Del individuo racional al individuo con creencias, un mecanismo de elección*

*Oscar Rogelio Caloca Osorio***

Resumen

En la presente investigación se hace una comparación entre el individuo racional y el individuo "creencial", enfocando la temática en torno a la creencia racional condicionada por la incertidumbre externa e interna –esta última observada a través de la regla de Jeffrey– con la finalidad de establecer un juego donde la resolución final implica un mecanismo de elección de estrategias por parte de los jugadores, con base en un entorno de incertidumbre externa e interna. Se señala que la diferencia fundamental entre un individuo racional y un individuo "creencial" es la probabilidad de que el segundo elija irracionalmente, con un grado de certeza nulo. Esto es, a través de la especulación.

Palabras clave: elección económica, creencia racional, teoría de juegos, incertidumbre, regla de Jeffrey.
Clasificación JEL: B41, C70, D03.

Abstract

In the present investigation it is written on the comparison between the rational individual and the "creencial" individual, focusing the thematic one surroundings to the conditional rational belief by the external uncertainty and internal uncertainty and the internal uncertainty observed through the rule of Jeffrey, the purpose of establishing a game, where final resolution implies a mechanism of election of strategies on the part of the players, with base in external uncertainty and internal uncertainty, indicating that the fundamental difference between a rational and a "creencial" individual is the probability of the second of choosing irrationally, with a null degree of certainty. This is through the speculation.

Keywords: economic election, rational belief, theory of games, uncertainty, rule of Jeffrey.
JEL classification: B41, C70, D03.

---

* Fecha de recepción: 20/05/2011. Fecha de aprobación final: 02/07/2012.

** Profesor-investigador del Departamento de Economía de la Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco. Correo electrónico: oscarcalo8@yahoo.com.mx.

Agradezco la lectura y las observaciones pertinentes de dos lectores anónimos, así como la revisión cuidadosa del texto por parte de la doctora Nohemí Briseño y la psicóloga Citlalli Atzimba Guzmán. La versión final es sólo responsabilidad del autor.

INTRODUCCIÓN

La investigación que a continuación se presenta se corresponde, en esencia, con las bases teoréticas de la elección económica fundada en la creencia racional con incertidumbre y la plausibilidad de que ésta admita una gradación con explicaciones que van desde el conocimiento hasta el desconocimiento de una situación en la que interaccionan los individuos de forma estratégica. Es decir, se argumenta tanto sobre las situaciones en las cuales se cuenta con certeza, como de eventos en los cuales es posible un cierto grado de incertidumbre, hasta la condición de total incertidumbre, estado que sólo una regla heurística resuelve por medio de grafos explícitos e implícitos, la cual no implica la certeza de acierto, pero sí el aumento de la probabilidad de ocurrencia del pronóstico estipulado, con base en la alimentación y retroalimentación emanada del entorno de la situación, o condición contextual.

Así, con la finalidad de formar parte de la reflexión acerca de la estructura de la elección económica se argumenta acerca de la elección basada en la creencia racional y no en el patrón de elección racional tradicional, elección que dista en su propio contenido de lo que es un individuo racional u *homo* racional. Una de las diferencias substanciales radica en que mientras el *homo* racional conoce perfectamente las alternativas o estrategias a elegir, el *homo* "creencial" puede no conocerlas con esa misma precisión y no por ello deja de escoger. En tal caso, si el *homo* racional se equivoca y tiene la oportunidad de realizar de nueva cuenta su elección, ante las mismas condiciones elige el mismo camino; por su parte, si el que yerra es el *homo* "creencial" y, de igual manera, se le brinda la oportunidad de elegir de nuevo, escoge un nuevo método que es altamente probable que lo conduzca a una nueva selección estratégica y a un nuevo resultado que puede ser o no ser el óptimo. Es decir, el *homo* "creencial" aprende de sus errores.

La investigación se presenta en tres apartados: en el primero, se establecen las nociones básicas sobre el *homo* "creencial": la justificación y coherencia de las creencias, junto con la determinación de los estados epistémicos como conjuntos constituidos por creencias. En el segundo, se establecen las condiciones sobre la incertidumbre y su anexión a las creencias racionales como mecanismo de elección basado en su inclusión en la formación de conocimiento o la existencia de total desconocimiento y la enunciación de procesos heurísticos como forma de aproximación a la obtención de un buen resultado, aunque no óptimo, de las elecciones con total desconocimiento. Con base en lo anterior, es que en el tercer apartado se plantea también un juego "creencial" basado en una gradación de las creencias y con incertidumbre interna, dada por la regla de Jeffrey.

I. *HOMO* RACIONAL Y *HOMO* "CREENCIAL"

1. Homo *racional*

El individuo puramente racional, que no remite al *homo economicus*,[1] está sujeto al cumplimiento de dos axiomas con base en la relación de sus preferencias ($\Re$) con las múltiples estrategias por las que puede optar, donde:

1) Dadas s_1 y s_2 estrategias de elección por parte del jugador i individuo puramente racional con $i \in$ N jugadores y $s_1, s_2 \in S_{1,2}$ conjunto de estrategias, ocurre $s_1 \Re s_2$ o $s_2 \Re s_1$ –axioma de completitud.
2) Con base en las condiciones anteriores, dadas s_1, s_2 y $s_3 \in S_{1,2,3}$, el jugador i elige de la siguiente manera: $s_i\ s_1 \Re s_2$ y $s_2 \Re s_3 \rightarrow s_1 \Re s_3$ –axioma de transitividad.

El cumplimiento de los dos axiomas garantiza que el *homo* racional elija, valga la redundancia, de manera racional. Cualquier desviación de estos axiomas por parte del *homo* racional le atribuiría la categoría de individuo irracional. Es decir, la irracionalidad radica en que el individuo no pueda elegir por una falta de identificación clara entre las alternativas de elección o que presente esquemas de circularidad o que haga elecciones cíclicas en vez de acíclicas, como establece la transitividad.

2. Homo "*creencial*"

Ahora observemos la forma, y las diferencias, de elección de estrategias por parte del *homo* "creencial". Pero antes diremos que una creencia puede ser configurada como un acto mental, según el esquema basado en fundamentos, o como una disposición –según la orientación coherentista–, es decir, que la creencia se mantiene presente en nuestro acervo cognitivo mientras no es utilizada, pudiendo muy bien apelarse a ella cuando la situación contextual o de percepción subjetiva lo requiera.

Así, un *homo* "creencial" lleva a efecto sus elecciones con base en dos explicaciones que han resultado en cierto sentido complementarias bajo ciertas

[1] Puesto que en este caso se tendría que argumentar sobre las propiedades de elección y la existencia de funciones de utilidad, entre otras cosas.

condiciones y totalmente disimiles en otras: la argumentación coherentista y la propuesta fundamentalista o basada en fundamentos. La primera apunta principalmente a la conservación, es decir, que ante nuevas creencias (Ξ) se requiere mantener la coherencia lógica entre éstas y las creencias viejas. La segunda, remite a que su observación se corresponde con el hecho de que es necesario considerar que existen creencias fundamentales que forman la base de otras creencias, es decir, que existen razones de orden básico que sirven de cimiento a la formación de cualquier creencia posterior.

En este sentido, la explicación basada en fundamentos asegura que un *homo* racional deriva creencias provenientes de razones para esas creencias, esto es, dado un conjunto de creencias justificadas ($J\Xi$):

$$J\Xi_i \leftrightarrow (\Xi_i \text{ es manifiesta } \& \ \Xi_i = f(J\Xi_{i-1})) \text{ para todo } i = 1,\ldots, n$$

La primera condición manifiesta la noción de creencia fundamental y concierne a los llamados hechos o datos duros asociados con el mundo físico; por su parte, las creencias que satisfacen la segunda condición son aquellas resultantes de una consecuencia lógica de las creencias fundamentales: todos tenemos una o más justificaciones y la cadena de justificaciones finaliza en las creencias fundamentales (Wang, 1998, p. 15).

