Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa
ISSN: 1135-2523
iedee@aedem-virtual.com
Academia Europea de Dirección y Economía de la Empresa
España

Farinós Viñas, J.E.; García Martín, C.J.; Ibáñez Escribano, A.M.
¿SE PUEDE MEDIR LA NEGOCIACIÓN INFORMADA?: UNA REVISIÓN DE LA METODOLOGÍA BASADA EN LAS COVARIANZAS DE LAS SERIES DE PRECIOS
Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa, vol. 15, núm. 2, mayo-agosto, 2009, pp. 201-222
Academia Europea de Dirección y Economía de la Empresa
Vigo, España

Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa
Vol. 15, Nº 2, 2009, pp. 201-222, ISSN: 1135-2523

¿SE PUEDE MEDIR LA NEGOCIACIÓN INFORMADA?: UNA REVISIÓN DE LA METODOLOGÍA BASADA EN LAS COVARIANZAS DE LAS SERIES DE PRECIOS♣

Farinós Viñas, J.E.
García Martín, C.J.
Ibáñez Escribano, A.M.
Universidad de Valencia

Recibido: 23 de abril de 2008
Aceptado: 19 de febrero de 2009

RESUMEN: El desarrollo en los modelos teóricos de microestructura ha motivado la aparición de un grupo de trabajos encaminado al estudio empírico de los costes de transacción y sus componentes dada la importancia que han tenido los mismos en el estudio del funcionamiento de los mercados y la comparación entre éstos así como sus numerosas aplicaciones en campos afines (finanzas corporativas, eficiencia de los mercados, etc.). Por otra parte, la contrastación empírica de los distintos modelos establecidos muestra resultados claramente dispares. Por ello, el objetivo de nuestro trabajo es analizar con detalle y en conjunto dichos modelos centrándonos en un grupo con características muy similares. Concretamente desarrollaremos aquellos modelos cuyas estimaciones están basadas en las autocovarianzas de las series de precios y/o rendimientos.
PALABRAS CLAVES: Horquilla de precios, Selección adversa, Autocovarianzas de los rendimientos.

CAN WE MEASURE THE INSIDER TRADING? A REVIEW OF THE AUTOCOVARIANCES MODELS.

ABSTRACT: As theoretical microstructure models developed, several researches have empirically investigated the relevant role of transaction costs and its components in the stock market dynamics and their applications in several similar topics (corporate finance, market efficiency, etc.). Alternatively, empirical tests of these models has led to different results. In this paper, we perform a thorough study of a group of models with common characteristics. Specifically, we focus on models that estimate transaction cost components from price and/or return time series autocovariance.
KEYWORDS: Bid–ask spread, Adverse selection cost, Time series return autocovariance

1. INTRODUCCIÓN

Los diferentes modelos y teorías desarrollados en microestructura parten de la base de que en todos los mercados financieros existen agentes que demandan liquidez y que están dispuestos a pagar por ella, y agentes comprometidos a ofrecer liquidez aceptando las órdenes de compra y venta que les lleguen. La ganancia de estos agentes que actúan como oferentes de liquidez viene dada por la diferencia de precios al que venden y al que compran, diferencia que se conoce como horquilla de precios.

Desde el trabajo seminal de Demsetz (1968), la literatura dedicada a la investigación de los costes de transacción y sus componentes ha ido creciendo en modelos dirigidos por precios donde existe la figura del creador de mercado, de tal manera que una de las principales preocupaciones en el área de la microestructura ha sido la búsqueda de los costes específicos en la función de dicho agente, analizando y estimando los costes de transacción.

Los modelos teóricos desarrollados en microestructura pueden dividerse en dos bloques claramente diferenciados, dependiendo de si recogen o no el paradigma de la información asimétrica. El primer grupo de trabajos[1] contempla un mercado con dos tipos de jugadores, los oferentes de liquidez y los agentes de liquidez, cuya negociación no está motivada en ningún caso por causas de información. El segundo grupo de modelos[2] incorpora tres tipos de jugadores, añadiendo¢Ë los dos anteriores un agente que opera en el mercado con información privada, de este modo permiten contemplar el hecho de que existan asimetrías informativas en el mercado. Estos últimos modelos desarrollados bajo la óptica de la existencia de agentes con información heterogénea no solamente permiten explicar los costes de transacción sino que además juegan un importante papel para analizar cómo la información privada contenida en el flujo de órdenes llega a incorporarse a los precios.

Aunque, como ya hemos dicho, la mayoría de los modelos que se encuadran en el campo de la microestructura se desarrollan para mercados dirigidos por precios y se basan en la figura del creador de mercado y la horquilla cotizada por él, las implicaciones de los mismos son generalizables para mercados dirigidos por órdenes fundamentalmente por dos razones: por una parte, existen claras similitudes entre el creador de mercado que cotiza un precio para la compra y otro para la venta y el agente que en mercados dirigidos por órdenes coloca órdenes con precio límite; y por otra parte, en numerosos mercados existen agentes que, implícitamente, juegan un papel similar al del especialista.

Así, la horquilla cotizada por el especialista y, en su caso, la horquilla implícita del libro de órdenes calculada como la diferencia entre el mejor precio de compra y de venta en cada momento, representan una estimación de los costes efectivos máximos soportados por el inversor no informado y dado que es directamente observable cuando se dispone de datos sobre el mejor precio de venta y de compra, puede ser utilizada como una aproximación para medir los costes de transacción.

Dentro de los costes de transacción medidos por la horquilla cotizada, la literatura teórica identifica tres componentes. El primero de estos componentes se refiere al coste de procesamiento de órdenes que recoge los costes ligados a la operatoria del mercado, es decir, cubren la remuneración del agente y otros costes relacionados con el proceso de negociación. El segundo de los componentes, que se conoce como costes de inventario, recoge el coste de oportunidad que sufre el agente de liquidez por alejarse de su cartera óptima. Por último, se encuentra el coste de selección adversa, el cual tiene como finalidad compensar al agente encargado de la liquidez de las pérdidas que obtiene al operar con agentes mejor informados cuando negocia con aquéllos que lo hacen por motivos de liquidez.

Otro concepto de horquilla es el de horquilla efectiva o realizada3 del creador de mercado u oferente de liquidez. La horquilla realizada o efectiva tiene un sentido económico para estos agentes, y se define como la esperanza de ganancia que tiene el oferente de liquidez por comprar y seguidamente vender un activo financiero.

Las horquillas cotizada y realizada solamente coincidirán bajo determinadas hipótesis. El supuesto fundamental para que ambas medidas coincidan reside en el hecho de considerar como único componente de la horquilla el ligado a los costes de procesamiento de órdenes, o lo que es lo mismo, suponer que los costes ligados a la presencia de agentes informados, y los costes de oportunidad por no mantener una cartera óptima (costes de inventario) son nulos. La presencia de estos costes distintos al de procesamiento de órdenes provoca que la horquilla realizada sea inferior a la horquilla cotizada, diferencia que será tanto mayor cuanto más altos sean los costes asociados a la presencia de agentes informados y los costes de oportunidad por no mantener una cartera óptima.

La horquilla realizada, que mide los costes de transacción relevantes para el creador de mercado, no es observable y debe ser estimada. La dificultad para estimar la horquilla efectiva o realizada reside en el hecho de que los costes de transacción se calculan como diferencia entre el precio de transacción y el precio de equilibrio y éste último no es observable.

De forma paralela a los modelos teóricos citados, se ha desarrollado toda una literatura cuyo objetivo se centra en analizar los costes de transacción descomponiéndolos en los componentes predichos por los trabajos teóricos a partir de las variables observadas en el mercado. Estos trabajos han supuesto un importante avance en el estudio empírico de los costes de transacción y en aplicaciones tales como la estimación del contenido informacional de las transacciones, verificando que no es nulo, conforme a las predicciones de los modelos teóricos desarrollados bajo la óptica del paradigma de la asimetría informativa.

