chances de obterem-se resultados melhores do que se utilizar materiais produzidos por outros; em segundo lugar, minimizar a interferência do pesquisado no grupo no ato das obtenções dos dados da pesquisa.

A disciplina de Didática da Matemática se iniciou, procurando-se caracterizar a área da Didática em si, em seguida, a área da Didática da Matemática. Após esse momento, apresentou-se uma visão acerca dos recursos didáticos, em especial, os textos de apoio. Durante quatro encontros de 16 horas cada um e, como já explicitado no tópico “Procedimentos adotados para a produção dos textos de apoio”, foram enfocados os campos da Combinatória, da Lógica da Matemática, da Álgebra e da Geometria Clássica respectivamente. Porém, este estudo se ocupa apenas da elaboração e produção e uso do texto de apoio de Combinatória e pode ser compreendido melhor a partir do diagrama V de Gowin (Figura 02).

O procedimento metodológico foi, inicialmente, solicitar aos 32 alunos do CEEM (2003-2004) que respondessem um questionário diagnóstico e, em seguida, elaborassem um mapa conceitual, procurando caracterizar a visão que possuíam antes do ensinamento com os já citados textos de apoio. Após o ensinamento cada aluno respondeu um questionário de verificação de aprendizagem e, por fim construiu também um mapa conceitual sobre combinatória. Os instrumentos utilizados foram mapas conceituais (C) e questionários (Q) inicial/final (Anexo II). As informações sobre C foram feitas em dois quadros (Anexo I), e as transformações em quatro quadros no decorrer dos resultados e discussões dois para C e dois para Q.

### 3.2 Apresentação dos Critérios de Avaliação Adotados

Os *critérios avaliativos dos mapas conceituais*, de forma abrangente foram três, 1- *A Seleção Conceitual*; 2- *A Inclusividade* e 3- *As Relações Significativas*. Os referidos critérios encontram-se bem discriminado em Silva (2005), neles se investe em identificar respectivamente aspectos *quantitativos* e *qualitativos*, procurando nesta ordem contar (quantificar) os conceitos e segundo as idéias de conceitos Inferior, Equivalente e Superior (qualificar). O instrumento utilizado como parâmetro de comparação foi o mapa conceitual construído pelos elaboradores do texto de apoio de Combinatória que se encontra inserido no diagrama V.

## DOMÍNIO CONCEITUAL

### FILOSOFIA

- Uma boa compreensão conceitual é algo decisivo para o desenvolvimento das habilidades matemáticas

### PRINCÍPIOS

- A utilização de situações problemas de combinatória contextualizadas no cotidiano de professores e alunos possibilita uma maior aproximação com o chamado raciocínio combinatório;
- As idéias de contagem com seus princípios elementares (aditivo e multiplicativo) e de agrupamento sobre condições específicas fundamentam a combinatória e constituem as bases do raciocínio que há por traz das técnicas de arranjo, combinação e permutação;
- O raciocínio combinatório está permeado pela idéia de que a identificação do objeto de contagem por certo influi na forma de contar.

### SISTEMA CONCEITUAL

- Técnicas de Contagem

### CONCEITOS

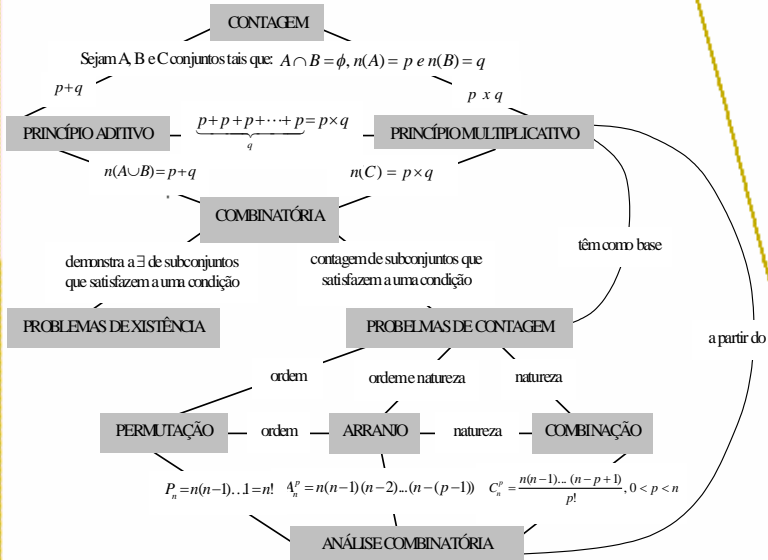


Figura 3: Mapa Conceitual sobre Combinatória (Silva e Rufino, 2003)

### QUESTÕES FOCO:

- 1 – Quais as concepções conceituais e didáticas dos professores de matemática do Ensino Fundamental e Ensino Médio sobre o campo da Combinatória?
- 2 – Que tipo de implicações (mudanças) ocorreram a partir da utilização do material/procedimentos didáticos empregados neste módulo?

