ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: aplicación de un modelo metodológico elaborado

Ethnomathematics in Braiding Crafts: application of a methodological model

Veronica Albanese[*]
María Luisa Oliveras[**]
Francisco Javier Perales[***]

Resumen

En un artículo precedente hemos presentado el desarrollo de un modelo o *instrumento metodológico* de investigación, denominado *MOMET* (OLIVERAS; ALBANESE, 2012) construido para el estudio etnográfico y etnomatemático específico de artesanías de trenzado. En el presente trabajo vamos a mostrar cómo hemos aplicado este mismo instrumento a dos ejemplares paradigmáticos de cordeles, productos de dos artesanías de trenzado. El trabajo etnográfico ha requerido una inmersión en el campo de cada uno de los dos escenarios artesanales. El análisis interpretativo y la aplicación del instrumento metodológico han hecho posible un estudio etnográfico sistemático de las matemáticas presentes en el proceso de trenzado.

Palabras-Clave: Etnomatemáticas. Artesanías de Trenzados. Etnografía. Modelización Matemática. Instrumento metodológico.

Abstract

In a previous article we showed the development of a methodological model or tool for research named MOMET (OLIVERAS; ALBANESE, 2012) constructed for the ethnographical and ethnomathematical study of braiding crafts. In the present work we will show how to apply this methodological tool to two paradigmatic examples of braids products of two different braiding crafts. The ethnographical work required an immersion in the field in each of the two craft scenarios. The interpretative analysis and the application of methodological tool have made possible a systematic ethnographical study of the mathematics involved in the process of braiding.

Keywords: Ethnomathematics. Braiding Crafts. Ethnography. Mathematical Modelling. Methodological tool.

[*] Doctoranda en Educación de la Universidad de Granada, España. Investigadora y Profesora contratada por la Universidad de Granada, España. Dirección postal: Campus Cartuja 18071, Granada, España. *E-mail*: very_alba@hotmail.it.

[**] Doctora en Didáctica de las Matemáticas por la Universidad de Granada, España. Investigadora y Profesora Titular de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Granada, España. Dirección postal: Campus Cartuja 18071, Granada, España. *E-mail*: oliveras@ugr.es.

[***] Doctor en Física por la Universidad de Granada, España. Investigador y Profesor Catedrático de Didáctica de la Ciencias Experimentales en la Universidad de Granada, España. Dirección postal: Campus Cartuja 18079, Granada, España. *E-mail*: fperales@ugr.es.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

1 Introducción

Vamos a dar una caracterización de las Etnomatemáticas con un matiz algo diferente respecto de la visión clásica de D'ambrosio (2008), que las entiende como: los modos, estilos, artes y técnicas (Ticas) de explicar, aprender, conocer, relacionarse con (Matema) el ambiente natural, social y cultural (Etno). Enfocamos la investigación partiendo de la definición de Etnomatemáticas de Barton (1996a): "*Ethnomathematics is a research program of the way in which cultural groups understand, articulate and use the concepts and practices which we describe as mathematical, whether or not the cultural group has a concept of mathematics*" (BARTON, 1996a, p. 214).

Así que concebimos las Etnomatemáticas como un campo de investigación que intenta describir y comprender los modos en los cuales las ideas que el investigador llama matemáticas, son entendidas, articuladas y utilizadas por personas que no comparten esa misma concepción de matemáticas. Barton (1996a) puntualiza que esta definición es *cultural* (*culturally specific*) en el sentido de que los términos de *mathematics* y *mathematical* dependen tanto de quien los está utilizando – el *we* de la definición que se refiere al investigador – como de la práctica y del grupo que se está describiendo.

El objeto de investigación se corresponde con las artesanías de trenzado. Consideramos por artesanía la labor de creación o decoración, de manera predominantemente manual y artística, de objetos de utilidad práctica en la sociedad. Por artesanías de trenzado entendemos las artesanías de tejido en las cuales predomine una dimensión. En particular, en este momento, consideramos cordeles o trenzas que se realizan en modalidad de *trenzado simple*; es decir, que no presentan nudos; poseen la peculiaridad de que, en cualquier punto, si se deja sin atar la madeja se va soltando, los hilos que la forman se separan desarmando la estructura del cordel o trenzas (OLIVERAS; ALBANESE, 2012).