La estimación de los costes de intermediación y sus componentes es importante para entender el funcionamiento de los mercados y el proceso de negociación, y ha permitido el desarrollo de distintas áreas de investigación, en concreto:

- ❑La validación empírica de las diferentes teorías de la microestructura de los mercados.
- ❑La determinación del precio de equilibrio de los activos financieros.
- ❑La comparación de diferentes tipos de organización de mercados.
- ❑La estimación de los costes ligados a la presencia de agentes informados permite detectar la presencia de información privilegiada y medir el contenido informacional de las transacciones.
- ❑La profundización sobre los determinantes de la volatilidad de los cambios en los precios y estimar la parte de la volatilidad que puede ser atribuida a la información pública o a las transacciones.

Dentro de los modelos empíricos desarrollados para estimar los distintos componentes de la horquilla, podemos distinguir entre, aquéllos que solamente se basan en la autocovarianza calculada sobre las series de cambios de precios [Stoll (1989), George, Kaul y Nimalendran (1991), Kim y Ogden (1996), etc.], aquellos que basan su estimación en la dirección de la negociación, es decir, en si la orden recibida por el oferente de liquidez es de compra o venta [Glosten y Harris (1988), Huang y Stoll (1997), etc.] y aquéllos más complejos que reposan en la representación mediante vectores autorregresivos de las series temporales de precios y cantidades con el fin de modelizar ambas simultáneamente [Hasbrouck (1991)].

Dada la importancia que creemos tiene conocer los fundamentos de lo modelos señalados ya que los resultados obtenidos con ellos en los distinto mercados son muy dispares, nuestro objetivo es el de describir con cierto detalles algunos de los principales modelos empíricos del primer grupo señalado que dentro de la microestructura tratan de determinar y estimar los componentes de la horquilla.

2. LA ESTIMACIÓN DE LOS COMPONENTES DE LA HORQUILLA DE PRECIOS A PARTIR DE LAS AUTOCOVARIANZAS DE LAS SERIES DE PRECIOS.

El primer grupo de modelos señalados es el de aquellos que proponen estimadores de la horquilla realizada y de origino este grupo de trabajos es que en un mercado eficiente donde las órdenes de compra y venta llegan de forma aleatoria los cambios en los precios de transacción no son ya independientes. Si las órdenes son ejecutadas al mejor precio ofrecido o demandado, se observa un movimiento oscilatorio que origina una covarianza negativa de los cambios de los precios (rendimientos).

Podemos señalar algunas hipótesis comunes sobre las que se establecen los modelos empíricos de microestructura y la estimación de los costes de transacción y sus componentes. Así, el precio de equilibrio de un activo financiero en un momento *t* refleja toda la información disponible hasta ese momento incluida la que se transmite en la última transacción. Por otra parte, se supone que los cambios de los precios siguen un proceso estacionario sobre un intervalo de tiempo suficientemente largo para que la estimación de los diferentes momentos sea posible. En lo que se refiere a la horquilla cotizada, definida como la diferencia entre los mejores precios de compra y venta, se supone simétrica respecto al precio de equilibrio, de tal manera que, el precio de equilibrio será igual al punto medio de la horquilla cotizada.

En lo que se refiere a la investigación sobre estimación de los costes de transacción y sus componentes, la primera aproximación es la sugerida en el trabajo de Roll (1984) que permite estimar los costes de transacción utilizando como datos los precios de transacción. Para ello realiza una serie de hipótesis que derivan en que el único componente de la horquilla cotizada son los costes ligados a la gestión de activos, de tal manera que la horquilla realizada y cotizada coinciden.

El modelo acepta que si el mercado es eficiente, el valor fundamental de un activo o precio de equilibrio fluctúa aleatoriamente. Sin embargo, los costes de transacción inducen dependencia serial negativa en la serie de cambios de precios. A partir de esta correlación serial en la serie de rendimientos inducida por los costes de transacción, estima la horquilla cotizada y realizada.

Para estimar los costes de transacción y sus componentes, se parte de la descomposición de la variación del precio de equilibrio entre dos instantes consecutivos en el tiempo, ΔM_t:

$$\Delta M_t = M_t - M_{t-1} = \Gamma + U_t \,. \qquad [1]$$

En la expresión [1], la constante Γ recoge el componente anticipado y es igual a la esperanza no condicionada del cambio en el precio en el intervalo de tiempo analizado. U_t mide la revisión del precio de equilibrio producida por la llegada de información en el mencionado espacio de tiempo, y equivale a una serie de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas de media nula e igual varianza.

Por otra parte, y como se recoge en la expresión [2], el precio de transacción, P_t, es igual al precio de equilibrio más/menos[4] la mitad de la horquilla cotizada, S.[5] Por tanto, la variación del precio de transacción es la establecida en la expresión [3], donde Q_t es una variable dicotómica que toma valor +1 ó –1 depéndiendo de si la oreden ejecutada fue de compra o venta respectivamente.

$$P_t = M_t + \frac{S}{2} Q_t \qquad [2]$$

$$\Delta P_t = (\Gamma + U_t) + \frac{S}{2} \Delta Q_t \qquad [3]$$

La autocovarianza entre los cambios en los precios de transacción a partir de su valor en [3] se determina como se indica en [4].[6]

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t-1}) = \frac{S^2}{4} Cov(\Delta Q_t, \Delta Q_{t-1}) = -\frac{S^2}{4} \qquad [4]$$

Luego un estimador de la horquilla cotizada, *S*, que coincidirá con la horquilla realizada, *s*, vendrá dado por la expresión [5].

$$\hat{S} = \hat{s} = 2\sqrt{\text{-}Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t-1})} \qquad [5]$$

Como se puede observar en la expresión [5], el atractivo del estimador de Roll (1984) reside en que permite estimar la horquilla utilizando únicamente precios de transacción de cualquier frecuencia.

Por último, Roll verifica empíricamente su modelo. Para ello analiza la relación entre la estimación de la horquilla con la liquidez, medida ésta a través del logaritmo neperiano de la capitalización bursátil. Los resultados aceptan la existencia de una relación negativa entre la medida de liquidez elegida y el estimador de la horquilla, aunque los datos sugieren la existencia de sesgos, posiblemente debidos a la violación de alguna o algunas de las hipótesis de partida.

Una extensión del modelo de Roll (1984) es la propuesta por Choi, Salandro y Shastri (1988) que incorpora la existencia de correlación serial positiva entre los tipos de órdenes, de tal manera que la probabilidad de que se ejecute una orden de compra/venta condicionada a que la anterior también lo fue es mayor de 0,5.

Si llamamos δ a la probabilidad de que una transacción en $t+1$ se efectúe al mejor precio ofrecido condicionada a que la transacción en t fue también a ese precio, a partir de la nueva distribución de probabilidad la covarianza de cambios sucesivos en los precios de transacción, P_t, ahora será la expresada en [6].

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -s^2 (1-\delta)^2 \qquad [6]$$

A partir de la covarianza determinada en [6], el nuevo estimador de la horquilla viene dado ahora por la expresión [7].

$$\hat{s} = \frac{\sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}}{(1-\delta)} \qquad [7]$$

Para llevar acabo la estimación, es necesario estimar a su vez la probabilidad condicional de dos órdenes consecutivas y, en consecuencia, precisa de más información que la contenida en la serie de precios de transacción.

Una extensión del modelo propuesto por Choi, Salandro y Shastri (1988) es la propuesta por Chu, Ding y Pyun (1996) que incorpora la probabilidad condicional en función de dos transacciones pasadas en lugar de una, resultando un estimador para la horquilla (expresión [14])ligeramente modificado respecto a la expresión [7]

$$\hat{s} = \frac{\sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}}{(1-\delta)(1-\alpha)} \qquad [8]$$

En la expresión [8], α indica la probabilidad de que dos órdenes sean del mismo signo siendo la anterior de signo contrario.