- 1 – As concepções da maioria não apressam a combinatória, além do arranjo, combinação e natureza de seus aspectos enfatizam a utilidade totalmente a utilização.
- 2 – Foi percebido evidências na compreensão dos alunos inclusive caracterizando permutação e combinação. Quanto as concepções de utilização de outros jogos havendo inclusive

Análise qualitativa

Questionários, métodos de problemas; trabalhos de interações dos grupos

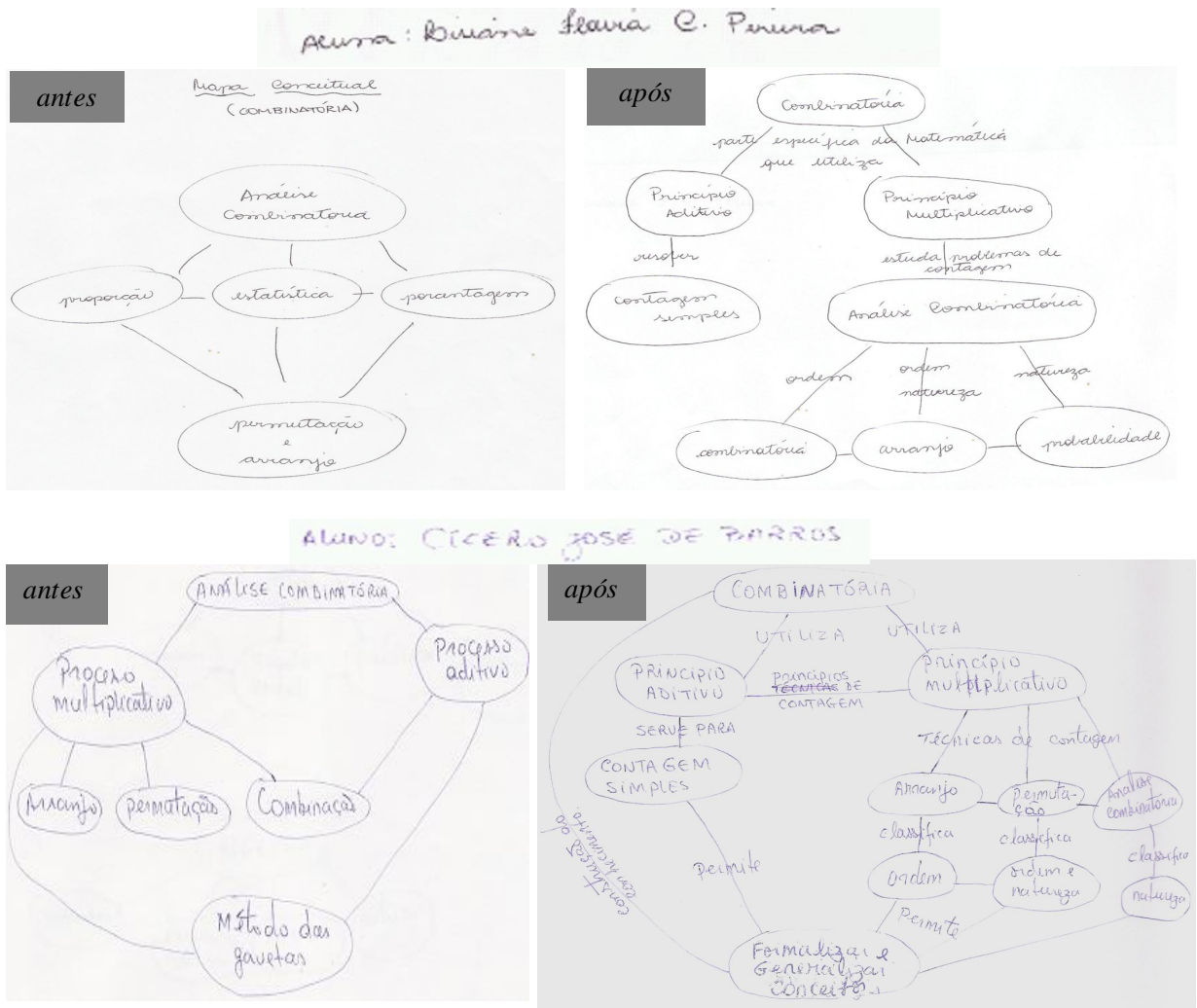
**EVENTO:** Aulas da disciplina de didática da matemática em pós-graduação lato sensu

Figura 2: Diagrama V caracterizando a investigação (Silva, 2004).