Este artículo es fruto de un trabajo más amplio que constituye la investigación doctoral de una de las autoras. El proyecto incluye un estudio de las prácticas matemáticas presentes en la elaboración artesanal del trenzado desde el punto de vista etnográfico, de los conceptos matemáticos relacionados con dichas prácticas, y una posterior propuesta didáctica de educación matemática basada en los resultados obtenidos. Aquí presentamos algunos hallazgos de la investigación etnográfica.

El objetivo general de esta parte de la investigación de carácter etnográfico, tema objeto del presente documento, es describir artesanías de *trenzado* y estudiarlas identificando

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

los constructos matemáticos implícitos en ellas.

Los objetivos específicos son: O.1) crear un instrumento metodológico de *análisis etnomatemático* que se ajuste al interés del estudio y a la tipología específica del objeto estudiado; O.2) Aplicar el instrumento metodológico creado a unas artesanías de trenzado.

Hemos tratado ya en detalle, en un artículo precedente (OLIVERAS; ALBANESE, 2012), la creación del instrumento metodológico MOMET (O.1) constituido por un Método Etnográfico (MET) y una Modelización Matemática (MOM). Aquí resumimos los rasgos principales del instrumento metodológico y presentamos la aplicación del MOMET a dos artesanías de trenzado (O.2).

2 Antecedentes

Una investigación pionera en la búsqueda de ideas matemáticas en el desarrollo del trabajo artesanal es la de Millroy (1991), quien realizó un estudio etnográfico de la labor de unos carpinteros de Cape Town en Sudáfrica.

Más recientes son las investigaciones recopiladas por Palhares (2008) que han tenido lugar en Portugal. Entre otras, nombramos las que están relacionadas con la búsqueda de matemáticas en las tareas artesanales realizadas por los carpinteros en la construcción de barcos y por los herreros en la producción de herramienta de cobre.

Acercándonos a nuestro objeto de investigación, entre los investigadores etnomatemáticos que se han dedicado a artesanías de tejidos, destacamos primero el trabajo de Oliveras sobre la realización de las alfombras andaluzas (OLIVERAS, 1996; OLIVERAS; FAVILLI; CÉSAR, 2004). Señalamos otros dos estudios colombianos, uno sobre los patrones geométricos de los tejidos de las mochilas Arhuacas realizados por Aroca (2008), y el otro de Fuentes (2011) que trata de la geometría en la elaboración de cestos. A propósito de la cestería, recordamos las investigaciones de Gerdes en Mozambique (GERDES, 2001) y en la Amazonia Peruana (GERDES, 2003).

Ya que nuestra investigación se focaliza en la manera de realizar el trenzado, un antecedente importante es el trabajo de Parra (2003) que se centra en ideas matemáticas presentes en el proceso de fabricación de manillas por los indígenas de la etnia Ticuna, en la Amazonia.

Cabe, asimismo, destacar el trabajo de Albertí (2007) sobre la identificación de matemáticas en la ornamentación arquitectónica del pueblo Toraja en una isla de Indonesia.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

Es de interés la organización de la observación de la práctica artesanal en tres niveles de aproximación: la obra-acabada, la obra-en-curso y la obra-explicada, que reelaboramos cómo: producto terminado, proceso de elaboración y descripción etnográfica participativa.

3 Fundamentos teóricos

La Etnomatemática, según la definición elegida, es un programa de investigación cuyo objeto es el modo en que grupos culturales entienden, articulan y utilizan conceptos y prácticas que nosotros, como investigadores, consideramos matemáticos.

Así se concibe que la matemática es un producto cultural (BISHOP, 1999). En esta perspectiva la noción de cultura tiene un rol central. La cultura se manifiesta como *telarañas* de significados que el hombre ha hilado y que sirven para construir el sentido de los hechos de la vida (GEERTZ, 1973 apud OLIVERAS, 1996). Esto se concreta en: 1) mentifactos: la lengua, los signos, lo mítico, las tradiciones artísticas y el folklore; 2) sociofactos: aspectos vinculados a las relaciones entre individuos; 3) artefactos: aspectos de la tecnología material (OLIVERAS; ALBANESE, 2012; GAVARRETE, 2009).

