



Boletim de Educação Matemática

ISSN: 0103-636X

bolema@rc.unesp.br

Universidade Estadual Paulista Júlio de
Mesquita Filho
Brasil

Vellinho Corso, Luciana; Vargas Dorneles, Beatriz
Qual o Papel que a Memória de Trabalho Exerce na Aprendizagem da Matemática?
Boletim de Educação Matemática, vol. 26, núm. 42 B, abril, 2012, pp. 627-647
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Rio Claro, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223574011>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica
Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal
Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto



Qual o Papel que a Memória de Trabalho Exerce na Aprendizagem da Matemática?

What Role does the Working Memory Play in Mathematics Learning?

Luciana Vellinho Corso*
Beatriz Vargas Dorneles**

Resumo

A memória de trabalho é um sistema cognitivo que apoia o desenvolvimento de várias aprendizagens, entre elas, a matemática. Discute-se, no artigo, se as dificuldades na matemática estão associadas a defasagens em componentes específicos da memória de trabalho, ou estão relacionadas a um déficit geral deste sistema, considerando o modelo de Baddeley e Hicht. Analisa-se a diversidade encontrada nos resultados das pesquisas que relacionam memória de trabalho a dificuldades na matemática, apontando justificativas para tal situação. Define-se o papel da memória de trabalho na aprendizagem da matemática, destacando-se que tal aprendizagem está diretamente ligada a outros processos cognitivos fundamentais para o bom desempenho matemático, como é o caso da velocidade de processamento e da recuperação fluente de fatos aritméticos da memória de longo prazo. O desenvolvimento de mais pesquisas relacionando memória de trabalho a dificuldades na matemática é de fundamental importância, possibilitando avanços nos processos de prevenção e intervenção.

Palavras-chave: Memória de Trabalho. Dificuldades de Aprendizagem. Matemática.

* Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Professora Adjunta do Departamento de Estudos Especializados da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, RS, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Paulo Gama, 110, prédio 12201, Faculdade de Educação, 9º andar, sala 929, CEP: 90046-060, Porto Alegre, RS, Brasil. E-mail: l.corso@terra.com.br.

** Pós-Doutorado em Educação pela Universidade de Oxford, Inglaterra. Professora do Programa de Pós Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PPGEDU), Porto Alegre, RS, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Paulo Gama 110, prédio 12201, 7º andar, sala 700-08, CEP: 90046-060, Porto Alegre, RS, Brasil. E-mail: bvdornel@terra.com.br.

Abstract

Working memory is an important cognitive system that supports the development of many learning activities, among them, mathematics. The article discusses if the difficulties in mathematics are associated with problems in specific components of working memory, or are related to a general deficit of the system, considering the model proposed by Baddeley and Hitch. It analyzes the diversity found in research results linking working memory to mathematics difficulties, pointing out possible reasons for this situation. It discusses the role that working memory plays in learning mathematics emphasizing that this ability is directly linked to other cognitive processes that are also fundamental to proper mathematical performance, such as processing speed and the recovery of arithmetic facts from long-term memory. The development of more research relating working memory to learning difficulties in mathematics is essential because it enables progress in the processes of prevention and intervention.

Keywords: Working Memory. Learning Difficulties. Mathematics.

1 Introdução

A memória de trabalho é uma habilidade cognitiva frequentemente citada na literatura como prejudicada nos alunos com dificuldades na matemática. Apesar de ser foco de investigação mais recente, uma série de estudos tem apontado que a memória de trabalho está criticamente envolvida com o desempenho em matemática, de tal forma que defasagens na memória de trabalho impedem o aluno de desenvolver habilidades matemáticas adequadas (ANDERSON; LYXELL, 2007). Tal constatação nos faz questionar: qual o papel que a memória de trabalho exerce na aprendizagem da matemática?

Sabe-se que a memória de trabalho é composta por um conjunto de processos cognitivos elaborados, que combinam tanto o armazenamento como o processamento da informação. Os estudos nesta área têm se ampliado e mostrado uma forte ligação entre a capacidade de memória de trabalho e habilidades cognitivas superiores, do tipo: aritmética (HECHT et al., 2001) e solução de problemas (SWANSON; JERMAN; ZHENG, 2008), leitura e compreensão (SWANSON, 1999), habilidades verbais (CANTOR; ENGLE; HAMILTON, 1991) e vocabulário (GATHERCOLE; PICKERING, 2000). Neste artigo, nos concentraremos nas relações entre memória de trabalho e cognição matemática.

Inicialmente, apresentamos o modelo de memória de trabalho proposto por Baddeley e Hitch (1974), caracterizando os três componentes que formam

este sistema. Depois, revisamos a literatura que discute se as dificuldades na matemática estão associadas a defasagens em componentes específicos da memória de trabalho, ou estão relacionadas a um déficit geral deste sistema. A seguir, analisamos a diversidade encontrada nos resultados das pesquisas sobre memória de trabalho e as dificuldades na matemática, apontando possíveis justificativas para tal situação. Após, apresentamos diferentes dados de pesquisa que discutem se os prejuízos na memória de trabalho são causa ou consequência das dificuldades na matemática. Por fim, retomamos a questão inicial que originou este artigo.

2 Componentes da memória de trabalho

Embora existam vários modelos de memória de trabalho, o modelo proposto por Baddeley e Hitch (1974) tem sido o mais frequentemente usado para analisar o papel da memória de trabalho em tarefas de matemática. De acordo com tal modelo, trata-se de um sistema de memória de curto prazo - de capacidade limitada - que está envolvido, simultaneamente, com o processamento e o armazenamento temporário de informação.

Tais autores propuseram três componentes da memória de trabalho: o executivo central, o componente fonológico e o viso-espacial. O componente nuclear é o executivo central, que possui capacidade de atenção limitada e é supostamente responsável pelo processamento de tarefas cognitivas. Os outros dois subsistemas de armazenamento (componente fonológico e viso-espacial) têm capacidade limitada, estão em contato direto com o executivo central, sendo subordinados a ele e por ele recrutados, quando necessário. Em uma atividade de matemática, do tipo solução de problemas aritméticos, o executivo central deve monitorar e recuperar a informação sobre a operação a ser usada - por exemplo, multiplicação - enquanto os sistemas subsidiários armazenam os números específicos envolvidos no cálculo.