Los tres modelos vistos hasta ahora solamente consideran en la horquilla el componente de procesamiento de órdenes, por lo que aportan poco si somos capaces de observar la horquilla cotizada. Es decir, su utilidad se restringiría al caso en el que no se dispusiesen de datos para los mejores precios de compra y venta en el mercado.

El modelo propuesto por Glosten (1987) supone que no todos los agentes disponen de la misma información, esto es, incorpora la existencia de asimetrías informativas entre los agentes del mercado. Bajo este contexto, ya no existe un único componente de la horquilla cotizada determinado por los costes de procesamiento de órdenes, además aparecen los costes asociados a la selección adversa.[7]

La posibilidad de negociar con agentes mejor informados presenta al oferente de liquidez un problema de selección adversa. Los agentes con información privada comprarán cuando consideren que el precio fijado es demasiado bajo y, por el contrario, venderán si consideran que el precio fijado es demasiado alto. Estas transacciones provocarán una revisión del precio de equilibrio o valor cierto del activo, que será al alza después de una compra y a la baja después de una venta. Por consiguiente, hay una parte de la horquilla que corresponde a la revisión de las expectativas y que no es la causante de la autocovarianza negativa argumentada en las series de precios de transacción.

El objetivo del trabajo de Glosten (1987) es la determinación del impacto que tiene el componente de selección adversa en la relación entre horquilla cotizada y horquilla realizada, en la autocovarianza de los cambios en los precios y, por último, en el estimador propuesto por Roll (1984).

En este modelo, las variaciones en los precios de transacción son de dos tipos: las debidas al valor del componente de selección adversa, que reflejan cambios en el valor cierto del activo, y las debidas al coste de procesamiento de órdenes[8] que representan fluctuaciones alrededor del valor cierto.

En presencia de agentes informados, las transacciones realizadas trasmiten información privada al mercado, lo que provoca que el cambio en el precio de equilibrio en un periodo recoja tanto la llegada de información pública como la llegada de la información privada trasmitida por dichas transacciones.

Glosten (1987) define el componente de selección adversa de la horquilla cotizada desde dos puntos de vista. Por una parte, el componente de selección adversa se define como el cambio anticipado en las expectativas que ocurre en respuesta a una compra o una venta. Y, por otra, se puede identificar con la pérdida que el oferente de liquidez sufre al negociar con agentes con información privada.

Los precios cotizados por el oferente de liquidez (*A* para la venta y *B* para la compra) pueden expresarse, como se recoge en las expresiones [9] y [10], a través del valor cierto del activo más/menos la parte debida al coste de selección adversa y al beneficio bruto del oferente.

$$A = P + Z_A + C_A \tag{9}$$

$$B = P - Z_B - C_B \tag{10}$$

Donde *P*, es el precio cierto del activo con la información común (*H*) en el que están de acuerdo todos los inversores que no disponen de información privada, cumpliéndose.

En las expresiones [9] y [10] $C_A + C_B$ es la parte de la horquilla que le permite cubrir los costes de operar en el mercado y equivale por tanto al beneficio bruto del oferente mientras que Z_A y Z_B, representan la magnitud del ajuste en el valor cierto del activo ante una orden de compra y de venta respectivamente y, por tanto, equivale a la parte de la horquilla debida a la selección adversa.

Si un inversor no informado observa una compra por parte de un agente al precio ofrecido, *A*, entonces revisaría su valoración del valor cierto condicionado al nivel de información publica desde *P* a $P + Z_A$. Por el contrario, si lo que se observa es la venta de un agente al precio demandado, *B*, la revisión sería desde *P* a $P - Z_B$.

Con el fin de definir de forma más rigurosa el componente de selección adversa, *Z*, se impone una determinada regla de actualización o revisión de los precios por parte de los oferentes de liquidez ante una compra o una venta de un agente a un precio determinado. Asumiendo que todos los creadores de mercado tienen acceso solamente a la información pública, *H*, las funciones *a(x)* y *b(y)*, que se recogen en las expresiones [11] y [12], describen cómo el creador de mercado adapta sus expectativas dado el nivel de información pública ante una transacción a distintos precios de compra o venta.

$$a(x) = E\left\langle P^* \middle| H \cup \{Compra\ \ de\ un\ inversor\ \ al\ \ precio\ \ x\}\right\rangle \tag{11}$$

$$b(y) = E\left\langle P^* \middle| H \cup \{Venta\ \ de\ un\ inversor\ \ al\ \ precio\ \ y\}\right\rangle \tag{12}$$

Siendo *P** el precio del activo resultante si todo el mundo tuviese acceso a toda la información acerca del activo.

Bajo esta estructura de revisión de las cotizaciones, los ajustes del valor cierto del activo ante una determinada transacción vendrían dados por las expresiones [13] y [14].

$$Z_A = a(A) - P \qquad [13]$$

$$Z_B = P - b(B) \qquad [14]$$

Glosten (1987) establece tres hipótesis deseables para las funciones de expectativas descritas. En primer lugar, exige que ante el deseo de un inversor de negociar a precios más extremos que los cotizados[9] la revisión en las expectativas será mayor, esto implica suponer funciones crecientes.[10] En segundo lugar, establece que el deseo de un inversor de comprar a un precio nulo o el deseo de vender a un precio arbitrariamente alto no comunica ninguna información sobre el valor fundamental del activo considerando toda la información P^* y, por tanto, no produce revisión en las expectativas. La tercera y última hipótesis exige que exista, al menos, un precio de compra y un precio de venta que permita al oferente de liquidez un precio de equilibrio, es decir, que el precio de venta, *A*, este por encima de las expectativas y que el precio de compra, *B*, se sitúe por debajo.[11]

Así pues, el precio de compra y venta, expresiones [15] y [16] respectivamente, se fijan en función del beneficio esperado por el oferente tras una venta o una compra que a su vez se establece a partir de un equilibrio entre oferentes competitivos.

$$A = a(A) + C_A = P + (a(A) - P) + C_A = P + Z_A + C_A \qquad [15]$$

$$B = a(B) - C_B = P + (P - b(B)) - C_B = P - Z_B - C_B \qquad [16]$$

Mientras que la horquilla cotizada, *S*, comprende el total de los componentes, la horquilla realizada, *s*, o beneficio bruto que remunera al oferente de liquidez está solamente compuesta por el coste de procesamiento de órdenes. Así, la diferencia entre la horquilla cotizada y la realizada vendrá dada por el componente de selección adversa.

$$S = Z_A + Z_B + C_A + C_B \qquad [17]$$

$$s = C_A + C_B \qquad [18]$$

El siguiente paso es analizar las implicaciones de esta modelización en los precios de transacción y relacionarlos con el valor cierto del activo. El precio de la enésima transacción, $\hat{P}_n$,se puede expresar como se indica en la expresión [19], donde: I_{TA} es el indicador de una compra y toma valor *1* si la orden ejecutada es una orden de compra y *0* en caso contrario, e I_{TB} es el indicador de una venta que tomará valor *1* si la orden ejecutada corresponde a una venta de un agente y *0* en cualquier otro caso.

$$\hat{P}_n = A \cdot I_{TA} + B \cdot I_{TB} \qquad [19]$$

Sustituyendo en la expresión [19] los valores del precio de compra y el precio de venta dados en [15] y [16] y utilizando la expresión del componente de selección adversa de las expresiones [11] y [12], el precio de la enésima transacción vendrá recogido en la expresión [20].

$$\hat{P}_n = E\langle P^* | H \cup TA \rangle \cdot I_{TA} + E\langle P^* | H \cup TB \rangle \cdot I_{TB} + C_A \cdot I_{TA} - C_B \cdot I_{TB} \quad [20]$$

Si *H* es el nivel de información común antes de la enésima transacción, $E\langle P^* | H \rangle$ será el valor cierto del activo antes de esta transacción, al que denotaremos como P_{n-1}. De forma similar si H_n es el nivel de información tras la enésima transacción, es decir $H \cup TA$ o $H \cup TB$, entonces $E\langle P^* | H \cup TA \rangle$ o $E\langle P^* | H \cup TB \rangle$ será el valor cierto del activo después de dicha transacción, esto es $E\langle P^* | H_n \rangle = P_n$.