Os critérios avaliativos dos questionários foram quatro, 1- A Demarcação do Campo da Combinatória; 2- A Evolução do Campo da Combinatória; 3- Caracterização das técnicas de Contagem (arranjo, combinação e permutação); e 4- Identificação o uso de Recursos Didáticos para efetivar o Ensino dos princípio (Aditivo, Multiplicativo e/ou Arranjo, Combinação e Permutação). Os propósitos subjacentes aos critérios dos questionários reaperentam as intenções educativas do ensinamento e de forma panorâmica encontra-se sistematizada no mapa conceitual anterior.

#### 4. Resultados e discussão

##### 4.1 Mapas Conceituais: antes e após o Ensino





**Quadro I: Comparações entre  $n(CE) = x$ , 5 e  $n(CI) = y$  antes e após o ensinamento.**

(x) x 5	ANTES					APÓS				
	x < 5	x = 5	x > 5	Total	%	x < 5	x = 5	x > 5	Total	%
(x + y) x 5										
(x + y) < 5	15	4	4	23	71,86	4	3	13	20	64,52
(x + y) = 5	1	2	0	3	9,38	0	0	2	2	6,45
(x + y) > 5	4	1	1	6	18,75	0	2	7	9	29,03
<b>Total</b>	20	7	5	32	100	4	5	22	31	100
<b>%</b>	62,50	21,87	15,62	100		12,90	16,13	70,97	100	

Número de conceitos equivalentes nos mapas dos alunos  $n(CE)$ , aos apresentados no mapa do texto de apoio;  
 Número de conceitos inferiores nos mapas dos alunos  $n(CI)$ , aos apresentados no do mapa do texto de apoio.

#### 4.2 Comparação dos dados x e y do Quadro antes e após o Ensino

- Ocorreu uma redução de quase cinco vezes do  $n(CE)$  abaixo de 5 de antes do ensinamento comparados com os mesmos  $n(CE) < 5$  após o ensinamento, passando de  $[n(CE) < 5]$  (62,50%) para  $[n(CE) < 5]$  (12,90%); Por sua vez, a passagem de  $[n(CE) > 5]$  (15,62%) para  $[n(CE) > 5]$  (70,97%), isso indica um aumento acréscimo superior a quatro vezes dos  $n(CE)$  de antes do ensinamento comparados aos mesmos  $n(CE) > 5$  após o ensinamento.
- A redução de  $[n(CE) + n(CI)] < 10$  (71,86%) para  $[n(CE) + n(CI)] < 10$  (64,52%), e o aumento de  $[n(CE) + n(CI)] > 10$  (18,75%) para  $[n(CE) + n(CI)] > 10$  (29,03%), essa redução seguida desse acréscimo indica que a quantidade  $[n(CE) + n(CI)]$  supera 10, que significa o total de conceitos existentes no mapa conceitual do texto de apoio.

##### 2º Critério: A Inclusividade

Este critério é constituído de quatro sub-critérios: Geral, Intermediário, Horizontalidade e Especificidade. Porém, devido à contenção de espaço será apresentado apenas o critério geral por possibilitar uma constatação com o segundo instrumento avaliativo (questionários).

#### 4.3 Geral

**Quadro II: Conceitos Gerais**

Conceitos Gerais	Antes		Após	
	Total	%	total	%
<b>Análise Combinatória</b>	10	31,25	03	09,68
<b>Combinatória</b>	11	34,38	25	80,64
<b>Contagem</b>	-	-	01	03,22
<b>Outros Conceitos</b>	11	34,38	02	06,64

Com este quadro II, identifica-se que, antes do ensinamento havia certa uniformidade entre os conceitos escolhidos como geral, mas, após o ensinamento, há uma queda de 31,25% para 9,68% no conceito geral (Análise Combinatória) e, de modo análogo, uma queda no que se chamou de Outros Conceitos que foi de 34,38% para 6,45%; Por outro lado, houve também uma mudança considerável no conceito de Combinatória, passando de 34,38% para 80,64%; Com essas informações, pode-se afirmar que o conceito de Análise Combinatória passou a ser compreendido, de certo modo, como algo não necessariamente igual ao conceito de combinatória.