En este contexto reflexionamos sobre algunos aspectos que surgen de manera natural: ¿Cuál es el rol del investigador en relación a las diversas perspectivas culturales que tiene que manejar, la propia y la de grupo estudiado? ¿Cómo puede el investigador conciliar estas perspectivas en el desarrollo de su investigación?

Los conceptos y prácticas que el investigador etnomatemático estudia son parte de la cultura del grupo que se observa. Pero el hecho de considerarlos matemáticos tiene que ver con el punto de vista de la cultura del investigador. Entonces, éste juega el rol de intérprete, de traductor entre las dos culturas que maneja en su investigación. El investigador "[…] es un mediador entre dos mundos: interpreta el universo estudiado para hacerlo comprensible a aquel del que proviene. Este proceso es influenciado por la tradición cultural y la formación del investigador" (OLIVERAS, 1996, p. 37).

Estudiar los modos en que otra cultura percibe conceptos y prácticas es un ejercicio de interpretación de una cultura a otra (BARTON, 1996a). Los etnomatemáticos crean puentes entre las matemáticas (académico-formales) y las ideas o prácticas de otras culturas (BARTON, 1996b).

Este último autor (BARTON, 1996b) reconoce cuatro tipos de actividades que el investigador etnomatemático tiene que llevar a cabo en el desarrollo de su trabajo, y cada una

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

tiene una postura diferente según la perspectiva de la cultura respecto a la cual se enfoca (si la del investigador o la del grupo cultural que se estudia) y de los principios de la disciplina que determinan el punto de vista de la actividad:

1. *Actividad descriptiva*: se describen las prácticas y concepciones objeto de estudio; la descripción, en la medida de lo posible, se hace en el contexto de la cultura del grupo, se trata de evitar el lenguaje técnico para limitar la influencia de la cultura del investigador, de modo que la descripción resulte lo más natural posible. El propósito es, aquí, identificar las estructuras que pueden ser de interés, pero bajo una perspectiva antropológica.
2. *Actividad arqueológico – analítica*: se sacan a la luz los aspectos matemáticos pero desde la perspectiva de la cultura del grupo. Una posibilidad de realizar esta tarea es entender las implicaciones matemáticas que se sitúan en el origen de la práctica, o sea, cuándo se ha elaborado y cómo fue su evolución. Esta búsqueda es de tipo arqueológico porque implica reconstruir la historia de la práctica para identificar los principios matemáticos presentes en su formulación.
3. *Actividad de matematización*: ahora se revela la estructura matemática desde la perspectiva del investigador. Es aquí que se realiza una traducción del material cultural encontrado en la terminología de las matemáticas formal o analítica (damos por supuesto, para esta investigación, que la cultura del investigador sea la occidental académica). El foco puede ser doble: la creación de *nuevas* matemáticas o la reinterpretación dentro de la cultura original en vista de una mejor comprensión de ésta.
4. *Actividad creativo – sintética*: se opera a nivel de una reflexión meta-matemática. Se incentiva un cambio de las concepciones epistemológicas sobre las matemáticas. Estas investigaciones, por un lado, necesitan como presupuesto la posibilidad de un cambio en las concepciones sobre la universalidad, certeza y racionalidad absoluta de las matemáticas, mientras, por otro lado, llevan consigo como resultado la realidad de este cambio: la asunción de la diversidad cultural lleva a la aceptación de concepciones diametralmente opuestas.

Se está generando, así, un pensamiento postmoderno en torno a las matemáticas, conceptualizándolas en un modo etnomatemático en el sentido de Oliveras (2000), o sea: vivo, no estático y depositado solo en las teorías escritas, sino funcionando como una forma personal de pensar, que genera un producto social, cultural, utilizado al resolver problemas

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

cotidianos, y manifestado en lenguajes (artesanales, gremiales, científicos) no exclusivamente formales. La ciencia matemática es uno de los tipos de matemáticas posibles, pero no la única (OLIVERAS, 2000, 2006).