Estas creencias o la justificación de las creencias implican que, para escoger, el elector económico, ya sea un consumidor o un productor, necesariamente tuviese que abocarse a una justificación de sus creencias, de por qué elige determinado producto o determinada tecnología. Esta justificación tendría que estar interiorizada en los fundamentos en sí, es decir, en los propios principios esenciales de su elección. Si es un consumidor, por ejemplo, tendría que identificar de manera consciente por qué razones elige un producto en vez de otro; esto le confiere a la justificación con base en fundamentos un elemento por el que no dista que el consumidor identifique con precisión sus más inconscientes deseos, lo cual es sumamente complicado para cualquier ser humano que camina por la calle.

Porque esto, por supuesto, es sumamente complicado para un elector económico que dirime sus elecciones en un contexto sumamente cambiante y donde la competencia impera: es decir, someterse a un escrutinio severo sólo para llegar a determinar que prefiere un producto en vez de otro. La idea fundamental de la economía no opera estrictamente bajo este supuesto de escrutinio severo, por la simple y sencilla razón de que el tiempo para elegir puede ser sumamente corto.

Por otra parte, la argumentación de la teoría de la coherencia redunda en que la genealogía no es significativa para $J\Xi$ y sólo importa la anexión de la Ξ si es lógicamente coherente con las otras creencias de *i* ($L\Xi$), donde ninguna es más fundamental que las otras. Parte significativa de justificar la creencia ($J\Xi$) y que ésta sea lógicamente coherente con otras ($L\Xi$) corresponde al hecho de que la Ξ acepta una gradación que va desde la parte inferior de la escala, que es la especulación, hasta la de mayor prominencia, que es el conocimiento, lo cual se corresponde con las preferencias de *i*: "yo creo" y "yo conozco", donde la primera puede ser verdadera, falsa o simplemente no interesarnos su valor veritativo, y la segunda necesariamente implica un valor veritativo de verdad. Con ello es plausible establecer que el conocimiento (K) no es otra cosa que la completa y conclusiva justificación y coherencia de la creencia Ξ.[2]

A partir de lo anterior, por medio de las propuestas coherentista y fundamentalista y con base en Mosterín (1978, p. 23) es posible determinar la elección de un *homo* "creencial" o con creencias racionales (Ξ_R) respecto de sus estrategias s_i:

Dada s_i $\exists\ i \in \mathbf{N} : \Xi_R$ se da en $s_i \leftrightarrow$

a) i Ξ que s_i,
b) i $J\Xi$ que s_i: s_i es analítica o i puede comprobar directamente que s_i o s_i es una opinión científica vigente en el tiempo de i o hay testimonios fiables de que s_i o s_i es deducible a partir de otras ideas $\eta_1 \ldots \eta_m$ e i está $J\Xi$ que $\eta_1 \ldots \eta_m$ como en el planteamiento fundamentalista, y
c) i no es consciente de que tal s_i esté en contradicción con ninguna otra Ξ; en este sentido i es $L\Xi$ como se plantea en la teoría coherentista. Por ello, es necesario destacar que una creencia racional verdadera $\Xi_R V = K$.

En este caso, se muestran dos cosas: la primera es el hecho de que la fundamentación de la creencia puede bien basarse en creencias reconocidas intersubjetivamente como fundamentales y con ello excluir todo un proceso de recapitulación *ad infinitum* de búsqueda continua de creencias anteriores que justifiquen a las posteriores. El segundo aspecto es que la coherencia de las creencias corresponde al hecho de que el elector económico sólo tiene que estar conscientemente enterado de que no existe inconsistencia entre sus creencias.

[2] Al respecto, véase Wang (1998, p. 14).

Así, estás dos condiciones delimitan el hecho de que pudiésemos requerir de factores psicológicos para la identificación de nuestros deseos inconscientes para elegir una cosa en vez de otra.

3. *Estados epistémicos y creencia*

Ahora bien, la concepción de Ξ_i puede muy bien ser racional o no racional, verdadera o falsa o simplemente no interesar su valor veritativo o ser $K \; \forall \; i \in N$; en todo caso, las creencias pueden ser reunidas en un esquema de agrupación que puede ser representado a través de una noción de *estado epistémico* (EE).[3]

Éste, en una forma holística, se supone como una combinación de estados de creencia ($E\Xi$) sobre los que i tiene representaciones y donde se expresa como un individuo cognitivo –en el sentido de que obtiene y procesa información que le permite ante mecanismos simbólicos configurar representaciones mentales que en su tránsito entre la memoria de corto plazo u operativa y la de largo plazo, en el caso de que almacene por mucho más tiempo la información, le posibilitan identificar resultados o respuestas ante los estímulos recibidos y en donde entran en juego sus deseos, creencias e intenciones–, aunado a que puede elegir sus Ξ sobre las s_i, y donde estas Ξ están $J\Xi$ y $L\Xi$, lo cual brinda la admisibilidad del conjunto de $E\Xi$. Además, esta estructura se compone de una $\Re$-estricta, es decir, se prefiere estrictamente una Ξ a otra y, por ende, todas son diferentes porque los memes, o unidades de información cultural, que contienen difieren entre sí. También se agrega una condición que permite establecer que exista un conjunto de creencias admisibles (ΞA), es decir, dado un lenguaje como el de la lógica, un EE es una tripleta ($E\Xi$, ΞA, $\Re$-estricta).

Estos estados epistémicos no son otra cosa que las condiciones de agrupación de la probabilidad de formación de conocimiento, es decir, una creencia puede tener diferentes niveles de contenido epistémico o, en otras palabras, el nivel de conocimiento puede diferir de una creencia a otra según que esta creencia admisible pertenezca a un estado de creencia u otro.

Por otra parte, es menester destacar que cuando conocemos siempre acertamos, pero cuando elegimos bajo Ξ_R podemos equivocarnos, en cuyo caso tendremos creencias que considerábamos verdaderas pero que en realidad son falsas (ΞF). Por lo tanto, caeremos en el error. En este sentido, lo que le queda por hacer a i es ordenar $\Xi \in E\Xi$ conforme a la búsqueda de un método consciente-

[3] Como referencia al tema, véase Rich (1988, cap. 6)

mente diseñado para minimizar el riesgo de error. Con esto se indica que el jugador pretende minimizar el riesgo de error y no que necesariamente lo consiga, puesto que si no le es posible ordenar sus Ξ no sólo el riesgo de error es alto sino también el error existirá, pudiendo perdurar durante mucho tiempo si consideramos que una creencia falsa también puede ser vista como una disposición. Ello explica por qué es posible que un consumidor o un productor pudiesen mantener creencias falsas durante un considerable periodo de tiempo sin darse cuenta hasta que esas creencias les generan un error consistente que les permite volverse conscientes de su falsedad. La posibilidad de error y de que el individuo pueda darse cuenta de él es una característica diferencial entre el individuo "creencial" y el individuo racional.

Lo anterior implica que una creencia falsa puede sostenerse inconscientemente aun cuando conscientemente se elija bajo un esquema en donde nuestras creencias estén justificadas y sean lógicamente coherentes con otras creencias. Cabe destacar que la duración de una creencia falsa se debe a que dentro del proceso cognitivo de procesamiento de la información mantenemos la mayor parte de nuestras creencias antes que modificar muchas de éstas, es decir, el cambio en las creencias es mínimo durante la formación que se tuvo de ellas, lo que explica por qué aun ante evidencia certera muchos de nosotros no modificamos nuestras viejas creencias.

En este caso, la selección de un método que nos haga salir del error está condicionado por qué tanto es posible minimizar el riesgo de error. Así, ante creencias falsas, es posible que si la información contextual o de nuestras interacciones con el exterior nos dice, a través de la percepción, que estamos en un error, entonces cabe la probabilidad de que se seleccione un método diferente de elección con el cual minimicemos el riesgo de error. Esta situación de minimización del riesgo de error implica que el *homo* "creencial" pueda trasladar sus creencias de una mera especulación hasta un nivel más alto de conocimiento, recordando que el *homo* racional no realiza especulaciones como el *homo* "creencial", que conscientemente puede determinar que su opinión es tan sólo una especulación. Esto en grado tal que lleguen a formar parte de las creencias racionales verdaderas, es decir, que puedan formar parte de los niveles de máximo conocimiento.