##### 3º Critério: Relações Significativas

Antes do ensinamento, 30 alunos não apresentam tipo algum de relação (proposição) entre os conceitos nos seus mapas, apenas 02 desses alunos apresentam proposições com critério inferior (a). Posteriormente, 17 alunos continuaram sem apresentar proposições, porém 14 deles passaram a esboçar algum tipo de relação, entretanto, só 09 apresentaram apenas o critério inferior (a); 03 o critério equivalente e 02 os critérios (a) e (b) anteriores, mas no geral as suas proposições podem ser qualificadas de fracas a no máximo regular.

#### Questionários: antes e após o Ensino

A comparação dos percentuais registrados nos quadros III e IV da página seguinte possibilitou qualificar uma evolução da aquisição dos alunos em termos da *demarcação do campo da combinatória*, da *Evolução desse Campo* e suas *Propriedades enquanto técnicas de contagens* (Arranjo, Combinação e Permutação).

##### Demarcação do Campo da Combinatória

Houve mais que uma a duplicação da *idéia característica fundamental da combinatória*, ou seja, a *idéia de contagem* passou de 30,00% antes para 66,67% após o do ensinamento; E no discernimento entre uma *contagem simples* e uma *contagem do tipo combinatória*, algo similar aconteceu, pois apesar de antes do ensinamento 56,67% já atentarem para isso sem justificarem suas argumentações, após o ensinamento, além desse percentual aumentar para

63,33%, aparece 30,00% que o justificam adequadamente; E a mudança quanto ao *reconhecimento do princípio*

*multiplicativo* chega a ser expressiva, pois passa de 13,33% antes para 66,67 após o ensinamento.

**Quadro III: Demarcação do Campo da Combinatória**

Critérios  % de alunos	Demarcação do Campo da Combinatória											
	Idéias Matemáticas características				Tipos de contagens: Simples x Combinatória				Princípio Multiplicativo			
			outras		Sim			Não	Identificação		Utilização	
	1	2	R	I <sub>1</sub>	NJ	A	I <sub>2</sub>		Sim	Não	Decisão	
											I <sub>3</sub> e S	única
% Antes	30,00	3,33	40,00	3,33	0,00	0,00	56,67	16,67	13,33	60,00	6,67	0,00
% Após	66,67	10,00	23,33	0,00	0,00	30,00	63,33	3,33	66,67	20,00	0,00	0,00

**Legenda:** 1. A idéia de Contagem; 2. Subconjuntos, Agrupamentos; **R.** Idéias Relevantes como Possibilidades, Decisões, etc; **I<sub>1</sub>.** Idéias Irrelevantes (desconexas); **NJ.** Não Justificou; **A.** Justificação Adequada; **I<sub>2</sub>.** Justificação Inadequada; **I<sub>3</sub>.** e **S.** Independentes e Sucessivas.

### Evolução do Campo da Combinatória

Inicialmente, muito embora 26,66% entendem que *combinatória* e *análise combinatória* não representam uma mesma idéia, apenas 3,33% dão justificativa adequada para isso. E após a intervenção, na ordem anterior, o percentual passa respectivamente para 93,33% e 30%.

### Propriedades

Os aumentos dos percentuais após a intervenção, no que se refere à demarcação das propriedades respectivamente sobre arranjos, combinação e permutação são todos expressivos, pois passam respectivamente de 20% para 93,33% - 3,33% para 90%, 3,33% para 83,33% e de 6,67% para 63,33%. Cabe informar que sobre arranjos, em termos da aquisição da consideração *natureza* em relação à *ordem*, que houve um acréscimo diferenciado entre tais propriedades.

**Quadro IV: Evolução do Campo da Combinatória**

Critérios  % de alunos	Evolução do Campo da Combinatória				Propriedades			
	SIM			NÃO	Arranjo		Combinação	Permutação
	NJ	A	I <sub>1</sub>		O	N	N	O
% Antes	3,33	3,33	20,00	16,67	20,00	3,33	3,33	6,67
% Após	0,00	30,00	63,33	3,33	93,33	90,00	83,33	63,33

Justificação Inadequada; **O.** Considerar a Ordem; **N.** Considerar a Natureza.