Lograr una metodología de investigación que sea operativa y consistente, fusionando las actividades definidas por Barton (1996b), es parte de nuestro trabajo, y lo han hecho otros investigadores como Albertí (2007), definiendo la Interpretación Matemática Situada (ISM):

> En toda práctica artesanal existen unos mecanismos prácticos de producción basados en una serie de reglas y pautas secuenciadas temporalmente. Entiendo que son estos mecanismos productivos los que generan un sistema conceptual en la mente de quienes los aplican, los artesanos, basado en las abstracciones mentales de las reglas prácticas de los mecanismos o sistemas de producción. Este es el sistema que hay que sacar a la luz. […] De allí que cualquier intento de identificación de matemáticas deba pasar ineludiblemente por visualizar la obra, observar el proceso de trabajo y conversar con los autores (ALBERTÍ, 2007, p. 85).

Cabe destacar que la modelización matemática es considerada una reelaboración lingüística, en términos matemáticos, de conceptos que ya están en la mente del artesano, pero que él no expresa en los términos del mundo científico, sino en su propio lenguaje o jerga profesional, siendo el investigador el detector de tales formas de pensamiento artesanal y su *traductor* hacia los interesados en conocerlas desde la cultura científica (ALBANESE, 2011).

En el presente trabajo se combinan actividades descriptivas, arqueológico-analíticas y de matematización (BARTON, 1996b), en la búsqueda de Interpretaciones Matemáticas.

4 Instrumento metodológico MOMET

Ya hemos manifestado que el instrumento metodológico MOMET ha sido presentado en un artículo precedente (OLIVERAS; ALBANESE, 2012). Describimos ahora, brevemente, en qué consiste. El MOMET consta, primero, de un Método Etnográfico, es decir, compuesto de unos factores que describen, definen y caracterizan el ejemplar pragmático de cordel o trenza que constituye nuestra unidad de análisis y la artesanía a la que pertenece:

1. Factor de *Caracterización*. Es el factor definitorio por excelencia, incluye: (a) la procedencia histórico-geográfica del ejemplar; (b) una descripción del mismo; y (c) la imagen o representación visual (fotografía).
2. Factor *Utilidad*. Trata del *para qué* se utiliza y dónde, en qué ocasión o escenario social.
3. Factor *Material*. Considera los materiales empleados en la construcción del objeto artesanal. Implica la cualidad o naturaleza del material, su preparación previa a la tarea

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

artesanal de trenzar, las propiedades físicas.

4. Factor *Modalidad de tejido*. Omitimos las modalidades de tejidos ya que, como anticipamos en el planteamiento, vamos a tratar solo la de *trenzado simple*. Consideramos las eventuales *herramientas* que se manejan para el tejido.
5. Factor *Diseño*. Este es el factor que caracteriza *el proceso de trenzar*. Aquí se consideran el número de hilos, sus colores, la forma o visión global del producto terminado, la manera de trenzar, o proceso dinámico, y la trama del trenzado, o visión del producto desde el punto de vista estático.

Presentamos, ahora, la modelización matemática, el MOM.

La conexión entre los aspectos etnográficos y matemáticos que estudiamos en esta sección se realiza a nivel del factor 5 o *Diseño,* y se centra en el proceso activo de trenzar y en la trama del trenzado. Vamos a desarrollar una modelización teórica que traduzca, en el lenguaje de la matemática formal, el diseño del trenzado, y, precisamente, a partir de la manera activa de realizar la acción de trenzar.

Estudiamos la *secuencia mínima de movimientos* que se van repitiendo y que caracterizan unívocamente el trenzado; distinguimos varias fases, que denominamos *movimiento mínimo, paso y secuencia (simple o compuesta)*, y las modelizamos de dos maneras: primero, con el lenguaje de Teoría de grafos; después, con el lenguaje de la Combinatoria.

Definimos seguidamente los conceptos básicos del lenguaje matemático formal que utilizamos: el grafo, la permutación, el ciclo.