Mais recentemente, complementando o seu modelo de memória operacional, Baddeley (2000) adicionou um quarto componente, o *buffer* episódico. Este compreende um sistema de capacidade limitada que provê o armazenamento temporário de informação contida num código multimodal (que não se restringe às modalidades verbais ou viso-espaciais) e que é capaz de juntar a informação provinda dos sistemas subsidiários, e da memória de longo prazo, numa representação episódica unitária. No entanto, a pesquisa relacionando este quarto componente com as dificuldades na matemática é ainda limitada

(PASSALUNGI; VERCELLONI; SCHADEE, 2007).

Há evidências empíricas da associação entre os diferentes componentes da memória de trabalho e as dificuldades na matemática (GERSTEN; JORDAN; FLOJO, 2005). A memória de trabalho está relacionada a muitos processos. Ela exerce um papel importante: na memorização de números durante o processo aritmético, especialmente via componente fonológico; na representação espacial de problemas multidígitos, via componente viso-espacial, e no direcionamento e monitoramento de procedimentos em problemas aritméticos complexos, via executivo central (McLEAN; HITCH, 1999). Do mesmo modo, autores como Geary (1990), Geary e Widaman (1992) enfatizam a relação da memória de trabalho com uma variedade de habilidades numéricas e matemáticas usadas para a contagem, habilidades, estas, subjacentes à solução de problemas de adição simples, como, também, a problemas aritméticos mais complexos. A seguir, abordaremos cada um dos componentes da memória de trabalho.

2.1 Executivo central

O executivo central é utilizado quando se lida com tarefas de maior demanda cognitiva e apresenta quatro funções principais: a) coordenar o desempenho em duas tarefas ou operações (por exemplo, simultaneamente armazenar e processar a informação); b) optar por uma tarefa, estratégia ou operação; c) atentar para informação relevante e inibir informação irrelevante; e d) ativar e recuperar informação da memória de longo prazo (ANDERSSON; LYXELL, 2007).

O executivo central pode ser avaliado por meio de tarefas complexas, do tipo provas de repetição de sequências de dígitos de trás para frente (*digit span backwards*) e provas que requerem o armazenamento e processamento simultâneo de informação verbal (*listening span*). Nestes casos, os estímulos que têm de ser lembrados devem ser transformados antes de serem evocados (VAN DER SLUIS; VAN DER LEIJ; JONG, 2005).

Uma dificuldade no executivo central da memória de trabalho poderá comprometer a habilidade das crianças de desempenharem o processo de aprendizagem, fundamental, de integrar a informação que está sendo codificada com o conhecimento já armazenado na memória semântica. Muitas atividades de sala de aula, do tipo *seguir instruções complexas e tomar notas enquanto se ouve a professora*, serão difíceis para os alunos com dificuldades na memória de trabalho, porque tais tarefas requerem habilidades de processar e armazenar

informação simultaneamente. Assim, problemas com o executivo central podem resultar em dificuldades de aprendizagem abrangentes, já que este sistema está presente no aprendizado de um modo geral (ANDERSSON; LYXELL, 2007).

Em qualquer área da matemática as competências a ser desenvolvidas dependerão de um conhecimento conceitual e de um conhecimento procedimental, que embasam a resolução de problemas (GEARY, 1994). As competências procedimentais e conceituais estão apoiadas em uma série de sistemas cognitivos, como mostra o Quadro 1.

Domínio Matemático (por exemplo, conhecimento de base 10)			
Competências de Base			
Conceitual		Procedimental	
Sistema Cognitivo Subjacente			
Executivo Central			
Controle atencional e inibitório do processamento de informação			
Sistema de linguagem Fonológico, semântico		Sistema viso-espacial	
Representação da informação	Manipulação da informação	Representação da informação	Manipulação da informação

Quadro 1 - Esquema para a identificação e o estudo de dificuldades de aprendizagem potenciais em matemática
Fonte: Geary (2004)

O sistema executivo central controla os processos de atenção e inibição necessários para o uso de procedimentos durante a resolução de problemas, e grande parte da informação que embasa as competências conceituais e procedimentais está representada nos sistemas de linguagem (componente fonológico) ou viso-espaciais. Os sistemas de linguagem são importantes para certos tipos de representação de informações, como na articulação de palavras-número e na manipulação de informação na memória de trabalho, por exemplo, durante o ato de contar. O sistema viso-espacial parece estar envolvido com a representação de algumas formas de conhecimento conceitual do tipo magnitude de número (DEHAENE; COHEN, 1997) e na representação e manipulação de informação matemática que é apresentada de uma forma espacial, por exemplo, uma linha numérica mental. Assim, uma dificuldade de aprendizagem na matemática seria manifestada como um déficit nas competências conceituais ou procedimentais que definem o domínio matemático, e este, teoricamente, seria o resultado de déficits subjacentes ao sistema executivo central referente à representação ou à manipulação de informação dos domínios de linguagem ou viso-espaciais.

Embora a relação entre a memória de trabalho e as dificuldades procedimentais dos alunos com problemas na matemática não esteja totalmente compreendida, é sabido que estas crianças apresentam algum tipo de dificuldade na memória de trabalho (SIEGEL; RYAN, 1989; SWANSON, 2000; ORRANTIA et al., 2002).

De acordo com o Quadro 1, tal dificuldade parece envolver a representação e manipulação de informação no sistema de linguagem (componente fonológico), o qual sustenta a representação e a articulação de palavras-número e apóia as competências procedimentais como a contagem. Como todas as competências que englobam a memória de trabalho, déficits no sistema executivo central, como o baixo controle de atenção, podem, também, perturbar a execução de procedimentos matemáticos (GEARY, 2004).