Ello se refiere a que la transformación de nuestras creencias en dicha transferencia sólo se puede lograr si la evidencia empírica nos permite asegurar que lo que creemos es verdadero. Esto, por supuesto implica fiabilidad porque se considera que el conocimiento alcanzado es limitado; así, no se está argumentando sobre una adquisición de Conocimiento con mayúscula sino de un conocimiento parcial que nos brindan las creencias racionales verdaderas. Porque recordemos que para la justificación de la creencia se hace necesario contar con ideas científicas reconocidas en el momento de establecer nuestra creencia y que todo conocimiento científico actual es falible. No existe conocimiento científico final hasta el momento, pues de ser así, conoceríamos todas las cosas y la relación existente entre todas las cosas, lo cual es lógicamente imposible por nuestra propia condición humana.

Ahora es necesario resaltar que la búsqueda de un método de minimización del error no implica una supresión absoluta del error probable, puesto que, como ya se indicó, el conocimiento sobre el que tratamos es un conocimiento limitado. Esto nos lleva directamente a que tratemos el problema de la generación de elecciones con un conocimiento limitado que, por ende, implica error e incertidumbre.

II. CUANDO LO QUE CREEMOS CONOCER ES DESCONOCIDO, INCERTIDUMBRE, REGLA DE JEFFREY Y HEURÍSTICA

Es así como en una interacción estratégica los jugadores no conocen parte del conjunto de información de por lo menos uno de los jugadores de los N: las múltiples estrategias o alguno de los pagos. En cualquier caso, los jugadores se enfrentan a una situación de falta de certeza parcial o total; en la primera circunstancia, esto se resuelve atendiendo a la probabilidad bayesiana y a la regla de adquisición de conocimiento de Jeffrey, y en la segunda, sólo es posible a través de una heurística que si bien eleva la probabilidad de certeza, deja indeterminada la posibilidad de obtener la solución óptima, pudiendo sólo alcanzarse la mejor solución posible. Así, se expone a continuación el caso de incertidumbre.

1. *Incertidumbre*

En los eventos a que se enfrentan los jugadores existen tres tipos de incertidumbre: el primer tipo es cuando los jugadores no tienen, valga la paradoja, incertidumbre alguna, lo cual los lleva a contar con una certeza total sobre el evento de elección de las s_i en cuestión; el segundo, corresponde a la incertidumbre de tipo I (Wang, 1998, p. 24), la cual se debe a deficiencias en la información, en el sentido de que no es posible determinar con exactitud la verdad de una proposición, sin embargo, se considera que en el largo plazo tal verdad puede llegar a ser especificada con precisión; en este caso, no existe certeza en el corto plazo pero sí en el largo; por ende, los jugadores se enfrentan a un dilema de falta de información en el conjunto de información de por lo menos un jugador, lo que implica que no existe una falta total de certeza y que gran parte de la información disponible en el juego existe. El tercer tipo implica que la incertidumbre se presenta cuando no puede determinar completamente el valor de verdad de una proposición en el corto plazo ni tampoco puede obtenerse una precisión específica de la verdad de tal proposición en el largo plazo, es decir, se plantea la existencia de una total incertidumbre y, por lo tanto, la falta de una certeza total. En este sentido, la gradación va de la existencia total de certeza hasta la falta total de ella. Este último tipo de incertidumbre tradicionalmente no esta muy bien tratada en teoría de juegos, pues se ha trabajado sobre todo con mecanismos de elección bayesianos. Sin embargo, con la inclusión de la creencia y del individuo "creencial" se puede hacer manifiesta tal incertidumbre total cada vez que un individuo emite una opinión sin certeza alguna sobre el tema de que se trate, sólo se busca participar sin tener conocimiento sobre cómo resolver ciertamente la situación. Es decir, se especula sin conocimiento sobre la temática tratada.

A los tres tipos de incertidumbre descritos se les conoce como incertidumbre externa, por lo que es claro que es posible considerar la existencia de un conjunto de incertidumbre más: la incertidumbre interna. Porque la incertidumbre externa se atribuye al mundo externo o nuestro estado de *K*, sobre el cual no tenemos control, es decir, radica en las conductas de los demás y, en este sentido, de los otros jugadores en cuanto a por cuál s_i optarán. La incertidumbre interna se relaciona más con nuestra mente, es decir, es atribuible a nuestros sufrimientos, sentimientos y recuerdos (Kahneman y Tversky, 2001a, p. 515).[4]

En este sentido, es plausible la identificación de procesos de incertidumbre que van desde su inexistencia hasta su existencia total. En cuanto a su tratamiento, es posible optar entre diversas alternativas de las cuales elegimos, en primer término, una regla de conocimiento ante diferentes niveles de incertidumbre, que es la regla de Jeffrey. Ésta la adaptamos a nuestra condición de determinación de s_i que implica incertidumbre interna (Φ) en la elección de las s_i que efectúe cualquier agente económico. En este sentido, la existencia de incertidumbre regida por el desconocimiento o el conocimiento, en tal caso, de los mecanismos simbólicos de representación que procesa el *homo* "creencial" permiten identificar a una s_i como preferible en vez de otra. Para ello, se argumenta en primera instancia sobre el teorema de Bayes.

[4] Véase Kahneman y Tversky (2001b).

2. *Teorema de Bayes*[5]

El teorema de Bayes, como parte de la teoría de la probabilidad, permite establecer una relación de identificación de conocimiento (K) a partir de premisas establecidas, es decir, con base en un K a priori es posible extraer resultados para la probabilidad de un evento vinculado con el primero. Esto es de suma utilidad para la relación existente entre las estrategias (s_i) y la incertidumbre que implican éstas en la formación de creencias, puesto que el valor veritativo de una Ξ está condicionado por el contenido informacional de $J\Xi$ y $L\Xi$, que implica en realidad la preexistencia de conocimiento.

La regla de Bayes para nuestro caso implica lo siguiente:

$$\forall s_i, \exists \Phi : P(s_i | \Phi) \in [0,1]^6 : \frac{P(\Phi | s_i) P(s_i)}{P(\Phi)}$$

Así, la probabilidad expuesta en el teorema de Bayes permite argumentar que la ocurrencia de s_i depende de lo sucedido con la incertidumbre presente Φ; en un sentido de elección, se escoge la s_i dependiendo de cómo esté afectada en particular por la Φ interna.

Esta operación representa la probabilidad *a posteriori* de ocurrencia de la s_i dada la cuantía de información que existe en Φ, que puede ser una información completa, en cuyo caso aquélla es nula, o de diversas gradaciones hasta llegar a la total incertidumbre, condición que no aporta información suficiente para la elección de la s_i, empero aun así el *homo* "creencial" elige.

3. *Regla de Jeffrey: adaptación de las estrategias a la existencia de incertidumbre*

Ahora bien, una vez identificada la relación entre s_i y Φ, es menester destacar la importancia de esta relación en el contexto de la obtención o no de conocimiento, es decir, de la obtención de creencias racionales verdaderas en el primer caso

[5] Para una referencia sobre su tratamiento en el documento, véase Rich (1988) y Rich y Knight (1994).

[6] Esta función, por definición, satisface los siguientes axiomas, dados dos eventos (A, B), una proposición verdadera (V), una proposición falsa (F) y un conjunto de proposiciones (T):

a) $P(A) \geq 0, \ A \in T$

b) $P(V) = 1, \ V \in T$

c) Si $A \cap B = F$ entonces $P(A) + P(B) = P(A \cup B), \ A, B, F \in T$

o desde creencias no racionales hasta especulaciones sobre el contenido representacional de información contenido en las s_i. En el segundo caso, al que se da cabida en esta gradación, se refieren a conjeturas (Popper, 1994) que brindan un cierto nivel de creencia sobre eventos determinados siempre en presencia de cierto grado de Φ; que puede ir desde cero hasta ser máxima.

Con ello en mente, es que se expone una formulación distinta sobre cuál es el grado de conocimiento existente entre las s_i dada la Φ y que sirve de fundamento para la formación de Ξ respecto de la elección entre múltiples s_i. Con base en la regla de Jeffrey se plantea que existe una probabilidad de conocimiento de s_i dada la incertidumbre como

$$(s_i | \Phi)_K \in [0,1]$$

así, la regla es:

$$(s_i | \Phi)_K = P_K (s_i \mid \Phi)(m) + P_K (s_i \mid \neg\Phi)(1- m)$$

donde m es la nueva probabilidad de Φ. A esta regla se le conoce como probabilidad cinemática,[7] en el sentido de que la cinemática estudia el movimiento sin importar cuál sea el origen de éste; en nuestro caso, las transformaciones en el conocimiento de las s_i dado su grado de Φ, sin importar el origen de Φ,[8] es decir, sin averiguar con precisión cuál es el origen de la incertidumbre interna.