Un *grafo* $|V|$ es un par ordenado $G = (V,E)$, donde V es un conjunto de vértices o nodos, y E es un conjunto de arcos o aristas, que relacionan estos nodos. Se considera V finito y se llama orden de G al número de vértices de V, indicado $|V|$.

Dado un conjunto finito de elementos, llamado V, una *permutación* es una correspondencia (o aplicación) biyectiva de V en sí mismo, p: $V \rightarrow V$, a veces indicada como reordenamiento. El conjunto de las permutaciones en V con la operación de composición forma un grupo, indicado S_V.

Se llama *ciclo*, y se indica $\sigma = (x_1, x_2, \dots , x_n)$, a la permutación que manda cíclicamente cada elemento en su sucesivo, o sea x_i en x_{i+1} hasta x_n en x_1, mientras deja fijos los que no aparecen. Si el ciclo contiene solo dos elementos se llama transposición. Dos ciclos se dicen disjuntos si no comparten ningún elemento de V. Cada elemento del grupo de permutaciones se puede escribir como composición de ciclos disjuntos (la composición, si los ciclos son

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

disjuntos, es simplemente una yuxtaposición). Así que para expresar las permutaciones vamos a utilizar la notación de composición de ciclos disjuntos.

Realizamos el análisis de la *secuencia mínima de movimientos*, según la modelización con los grafos y con la combinatoria.

Imaginemos mirar la trenza o el cordel en construcción desde el punto de vista de la cola, o sea, de donde los hilos están a punto de ser trenzados. En la modelización con grafos, los vértices o nudos representan las posiciones de los hilos a punto de ser trenzados, los indicaremos con letras minúsculas. Los arcos o aristas representan los movimientos de los hilos, respecto a la posición, movimientos que el artesano tiene que hacer cumplir a los hilos para crear la trama.

Los grafos permiten detectar de qué manera se realiza la acción de trenzar en función de una posición inicial de los hilos y de una secuencia de intercambios de estas posiciones[1].

a. *Movimiento mínimo*: es el movimiento que involucra dos o más hilos que intercambian sus posiciones; el conjunto de hilos es el mínimo tal que cada hilo del conjunto, en su movimiento, vaya ocupando una posición dejada vacía por el movimiento de otro hilo del conjunto y, a su vez, deje una posición vacía que sea ocupada por otro hilo del conjunto. En el grafo se describe a través de un circuito simple. En combinatoria a cada circuito se asocia un ciclo. El sentido horario o anti horario del circuito se refleja en el ciclo por el orden de los elementos. Si el ciclo es una transposición, asumimos la siguiente convención: suponiendo que $x_1 < x_2$ (en el ordenamiento alfabético), un circuito entre x_1, x_2 horario será (x_1, x_2); un circuito x_1, x_2 anti horario será (x_2, x_1).

b. *Paso*: un paso del proceso de trenzar es el máximo conjunto de movimientos mínimos tal que cada vértice no pertenece a más de un movimiento. Un paso se representa en un único grafo, en el que aparecen, eventualmente, más circuitos no conectados. En combinatoria se representa con un elemento del grupo S_V que resulta, eventualmente, de la composición de más de un ciclo. Se considera el orden en el que aparecen escritos los ciclos como el orden de ejecución de los movimientos.

c. *Secuencia simple o compuesta*: si la secuencia mínima se describe con un solo paso, es suficiente un solo grafo para describirla y, entonces, una sola permutación; si la secuencia incluye más de un paso, se necesita más de un grafo y, entonces, más de una permutación para describirla (compuesta).

[1] Cabe destacar que los que se intercambian son los hilos que se encuentran en determinadas posiciones, Por razones de claridad y fluidez del discurso, de aquí en adelante con *posiciones* nos referimos a los hilos que se encuentran en las posiciones determinadas en el paso en cuestión.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

Señalamos que todos los grafos relativos al mismo ejemplar de cordel o trenzas, en términos técnicos, tienen la misma estructura (o esqueleto), el grafo *vacío* asociado, cuyo conjunto de aristas es nulo. Observamos que en este estadio del análisis no nos interesan particularmente los colores de los hilos, lo importante es cómo se disponen y si son de distintos colores, en el momento de iniciar el trabajo, porque esto influye sobre la apariencia final del cordel. Así que, cuando vayamos a analizar ejemplares concretos constituidos con hilos de dos o más colores, daremos la *disposición inicial* de los hilos, según los colores, en el *grafo estructura*.