Por exemplo, crianças com dificuldades na matemática parecem usar o contar nos dedos como uma estratégia para solucionar problemas aritméticos, porque, representar as parcelas nos dedos e, então, usar os dedos para observar a sequência da contagem reduz as demandas feitas à memória de trabalho para o processo de contagem (GEARY, 1990). A memória de trabalho pode contribuir, também, para evidenciar a tendência nos resultados de contar a menos ou contar a mais – tipo de erro procedimental - demonstrados pelas crianças com dificuldades na matemática durante o processo de resolução de problemas (GEARY, 1990). O contar errado pode ocorrer caso o aluno se perca no processo de contagem – ou seja, quantos dedos ele já contou e quantos restam para ser contados. Estas deficiências podem ser ocasionadas pelas dificuldades com a representação da informação no sistema de linguagem, especificamente, no sistema fonológico. Podem, também, ser originadas por um déficit nos processos executivos do tipo controle de atenção (McLEAN; HITCH, 1999). Se a representação fonológica das palavras-número esvai-se mais rapidamente, então, manipular estas representações na memória de trabalho, como ocorre na contagem, será muito difícil para as crianças com dificuldades na matemática (GEARY, 1993).

2.2 Componente fonológico

O componente fonológico (*phonological loop*) mantém a informação verbalmente codificada. É organizado de forma temporal e sequencial, codificando informações fonológicas, mantendo-as por curto período de tempo e reciclando-as através de um subcomponente, a alça articulatória (*articulatory loop*). A

informação contida no armazenador fonológico (a palavra que fica ressoando na cabeça) perde-se rapidamente, em poucos segundos, a não ser que a alça articulatória a mantenha através de reverberação - repetição subvocal ou em voz alta (BADDELEY; HITCH, 1974; BUENO; OLIVEIRA, 2004).

Usualmente, a capacidade do componente fonológico é medida através de tarefas de listas de dígitos, palavras e pseudopalavras. Nestas tarefas, aos participantes é apresentada uma série de dígitos, palavras e pseudopalavras, e estes são solicitados a repeti-los na ordem de apresentação. Na verdade, estes são instrumentos que avaliam a memória chamada também de curto prazo, pois requerem apenas a manutenção da informação que se apoia em um sistema *passivo* de armazenamento, envolvendo o relembrar a informação sem manipulá-la de qualquer forma. Já as tarefas do executivo central, como descrito acima, requerem processos mais *ativos*, nos quais a informação é temporariamente mantida enquanto está sendo manipulada ou transformada (PASSOLUNGI; SIEGEL, 2004; PASSOLUNGI; VERCELLONI; SCHADDEE, 2007).

2.3 Componente viso-espacial

O componente viso-espacial é responsável pelo armazenamento de informação viso-espacial por breves períodos, e desempenha um papel chave na produção e manutenção de imagem mental. Algumas das tarefas utilizadas para avaliar este componente são: o *Corsi Block* (tarefa de memorização de sequências de posições), *Matrix* (tarefa de verificação de matrizes e memorização de pontos) e *Mazes* (tarefa de labirinto).

Teoricamente, as dificuldades na área da matemática podem resultar de sistemas viso-espaciais comprometidos, embora estes aspectos ainda não sejam bem compreendidos. Sabemos, no entanto, que os sistemas viso-espaciais sustentam muitas competências matemáticas, como ocorre em algumas áreas da geometria e na resolução de problemas complexos (KULAK, 1993) e, então, qualquer problema no sistema viso-espacial poderia acarretar uma dificuldade de aprendizagem em tais conteúdos.

McLean e Hitch (1999) observaram que alunos com DM (Dificuldades na matemática) apresentam baixo desempenho em uma tarefa espacial na memória de trabalho, embora não esteja claro se a diferença encontrada resultou de um déficit na habilidade de representar informação nos sistemas viso-espacial ou de um déficit nas funções executivas (*e.g.*, habilidade de manter atenção na tarefa espacial). O estudo de Swanson e Ashbaker (2000) aponta déficits no

componente viso-espacial da memória de trabalho dos alunos com dificuldades na matemática.

Geary, Hamson e Hoard (2000) não encontraram relação entre competências viso-espaciais e as dificuldades na matemática. As crianças com problemas nesta área, devido a aspectos procedimentais ou à memória semântica, não parecem diferenciar-se de outras crianças nas competências viso-espaciais básicas, pelo menos no que diz respeito aos problemas aritméticos simples. Dados como estes são encontrados, talvez, porque muitas das competências conceituais e procedimentais que sustentam a aritmética simples são mais dependentes dos sistemas de linguagem do que dos sistemas viso-espaciais (GEARY, 2004).

Crianças de educação infantil e alunos do 1º ano com habilidades matemáticas iniciais parecem usar estratégias viso-espaciais com maior frequência, enquanto crianças maiores apoiam-se mais em estratégias verbais (McKENZIE; BULL; GRAY, 2003). Reuhkala (2001) demonstrou que alunos mais velhos (9º ano) também usam recursos da memória viso-espacial quando desempenham tarefas matemáticas complexas, do tipo geometria. Assim, Andersson e Lyxell (2007) lembram que a contribuição dos recursos da memória de trabalho deve variar considerando a idade e o tipo de tarefa matemática em uso.

3 Prejuízos na memória de trabalho: gerais ou específicos?

Alguns estudos, baseados no modelo de Baddeley e Hitch (1974), sugerem que as crianças com dificuldades na matemática têm um déficit geral na memória de trabalho, enquanto outros propõem que apenas alguns componentes específicos do sistema de memória de trabalho apresentam defasagem.

McLean e Hitch (1999) e Passolunghi e Siegel (2004) descrevem problemas no componente executivo central em alunos com dificuldades na matemática, enquanto que, em suas amostras, o componente fonológico e viso-espacial permanecem intactos. Estudos que incluem alunos com a coexistência de dificuldades nas áreas de leitura e matemática apontam problemas com os três componentes da memória de trabalho, mas o executivo central parece ser especialmente afetado (GEARY; BROWN; SAMARANAYAKE, 1991; GEARY; HOARD; HAMSON, 1999; SIEGEL; RYAN, 1989).

Siegel e Ryan (1989) observaram que o desempenho dos alunos com dificuldades de aprendizagem na matemática é similar ao dos alunos sem

dificuldades em uma tarefa de memória de trabalho que envolve o processamento de informação não numérica (processamento de frases), mas é deficiente em uma tarefa que requer o processamento de informação numérica. Isto fez com que os autores especulassem sobre a existência de um sistema de memória de trabalho especializado em informação numérica, no qual as crianças com dificuldades na matemática teriam problemas específicos. Do mesmo modo, McLean e Hitch (1999) encontram uma tendência em direção a um baixo desempenho em tarefas de lista de dígitos (*digit span*) em crianças com dificuldades na matemática, enquanto que não evidenciam diferença em uma tarefa não-numérica, testando a memória fonológica (repetição de pseudopalavras).