De este modo, el precio de transacción se puede escribir, como se recoge en la expresión [21], a partir del valor cierto del activo más/menos el coste de procesamiento de órdenes de la transacción.

$$\hat{P}_n = P_n + C_n \cdot Q_n \quad [21]$$

donde: C_n será C_A o C_B dependiendo si la transacción fue iniciada por una orden de compra o por una orden de venta, respectivamente, y Q_n es una variable binaria que indica el sentido de la orden que inició la transacción, es decir, tomará valor *+1* si la orden es de compra y valor *–1* si la orden es de venta.

La ecuación reflejada en la expresión [21] es la misma que la expresión [2] del modelo de Roll (1984), donde el precio de transacción de un activo es igual a su valor cierto incrementado/disminuido por el beneficio esperado por el oferente de liquidez. Sin embargo, ambas expresiones se diferencian en que, mientras el modelo de Roll (1984) utiliza el total de la horquilla cotizada, aquí solamente aparecen los costes de gestión o de procesamiento de órdenes. Además, la existencia del componente de selección adversa en el modelo de Glosten (1987) añade una importante característica, la correlación entre P_n y Q_n que vendrá determinada por dicho componente.

En la expresión [22] *Z* coincidirá con Z_A si la enésima transacción fue iniciada por una orden de compra $Q_n=1$. Si por el contrario fue iniciada por una orden de venta, $Q_n=-1$, *Z* coincidirá con Z_B. Al existir el componente de selección adversa esta dependencia parece obvia, ya que una orden de compra/venta provocaría, debido a las asimetrías informativas, una revisión al alza/baja del valor cierto del activo, *P*.

$$Cov\langle P_{n,} Q_n | P \rangle = E\langle Z | P \rangle \quad [22]$$

El diferente papel que juegan los componentes de la horquilla cotizada se observa al analizar la variación en los precios. Si denotamos con U_{n+1} a la revisión del valor cierto del activo desde *n* a *n+1* por la llegada de información pública no esperada en el intervalo, entonces el valor cierto del activo en función del fijado en el momento anterior se corregirá por la nueva información pública y por la información privada transmitida en la transacción.

En la expresión [23], Z_{n+1} tomará el valor Z_A o Z_B en función de si la transacción en *n+1* fue provocada por una orden de compra o de venta, respectivamente. De este modo, y dado que el precio de transacción se expresa en función del valor cierto tal y como se indica en [21], la variación en dicho precio desde *n* hasta *n+1* quedaría reflejada en la ecuación [24].

$$P_{n+1} = P_n + U_{n+1} + Z_{n+1} \cdot Q_{n+1} \quad [23]$$

$$\hat{P}_{n+1} - \hat{P}_n = C_{n+1} \cdot Q_{n+1} - C_n \cdot Q_n + Z_{n+1} \cdot Q_{n+1} + U_{n+1} \quad [24]$$

De la expresión [24] se desprende que los cambios en los precios de transacción se descomponen en dos partes: una debida al coste de procesamiento de órdenes o beneficio bruto que, de forma similar al modelo de Roll (1984), tiende a "deshacerse", y otra que corresponde al componente de selección adversa. Esta última variación es permanente ya que el componente de selección adversa provoca cambios en el valor cierto del activo, es decir, en las expectativas de los agentes, mientras que el coste de procesamiento de órdenes produce fluctuaciones del valor cierto.

Si suponemos que la horquilla es simétrica alrededor del valor cierto, que el componente del beneficio bruto o coste de procesamiento de órdenes no crea tendencia en los precios y que los rendimientos calculados en base al valor cierto son independientes de la historia pasada en el tiempo, el precio de transacción se puede reescribir en función del valor de la horquilla cotizada, *S*, como aparece en [25].

$$\hat{P}_K = P_K + \mu \frac{S}{2} \cdot Q_K \quad [25]$$

$$\mu = \frac{C}{C + Z} \quad [26]$$

donde: μ mide la importancia relativa de los costes de procesamiento de órdenes dentro de la horquilla cotizada y, por tanto, $1-\mu$ representa la proporción de la horquilla cotizada ligada a la presencia de agentes con información privada o coste de selección adversa.

Aceptando que la esperanza de que se dé una orden de compra/venta en *t-1* es *0,5* y que los mejores precios ofrecidos y demandados son tales que la probabilidad condicionada a la información trasmitida por la última transacción en *t* de una compra/venta es también *0,5*, o lo que es lo mismo, que las órdenes son independientes, se puede calcular la esperanza del cambio en el precio de transacción condicionado a una venta o a una compra de un agente en *K-1*.

Dado que la horquilla realizada, *s*, se define como la esperanza de ganancia del creador de mercado sobre una compra de un activo financiero seguido por su venta, ésta sería igual a la diferencia de la esperanza condicional de los cambios en los precios, expresiones [27] y [28].

$$E\left\langle \Delta\hat{P}_K \,\middle|\, B_{K-1} \right\rangle = E(\Delta P_K) + \frac{S}{2}\mu \quad [27]$$

$$E\left\langle \Delta\hat{P}_K \,\middle|\, A_{K-1} \right\rangle = E(\Delta P_K) - \frac{S}{2}\mu \quad [28]$$

$$s = S\mu \quad [29]$$

Considerando el impacto de los costes de selección adversa, la autocovarianza de los cambios en los precios ahora es más pequeña que la calculada por Roll (1984) y depende solamente del componente de la horquilla que hace referencia al coste de procesamiento de órdenes.

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t-1}) = -\frac{S^2}{4}\mu \qquad [30]$$

De la expresión [30] se deduce que los costes ligados a la presencia de agentes con información privada no producen autocovarianza en los cambios de los precios.

El estimador propuesto por Glosten (1987) para la horquilla cotizada y la horquilla realizada queda recogido en las expresiones [31] y [32].

$$S(G) = \frac{2}{\sqrt{\mu}}\sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t-1})} \qquad [31]$$

$$s(G) = S(G)\mu = 2\sqrt{\mu}\sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t-1})} \qquad [32]$$

Por tanto, para estimar cualquiera de las dos horquillas es necesario conocer no sólo los precios de transacción, como en el modelo de Roll (1984), sino también el parámetro μ.

Cuando se dispone de datos para calcular la horquilla cotizada, esto es, mejores precios de compra y venta, se puede estimar los costes de gestión y por diferencia los costes ligados a la presencia de información privada.

$$2\sqrt{-Cov_i(\Delta P_t \Delta P_{t-1})} = a_1 + b_1 S_i + \eta_i \qquad [33]$$

donde: $b = \sqrt{\mu}$

Por último, debemos señalar que el modelo de Glosten (1987) aporta resultados importantes: muestra que cuando hay costes ligados a la presencia de información asimétrica, la horquilla realizada es inferior a la cotizada.

El modelo de Stoll (1989) permite descomponer la horquilla cotizada, *S*, en tres componentes distintos bajo el supuesto de que la proporción estimada de los mismos es idéntica para todos los activos. La idea que subyace en el modelo de Stoll (1989), al igual que en el modelo de Glosten (1987), es que la horquilla realizada que recibe el oferente de liquidez es menor que la horquilla cotizada por el mismo. Por otra parte, los supuestos de ambos modelos son iguales, excepto en lo referente a la independencia del flujo de órdenes.

Bajo la hipótesis de la existencia de costes de inventario, el oferente de liquidez incrementaría/disminuiría los precios a los que está dispuesto a comprar y a vender después de ejecutar una orden de compra/venta con el fin de inducir que las siguientes transacciones fuesen de signo contrario y así equilibrar su posición. Asimismo, y bajo la hipótesis de existencia de selección adversa, las variaciones en los precios cotizados serían las mismas pero el motivo sería distinto, ya que éstas reflejarían el cambio en las expectativas sobre el valor cierto del activo inducido por la información transmitida en la última transacción.