El sentido en que esta regla es operativa, en nuestro caso, corresponde a los diferentes valores de m, si

$$m = \begin{cases} 0 & \neg \exists \Phi \rightarrow \Xi_R V = K \\ 0 < m < 1 \exists & \Phi \rightarrow \neg \Xi_R V = K \text{ limitado} \\ 1 & \max \Phi \rightarrow \neg \Xi_R V = \neg K \end{cases}$$

en cuyo caso es posible tener un K total de las s_i, un K limitado o un total desconocimiento. Si el K es total entonces es fácil argumentar la existencia de certeza; si es limitado, entonces es posible acercarse a él con base en la regla de Bayes,

---

[7] Véase Jeffrey (1968) y Wagner (2003).

[8] La probabilidad cinemática corresponde a (Θ, A, $\wp$) un espacio de probabilidad, con $\Gamma = \{\Gamma_i\}$ una familia contable de pares de eventos disjuntos y $\wp(\Gamma_i) > 0$ para todo i. A es una medida de probabilidad q que corresponde con $\wp$ como una probabilidad cinemática sobre Σ si existe una secuencia (λ_i) de números reales positivos que sumen 1, tal que

$$q(A) = \sum_i \lambda_i \wp(A \mid \Gamma_i), \text{ para todo } A \in \boldsymbol{A}$$

pero si es desconocimiento o falta total de certeza, la única manera de aproximarse a la resolución de la selección e identificación de las s_i respecto del K nulo, del otro u otros jugadores, es a través de una regla heurística.

Cabe destacar que parte importante es el conocimiento limitado que corresponde en realidad a la mayor parte de las elecciones que realizará un consumidor al escoger un producto entre otros o un productor que selecciona una tecnología en vez de otra. Es claro que para la interacción social también es relevante, puesto que en este ámbito las elecciones se hacen asimismo principalmente a partir de un conocimiento limitado; *nadie lo sabe todo y pocos no saben nada*, es decir, la mayor parte de las elecciones se realizan con cierto grado de incertidumbre.

4. *Falta total de conocimiento o información sobre las estrategias: regla heurística*[9]

Ahora bien, cuando impera una situación en la cual, para elegir entre las s_i opcionales, la información se corresponde con un caso en el que la incertidumbre es total, el *homo* "creencial" responde siguiendo una regla heurística. Esto por dos razones: la primera es que la creencia admite una gradación que va desde la especulación hasta el conocimiento y la segunda, que dicha gradación está sujeta, a su vez, a una incertidumbre gradual. En todo caso, el individuo "creencial" no siempre es consciente de su ignorancia o de su incertidumbre, empero, aun así, como todo individuo de la calle, elige estrategias que aunque las considere óptimas, como el individuo racional, o subóptimas en verdad, puede caer en el error y optar por estrategias totalmente irracionales, es decir, la diferencia substancial entre el individuo racional y el individuo "creencial" es que el primero sólo ejecuta acciones racionales –completas y transitivas– mientras que el "creencial" tiene dentro de sus posibilidades el optar por estrategias que impliquen irracionalidad. Es claro que esto supone una situación de error, pero recordemos que el individuo "creencial" busca minimizar el grado de error aunque ello no garantiza que no se equivoque rotundamente.

Según Newell, Shaw y Simon, cuando se afirma que un proceso puede resolver un problema determinado, pero no ofrece ninguna garantía de ello, se dice que es la heurística de dicho problema (Russell y Norvig, 1994, p. 101).

[9] La palabra "heurística" se deriva del verbo griego *heuriskein*, cuyo significado es "encontrar".

Así, de acuerdo con William C. Wimsatt (citado en Pereda, 2000, p. 19) las características de una heurística son las siguientes:

a) Incertidumbre de sus resultados. En contraste con los algoritmos que preservan la verdad, las reglas heurísticas no dan ninguna garantía de ofrecer una solución correcta a los problemas con que se enfrentan, como ya se mencionó arriba.
b) Economía. Comparándola con los procedimientos formales que eventualmente la pudieran sustituir, una heurística exige menos recursos.
c) Sistematicidad de los errores. Los errores producidos por usar una heurística no son accidentales, sino sistemáticos; de esta manera, entendiendo cómo trabaja una heurística podemos predecir con cierto respaldo que fracasará en ciertos casos y no en otros, siempre que el grado de incertidumbre lo permita.
d) Transformación de los problemas. La aplicación de una heurística a un problema conduce a su transformación a un problema no equivalente pero relacionado de alguna manera (intuitiva o funcional, en el sentido de que ambos desempeñan funciones similares en la argumentación de un problema).

Es claro que una heurística se distancia de los modelos de tipo formal como pruebas categóricas de racionalidad, toda vez que estos modelos no incluyen heurísticas y los modelos heurísticos si implican la presencia de condiciones emanadas de modelos de corte formal.

De igual manera, en todo modelo heurístico no es posible saber en cuántos pasos se resuelve la situación y tampoco cuál será la calidad del resultado; es altamente probable que se obtenga un muy buen resultado pero no necesariamente que sea el óptimo, es decir, no se garantiza encontrar la mejor respuesta aunque casi siempre se obtiene una buena solución. Esto se da porque para los problemas del mundo real, normalmente es adecuado introducir una heurística basada en un *K* relativamente desestructurado, como en el caso de aquellos tipos de creencias que no conducen a un *K* y donde, a su vez, es imposible definirlo de forma que pueda llevarse a cabo un análisis matemático de su efecto sobre el proceso de búsqueda (Rich y Knight, 1994, p. 45), puesto que las personas, al enfrentarse a la posible resolución de problemas, no actúan optimizando sino satisfaciendo, de modo tal que una vez satisfecha o registrada la solución abandonan la búsqueda o ya no exploran múltiples soluciones alternativas.

Asimismo, se consideran ciertas estrategias de resolución de problemas como la búsqueda avara, con la que se procuran soluciones de manera rápida con un nivel de desempeño bueno y no siempre la solución es la óptima. La búsqueda avara permite reducir al mínimo el costo de la meta, $h(n)$, con lo que también se reduce en forma considerable el costo de la búsqueda. Sin embargo, este tipo de búsqueda no es óptima ni tampoco completa. Por su parte, la búsqueda por costo uniforme reduce al mínimo el costo de la ruta $g(n)$; es óptima y completa, pero puede ser muy ineficiente. Empero, es posible hacer uso de una combinación de las dos estrategias, lo que permite combinar sus ventajas al sumarlas, tal que

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

donde $f(n)$ = el costo estimado de la solución más barata, pasando por el nodo n (Russell y Norving; 1994, p. 104), y donde esta función heurística es una correspondencia entre las descripciones de estados del problema hacia alguna medida de deseabilidad normalmente representada en los números reales.

Una importante consecuencia de los problemas relacionados con la generación de nuevas funciones heurísticas de solución se corresponde con la imposibilidad de una solución que sea evidentemente y sin lugar a dudas la mejor. Si para un problema determinado existe un conjunto de heurísticas aceptables $h_1,\ldots,h_m$, y si ninguna de ellas domina a las otras, sin que sea posible ordenarlas a través de una $\mathfrak{R}$-estricta aplicable a los EE de las creencias, entonces no es necesario elegir, puesto que el mejor de los mundos posibles se obtiene al establecer que $h(n) = \max(h_1(n),\ldots, h_m(n)$, donde, en esta heurística que se establece de manera combinada, se emplea aquella función que sea más precisa para el nodo n en cuestión.

Dentro de las posibles clases de problemas por resolver de manera heurística se encuentran los siguientes:

- Ignorables, en los que pueden ignorarse pasos dados.
- Recuperables, en el que pueden deshacerse pasos dados.
- No recuperables, en el que no pueden deshacerse pasos dados.