Em um estudo brasileiro, Corso (2008) avaliou o desempenho de alunos com dificuldades na matemática e com a coexistência de dificuldades na leitura e na matemática, em tarefas envolvendo o componente fonológico e o executivo central da memória de trabalho. O grupo com dificuldades na matemática demonstrou problemas com o componente fonológico (memória de relatos) e aquele com dificuldades nas duas áreas evidenciou problemas com o executivo central, envolvendo tanto informação numérica quanto não numérica, resultados semelhantes aos encontrados por Andersson e Lyxell (2007).

Outros pesquisadores concluem que crianças com dificuldades na matemática apresentam um déficit geral na memória de trabalho (PASSOLUNGI; SIEGEL, 2001). Tais autores evidenciam que crianças com dificuldades na matemática mostram baixo desempenho em ambas as tarefas de memória de trabalho: tarefas com informação numérica e tarefas com informação verbal. Do mesmo modo, Andersson e Lyxell (2007) verificaram que tanto os alunos com dificuldades na matemática como os que apresentam a coexistência de dificuldades na leitura e na matemática mostraram dificuldades com o executivo central. Ambos os grupos também apresentaram dificuldade com o componente fonológico, enquanto que o componente viso-espacial mostrou-se intacto. Por esta razão, Andersson e Lyxell (2007) defendem a existência de um prejuízo geral, e não específico, da memória de trabalho.

Por outro lado, vários estudos apontam o executivo central como o componente mais prejudicado nos alunos com dificuldades na matemática (GEARY; HOARD; HAMSON, 1999; GEARY; HAMSON; HOARD, 2000). Os resultados destes estudos, no entanto, sugerem o comprometimento de diferentes funções do executivo central, evidenciando, portanto, resultados diversos. Autores como Bull e Johnston (1997), Bull, Johnston e Roy (1999),

McLean e Hitch (1999) e Passolunghi e Siegel (2004) destacam que alunos com problemas na matemática apresentam dificuldades no controle inibitório. Passolunghi e Siegel (2004) concluem que crianças com dificuldades na leitura ou na matemática apresentam baixo desempenho em tarefas de memória de trabalho que exigem a inibição de informação irrelevante. Para estes autores, tal déficit pode estar relacionado a um problema com o mecanismo inibitório, que permite a eliminação de informação irrelevante do sistema.

Outros pesquisadores acreditam que os problemas principais referentes ao executivo central dizem respeito à recuperação de informação da memória de longo prazo e à coordenação de desempenho de duas operações independentes, do tipo armazenar e processar informação simultaneamente (GEARY, 2004; KELLER; SWANSON, 2001).

A pesquisa de Andersson e Lyxell (2007) indica que os alunos com dificuldades na matemática e com a coexistência de dificuldades na leitura e na matemática têm um déficit no componente executivo central da memória de trabalho. No entanto, esse déficit aparece de forma diferente: na função de processamento e armazenamento simultâneo de informação numérica e verbal, no grupo com dificuldades na matemática e/ou numérica e visual, no grupo com dificuldades na leitura e na matemática.

4 Diversidade nos resultados das pesquisas

Como vimos até agora, as pesquisas nesta área têm produzido resultados controversos. Tal diversidade pode ser justificada por dois aspectos. O primeiro diz respeito à seleção das amostras de participantes nos estudos sobre dificuldades de aprendizagem, ponto, este, que já era alvo de preocupação de vários pesquisadores, desde a década de 90 (BULL; JOHNSTON, 1997; McLEAN; HITCH, 1999; ROURKE, 1993). Alguns estudiosos, ao selecionarem suas amostras, utilizam pontos de corte mais restritivos (abaixo do percentil 10), enquanto outros se baseiam em pontos de corte mais lenientes (abaixo do percentil 30). Assim, é importante considerarmos a extensão nas quais os achados, bastante controversos nesta área, possam ser atribuídos aos diferentes pontos de corte utilizados pelas pesquisas. Um critério de seleção mais leniente pode resultar na inclusão de alunos que são lentos, mas não necessariamente deficientes em matemática. O uso de diferentes testes e diferentes critérios para identificar a dificuldade específica na matemática tem dificultado a comparação de resultados obtidos em diferentes estudos (GEARY; HOARD; HAMSON, 1999).

Outro aspecto refere-se à natureza dos testes usados para avaliar os componentes da memória de trabalho. Diferentes tarefas demandam recursos distintos da memória de trabalho. Do mesmo modo, Andersson e Lyxell (2007) lembram que a contribuição dos recursos da memória de trabalho deve variar, considerando-se a idade e o tipo de tarefa matemática em questão. O uso de diferentes instrumentos utilizados para avaliar os componentes da memória de trabalho nos vários estudos citados acima acaba por dificultar a comparação entre os resultados (GEARY; HOARD; HAMSON, 1999).

Ainda, um terceiro ponto pode ser incluído como complicador na busca de consenso nos estudos sobre memória de trabalho: a heterogeneidade dos alunos que apresentam dificuldades na leitura e/ou na matemática. No caso da matemática, por exemplo, muitos autores têm argumentado que um impedimento para o estudo sistemático dos processos aritméticos é o grande número e a complexidade de domínios específicos envolvidos nesta área (GEARY, 1994). As crianças sem dificuldades na matemática apresentam padrões desiguais de competências, e as diferenças intra-individuais são mais aparentes nas crianças com dificuldades na matemática (GEARY, 1993; GEARY; HOARD, 2001) que são, entretanto, muito seguidamente examinadas como um grupo singular. Portanto, se tratarmos todas as crianças com dificuldades de aprendizagem como um grupo homogêneo, corremos um grande risco de fazermos inferências incorretas. Baseados neste argumento é que, já no final da década de 80, Siegel e Ryan (1989) destacavam que déficits na memória de trabalho parecem estar relacionados a problemas acadêmicos específicos, sendo possível encontrar diferentes tipos de déficits de memória em diferentes subtipos de dificuldades de aprendizagem.