5 Metodología

El trabajo realizado se enmarca en la investigación cualitativa y, en particular, en el enfoque de la etnografía, que persigue la descripción y reconstrucción analítica de carácter interpretativo de la cultura y formas de vidas del grupo social investigado (RODRÍGUEZ GÓMEZ; GIL FLORES; GARCÍA JIMÉNEZ, 1996).

La investigación se ha desarrollado en dos escenarios distintos que nos han proporcionado informaciones sobre dos artesanías de trenzado:

1. Una inmersión en el campo realizada en la región de Salta, con el informante clave Alberto José Castagnolo (artesano, profesor y científico matemático), quien nos ha ofrecido poder indagar sobre la artesanía de cordeles de lana de oveja, originariamente practicada por los pastores salteños.
2. Unos contactos con artesanos en Buenos Aires, en la feria de artesanía de Mataderos y en el Museo Criollo, que nos han aportado informaciones acerca de la soguería, una artesanía de trenzado del cuero, originariamente practicada por los gauchos criollos que se ocupaban del ganado en la Pampa argentina.

Consideramos las actuaciones de la investigadora bajo las perspectivas de Barton (1996b) y Oliveras (1996), y de la modelización matemática realizada – el MOM – (ALBANESE, 2011; OLIVERAS; ALBANESE, 2012; ALBANESE; OLIVERAS; PERALES, 2012).

5.1 En Salta

En la inmersión realizada en el citado campo se ha conducido un estudio de los tres

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

niveles siguientes: *obra acabada o producto terminado*, *proceso de elaboración*, *descripción etnográfica participativa* (OLIVERAS, 1996) en analogía con los tres niveles de Alberti (2007), nombrados anteriormente.

Puntualizamos el tipo de recogida de datos que se ha llevado a cabo por cada nivel:

- obra-acabada o producto terminado: recolección de ejemplares, fotografías.
- proceso de elaboración: observación no participante del proceso de trenzar del artesano, toma de videos.
- descripción etnográfica participativa: observación participante, notas de campo y fotografías del material de enseñanza del artesano-matemático.

La aplicación de la modelización con grafos del MOM, (ALBANESE, 2011; OLIVERAS; ALBANESE, 2012; ALBANESE; OLIVERAS; PERALES, 2012) a la artesanía salteña se puede considerar, en la terminología de Barton (1996b), como la fusión de la actividad de matematización con la actividad arqueológico–analítica.

Ya que las prácticas mismas del informante artesano daban evidencia de su utilización del concepto matemático de grafo (CASTAGNOLO, 2012), la Interpretación Matemática que se realizó del proceso de trenzar (sección horizontal) es fruto de una *Actividad creativo – sintética* a nivel de una reflexión meta-matemática (BARTON, 1996b), en este caso especial, compartida con el artesano.

No se tienen todavía evidencias, a partir de las actuaciones de los artesanos, a propósito de la modelización que conlleva el concepto combinatorio de permutación. Se considera, entonces, la aplicación de la parte combinatoria del MOM, como fruto de una actividad de *matematización* (BARTON, 1996b), es decir, se ha realizado una interpretación.

5.2 En Buenos Aires

Las actuaciones de aplicación del *MOM*, en la modelización realizada del objeto y del proceso con ejemplares de la artesanía soguera bonaerense, apuntan a la actividad de *matematización* (BARTON, 1996b). Tenemos informaciones del nivel relativo al producto finalizado, analizando materiales prevenientes del campo en forma de ejemplares recolectados, y escasa información sobre el proceso de producción, esencialmente a través de libros de texto sobre el arte gaucho de trenzado en cuero (OSORNIO, 1934).

Uno de los propósitos próximos de la investigación es averiguar si en la artesanía soguera los productores artesanos expresan sus prácticas de algunos modos simbólicos, comparables o no con el MOM, lo que pretendemos obtener mediante una *etnografía participante*, en el citado escenario bonaerense.