Si admitimos que la única información es la que genera la propia transacción, y que la transacción en *t-1* fue originada por una orden de compra/venta el oferente de liquidez, en el caso de que solo existiesen costes de inventario, disminuiría/incrementaría los valores de los precios cotizados por debajo/encima del precio de equilibrio en *0,5S.*[12] Bajo el supuesto de que solamente existen costes de selección adversa, el cambio en los precios cotizados vendrá dado por cambios en las expectativas sobre el valor fundamental del activo, aunque la cuantía y el signo coincide con el comentado anteriormente.

En el trabajo de Stoll (1989) se modeliza el comportamiento de las series temporales de la horquilla y se especifica la relación entre horquilla cotizada, *S*, y horquilla estimada, *s*, relacionando las covarianzas de los cambios en las series de precios de transacción y las covarianzas de los cambios en la serie de precios cotizados con *S*. Ambas relaciones dependen de dos parámetros. El primero, π, refleja la probabilidad de que cambie el signo de la orden. El segundo, δ, indica el tamaño del cambio en el precio condicionado a una variación en el signo de la orden como un porcentaje de la horquilla cotizada, esto es, $(1-\delta)S$. Además, se asume que la horquilla cotizada es constante en el tiempo y que los cambios en los precios son simétricos, de tal manera que los incrementos en los precios que ocasionaría una orden de compra son iguales que los decrementos en los precios que provocaría una orden de venta, de esta forma la probabilidad de que haya una continuación en el precio (tipo de orden) será $(1-\pi)$ y el cambio en el precio bajo este supuesto será δS.

Estos dos parámetros, π y δ, determinan la importancia relativa de los componentes de la horquilla. Si se asume que la horquilla cotizada refleja solamente el coste de procesamiento de órdenes, entonces los precios de equilibrio se mueven entre los mejores precios de compra y venta, las órdenes serían independientes y la probabilidad de que una orden se ejecute al mejor precio de compra condicionada a que la anterior se ejecutó al mejor precio de venta sería $\mu=0,5$. Si la orden ejecutada en *t-1* fue de compra y la ejecutada en *t* fue también de compra el cambio en el precio de transacción será cero y, en caso contrario, coincidirá con el valor de la horquilla, luego $\delta=0$.

Si la horquilla reflejase solamente la compensación por el coste de selección adversa los cambios en el flujo de órdenes serían independientes, $\mu=0,5$. La magnitud del cambio en el precio condicionado a un cambio en el tipo de orden sería igual a la magnitud del cambio que sufriría si se mantiene el tipo de orden, por lo que $\delta=0,5$.

Por último, si la horquilla reflejase solamente los costes de inventario, y al igual que en el caso anterior, la cuantía del cambio en el precio no vendría condicionada por el tipo de orden que se ejecutase. Sin embargo, las órdenes ya no serían independientes puesto que el creador de mercado buscaría con la siguiente transacción compensar el desequilibrio sufrido en la anterior. Por tanto la probabilidad de ejecutar una orden de compra condicionada a que la anterior fue de venta será mayor de 0,5, es decir, $\mu>0,5$.

Como se observa en la expresión [34], Stoll (1989) descompone el cambio en el precio total del activo en tres componentes.

$$\Delta V_t = a + \Delta P_t + e_t \qquad [34]$$

donde: ΔV_t representa el cambio total del precio desde *t-1* hasta *t*, *a* es el cambio esperado en el precio en ausencia de horquilla (o costes de transacción), ΔP_t es el cambio en el precio del activo debido a la horquilla y e_t es el cambio en el precio debido a la nueva información, cuya esperanza es cero.

A partir de la expresión [34], podemos calcular la autocovarianza de la serie de variaciones de precios tal y como se recoge en la expresión [35].

$$\begin{aligned} Cov(\Delta V_t, \Delta V_{t+1}) = Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) + Cov(\Delta P_t, e_{t+1}) + \\ + Cov(e_t, \Delta P_{t+1}) + Cov(e_t, e_{t+1}) \end{aligned} \qquad [35]$$

Bajo la hipótesis de mercados informacionalmente eficientes, los cambios debidos a la nueva información, e_t, mostrarán autocorrelación nula y además no estarán correlacionados con los cambios retardados o adelantados de los precios como consecuencia de la horquilla, ΔP_t. Esto supone una notable simplificación de la expresión [34] como queda recogido en la expresión [36].

$$Cov(\Delta V_t, \Delta V_{t+1}) = Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) \qquad [36]$$

La expresión [35] refleja que, en un mercado eficiente, la autocorrelación observada en la serie de rendimientos se debe única y exclusivamente a los costes de transacción recogidos en la horquilla.

El cambio del precio debido a la horquilla en el modelo aquí descrito podrá tomar distintos valores con distintas probabilidades. En concreto, y suponiendo que en *t-1* se ejecutó una orden de venta, es decir, al mejor precio de compra, los posibles cambios en el precio y sus probabilidades son los que se detallan en [37].

$$\begin{aligned} \Delta P_t &= (A_t - B_{t-1}) = (1-\delta)S \quad con \quad probabilidad \quad \pi \\ \Delta P_t &= (B_t - B_{t-1}) = -\delta\, S \quad con \quad probabilidad \quad (1-\pi) \end{aligned} \qquad [37]$$

donde: A_t y B_t representan, respectivamente, los precios cotizados para la compra y para la venta.

De forma análoga, expresión [38], podemos determinar los posibles cambios en el precio y sus probabilidades condicionadas a que en *t-1* la orden ejecutada fue de compra.

$$\begin{aligned} \Delta P_t &= (A_t - A_{t-1}) = \delta\, S \quad con \quad probabilidad \quad (1-\pi) \\ \Delta P_t &= (B_t - A_{t-1}) = -(1-\delta)S \quad con \quad probabilidad \quad \pi \end{aligned} \qquad [38]$$

El cálculo de la esperanza de un cambio en el precio condicionado[13] a la ejecución en *t-1* de una orden de venta o de compra se indica en las expresiones [39] y [40].

$$E\langle \Delta P_t \mid B_{t-1} \rangle = \pi(1-\delta)S + (1-\pi)(-\delta S) = \\ = \pi S - \delta\pi S - \delta S + \delta\pi S = (\pi - \delta)S \qquad [39]$$

$$E\langle \Delta P_t \mid A_{t-1} \rangle = -\pi(1-\delta)S + (1-\pi)(\delta S) = \\ = -\pi S + \delta\pi S + \delta S - \delta\pi S = -(\pi - \delta)S \qquad [40]$$

La horquilla realizada, *s*, entendida como la ganancia esperada por el oferente de liquidez en una compra seguida de una venta, puede ser calculada, como se observa en la expresión [41], a través de la diferencia entre el cambio esperado en el precio después de la venta de un agente y el cambio en el precio después de la compra del mismo.

$$s = (\pi - \delta)S - (-(\pi - \delta))S = 2(\pi - \delta)S \qquad [41]$$

Si solamente se contempla el coste de procesamiento de órdenes, en cuyo caso nos encontraríamos en el modelo de Roll (1984) donde μ es *0,5* y δ es *0*, la horquilla cotizada coincide con la horquilla realizada. Si solamente existiese coste de selección adversa la horquilla realizada sería cero (μ*=0,5* y δ*=0,5*). Si el único componente de la horquilla cotizada es el coste de inventario entonces μ *>0,5* y δ*=0,5*, con lo que la horquilla realizada será menor que la cotizada.

De lo dicho anteriormente se puede deducir que el componente de selección adversa puede calcularse a través de la diferencia entre la horquilla cotizada y la realizada. La horquilla realizada cubre el coste de procesamiento de órdenes y los costes de inventario, de tal manera que si solamente existe compensación por los costes de inventario ∂ tomaría valor *0,5* y la horquilla realizada que correspondería a este concepto sería $2(\pi - 0{,}5)$. Por su parte, el coste de procesamiento de órdenes será la diferencia entre la horquilla realizada total y ésta calculada para costes de inventario exclusivamente.