### 5. CONSIDERAÇÕES EDUCACIONAIS

A produção do texto de apoio pelos dois elaboradores, em si, foi evoluindo diante a auto-regulação ocasionada pela elaboração do mapa conceitual e dos questionários. Por parte dos elaboradores a *seleção/organização estrutural dos conceitos* e na *obtenção das proposições entre os*

*conceitos*, respectivamente, no âmbito da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora caracterizou para ambos uma aprendizagem significativa superordenada. Isso pode ser confirmado comparando-se a 1ª versão (Figura 4) abaixo com a 3ª versão (Figura 03) inserida na figura 02.

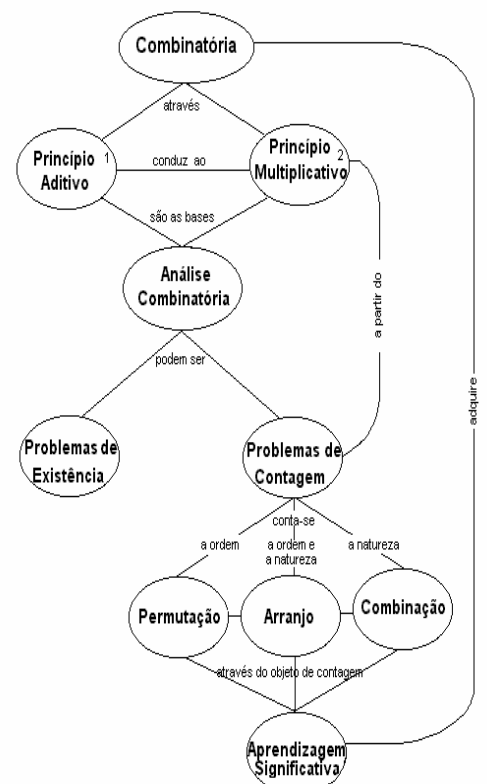


Figura 4: Mapa Conceitual sobre Combinatória (Silva e Rufino, 2001)

No caso dos alunos, comparando os mapas (iniciais e finais) com o mapa do texto de apoio e seus questionários (iniciais e finais) conforme os Resultados e as Discussões

já apresentados pode-se apreciar uma evolução significativa na compreensão dos alunos sobre *Combinatória*. Portanto, o material didático utilizado (Texto de Apoio) apresenta indícios que o possibilita qualifica-lo como potencialmente significativo.

#### REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

AUSUBEL, D.. Adquisición y retención del conocimiento. Barcelona: PAIDÓS: 2002.  
 BACHELARD, Gaston. *A Formação do Espírito Científico*. Rio de Janeiro, Contraponto, 1996.  
 BARDERAS, S. *Didáctica de la Matemática: El libro de los recursos*. Madrid: La Muralla, 2000.  
 BROUSSEAU, G. "Les obstacles épistémologiques et les problèmes d'enseignement", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble, 1983.  
 CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M. e GASCÓN, J.. *Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Tradução Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.  
 D'AMBROSIO, U. (1993). Etnomatemática: Um programa, *A Educação Matemática em Revista*, SBEM, V. 1, n. 1, pp. 5-11.  
 JORBA, J. e SANMARTÍ, N. *Enseñar, Aprender y Evluar: Propuesta didáctica para las áreas de Ciencias de la Naturaleza e Matemáticas*. Barcelona: RAYCAR IMPRESORES, 1996.

HUN, Thomas. *A estrutura das revoluções científicas*. São Paulo: Perspectiva, 1978.  
 LÓPEZ, M. Evaluación en el área matemática. El marco teórico. *Acción Educativa*, Marzo 91, 5-14. In: JORBA, J. e SANMARTÍ, N.. *Enseñar, Aprender y Evluar: Propuesta didáctica para las áreas de Ciencias de la Naturaleza e Matemáticas*. Barcelona: RAYCAR IMPRESORES, 1996.  
 MOREIRA, M.. *Aprendizaje significativo: teoría y práctica*. Madrid: Visor, 2000.  
 \_\_\_\_\_. *Aprendizagem significativa Crítica*. São Leopoldo: Impresos Portão Ltda, 2005.  
 PARRA, C. e SAIZ, I. *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed, 1996.  
 SILVA, J.. *Os Conceitos de Proporção e Função abstraídos no Canteiro de obras da Construção Civil: uma abordagem no campo da etnomatemática*. Natal: UFRN, 2004.  
 \_\_\_\_\_. *Uso de um Texto de apoio como Organizador Prévio: Combinatória para o Ensino Fundamental e Ensino Médio*. Proyecto de Investigación: Programa Internacional de Doctorado em Enseñaza de lãs Ciências., Espana: Universidad de Burgos, 2005.  
 VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. In: *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, vol. 10, n° 23, pp. 133-170, 1990.  
 VYGOTSKY, L. *A Formação Social da Mente – O Desenvolvimento dos Processos Psicológicos Superiores*. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