6 Resultados del análisis interpretativo

El análisis interpretativo ha sido realizado aplicando el MOMET a cada unidad de análisis, constituida por el ejemplar de cordel o trenza recolectado en el campo. Aquí presentamos el análisis de dos ejemplares, cada uno perteneciente a uno de los escenarios estudiados hasta el momento actual.

6.1 Ejemplar 1: el lápiz

Empezamos el análisis con uno de los primeros ejemplares encontrados en nuestra investigación de campo: el Lápiz.
1. (*Caracterización*). La ciudad de Cafayate se encuentra en la región de Salta, que está situada en el noreste de Argentina. En esta región de cerros, valles y quebradas, la naturaleza todavía domina un escenario espectacular de luz y de rocas de miles de colores. La gente vive en pueblos pequeños y la vida sigue los ritmos dictados por la naturaleza. La atención hacia la importancia histórico-cultural y económica de las artesanías tiene como resultado la presencia de una escuela de manualidades, donde contactamos con el Profesor Castagnolo, y visitamos un mercado artesanal, donde, atendiendo a un banco, conocimos una alumna del Profesor Castagnolo que nos proporcionó el *lápiz* (Figura 1). Describimos el ejemplar, justificando el nombre que le hemos dado. Es un *lápiz* porque el cordel se desarrolla alrededor de un corazón vacío donde la artesana ubicó un lápiz que resulta así forrado por el cordel. Notamos que la artesanía del *Lápiz*, conociendo el libro de Owen (1995), era rápidamente capaz de indicar qué tipos de diseño se podían utilizar para hacer lápices, caracterizados por un corazón vacío adentro del cual se podía insertar un lápiz para que resultara forrado por el cordel.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

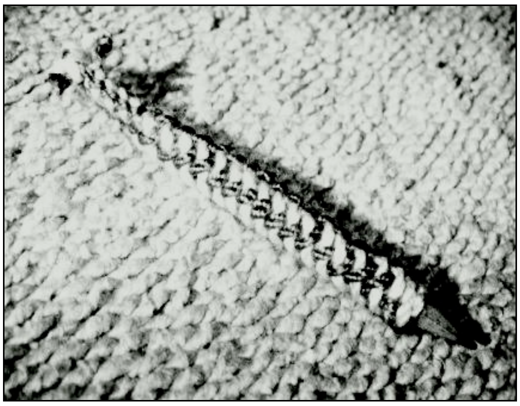

Figura 1 – Fotografía del ejemplar 1: el lápiz
Fuente: Datos de la investigación

2. (*Utilidad*). El uso de este cordel es decorativo pero recubre un objeto de utilidad concreta como un lápiz.
3. (*Material*). El material que se utiliza es lana de oveja. Los hilos se compran ya teñidos de distintos colores, de un grosor de dos milímetros de diámetro. La preparación del hilo consiste en cortar un trozo que sea el doble de la longitud requerida para después *torcer* el hilo. Este proceso se realiza de la siguiente manera: manteniendo el hilo extendido, se tuercen las dos extremidades en sentido contrario hasta que el hilo, apenas lo sueltas un poco, empieza a torcerse solo; después se juntan las dos extremidades y se deja que se tuerza sobre sí mismo. Así el hilo queda más grueso y más compacto.
4. (*Modalidad*). Este cordel viene producido con la utilización de un aparato suplementario que denominamos *carta*. La *carta* es un cuadrado de madera con un agujero en el centro y unos pequeños cortes en los lados, para mantener los hilos en las diversas posiciones.

Desde el punto de vista etnográfico, cabe destacar que el Profesor Castagnolo llamaba a este artefacto con el nombre *marudai*, pero leyendo el libro de Richard Owen (1995) con él, constatamos que el *marudai* es la versión redonda de la *carta* sin cortes en los lados. El Profesor Castagnolo prefiere enseñar y utilizar la *carta* por la mayor facilidad de manejo (Figura 2 y 3).