Aunado a que éstos pueden ser de consecuencia cierta o incierta, en el primer caso el resultado de una acción se puede predecir perfectamente y, en el segundo, la planificación puede al menos servir para generar una secuencia de operadores que tenga una alta probabilidad de conducir a una solución. Sin embargo, entre los últimos se ubican aquellos problemas en los que la probabilidad de solución es baja o en los que puede accederse a una alta probabilidad pero el proceso es muy costoso. De este conjunto de ideas se desprende que los problemas con mayor dificultad para encontrar una solución favorable son los no recuperables de consecuencia incierta, por ejemplo: "Ayudar a un abogado a decidir cómo defender a su cliente contra un cargo de asesinato. En este caso no se puede dar probablemente una lista de posibles consecuencias, y mucho menos dar sus probabilidades" (Rich y Knight, 1994, p. 53).

En este sentido, aun recurriendo a la heurística para la solución de problemas a los que por vías matematizables no se les puede dar una solución apropiada, existe un caso en que la falta total de certeza o existencia total de incertidumbre lleva, cuando se presentan circunstancias de irrecuperabilidad y consecuencias inciertas, a problemas que no pueden ser del todo explicitados por medio de una planeación y para los que las probabilidades de solución de las alternativas es muy baja, cercana a cero, o imposible de determinar, que es el tercer caso de incertidumbre que hemos enunciado. Ante ello, lo único que se puede esperar es la especulación y obtención de un valor veritativo de verdad por casualidad, hasta no tener información que permita visualizar de mejor manera la problemática que se intenta resolver. Pero también es posible de resolverlo a través de la definición de grafos (véase anexo).

En el caso de los grafos, se tienen los explícitos y los implícitos.[10] De los primeros contamos con la siguiente argumentación: estos casos contemplan el hecho de que no existe una función heurística para estimar el coste del camino hacia el objetivo, es decir, se sabe cuál es el objetivo, como en cualquier elección, pero no el camino para llegar a él, y a veces es posible aprender dicha función. Así, se asume que el agente dispone de un buen modelo de los efectos de sus acciones y también que conoce el coste correspondiente al movimiento desde un nodo a sus nodos sucesores, es decir el coste de alternativas nodales que marcan las pautas para llegar al objetivo, donde los nodos son considerados como estadios en los cuales el elector económico se detiene para observar su ruta y apuntar hacia el objetivo perseguido.

El proceso de aprendizaje comienza con la inicialización de la función $\hat{h}(a)$, con valor 0 para todos los nodos, tras lo cual se empieza una búsqueda A^*, donde después de expandir[11] el nodo n_i, generando el conjunto de sucesores $S(n_i)$, modificamos $\hat{h}(n_i)$ de la siguiente manera:

[10] Esta parte de la sección se elaboró con base en Nilson (2004, pp. 155-158).

[11] Esto es, abrir el abanico de alternativas.

$$\hat{h}(n_i) = \min_{nj,s\,(ni)} [\hat{h}(n_j+)\ c(n_i, n_j)]$$

donde $c\ (n_i,n_j)$ es el coste correspondiente al movimiento desde el nodo n_i al nodo n_j.

Después de muchas búsquedas, tendremos estimaciones cada vez mejores de la función $\hat{h}$, que se propagarán gradualmente hacia atrás, desde los nodos objetivo. En este caso, si el individuo elector no dispone de un modelo de los efectos de sus acciones, puede aprenderlo al mismo tiempo que la función $\hat{h}$ y mediante un proceso parecido, aunque el aprendizaje tendrá lugar en el mundo factual.

En este caso, se supone que el individuo puede, a través de los estados de los nodos aprendidos, construir un grafo explícito, una tabla donde se registre la evolución de sus acciones. También se supone que el individuo desconoce el coste de éstas, puesto que se encargará de obtenerlo. El proceso se inicia con un único nodo, que representa el estado en el que el individuo elector económico comienza. El individuo selecciona una acción, quizá de forma aleatoria, y pasa a otro estado. A medida que va visitando estados, los nombra y les asocia un valor de $\hat{h}$ calculado de la siguiente manera:

$$\hat{h}(n_i) = [\hat{h}(n_j+)\ c\ (n_i, n_j)]$$

donde

n_i es el nodo sobre el cual se aplica la acción a

n_j es el nodo resultante

$c\ (n_i, n_j)$ es el coste de la acción

$\hat{h}\ (n_j+)$ es una estimación del valor de n_j, que es igual a 0 si n_j no ha sido todavía visitado o éste es su valor en la tabla de referencia.

Así, siempre que el agente deba seleccionar una acción en el nodo n, disponiendo de nodos sucesores en el grafo, la elegirá según la estrategia siguiente:

$$a = \min_a[\hat{h}((n,a) + c(n_i,(n,a)))]$$

En este caso se busca que la acción ocurra bajo un esquema de minimización del coste y donde (n,a) es la descripción del estado resultante de aplicar la acción a sobre el nodo n.

Este procedimiento de aprendizaje comienza con un recorrido aleatorio, hasta que finalmente encuentra el nodo objetivo. Sin embargo, esta técnica puede acabar obteniendo caminos no óptimos, debido a que algunos nodos de los caminos óptimos podrían nunca ser visitados. Pero si se permiten ocasionalmente acciones aleatorias, el individuo podría aprender nuevas vías a los objetivos que pudiesen resultar mejores.

Ahora bien, en el segundo caso tenemos los grafos implícitos, los cuales se corresponden con las situaciones en que no podemos establecer un grafo explícito y tampoco una tabla de referencia, pero sí es posible establecer un mecanismo de búsqueda guiada por una función de evaluación. Para su elaboración primero nos preguntamos por un conjunto de subfunciones que pensamos podrían ser componentes adecuados de una función heurística.

Una vez seleccionadas las subfunciones, calculamos una función heurística global dada por la combinación lineal ponderada de las subfunciones:

$$\hat{h}\,(n) = w_1 W(n) + w_2 P\,(n) + \ldots$$

El planteamiento continúa a través de dos alternativas: en la primera, se asignan inicialmente a los pesos los valores que creamos son los más adecuados para dirigir la búsqueda, calculando $\hat{h}$ con dichos pesos; cuando hallemos un nodo objetivo n_g, utilizamos el valor final de $\hat{h}\,(n_g) = 0$ para propagar hacia atrás los valores de $\hat{h}$ para todos los nodos n_i a lo largo del camino hacia el objetivo. Utilizando estos valores como "ejemplos de entrenamiento", ajustamos los pesos de forma que se minimice la suma de los errores cuadráticos entre los ejemplos de entrenamiento y la función $\hat{h}$ calculada mediante la combinación ponderada. Este proceso debe realizarse de manera iterativa sobre muchas búsquedas.

La segunda alternativa consiste en ajustar la función $\hat{h}$ en cada expresión de un nodo. Después de haber expandido el nodo n, para generar los nodos sucesores $S(n_i)$ ajustaríamos los pesos mediante

$$\hat{h}\,(n_i)$$

y

$$h\,(n,+) = \hat{h}(n_i) + \min_{nj,s(ni)} [\hat{h}\,(n_j) + c(n_i,\, n_j)]$$

o, de otra forma:

$$\hat{h}\,(n_i) = (\sigma)\hat{h}(n_i) + \min_{nj,s(ni)} [\hat{h}\,(n_j) + c(n_i,\, n_j)]$$

donde $0 \leq \hat{h} \leq 1$ es un factor de aprendizaje que controla cuán fielmente se aproxima $\hat{h}(n_i)$ al valor dado por min $_{nj,s\,(ni)}[\hat{h}(n_j) + c(n_i, n_j)]$. Cuando es igual a 0, no se realizan cambios; cuando es igual a 1, asignamos el resultado de la evaluación de min $_{nj,s\,(ni)}[\hat{h}(n_j) + c(n_i, n_j)$. Con valores pequeños conseguimos un aprendizaje muy lento, mientras que un valor cercano a 1 podría generar un aprendizaje errático y no convergente.

Este método de aprendizaje es una estancia del aprendizaje basado en diferencias temporales que consiste en que puede aplicarse durante la búsqueda antes de hallarse el objetivo, porque los valores de $\hat{h}$ están siendo aprendidos, convirtiéndose en relevantes para el objetivo hasta que éste ha sido encontrado. Este proceso también debe realizarse de manera iterativa sobre varias búsquedas. Así, una vez planteadas las alternativas de composición de los caminos que se pueden seguir ante la presencia de incertidumbre es posible mostrar un juego "creencial" que engloba la presencia de incertidumbre interna estipulada bajo el esquema de la regla de Jeffrey.