**ANEXO I - Quadro I: Registro das Informações antes/após o Ensino – (a: Inferior; b: Equivalente**

Alunos	Qualificação/ Quantificação			Inclusividade: Hierarquia Conceitual																	
				Geral			Intermediário			Horizontalidade									Especificidade		
										Nível 1			Nível 2			Nível 3					
	a	b	c	a	b	c	a	b	C	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	
01	3	3	0	–	1	–	3	–	–	3	–	–	–	–	–	–	–	–	–	2	
02	3	2	0	–	1	–	3	1	–	3	–	–	–	–	–	–	–	–	1	–	
03	8	2	0	1	–	–	6	2	–	2	–	–	2	–	–	–	–	–	1	–	
04	6	1	0	–	1	–	4	–	–	2	–	–	–	–	–	–	–	–	2	–	
05	14	1	0	–	1	–	13	–	–	3	–	–	–	–	–	–	–	–	1	–	
06	3	1	0	–	1	–	3	–	–	2	–	–	–	–	–	–	–	–	1	–	
07	14	1	0	1	1	–	12	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	1	–	
08	1	6	0	–	1	–	1	2	–	1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	3	
09	9	2	0	1	–	–	7	2	–	3	1	–	2	–	–	–	–	–	–	–	
10	0	7	0	–	1	–	–	5	–	–	2	–	–	3	–	–	–	–	–	1	
11	3	5	0	–	1	–	1	6	–	1	1	–	–	3	–	–	–	–	2	–	
12	5	7	0	–	1	–	4	6	–	1	1	–	–	3	–	2	–	–	1	–	
13	0	5	0	–	1	–	–	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	3	
14	4	5	0	–	1	–	2	4	–	2	2	–	–	–	–	–	–	–	2	–	
15	1	4	0	–	1	–	1	1	–	1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	2	
16	3	4	0	–	1	–	1	3	–	1	2	–	–	–	–	–	–	–	2	–	
17	8	1	0	–	1	–	7	–	–	2	–	–	2	–	–	2	–	–	1	–	
18	3	4	0	–	1	–	2	3	–	2	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	
19	1	8	0	–	1	–	–	6	–	–	2	–	–	–	–	–	–	–	1	1	
20	7	1	0	–	1	–	6	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	1	–	
21	3	3	0	–	1	–	2	3	–	2	2	–	–	–	–	–	–	–	1	–	
22	4	3	0	–	1	–	3	3	–	1	2	–	–	–	–	–	–	–	1	–	
23	5	5	0	–	1	–	4	6	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	1	–	
24	6	3	0	1	–	–	4	3	–	–	3	–	–	–	–	–	–	–	1	–	
25	7	5	0	1	–	–	3	5	–	1	1	–	–	–	–	–	–	–	2	–	
26	1	6	0	–	2	–	–	4	–	–	3	–	–	–	–	–	–	–	1	–	
27	1	4	0	–	1	–	–	3	–	–	3	–	–	–	–	–	–	–	1	–	
28	5	5	0	–	1	–	4	6	–	–	3	–	3	–	–	–	–	–	1	–	
29	2	5	0	–	1	–	2	1	–	1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	3	
30	2	3	0	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	2	2	
31	3	3	0	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	2	3	
32	9	2	0	1	–	–	5	2	–	3	1	–	2	–	–	–	–	–	1	–	
33	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	

## **ANEXO II: Questionário Inicial/Final**

### **Questionário**

- 1- Você saberia dizer o que é Combinatória?
- 2- Em sua opinião existe alguma diferença entre uma contagem simples e Combinatória?  
Justifique sua resposta?
- 3- Em linhas gerais diga o que vem a ser o Princípio Multiplicativo?
- 4- Você saberia dizer se existe alguma diferença entre Combinatória e Análise Combinatória?  
Explique sua resposta.
- 5- Em poucas palavras, explique a diferença entre as contagens do tipo permutação, arranjo e combinação?
- 6- Você poderia citar algum recurso didático que possa vir a ser utilizado no ensino de Combinatória?