En las expresiones [42] y [43], *SA* y *PO* representan la importancia relativa en tanto por uno de los costes de selección adversa y de procesamiento de órdenes respectivamente.

$$SA = [1 - 2(\pi - \delta)] \qquad [42]$$

$$PO = 2(\pi - \delta) - 2(\pi - 0{,}5) = 1 - 2\delta \qquad [43]$$

Si se conociese el signo de la transacción efectuada, es decir, si corresponde a una orden de compra o de venta se podría estimar los distintos componentes a partir de las variaciones del precio. Para prescindir de esta información, en lugar de las variaciones de la serie de precios se trabaja con las autocovarianzas de las mismas.

En un mercado informacionalmente eficiente la autocovarianza observada en las variaciones de los precios de transacción se debe al efecto en la variación de la horquilla. Si la horquilla es constante en el tiempo, la covarianza de los precios cotizados para la compra y para la venta coinciden, expresión [44].

$$Cov(\Delta B_t, \Delta B_{t+1}) = Cov(\Delta A_t, \Delta A_{t+1}) \qquad [44]$$

Partiendo de la distribución de probabilidad conjunta de las variaciones en dos momentos del tiempo de los precios de transacción y de las variaciones de los precios cotizados, los cálculos de las covarianzas para los precios de transacción y los precios cotizados vendrían dados por [45] y [46], respectivamente.

$$Cov_T = Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = S^2\left[\delta^2(1-2\pi) - \pi^2(1-2\delta)\right] \qquad [45]$$

$$Cov_Q = Cov(\Delta B_t, \Delta B_{t+1}) = Cov(\Delta A_t, \Delta A_{t+1}) = S^2\delta^2(1-2\pi) \qquad [46]$$

De otra forma, las expresiones [45] y [46] pueden expresarse bajo la estructura de modelo regresión con el fin de estimar los distintos componentes de la horquilla cotizada.

$$\begin{aligned} Cov_T &= a_0 + a_1 S^2 + u \\ Cov_Q &= b_0 + b_1 S^2 + v \end{aligned} \qquad [47]$$

donde: u y v son términos de error, y la variable independiente es el cuadrado de la horquilla cotizada relativa para el periodo considerado sobre el cual se han calculado las covarianzas.

Las estimaciones de los parámetros del sistema de ecuaciones descrito en [47] se utilizan para calcular los parámetros δ y μ a partir del sistema de ecuaciones de la expresión [48]. Estos valores determinaran los distintos componentes de la horquilla como se recoge en las expresiones [42] y [43]

$$\begin{aligned} a_1 &= \delta^2(1-2\pi) - \pi^2(1-2\delta) \\ b_1 &= \delta^2(1-2\pi) \end{aligned} \qquad [48]$$

Por último, la estimación del modelo propuesto por Stoll (1989) le permite concluir que la importancia relativa del componente de selección adversa en la horquilla total es alta, concretamente obtiene un valor cifrado en el 43%. Por lo que respecta al componente que recoge los costes de inventario, el valor estimado se sitúa en el 10%, valor que resulta relativamente bajo.

George *et al.* (1991) señalan que los estimadores propuestos en los trabajos previos de la horquilla realizada y sus componentes presentan sesgos a la baja producidos por la existencia de autocorrelación positiva en los rendimientos esperados. Los modelos analizados hasta el momento reposan en la hipótesis de que la única fuente de autocorrelación en los rendimientos calculados a partir de los precios de transacción es la existencia de costes de procesamiento de órdenes o, lo que es lo mismo, que el rendimiento esperado es constante en el tiempo. Eliminar esta hipótesis supone introducir autocorrelación positiva en la serie de rendimientos esperados, lo que provocará sesgos en las estimaciones de la horquilla efectiva y de sus componentes.

La aproximación de George *et al*. (1991) corrige este sesgo suponiendo que las esperanzas no son estables en el tiempo. La estimación de la horquilla efectiva se efectúa a partir de la covarianza de la diferencia entre los rendimientos calculados en base a los precios de transacción y los calculados usando los mejores precios de compra. De este modo desaparece cualquier efecto debido a la autocorrelación del rendimiento esperado.

Por otra parte, el modelo sigue manteniendo el supuesto de horquillas constantes y que la importancia de los distintos componentes en la horquilla es la misma para todos los activos.

A diferencia del modelo de Stoll (1989), contemplan únicamente dos componentes en la horquilla cotizada: el coste de procesamiento de órdenes, que es la causa por la que los cambios en los precios de transacción están negativamente autocorrelacionados, y el coste de selección adversa, que coincide con la revisión en las expectativas por parte del oferente de liquidez del valor cierto del activo tras la recepción de una orden.

El proceso de generación de los precios de transacción, P_t, y del valor cierto del activo, M_t, vienen reflejados las expresión [49] y [50], respectivamente.

$$P_t = M_t + \pi(S/2)Q_t \qquad [49]$$

$$M_t = E_t + M_{t-1} + (1-\pi)(S/2)Q_t + U_t \qquad [50]$$

En las expresiones [49] y [50], las variables Q_t, y S, representan, como es habitual, la dirección de la orden y la horquilla cotizada respectivamente. E_t, es el rendimiento esperado generado entre *t* y *t-1* basado en toda la información pública hasta *t-1*, y que, como hemos dicho, va a ser variable en el tiempo mientras que U_t, es el cambio en el valor cierto del activo como consecuencia de la nueva información generada entre la transacción en *t-1* y la transacción en *t*. Por otra parte, μ, recoge la proporción de la horquilla debida al coste de procesamiento de órdenes. Bajo la hipótesis de costes de inventario nulos, $(1-\mu)$ será la proporción de la horquilla consecuencia del coste de selección adversa.

La relajación de la hipótesis de mercados informacionalmente eficientes supone aceptar la hipótesis de rendimientos esperados, E_t, variables en el tiempo y, por tanto, su autocovarianza será positiva, $Cov(E_t, E_{t-1}) > 0$.

Si a partir de los procesos de determinación del valor cierto del activo y de los precios de transacción calculamos la autocovarianza de los rendimientos observados, R_{iTt}, obtendríamos la expresión [51]

$$Cov(R_{iTt}, R_{iTt-1}) = Cov(E_{it}, E_{it-1}) - \pi S^2/4 \qquad [51]$$

Este resultado es idéntico al obtenido en el modelo de Glosten (1987), excepto que ahora aparece la autocovarianza entre los rendimientos esperados del activo. Recordemos que en el modelo de Glosten (1987) dicha autocovarianza se suponía nula, motivo por el cual el estimador propuesto de la horquilla efectiva y sus componentes está sesgado.

A partir de la autocovarianza de la expresión [51], la relación entre la horquilla cotizada y la autocovarianza de los precios de transacción vendría dada por la expresión [52].

$$2 \cdot \sqrt{-2\left|Cov(R_{iTt}, R_{iTt-1}) - Cov(E_{it}, E_{it-1})\right|} = \sqrt{\pi_i}S_i \qquad [52]$$

De la expresión [52] se derivan los estimadores propuestos por los modelos de Roll (1984) y Glosten (1987). Para ello bastaría con suponer, en el primer caso, rendimientos esperados estables en el tiempo, es decir, autocorrelación nula, y la no existencia de costes de selección adversa con lo que μ tomará valor *1*. Para el segundo de los modelos citados es suficiente aceptar que la autocorrelación de los rendimientos esperados es nula.

George *et al.* (1991), presentan dos técnicas alternativas para estimar la horquilla efectiva y sus componentes:

- La primera de las alternativas propuesta consiste en estimar para cada activo los parámetros de la ecuación [53].

$$R_{iTt} = \gamma_{0i} + \gamma_{1i}E_{pt} + \eta_{it} \qquad [53]$$

donde: E_{pt} sigue una AR(1) y refleja el rendimiento esperado para una cartera de la cual forma parte el activo *i*, construida en base al tamaño e igualmente ponderada.