III. DE LA INCERTIDUMBRE EXTERNA E INTERNA A UN JUEGO CON CREENCIAS

La argumentación acerca de un juego "creencial"[12] o en el que participa el *homo* "creencial", corresponde a N jugadores: $\forall i \in N \; \exists \; E_i$ que está compuesto por el conjunto finito y no vacío de elecciones disponibles. De igual manera, se emplea el conjunto de Borel[13] (Br) para la determinación de las elecciones disponibles a través de estrategias mixtas como medida de probabilidad. En este sentido, la función de probabilidad dada por Br con base en E_i integra el conjunto de elec-

---

[12] Para una visión de la construcción de este juego, véase Sarangi (2000), Gibbons (1992), Vega (2000), Binmore (1996) y Sánchez (1993).

[13] Para cualquier conjunto X se emplea $Br(X)$ para denotar el conjunto de Borel. Para definir un conjunto de Borel es necesario considerar lo siguiente:

Un álgebra de conjuntos es una colección S de subconjuntos dados de $\check{S}$ tal que:

a) $\check{S} \in S$

b) si $X \in S$ y $Y \in S$ entonces $X \cup Y \in S$

c) si $X \in S$ entonces $\check{S} - X \in S$

Nótese que S también es cerrada bajo la intersección.

Así, una σ-álgebra está cerrada bajo las uniones contables (y las intersecciones) si

d) $X_n \in S$ para todo n, entonces $\cup_{n=0}^{\infty} X_n \in S$

Para cualquier colección Θ de subconjuntos de $\check{S}$ existe la más pequeña álgebra (σ-álgebra) de S tal que $S \supset \Theta$; llamada la intersección de todas las álgebras (σ-álgebras) de S de un subconjunto de $\check{S}$ para el cual $\Theta \subset S$.

ciones disponibles en estrategias mixtas del jugador i-ésimo $S_i = Br\ (E_i)$, donde, para cada S_i se toma en consideración el grado de incertidumbre de ésta de acuerdo con $(S_j|\Phi)_K$ adaptado de la regla de Jeffrey, dando como resultado el conjunto de estrategias mixtas para el jugador i-ésimo $S = \Pi_{i\in N}(S_i|\Phi)_K$ y para el resto de los jugadores $S_{-i} = \Pi_{j\neq i}(S_j|\Phi)_K, j\in N$. Esto permite establecer que cada estrategia $s \in S$ representa una distribución de probabilidad en el conjunto de estrategias puras $E = \Pi_{i\in N}\ (E_i|\Phi)_K$, debido a que es en estrategias mixtas donde invariablemente se enuncia la existencia del equilibrio de Nash.

Una vez establecidas las estrategias mixtas, para la consecución del juego, es necesario adicionar la relación de retribuciones que evalúan los jugadores y como son parte de la evaluación de éstos implican cierto grado de subjetividad. En este sentido, se considera que las alternativas de pagos pueden percibirse o reconocerse en un mismo sentido simbólico de representación mental por todos y cada uno de los jugadores y, por ende, son conocidas por ellos. Para cada $i \in N$, éstas se expresan como las t diferentes relaciones de utilidad $\Omega_1,..., \Omega_t$, dadas por las creencias prevalecientes, tanto naturales como culturales, donde tal creencia sobre el saber (Ψ) no es compartido por el conjunto de jugadores que participan en el juego. Es decir, todos creen que saben ($\Xi\Psi$), pero no saben, cuáles son las alternativas para cada jugador y cada uno de los jugadores tiene diferentes utilidades dependiendo de cómo combine sus alternativas, debido a que $(S_i|\Phi)_K$. Ello, implica que los jugadores mantienen un conocimiento limitado sobre las estrategias de los otros jugadores.

Con ello, es plausible estructurar un juego de forma normal, $G=[(E|\Phi)_K, (\Omega_1,..., \Omega_t)]_{i=1}^{n}$, donde el equilibrio para este tipo de juego debe satisfacer dos condiciones: 1) $(\Omega^*_1,\ldots, \Omega^*_i,..., \Omega^*_t)$ tiene que ser eficiente en el sentido de Pareto y 2) la $\max_{i\in N}(\Omega^*_1,\ldots, \Omega_i,..., \Omega^*_t)$ tiene que estar de acuerdo con E_{-i} y $\forall\ E_i \in E$.

Asimismo, $\Omega_i^t = \Psi \rightarrow IR$. Se establece que los jugadores tienen la intención de maximizar su utilidad esperada, la cual corresponde a una utilidad verdadera que le reporta simbólicamente al jugador i-ésimo el optar por un curso de elección u otro, y donde ésta depende de la evaluación subjetiva que hace cada jugador respecto de la importancia relativa de su constitución de memes de cada alternativa de elección y tomando en consideración su contenido de incertidumbre (Φ).

Por ende, un conjunto de números reales B es un conjunto de Borel si pertenece a la más pequeña (σ-álgebra) Γ_i de conjuntos de números reales que es contenida por todos los conjuntos abiertos.

Las utilidades verdaderas se obtienen a través de una combinación convexa de la relación de pagos $C = [(\lambda_1,...,\lambda_m) : (S \mid \Phi)_K \ \lambda_j = 1] \subset [0,1]$, donde C corresponde al conjunto de todas las posibles combinaciones convexas; éstas son elegidas por una naturaleza que participa del juego y donde esta circunstancia para el jugador i-ésimo se denota por C_i. Con base en ello, es plausible definir un juego "creencial" de forma normal, del cual participa el *homo* "creencial", como $G_\Xi = [(E \mid \Phi)_K, \Omega_\Xi]_{i=1}^{n}$, donde el conjunto de estrategias es similar al planteado con antelación, empero $\Omega_\Xi^i : (S \mid \Phi)_K \times C_i \rightarrow IR$.

Por ende, las retribuciones de los jugadores dependen de las Ξ que éstos tienen de cómo jugarán los otros jugadores. Ello conduce a que los jugadores se formen conjeturas, por introspección, acerca de qué es lo que intuyen acerca de ellos mismos. Estas intuiciones, acompañadas de sentimientos, conllevan a considerar retribuciones adicionales en un contexto "creencial" psicologizante, que conduce a plantear un nuevo tipo de juego; las retribuciones en éste dependen de forma endógena de la elección de estrategias y de la presencia de la Φ. Es claro que esto indica que el conocimiento con el que cuentan los jugadores acerca de los otros jugadores es limitado.

En la búsqueda de la enunciación del equilibrio de Nash, se plantea que cada jugador se forma Ξ acerca de cómo es que los otros jugadores definen, con base en una plausible conducta manifiesta, el seguimiento y participación a través de la elección de sus estrategias, el juego "creencial" y, en concreto, cómo creen que es la relación de utilidad de los otros jugadores. Para adentrarse en este comportamiento se recurre a la ya establecida idea de estados epistémicos y para el juego se recurre a la propia construcción y ampliación de la defínción de dichos EE.

La formación de los EE comprende la explicitación de dos circunstancias: para la primera, es necesario la identificación de $J\Xi$ y $L\Xi$, elementos que se asocian con Ξ_R, en donde es necesario establecer la existencia de una estructura jerárquica de la $L\Xi$, la cual no debe ser contradictoria ni para el jugador i-ésimo ni para los EE de los otros jugadores. Para la segunda, se requiere enunciar que sea de conocimiento (K) común que los otros jugadores cuentan con creencias justificadas y lógicamente coherentes sobre sus estrategias aunque tengan un conocimiento limitado sobre cuáles son éstas. Así, tanto para el jugador i-ésimo como para los otros participantes del juego, es decir, $\forall i \in N$, $K_i(EE_i)$, $K_{-i}(EE_{-i})$ y $K_i(EE_{-i})$, $K_{-i}(EE_i)$ y que los EE de todos los jugadores sean $L\Xi$, al menos en sus $E\Xi$. Se reconoce la posibilidad de que en $E\Xi$ existan contradicciones que mantiene el *homo* "creencial" y que se asemejan al comportamiento contradictorio de los individuos que viven en el mundo real; por supuesto que los jugadores no son conscientes de dichas contradicciones.