Não podemos deixar de mencionar, também, que os estudos relacionando memória de trabalho e dificuldades na matemática estão focados na aritmética simples e, assim, pouco sabemos sobre tal relação em outras subáreas da matemática, como é o caso da álgebra ou da geometria.

5 Memória de trabalho: causa ou consequência das dificuldades em matemática?

Conforme apontado, uma série de estudos tem indicado que a memória de trabalho está criticamente envolvida com o desempenho em matemática. Enquanto alguns autores propõem que tal envolvimento seja de ordem causal (prejuízos na memória de trabalho impedem o desenvolvimento de habilidades

adequadas na matemática), outros sugerem uma relação de reciprocidade.

Geary (1993) já indicava que baixos recursos da memória de trabalho não somente levam a dificuldades para a execução de procedimentos de cálculo, mas também geram problemas para o aprendizado de fatos aritméticos, ou seja, ocasionam falhas no desenvolvimento de representações de fatos aritméticos básicos na memória de longo prazo.

Outros pesquisadores sugerem que um baixo desempenho em habilidades matemáticas pode ter um efeito negativo no desenvolvimento das funções da memória de trabalho e, recursos pobres da memória de trabalho, por sua vez, podem constituir um obstáculo para o desenvolvimento de habilidades em matemática (ANDERSSON; LYXELI, 2007; GEARY, 1993). Tal dependência recíproca é bem conhecida na área da leitura, entre consciência fonológica e desenvolvimento em leitura. Especificamente, a consciência fonológica é uma habilidade fundamental para a aquisição da leitura, mas sabe-se que o desenvolvimento em leitura também promove o desenvolvimento da consciência fonológica (McGUINNESS, 2006).

Portanto, este tema se constitui em objeto de considerável debate, gerando pouco consenso entre os estudiosos. No entanto, independente do tipo de relação que se estabeleça entre memória de trabalho e desempenho em matemática, de causa ou reciprocidade, o fato que parece não gerar controvérsia é que a memória de trabalho é uma habilidade cognitiva fundamental, que apoia o desenvolvimento das competências em matemática.

Problemas na memória de trabalho acabam repercutindo no conjunto de situações cotidianas nas quais estão envolvidas tarefas matemáticas, fazendo com que os alunos passem a apresentar algumas características que dificultam tal aprendizagem; por exemplo: permanecem utilizando estratégias de contagem primitivas, ou seja, contam nos dedos, não realizam cálculos mentalmente, não conseguem lembrar o resultado de operações que recém realizaram, não lembram a sequência de passos de uma operação (DORNELES, 2009).

6 Qual o papel que a memória de trabalho exerce na aprendizagem da matemática?

Com base nos dados apresentados acima, vemos que a memória de trabalho é um importante sistema cognitivo que dá sustentação ao desenvolvimento de várias aprendizagens, entre elas, a matemática. Portanto, uma fragilidade em um ou mais componentes deste sistema pode acarretar

problemas específicos com o aprendizado da matemática.

Na sala de aula é necessário que o aluno constantemente utilize os recursos da memória de trabalho para poder realizar uma série de atividades, desde as tarefas mais simples, como lembrar instruções, até as mais complexas, que requerem o armazenamento e o processamento de informações e o controle do progresso na aprendizagem. No caso da aritmética, por exemplo, um cálculo de multidígitos ($23+48$) requer vários subprocessos (recuperação de regras aritméticas e fatos aritméticos da memória de longo prazo, cálculo e armazenamento de resultados intermediários, realização de operações de transporte ou empréstimo) que devem ser coordenados e executados pelo sistema de memória de trabalho. Crianças com déficits nesta habilidade obviamente enfrentarão problemas. Assim, uma dificuldade especialmente relacionada à coordenação de operações simultâneas de processamento e armazenamento pode interferir na execução de tarefas aritméticas, resultando em desempenho mais lento e em mais erros no cálculo (ANDERSSON; LYXELL, 2007).

Ao discutirmos o papel da memória de trabalho na aprendizagem da matemática não podemos deixar de mencionar que a memória de trabalho está diretamente ligada a outros processos cognitivos, que também são fundamentais para o bom desempenho em matemática, como é o caso da velocidade de processamento e da recuperação fluente de fatos aritméticos da memória de longo prazo.

Uma recuperação fluente de fatos aritméticos básicos possibilita que o aluno atinja um automatismo que lhe permita um bom nível de proficiência na matemática, reduzindo as demandas feitas à memória de trabalho. A dificuldade na recuperação de fatos se relaciona com o enfraquecimento da informação na memória de trabalho, junto com uma velocidade lenta na execução de estratégias de contagem, e com a alta frequência de erros de contagem. Com uma velocidade de contagem lenta, existe maior probabilidade de esquecimento da informação na memória de trabalho, o que leva ao não desenvolvimento de representações na memória de longo prazo. Somado a isso, os erros de cálculo levam a associações incorretas na memória de longo prazo o que pode conduzir a erros na recuperação (GEARY, 1993; ORRANTIA et al., 2002).

Portanto, se o tempo entre a decodificação do problema e a execução da resposta excede o espaço de tempo disponível da memória de trabalho (dois a três segundos), não haverá o fortalecimento da associação de problemas-respostas. Para tanto, é necessário que o problema e a resposta calculada sejam ativados na memória de trabalho, simultaneamente. Por exemplo, se, para realizar

um cálculo, o aluno executa a estratégia de contar a partir do maior, necessitando de um tempo superior ao que a memória de trabalho comporta, a resposta correta pode ser ativada na memória de trabalho, mas a memória para o problema pode ter se perdido (GEARY, 1993; ORRANTIA et al., 2002).

Vemos, assim, que a memória de trabalho, a velocidade de processamento e a recuperação de fatos da memória são processos cognitivos que se mostram interligados, de forma que o funcionamento deficitário de um pode acarretar dificuldades no outro. Um bom exemplo seria o caso de uma baixa velocidade de processamento, sobrecarregando a memória de trabalho, que, por sua vez, impede a representação de um fato numérico na memória de longo prazo.