La horquilla efectiva, s_i, se calculará de acuerdo con la expresión [54] a partir de la perturbación obtenida d e la regresión [53], esto es η_{it}.

, y del rendimiento calculado en base al valor cierto del activo, estimado a través de los precios demandados siguientes a la transacción, R_{iBt} .

$$RD_{it} = R_{iTt} - R_{iBt} \qquad [55]$$

La autocovarianza de la diferencia de rendimientos no se ve afectada por la autocovarianza positiva inducida por la variabilidad en el tiempo del rendimiento esperado, tal y como se observa en la expresión [58],[14] ya que, tanto los rendimientos basados en los precios de transacción como los basados en los precios cotizados de compra contienen el rendimiento esperado del activo, desapareciendo este término al calcular la diferencia, como se puede observar en la expresión [57].

$$R_{iBt} = E_{it} + (1-\pi_i)(S_i/2)Q_{it} + U_{it} \; [56]$$

$$RD_{it} = \pi_i(S_i/2)\left[Q_{it} - Q_{it-1}\right] \qquad [57]$$

$$Cov(RD_{it}, RD_{it-1}) = -\pi_i^2(S_i^2/4) \qquad [58]$$

A partir de la expresión [58], la estimación de la horquilla efectiva o realizada vendrá dada por el doble de la raíz cuadrada de la autocovarianza de la diferencia de rendimientos cambiada de signo, expresión [59].

$$s_i = 2\sqrt{-Cov(RD_{it}, RD_{it-1})} = \pi_i S_i \qquad [59]$$

En cualquiera de las dos alternativas descritas, bajo el supuesto de costes de inventarios nulos la estimación de los distintos componentes de la horquilla cotizada, procesamiento de órdenes y selección adversa, se realiza estimando los coeficientes de la regresión [60], donde se relaciona la estimación de la horquilla efectiva con la horquilla cotizada media del periodo considerado.

$$s_i = \alpha_i + \beta_i S_i + \varepsilon_i \qquad [60]$$

La estimación del parámetro β_i de la expresión [60] proporciona un estimador del coste de procesamiento de órdenes y ($1-\beta_i$) ofrece un estimador del componente de selección adversa.[15]

Los resultados empíricos obtenidos por estos autores muestran: por una parte, que los estimadores propuestos por los modelos de Roll (1984), Glosten (1987) y Stoll (1989) son sesgados y poco eficaces, ya que no tienen en cuenta la variación temporal de las esperanzas y están calculados a partir de cambios en los precios de transacción. Por otra parte estiman un componente de selección adversa de alrededor del 10%, frente al 43% estimado por Stoll (1989) para el mismo mercado. La diferencia en este resultado puede deberse, no solo al sesgo producido por el supuesto de rendimientos esperados estables en el tiempo, sino también al diferente supuesto de ambos en cuanto a la independencia en la sucesión de órdenes para derivar su estimador.

El modelo propuesto por Kim y Ogden (1996) no acepta la estabilidad en el tiempo ni de las horquillas ni de los rendimientos esperados y permite que la importancia relativa de cada componente en la horquilla cotizada sea diferente para los distintos activos del mercado. Con las nuevas hipótesis introducidas se demuestra que el estimador propuesto por George *et al.* (1991) también está sesgado, e intentan proporcionar un estimador no sesgado de los distintos componentes de la horquilla individual para cada activo considerado.

La consideración de la no estabilidad de la horquilla en el tiempo provoca que el el precio cotizado para la venta no sea una buena aproximación del valor cierto del activo. Por ello el modelo de Kim y Odgen (1996) toma como estimador del valor cierto del activo el punto medio de la horquilla. Con el rendimiento calculado en base a este precio, R_{iMt}, se establece la diferencia respecto al rendimiento calculado con los precios de transacción, $RD_{it.}$

$$M_{it} = \frac{Ask_{it} + Bid_{it}}{2} \qquad [61]$$

$$RD_{it} = R_{iTt} - R_{iMt} \qquad [62]$$

Por lo que respecta a la horquilla cotizada, S_i, vendrá determinada por la expresión [63].[16]

$$S_{it} = S_i + \eta_{it} \qquad [63]$$

donde: η_{it} es un componente estacionario y ergódico con media cero y varianza σ_η^2.

La autocovarianza de la diferencia calculada en base a los rendimientos de transacción y e l valor cierto del activo –expresión [62]– proporciona un estimador insesgado de la horquilla efectiva –expresión [65]–.

$$Cov(RD_{it}, RD_{it-1}) = -\pi_i^2 (S_i^2 / 4) \qquad [64]$$

$$s_i = 2\sqrt{-Cov(RD_i, RD_{i,t-1})} \qquad [65]$$

Finalmente, la estimación de la proporción de la horquilla cotizada que supone coste de procesamiento de órdenes la proporciona la pendiente de la regresión [66].

$$s_i = \beta_0 + \beta_1 \sqrt{\overline{S}_i^{\,2}} + \varepsilon_i \qquad [66]$$

donde: la variable dependiente se ha calculado como indica la expresión [65] para cada uno de los periodos considerados, y la variable independiente ya no es la media de la horquilla relativa para el periodo sino que se calcula como la raíz cuadrada de la media de la horquilla al cuadrado en el periodo considerado, expresión [67].

$$\overline{S}_i^{\,2} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} S_{it}^2 \qquad [67]$$

El modelo así descrito contempla la variación de la horquilla en el tiempo pero sigue manteniendo el supuesto de que la proporción que supone cada coste dentro de la horquilla cotizada es la misma para todos los activos.

Para relajar esta hipótesis, el modelo de Kim y Ogden (1996) modifica el método de estimación usado en los anteriores trabajos, calculando para cada activo una estimación del coste de procesamiento de órdenes, $\hat{\pi}_i$, como el cociente entre la horquilla efectiva estimada para el periodo considerado y el valor esperado de la horquilla cotizada para ese periodo, esto es ($\sqrt{\overline{S}_i^{\,2}}$).

$$\hat{\pi}_i = \frac{s_i}{\sqrt{\overline{S}_i^{\,2}}} \qquad [68]$$

La proporción que supone el coste de selección adversa para cada activo vendría determinada por $1-\hat{\pi}_i$.

Finalmente, la contrastación empírica del modelo muestra que los valores obtenidos para el componente de selección adversa con el nuevo estimador propuesto son, en media, más altos que el valor obtenido con el modelo de George *et al* (1991). En concreto, el valor medio del componente de selección adversa estimado se cuantifica alrededor del 50%.

Recientemente, Dar-Hsin y Lloyd (2003) proponen una extensión del modelo de Stoll(1989) incorporando dependencia en la serie de transacciones de dos periodos anteriores, de tal manera que la probabilidad de un determinado tipo de transacción estaría condicionada al tipo de transacción anterior y a la anterior a esta. De este modo, introduce para cada tipo de transacciones cuatro probabilidades condicionadas, que vendrán determinadas por los parámetros π y β, que reflejarán la probabilidad de que un determinado tipo de transacción venga precedido por dos transacciones de signo contrario, o por una transacción de l mismo signo y otra del signo contrario respectivamente.

A partir de este nuevo planteamiento, se modifican las expresiones iniciales de Stoll(1989). Los autores, aunque indican como estimar el modelo y llegar a la descomposición del spread, no realizan en su trabajo ninguna aplicación empírica del mismo.