Así, la edificación del grado de orden jerárquico en las Ξ, corresponde al hecho de que el primer orden de Ξ es una medida de probabilidad de las retribuciones de los otros jugadores, donde el *i*-ésimo jugador se forma una Ξ sobre cómo es que considera que los otros jugadores observan el estado del mundo a través de sus creencias, deseos e intenciones, lo cual permite indicar la manifestación de las Ξ del *i*-ésimo jugador con base en la intervención de la naturaleza respecto del resto de los otro jugadores $\Xi^{i}_{1} = Br\,(\Pi_{j\neq i}C_{j}) = Br_{j}\,(C_{-i})$, donde Ξ^{i}_{1} y C_{-i} son espacios métricos separables.

Asimismo, los jugadores manifiestan Ξ acerca de Ξ, condición que entraña tomar en cuenta la existencia de un segundo orden de Ξ, donde $\Xi^{i}_{2} = Br(C_{-i} \times \Xi^{-i}_{1})$, a partir del primer y segundo orden de Ξ es menester enunciar la existencia de un mayor grado de orden de las Ξ, en particular que este orden jerárquico se cumpla para $g \geq 1$, esto es, que $\Xi^{i}_{g+1} = Br(C_{-i} \times \Xi^{-i}_{1} \times \ldots \times \Xi^{-i}_{g})$, con $\Xi_{i}=\Pi^{\infty}_{g=1}\Xi^{i}_{g}$, y necesariamente que $\Xi^{-i}_{g+1} = \Pi_{j\neq i}\,\Xi_{g+1,}$ donde $\Xi_{g+1} = \Pi_{i\in N}\,\Xi_{g}$.

Sin embargo, este tipo de conjunto conlleva la existencia de coherencia lógica de las creencias ($L\Xi$) pero no permite cerrar la brecha para la existencia sin dificultades en cuanto a la determinación de creencias justificadas ($J\Xi$), pues se argumenta que existen Ξ fundamentales que cumplen con $J\Xi$ y son la base de todo proceso cognoscitivo en la ampliación del K y de las Ξ del *homo* "creencial".

Así, como forma de dar cabida a la interpretación sobre $L\Xi$ en cuanto a la existencia de $J\Xi$ es necesario que la probabilidad de un evento evaluado en el orden g de Ξ y la del evaluado en el orden $g + 1$ de Ξ coincidan, lo cual se identifica con la $L\Xi$ y existencia de Ξ fundamentales. Para ello, se hace uso de la marginal de una medida de probabilidad[14] P cuya definición, sobre el producto de un espacio $V\times W$ y los eventos A en V y B en W, es $\mathrm{marg}_{V}(A) = P(A\times W)$ y $\mathrm{marg}_{W}(B) = P(B\times V)$. Con ello es posible establecer la siguiente definición aplicada al caso de las Ξ para cualquier evento A en V y B en W. Por ende, se establece la siguiente definición: dada $\Xi_{i} = (\Xi^{i}_{1}, \Xi^{i}_{2},\ldots)\in \Pi^{\infty}_{g=1}\Xi^{i}_{g} = \Xi_{i}$ ésta es $L\Xi$ y Ξ fundamental si para cada $g \geq 1$ la $\mathrm{marg}(\Xi^{i}_{g+1}, \Xi^{-i}_{g}) = \Xi^{i}_{g}$. Con esto se consigue establecer un mecanismo de mediación para la justificación de las creencias, es decir, un

[14] Para una revisión sobre distribuciones de probabilidad marginales y de densidad marginal, véase Freund y Walpole (1990, p. 120)

piso que sustente las creencias fundamentales al menos en términos de nuestra definición de creencia racional.

La segunda categoría que se mencionó como necesaria para la edificación de los EE es la proferencia de un mecanismo de elección que permita el mantenimiento de $L\Xi$ en por lo menos las $E\Xi$ y la noción de existencia de K común, lo que es atribuible a $\Re$-estricta.

Por lo anterior, se establece que los jugadores no consideran la existencia consciente de Ξ contradictorias en al menos sus $E\Xi$ y todos los jugadores creen saber ($\Xi\Psi$) que todos los jugadores $\Xi\Psi$ que todos eligen bajo Ξ_R. En este sentido, para el jugador i-ésimo la marginal se corresponde con un conjunto de $L\Xi$ y la existencia de Ξ fundamentales en los $E\Xi \subset EE$ del j-ésimo agente que el agente i considera posibles. Así, es plausible enunciar un conjunto de $L\Xi$ y $J\Xi$ creencias colectivas (Ξ Col) para $j \in N$ y $g \geq 1$, $\boldsymbol{T}^j_g = \Pi^k_{h=1}\Xi^j_h$, con $\alpha = 0,1,...$, tal que $Y^j_g(\alpha) = \Xi\,'_i\,(\alpha) \rightarrow \Xi^j_g$ y $Y^{-i}_g(\alpha) = \Pi_{j\neq i} Y^j_g(\alpha) \subset \Pi^k_{h=1}\Xi^{-i}_h$; en consecuencia de Ξ lógicamente coherentes y la existencia de Ξ fundamentales, se corresponde con:

$$\Xi\,'_i\,(\alpha + 1) = \{\Xi_i \in \Xi\,'_i(\alpha) : \forall g \geq 1, \Xi^i_{g+1}(\Xi^{-i} \times Y^{-i}_g(\alpha)) = 1\}$$

así ΞCol $\forall$ $i \in N$ se define como $\Xi\text{Col}_i = \cap_{\alpha > 0} \Xi'_i(\alpha)$.

Esto da como resultado que en el equilibrio los jugadores cuenten con $L\Xi$, $J\Xi$ y existan Ξ fundamentales tanto individuales como colectivas como parte de su conocimiento del mundo o EE y que al participar del juego ofrezcan su mejor respuesta "creencial" ante la mejor respuesta "creencial" de los otros jugadores, esto es, que $\Xi\text{Col} = \Pi_{i\in N}\ \Xi\text{Col}_i$, con $\Xi = \Xi_1,..., \Xi_n$ creencias para cada $i \in N$. Parte significativa para la enunciación del equilibrio tiene que ver con la circunstancia de que la percepción y, por ende, la visión subjetiva de cada jugador respecto del juego sea consistente, aunque no igual, con la percepción que los otros jugadores tienen del juego, es decir, $\beta(\Xi) = (\beta_1(\Xi), \beta_2(\Xi),..., \beta_n(\Xi)) \in \Xi$ Col y con ello, sea parte de la $L\Xi$ y $J\Xi$.

Es así como resulta plausible la proferencia de la existencia de un equilibrio de Nash para un juego "creencial" a través de una dupla de creencia y estrategia mixta con incertidumbre óptimas: $[\Xi^*, (s^*|\Phi)_K] \in \Xi\text{Col} \times (S|\Phi)_K : \Xi^*(\beta(\Xi))$ y $\forall$ $i \in N$, $(s_i|\Phi)_K \in (S_i|\Phi)_K$, con ello

$$\Omega^{i*}_{\Xi}\,[(s_i^*|\Phi)_K,(s_{-i}^*|\Phi)_K] \geq \Omega^{i*}_{\Xi}\,[(s_i|\Phi)_K,(s_{-i}^*|\Phi)_K]$$

Así, es posible enunciar el equilibrio de Nash para $L\Xi$ y $J\Xi$ que corresponden necesariamente a una noción de Ξ_R. En este sentido, mientras sea posible ordenar las Ξ en por lo menos los $E\Xi$, aun manteniendo cierto grado de contradicciones en los EE sobre las que el *homo* "creencial" no tenga consciencia, será posible minimizar el riesgo de error.

CONCLUSIONES

Una condición necesaria y suficiente para la enunciación de las creencias racionales tiene que ver con que éstas cumplan dos supuestos básicos: por un lado, tienen que ser creencias justificadas y, por el otro, éstas tienen que ser lógicamente coherentes en por lo menos los estados de creencia que son un subconjunto de los EE, que reflejan el estado del conocimiento en el mundo en el cual se desempeñan los jugadores al interior de un juego basado en creencias. Parte significativa para el logro de esto reside en la formulación de un individuo que atiende a los preceptos sobre representación mental y procesamiento de la información de cualquier sujeto cognitivo y que elige de una manera diferente a como elige el tradicional hombre racional, esto es, a través de creencias racionales que al ser verdaderas representan conocimiento.