O papel que a memória de trabalho exerce na cognição humana é tão decisivo que alguns pesquisadores têm questionado se a memória de trabalho não seria uma medida de potencial intelectual mais adequada do que o tradicional QI. Alloway e Alloway (2008) desenvolveram um estudo longitudinal, comparando o poder preditivo do QI e da memória de trabalho em relação ao desempenho acadêmico posterior. Nesta pesquisa, 98 crianças de cinco anos de idade foram avaliadas em uma série de habilidades cognitivas, dentre elas memória de trabalho e QI. Seis anos mais tarde, as mesmas crianças foram reavaliadas em medidas de QI, memória de trabalho (executivo central e memória fonológica) e desempenho acadêmico em matemática, leitura e escrita. Os resultados apontam que as habilidades de memória de trabalho das crianças de cinco anos foram as que melhor puderam prever o desempenho em leitura, escrita e matemática seis anos depois. Já o QI, não foi um preditor significativo de desempenho naquelas áreas. Assim, os autores constataram que a memória de trabalho, no início da educação formal, é um preditor mais poderoso de sucesso acadêmico posterior do que o próprio QI.

Outro estudo, na mesma linha de investigação, foi desenvolvido por Passolunghi, Vercelloni e Schadee (2007), com 170 crianças italianas do primeiro ano do ensino fundamental. Estas foram avaliadas em dois momentos. Primeiro, foram obtidas as medidas de memória de trabalho (executivo central – *word/digit span backwards* e *listening completion span tasks*) e inteligência (provas de cubos e vocabulário). Depois de seis meses, as crianças realizaram provas padronizadas de desempenho em matemática. A pesquisa mostrou que as tarefas que exigiam o armazenamento e o processamento de informação tiveram impacto significativo no desempenho matemático das crianças, enquanto que a medida de inteligência geral não pareceu influenciar tal desempenho. Portanto, o estudo também indica que a memória de trabalho e, em particular, o executivo central,

é um importante preditor das habilidades em matemática no princípio da escola primária.

De fato, a ligação entre memória de trabalho e inteligência tem sido o foco de investigação de estudos recentes (ACKERMAN; BEIER; BOYLE, 2005; COLOM et al., 2006a; COLOM et al., 2006b; COLOM et al., 2008) que objetivam melhor compreender de que forma e o quanto a memória de trabalho e a inteligência estão relacionadas. Os resultados encontrados por Colom et al. (2008) sugerem que o componente de armazenamento de curto prazo (componente fonológico da memória de trabalho) explica, em grande parte, a relação entre memória de trabalho e inteligência; resultado, este, também apontado por Colom et al. (2006a) e Colom et al. (2006b). No estudo já citado, Colom et al. (2008) verificaram que a velocidade de processamento, o controle da atenção e o processamento/armazenamento simultâneo (executivo central) não contribuem sistematicamente para dar conta da relação entre memória de trabalho e inteligência.

Por outro lado, os resultados encontrados por Colom et al. (2008), Alloway e Alloway (2008) e Passolunghi, Vercelloni e Schadee (2007) são questionados por pesquisadores que acreditam que a memória de trabalho não oferece uma contribuição única para os resultados de aprendizagem, sendo a inteligência geral, obtida pelo teste de QI, o indicador mais confiável de desempenho acadêmico (DEARY, 2000; KLINE, 2000). Este debate, apesar de estar apenas em seu estágio inicial, já revela a magnitude do papel que a memória de trabalho desempenha no aprendizado. Os resultados das pesquisas precisam ser replicados; no entanto, já oferecem uma importante implicação educacional, ou seja, se conseguirmos dar suporte à memória de trabalho, por meio de programas de intervenção, obteremos melhores resultados acadêmicos não só na matemática, como também nas mais diversas áreas do currículo.

De fato, pesquisas recentes sugerem que a capacidade da memória de trabalho pode ser ampliada por meio de estratégias específicas de intervenção. Klingberg et al. (2005) propuseram um programa de intervenção que consistia em tarefas de memória de trabalho implementadas em um programa de computador desenvolvido para o estudo. Os autores evidenciaram que, por meio de um intensivo programa de intervenção, de 25 a 40 minutos por dia, durante cinco semanas, alunos de sete a 12 anos, com TDAH (transtorno de déficit de atenção e hiperatividade) – transtorno associado a baixo desempenho em memória de trabalho –, mostraram melhora significativa na capacidade da memória de trabalho e diminuição dos sintomas de TDAH. Thorell et al. (2009)

mostraram que é possível ampliar funções cognitivas, do tipo memória de trabalho, desde a educação infantil. Os autores apresentaram o primeiro estudo de intervenção em memória de trabalho com alunos deste nível de escolarização, de quatro e cinco anos. A intervenção compreendeu 15 minutos de treino por dia, em tarefas de memória de trabalho viso-espaciais, apresentadas no computador por meio de jogos, durante cinco semanas. A intervenção mostrou ser efetiva, já que os alunos evidenciaram melhor desempenho, no pós-teste, tanto nas tarefas que faziam parte do programa de intervenção, como naquelas que não faziam parte, envolvendo tanto tarefas de memória de trabalho verbal como viso-espacial. O mesmo não ocorreu com o grupo controle, que interagiu apenas com jogos comerciais de computador, escolhidos por evidenciarem baixo impacto na memória de trabalho.

7 Conclusão

O artigo apontou os debates existentes na literatura sobre as relações entre memória de trabalho e as dificuldades de aprendizagem na matemática. Como vimos, as pesquisas nesta área são recentes e apresentam resultados bastante controversos, além de pouco conclusivos, o que gera a necessidade de uma continuação das investigações.

Ao longo do trabalho, destacamos alguns pontos que merecem atenção especial das futuras pesquisas, para que possamos superar as controvérsias existentes e, conseqüentemente, expandir nosso entendimento sobre o tema em questão. Assim, é importante seguir investigando as relações entre os diferentes componentes da memória de trabalho e as distintas tarefas matemáticas solicitadas, bem como as diferentes idades dos sujeitos, já que demandas cognitivas distintas requerem diferentes recursos da memória de trabalho, recursos, estes, que podem variar de acordo com a idade do sujeito. Do mesmo modo, fazem-se necessárias mais pesquisas sobre os tipos de déficits na memória de trabalho, gerais ou específicos, que caracterizam os alunos com dificuldades apenas na matemática e com a coexistência de dificuldades na leitura e na matemática, considerando os diferentes perfis cognitivos destes alunos.