3. CONSIDERACIONES FINALES

En este trabajo se han revisado un conjunto de modelos cuya propuesta es la estimación de los costes de transacción y/o sus componentes a partir de las series de datos observadas en el mercado. Más concretamente, el conjunto de modelos al que nos referimos hacen uso de las autocovarianzas de las series de precios y rendimientos. Este conjunto de modelos fue originado por el propuesto por Roll (1984), en el cual la idea que subyace es que, si los precios para comprar y vender son distintos debido a la presencia de costes de transacción tal y como indican los modelos teóricos de microestructura y, por tanto, no reflejan el valor cierto del activo, en mercados informacionalmente eficiente apareceran covarianzas negativas en las series de precios de los activos provocadas por la fricción que supone la presencia de dichos costes.

Del conjunto de modelos descritos, los dos primeros, es decir, el ya mencionado de Roll (1984) y la corrección propuesta al mismo por Choi, Salandro y Shastri (1988), recogen como único componente de la horquilla el procesamiento de órdenes, y permiten estimar los costes de transaccción cuando nos e tiene como dato la horquilla cotizada del mercado.

El resto de los modelos propuestos, descomponen la horquilla cotizada en dos componentes: procesamiento de órdenes y selección adversa, excepto el modelo de Stoll (1989) que establece un componente más relacionado con los costes de inventario.

El modelo de George, Kaul y Nimalendran (1991) supone una generalización de los modelos de Glosten (1987) y Roll (1984), donde se recoge además la posibilidad de autocovarianzas positivas en los rendimientos esperados de los activos,eliminando la hipótesis de mercados eficientes en el sentido más tradicional.

Por su parte, el modelo de Kim y Ogden (1996) supone una modificación al propuesto por George, Kaul y Nimalendran (1991), relajando algunas hipótesis de este último.

A pesar de las similitudes entre el grupo de modelos analizados, cabe destacar la disparidad de resultados que se obtienen en las estimaciones empíricas con ellos, oscilando para el componente de selección adversa desde un 10% estimado por George, Kaul y Nimalendran (1991) al 50% obtenido por Kim y Ogden (1996).

NOTAS

♣ Este trabajo ha contado con el soporte financiero de la CICYT proyecto SEC2000–0773.

[1] Demsetz (1968), Ho y Stoll (1981) y Amihud y Mendelson (1980), entre otros.

[2] Bagehot (1871), Copeland y Galai (1983), Glosten y Milgrom (1985) y Kyle (1985)/(1989), entre otros.

[3] En caso de que las órdenes no se ejecuten a los precios cotizados, es decir al mejor precio de compra o de venta, se diferencia entre horquilla efectiva y horquilla realizada. Mientras se mantenga el supuesto de que todas las órdenes se ejecutan al mejor precio de compra o de venta utilizaremos el término de horquilla efectiva o realizada indistintamente.

[4] Será más si la orden que se ejecuta es la compra de un agente y menos si es la venta.

[5] Se asume que el valor de la horquilla es una cantidad constante en el tiempo.

[6] El cálculo de la autocovarianza a partir de la función de distribución conjunta de los cambios en el signo de las órdenes, $Cov(\Delta Q_t, \Delta Q_{t-1})$, toma valor *-1*.

[7] Al igual que en el modelo de Roll (1984) se mantiene la hipótesis de costes de inventario nulos.

[8] Glosten (1987) se refiere al mismo como beneficio bruto del oferente de liquidez.

[9] Es decir, más altos que el Ask en el caso de una compra y más bajos que el Bid en el caso de una venta.

[10] Esto solamente se cumple si consideramos la existencia de información privada. Si no fuese así, las funciones serían constantes.

[11] En caso contrario, si el valor cierto del activo que resulta de la revisión de las expectativas tras una compra del inversor superase al precio de venta y el valor revisado del activo tras una venta de un inversor fuese menor que el precio de compra, el creador de mercado esperaría perder dinero en cualquier transacción.

[12] Esto sería así asumiendo que los costes de inventario son una función lineal de la posición del oferente de liquidez.

[13] El cambio en el precio no condicionado, es decir, si la probabilidad de una venta y una compra fuese la misma, será cero ($E(\Delta P_t) = 0$).

[14] La expresión calculada de la covarianza supone que el precio cotizado es observado después del precio de transacción, si se observan simultáneamente o antes de la transacción la expresión del rendimiento para estos precios cambiaría y también todos los cálculos posteriores.

[15] Es de destacar que en el caso del segundo procedimiento los autores señalan que el estimador del coste de procesamiento de órdenes es insesgado y eficiente. sin embargo, para el primero de los procedimientos no siempre es así.

[16] Si la horquilla cotizada se modeliza como se indica, el valor de la autocovarianza de la diferencia entre los rendimientos de transacción y los rendimientos al Bid se verá modificado respecto al calculado por George *et al.*(1991) en el siguiente sentido:

$$Cov(RD_{Bit}, RD_{Bit-1}) + (\sigma^2_{\eta_i} / 4)[1 + Corr(\eta_{it}, \eta_{it-2}) - 2Corr(\eta_{it}, \eta_{it-1})] = -\pi^2 E[S^2_{it} / 4]$$

La expresión anterior refleja que el estimador propuesto por George *et al.* (1991) está sesgado. El signo del sesgo es una cuestión empírica y dependerá de las propiedades de las series temporales de la horquilla ya que vendrá dado por el signo del corchete que aparece en la parte izquierda de la ecuación.

BIBLIOGRAFÍA

AMIHUD, Y.; MENDELSON, Y.H. (1980): "Dealership market: market making with inventory", *Journal of Financial Economics* 8, 31–53.

BAGEHOT, W. (1971): "The only game in town", *Financial Analyst Journal* 12–2

BIAIS, B.;FOUCAULT, T.; HILLION, P. (1997): *Microstructure des marchés financiers. Institutions, modèles et tests empiriques*, 1ª ed, PUF. Paris.

CHOI, J.; SALANDRO, D; SHASTRI, K. (1988): "On the estimation of the bid-ask spreads: theory and evidence", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 23, 219–230.

CHU,Q.C., DING, D.K.; PYUN, C.C. (1996): "Bid-Ask bounce and spread in the foreign exchange futures market", *Review of Quantitative Finance and Accounting,* 6, 19-37.

COPELAND, T.E.; GALAI, D. (1983): "Information effects on the bid/ask spread", *Journal of Finance* 38, 1457–1469.

DEMSETZ, H. (1968): "The cost of transacting", *Quarterly Journal of Economics* 82, 33–53.

DAR-HSIN, C.; BLENMAN.L.P. (2003): "An extended model of serial covariance bid.ask spreads", *International Journal of Business and Economics* 2, 75-83.

GEORGE, T J.; KAUL; G.;NIMALENDRAN, M.. (1991): "Estimation of the bid-ask spread and its components: A new approach", *Review of Financial Studies* 4, 623–655.

GLOSTEN, L. (1987): "Components of the bid/ask spread and the statistical properties of transaction prices", *Journal of Finance* 42, 1293–1308.

GLOSTEN, L.; HARRIS, L. (1988): "Estimating the components of the bid/ask spread", *Journal of Financial Economics* 21, 123–14

GLOSTEN, L.; MILGRON; P. (1985): "Bid, ask, and transaction prices in a specialist market with heterogeneously informed traders", *Journal of Financial Economics* 14, 71–100.

HASBROUCK, J (1991): "Measuring the information content of stock trades", *Journal of Finance* 46, 179–207.

HUANG, R.; STOLL; H. (1997): "The components of the bid-ask spread: a general approach", *Review of Financial Studies.*10, 995–1034.

KIM, S.H.; OGDEN, J.P. (1996): "Determinants of the components of bid-ask spread on stocks", *European Financial Management* 1, 127–145.

KYLE, A.P. (1985): "Continuous auctions and insider trading", *Econometrica* 53, 1315–1335.

KYLE, A.P. (1989): "Informed speculation with imperfect competition", *Review of Economis Studies* 56, 317–356.

ROLL, R. (1984): "A simple implicit measure of the effective bid-ask spread in an efficient market", *Journal of Finance* 39, 1127–1139.

STOLL, H.R. (1989): "Inferring the components of the bid-ask spread: Theory and empirical tests", *Journal of Finance* 44, 115–134.