Tal *homo* "creencial" se concibe como un individuo que elige por medio de creencias racionales, pero que es concebible que lo haga con cierto grado de incertidumbre y, en particular, con incertidumbre en la elección de sus estrategias y en la evaluación que hace de las estrategias de los demás, en este caso de los otros jugadores. Tal condición de incertidumbre sobre el grado de conocimiento de las estrategias le conduce a plantearse sobre tres condiciones de incertidumbre: la primera, con ausencia total de ella; la segunda, con existencia parcial de incertidumbre, y la tercera, con una existencia total de ésta, es decir, con una falta de certeza total. *Asimismo es posible que el individuo que elige con creencias pueda actuar de manera irracional y llegar al resultado a través de una especulación. El logro del objetivo, así, sólo corresponde a una coincidencia, puesto que no hay garantía de que lo que se hizo tenga alguna relación causal con el objetivo perseguido. Sin embargo, la irracionalidad es una característica sustancial del individuo "creencial" que, por supuesto, no tiene el individuo racional.*

Asimismo, la existencia de dicha incertidumbre conduce a tres estados de creencia: en el primero, las creencias se equiparan con el conocimiento; en el segundo, existe un conocimiento parcial sobre la situación, y en el tercero, las creencias corresponden al nivel mínimo de ellas, es decir, la especulación. Empero, estos tres estados representan las situaciones en las que los jugadores se enfrentan al mundo o al estado del conocimiento imperante o al del desconocimiento, en su caso.

Así, los jugadores, actuando con base en sus creencias y ante la existencia de incertidumbre en alguno de los atributos de su conjunto de información, se conducen de modo que presenten su mejor respuesta ante la mejor respuesta de los otros jugadores. De igual manera, esta situación llevó a la enunciación de la existencia del equilibrio de Nash en estrategias mixtas, dada la incertidumbre interna, en apego a la adaptación de la regla de Jeffrey y, por ende, para un estado de creencias colectivas donde se hace relevante la percepción que todos y cada uno de los jugadores tienen del juego en tanto sus retribuciones, estrategias y creencias.

ANEXO. ELEMENTOS BÁSICOS DE TEORÍA DE GRAFOS: GRAFOS Y CENTROS

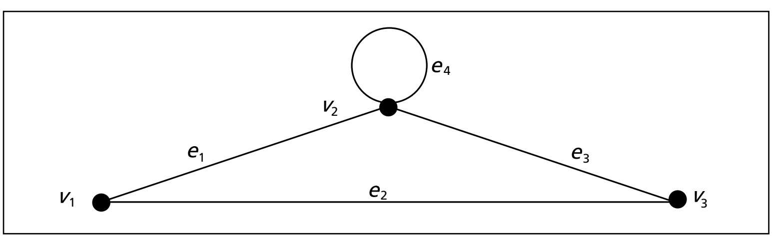
A Grafo

Definición 1. Un grafo es una tripleta $G = (V(G), E(G), I_G)$, donde $V(G)$ es un conjunto no vacío, $E(G)$ es un conjunto disjunto de $V(G)$, e I_G es un mapa de incidencia que asocia para cada elemento de $E(G)$ un par ordenado de elementos, iguales o distintos, de $V(G)$. Los elementos de $V(G)$ son llamados vértices o nodos de G, y los elementos de $E(G)$ se conocen como flechas o líneas de G. Si, para la flecha e de G con u, v nodos de G, $I_G(e) = \{u, v\}$, esto se escribe $I_G(e) = uv$.

Ejemplo:

Dado un grafo G, $V(G) = \{v_1, v_2, v_3\}$, $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $I_G(e_1) = \{v1, v2\}$, $I_G(e_2) = \{v1, v3\}$, $I_G(e_3) = \{v2, v3\}$, $I_G(e_4) = \{v2, v2\}$

Grafo G



Dado que se pretende trabajar con grafos finitos, es necesario establecer lo siguiente:
Definición 2. Un grafo es finito si $V(G)$ y $E(G)$ son finitos. El grafo de la definición 1 es un grafo finito, porque tanto la cantidad de nodos como de líneas son finitos: tres nodos y cuatro líneas.

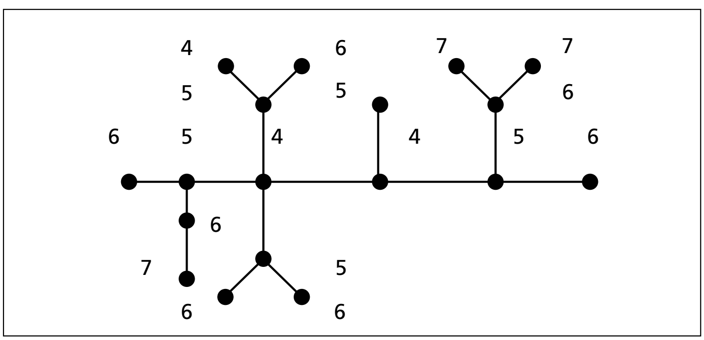
B Centro de un grafo

Definición 3. Dado G un grafo conectado entre sus nodos:

1. El diámetro de G está definido como $\max \{d(u, I): u, v \in V(G)\}$ y se denota por diam(G).
2. Si v es un vértice o nodo de G, su excentricidad $e(v)$ se define por $e(v) = \max \{d(u, v): u \in V(G)\}$.
3. El radio de G, $r(G)$, es la mínima excentricidad de G: $r(G) = \min\{e(v): v \in V(G)\}$. El diámetro, $\mathrm{diam}(G) = \max\{e(v): v \in V(G)\}$.
4. Un vértice v de G se llama vértice o nodo central si $e(v) = r(G)$. El conjunto de los vértices o nodos centrales de G se llama el centro de G.

    Ejemplo:

Excentricidades



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Binmore, Ken (1996), *Teoría de juegos*, Madrid, Mc Graw Hill.

Freund, John, y Walpole, Ronald (1990), *Estadística matemática: con aplicaciones*, México, Prentice Hall.

Gibbons, Robert (1992), *Un primer curso de teoría de juegos*, Barcelona, Antoni Bosch.

Jeffrey, Richard (1968), "Probable Knowledge", en Lakatos, Imre (ed.), *The problem of Inductive Logic*, Amsterdam, North-Holland.

Kahneman, Daniel y Tversky, Amos (2001a), "Variants of uncertainty", en Kahneman, D., Slovic, P., y Tversky, A., *Judgment under uncertainity: Heuristics and biases*, USA, Cambridge University Press.

——— (2001b), "On the psychology of prediction", en Kahneman, D., Slovic, P., y Tversky, A., *Judgment under uncertainity: Heuristics and biases*, USA, Cambridge University Press.

Mosterín, Jesús (1978), *Acción racional*, Madrid, Alianza.

Nilson, Nils (2004), *Inteligencia artificial: una nueva síntesis*, Bogotá, Mc Graw Hill.

Pereda, Carlos (2000), "Heurística y argumentación", en Velasco, Ambrosio, *El concepto de heurística en las ciencias y las humanidades*, México, Siglo XXI/UNAM.

Popper, Karl (1994), *Conjeturas y refutaciones*, Barcelona, Paidós.

Rich, Elaine (1988), *Artificial Intelligence*, Singapore, Mc Graw HilI.

———, y Knight, Kevin (1994), *Artificial Intelligence*, USA, Mc Graw HilI.

Russell, Stuart, y Norvig, Peter (1994), *Artificial Intelligence a modern approach*, USA, Prentice Hall.

Sánchez, Francisco (1993), *Introducción a la matemática de los juegos*, México, Siglo XXI/Universidad de Guadalajara.

Sarangi, Sudipta (2000), *Exploring Payoffs and Beliefs in Game Theory*, USA, University of Virginia.

Vega, Fernando (2000), *Economía y juegos*, Barcelona, Antoni Bosch.

Wagner, Carl (2003), *Probability Kinematics and Commutativy*, USA, University of Tennessee.

Wang, Hongbin (1998), *Order Effects In Human Belief Revision*, USA, Ohio University.