É crucial que as futuras pesquisas na área atentem, também, para questões metodológicas que são essenciais para que se possa comparar resultados de pesquisas e fazer generalizações confiáveis. É preciso especificar os diferentes pontos de corte usados na seleção das amostras de alunos com dificuldades de aprendizagem na matemática, aspecto nem sempre considerado

nas pesquisas da área. Pontos de corte mais lenientes ou mais restritivos produzem amostras de sujeitos com capacidade distinta de memória de trabalho, dificultando as comparações entre estudos.

Por fim, faz-se necessário investir em estudos de padronização, em diferentes populações, dos instrumentos que avaliam os distintos componentes da memória de trabalho, uma vez que uma variedade de tarefas tem sido utilizada para tal finalidade, dificultando a confiabilidade nos resultados das pesquisas

O aprofundamento dos estudos nesta área possibilitará avanços nos processos de prevenção e intervenção das dificuldades na matemática. Identificando quais os componentes da memória de trabalho encontram-se deficitários nos alunos com dificuldades de aprendizagem, estaremos mais capacitados para evitar que os alunos em risco venham a desenvolver problemas futuros. Do mesmo modo, tais pesquisas são fundamentais para os processos de intervenção nas dificuldades de matemática. Investigações deste tipo nos permitem conhecer, cada vez mais, os possíveis obstáculos cognitivos que impedem determinadas aprendizagens para que, então, possamos fazer frente a estes obstáculos por meio de seleção de recursos didáticos, conteúdos de ensino e estratégias de aprendizagem adequadas.

Referências

ACKERMAN, P. L.; BEIER, M. E.; BOYLE, M. O. Working memory and intelligence: The same or different constructs? **Psychological Bulletin**, Washington, v. 131, n. 1, p. 30 - 60, Jan. 2005.

ALLOWAY, T. P.; ALLOWAY, R. G. Working memory: Is it the new IQ? **Nature Precedings**. 2008. Disponível em: <<http://precedings.nature.com/documents/2343/version/1/files/npre20082343-1.pdf>>. Acesso em: 14 mar. 2012.

ANDERSSON, U.; LYXELL, B. Working memory deficit in children with mathematical difficulties: A general or specific deficit? **Journal of Experimental Child Psychology**, San Diego, v. 96, n. 3, p. 197 - 228, Mar. 2007.

BADDELEY, A. The episodic buffer: a new component of working memory? **Trends in Cognitive Science**, Cambridge, v. 4, n. 11, p. 417 - 423, Nov. 2000.

BADDELEY, A. D.; HITCH, G. J. Working memory. In: BOWER, G. H. (Org.). **The psychology of learning and motivation**. London: Academic Press, 1974. v. 8, p. 47 - 91.

BUENO, O. A.; OLIVEIRA, M. G. Memória e amnésia. In: ANDRADE, V. M.; SANTOS, F. H.; BUENO, O. F. (Org.). **Neuropsicologia hoje**. São Paulo: Artes Médicas, 2004, 135 - 163.

BULL, R.; JOHNSTON, R. S. Children's arithmetical difficulties: Contributions from processing speed, item identification, and short-term memory. **Journal of Experimental Child Psychology**, San Diego, v. 65, n. 1, p. 1 - 24, Apr. 1997.

BULL, R.; JOHNSTON, R. S.; ROY, J. A. Exploring the roles of the visual-spatial sketch pad and central executive in children's arithmetical skills: Views from cognition and developmental neuropsychology. **Developmental Neuropsychology**, Mahwah, v. 15, n. 3, p. 421 - 442, May. 1999.

CANTOR, J.; ENGLE, R. W.; HAMILTON, G. Short-term memory, working memory, and verbal abilities: How do they relate? **Intelligence**, Norwood, NJ, US, v. 15, n. 2, p. 229 - 246, Apr./June. 1991.

COLOM, R. et al. Working memory and intelligence are highly related constructs, but why? **Intelligence**, Norwood, NJ, US, v. 36, n. 6, p. 584 - 606, Nov./Dec. 2008.

COLOM, R. et al. Simple span tasks, complex span tasks and cognitive abilities: A re-analysis of key studies. **Memory and Cognition**, Austin, Tex, US, v. 34, n. 1, p. 158 - 171, Jan. 2006a.

COLOM, R. et al. The real relationship between short-term memory and working memory. **Memory**, v. 14, n. 7, p. 804 - 813, Oct. 2006b. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/09658210600680020>>. Acesso em: 14 mar. 2012

CORSO, L. V. **Dificuldades na leitura e na matemática: um estudo dos processos cognitivos em alunos da 3ª a 6ª série do ensino fundamental**. 2008, 218f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

DEARY, I. J. **Looking down on human intelligence: From psychometrics to the brain**. New York: Oxford University Press, 2000.

DEHAENE, S.; COHEN, L. Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. **Cortex: A Journal Devoted to the Study of the Nervous System and Behavior**, Varese, Italia, IT, v. 33, n. 2, p. 219 - 250, 1997.

DORNELES, B. V. Dificuldades em matemática. **Pátio: Revista Pedagógica**, Porto Alegre, v. 9, ano 7, n. 48, p. 44 - 46, nov./jan. 2009.

GATHERCOLE, S.E.; PICKERING, S.J. Working memory deficits in children with low achievements in the national curriculum at 7 years of age. **British Journal of Educational Psychology**, Leicester, Inglaterra, GB, v. 70, n. 1-4, p. 177-194, 2000.

GEARY, D.C. A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. **Journal of Experimental Child Psychology**, San Diego, v. 49, n. 3, p. 363 - 383, June. 1990.

GEARY, D.C. Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological and genetic components. **Psychological Bulletin**, Wasington, v. 114, n. 2, p. 345-362, Sept. 1993.

GEARY, D.C. **Children's mathematical development: research and practical applications**. Washington, DC: American Psychological Association, 1994.

GEARY, D.C. Mathematics and learning disabilities. **Journal of Learning Disabilities**, Chicago, v. 37, n. 1, p. 4-15, Jan./Feb. 2004.

GEARY, D.C.; BROWN, S.C.; SAMARANAYAKE, V.A. Cognitive addition: A short longitudinal study of strategy choice and speed-of-processing differences in normal and mathematically disabled children. **Developmental Psychology**, Washington, v. 27, n. 5, p. 787-797, Sept. 1991.

GEARY, D.C.; WIDAMAN, K.F. Numerical cognition: On the convergence of componential and psychometric models. **Intelligence**, Norwood, NJ, US, v. 16, n. 1, p. 47-80, Jan./Mar. 1992.

GEARY, D.C.; HOARD, M.K.; HAMSON, C.O. Numerical and arithmetical cognition: patterns of functions and deficits in children at risk for mathematical disability. **Journal of Experimental Child Psychology**, San Diego, v. 74, n. 3, p. 213-239, Nov. 1999.

GEARY, D.C.; HAMSON, C.O.; HOARD, M.K. Numerical and arithmetical cognition: a longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disabilities. **Journal of Experimental Child Psychology**, Dan Diego, v. 77, n. 3, p. 236-263, Nov. 2000.

GEARY, D.C.; HOARD, M.K. Numerical and arithmetical deficits in learning-disabled children: relation to dyscalculia and dyslexia. **Aphasiology**, London, GB, v. 15, n. 7, p. 635-647, 2001.

GERSTEN, R.; JORDAN, N.; FLOJO, J. Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. **Journal of Learning Disabilities**, Chicago, v. 38, n. 4, p. 293-304, Jul./Aug. 2005.

HECHT, S. et al. The relations between phonological processing abilities and emerging individual differences in mathematical computation skills: a longitudinal study from second to fifth grades. **Journal of Experimental Child Psychology**, San Diego, v. 79, n. 2, p. 192 - 227, June. 2001.

KELLER, M. L.; SWANSON, H. L. Does strategy knowledge influence working memory in children with mathematical disabilities? **Journal of Learning Disabilities**, Chicago, v. 34, n. 5, p. 418 - 434, Sept./Oct. 2001.

KLINE, P. **Handbook of psychological testing**. 2. ed. New York: Routledge, 2000.

KLINGBERG, T. et al. Computerized training of working memory in children with ADHD – A randomized, controlled trial. **Journal of the American Academy of Child and Adolescent Psychiatry**, Hagerstown, v. 44, n. 2, p. 177 - 186, Feb. 2005.

KULAK, A. Parallels between math and reading disability: common issues and approaches. **Journal of Learning Disabilities**, Chicago, v. 26, n. 10, p. 666 - 673, Dec. 1993.

McGUINNESS, D. **O Ensino da leitura**: o que a ciência nos diz sobre como ensinar a ler. Porto Alegre: Artes Médicas, 2006.

McKENZIE, B.; BULL, R.; GRAY, C. The effects of phonological and visual-spatial interference on children's arithmetical performance. **Educational and Child Psychology**, Leicester, v. 20, n. 3, p. 93 - 108, 2003.

McLEAN, J. F.; HITCH, G. J. Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. **Journal of Experimental Child Psychology**, San Diego, v. 74, n. 3, p. 240 - 260, Nov. 1999.

ORRANTIA, J. et al. Dificultades en el aprendizaje de la aritmética: un análisis desde los modelos cronométricos. **Cognitiva**, Madrid, v. 14, n. 2, p. 183 - 201, set. 2002.

PASSOLUNGH, M. C.; SIEGEL, L. S. Short-term memory, working memory and inhibitory control in children with difficulties in arithmetic problem solving. **Journal of Experimental Child Psychology**, San Diego, v. 80, n. 1, p. 44 - 57, Sept. 2001.

PASSOLUNGH, M. C.; SIEGEL, L. S. Working memory and access to numerical information in children with disability in mathematics. **Journal of Experimental Child Psychology**, San Diego, v. 88, n. 4, p. 348 - 367, Aug. 2004.

PASSOLUNGH, M. C.; VERCELLONI, B.; SCHADEE, H. The precursors of mathematics learning: working memory, phonological ability and numerical competence. **Cognitive Development**, Chicago, v. 22, n. 2, p. 165 - 189, June. 2007.

REUHKALA, M. Mathematical skills in ninth-graders: relationship with visuo-spatial abilities and working memory. **Educational Psychology**, Dorchester on Thames, v. 21, n. 4, p. 387-399, Dec. 2001.

ROURKE, B. Arithmetical disabilities, specific and otherwise: a neuropsychological perspective. **Journal of Learning Disabilities**, Chicago, v. 26, n. 4, p. 214 - 226, Apr. 1993.

SIEGEL, L.; RYAN, E. The development of working memory in normally achieving and subtypes of learning disabled children. **Child Development**, Chicago, v. 60, n. 4, p. 973 - 980, Apr. 1989.

SWANSON, H. L. Reading comprehension and working memory in learning disabled readers: Is the phonological loop more important than the executive system? **Journal of Experimental Child Psychology**, San Diego, v. 72, n. 1, p. 1 - 31, Jan. 1999.

SWANSON, H. L. Are working memory deficits in readers with learning disabilities hard to change? **Journal of Learning Disabilities**, Chicago, v. 33, n. 6, Nov./Dec. 2000.

SWANSON, H. L.; ASHBAKER, M. H. Working memory, short term memory, speech rate, word recognition and reading comprehension in learning disabled readers. Does the executive system have a role? **Intelligence**, Norwood, NJ, US, v. 28, n. 1, p. 1 - 30, Feb. 2000.

SWANSON, H. L.; JERMAN, O.; ZHENG, X. Growth in working memory and mathematical problem solving in children at risk and not at risk for serious math difficulties. **Journal of Educational Psychology**, v. 100, n. 2, p. 343 - 379, May. 2008.

THORELL, L. et al. Training and transfer effects of executive functions in preschool children. **Developmental Science**, v. 12, n. 1, p. 106 - 113, Jan. 2009. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1467-7687.2008.00745.x/full>>. Acesso em: 14 mar. 2012.

VAN DER SLUIS, S.; VAN DER LEIJ, A.; JONG, P. F. Working memory in dutch children with reading and arithmetic-related LD. **Journal of Learning Disabilities**, Chicago, v. 38, n. 3, p. 207 - 221, May/June. 2005.

Submetido em Junho de 2011.
Aprovado em Outubro de 2011.