Figura 2 – Fotografía de la carta en uso
Fuente: Datos de la investigación

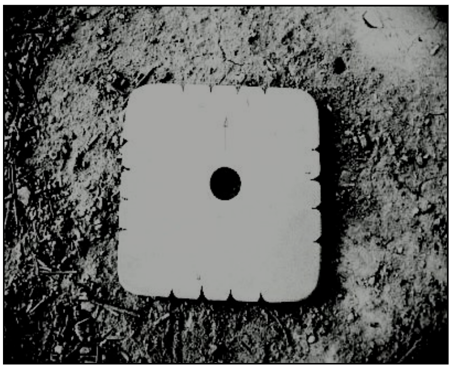

Figura 3 – detalle de la estructura de la carta
Fuente: Datos de la investigación

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

5. (*Diseño*). El diseño del *Lápiz* lo llamamos *doble rombo.* El grafo estructura está constituido por 8 nudos o vértices ya que los hilos utilizados para trenzar son 8. Los ocho nudos se disponen dos por cada lado de un cuadrado imaginario, y se nombran en sentido horario, partiendo del primero arriba a la izquierda como *a, b, c, d, e, f, g, h*. La secuencia que modeliza el proceso de realización es simple y su único paso se ejemplifica por un grafo constituido por dos circuitos de cuatro nudos, el Grafo de la Figura 4. El primer circuito, en sentido horario, involucra los nudos *a, c, e, g*, el segundo circuito es anti horario e involucra los nudos *b, d, f, h*.

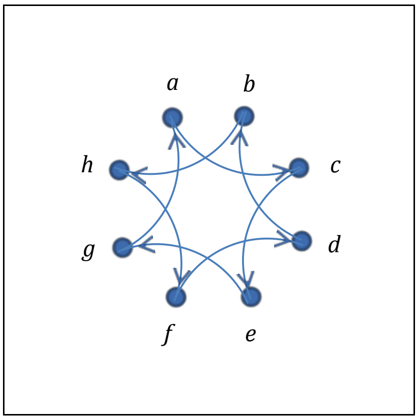

Figura 4 – Grafo del paso p_1, del proceso de realización del Lápiz
Fuente: Elaborado por los autores

En combinatoria la secuencia que describe el paso está formada por una sola permutación en $S_{\{a,b,c,d,e,f,g,h\}}$, constituida por dos ciclos:

$$p_1 = (a, c, e, g)\ (h, f, d, b).$$

Numeramos, ahora, los hilos. Como los hilos son de dos colores, azul claro y azul oscuro, surge la necesidad de aclarar cuál es la configuración inicial de los colores. En este caso, los hilos impares (1,3,5,7), que al principio ocupan las posiciones *a, c, e, g*, son de color azul claro, mientras los hilos pares (2,4,6,8), que al principio ocupan las posiciones *b, d, f, h,* son de color azul oscuro.

Ahora, vamos a numerar los hilos de la configuración inicial de manera tal que el hilo posicionado en el nudo *a* sea el hilo 1, el del nudo *b* sea el hilo 2, etc. De aquí en adelante siempre utilizamos esta convención para numerar los hilos de la configuración inicial.

Para ejecutar el cambio de posiciones de los hilos que se realiza durante un paso, se aplica a los números la permutación que representa el paso. Vamos a explicar cómo: la permutación que caracteriza el paso es expresada en función de las letras que indican las posiciones, así que, en realidad, para describir un determinado paso se tiene que cruzar la permutación con la información sobre las posiciones en las cuales se encuentran los hilos,

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

justo antes de realizarlo. Se genera, así, una nueva permutación, esta vez en función de los números que indican los hilos, sustituyendo a cada letra el número del hilo que en ese momento ocupa la posición indicada por la letra.

Para seguir el recorrido de los hilos en la trama aplicamos a la configuración inicial la permutación que describe el paso. Esta operación permite escribir lo que denominamos *paso específico,* o sea, una permutación de $S_{\{1,2,3,4,5,6,7,8\}}$, cuyos elementos representan los hilos que se encuentran en las posiciones correspondiente de la configuración donde se aplica la permutación. Siguiendo el procedimiento, registramos los resultados en la Tabla 1:

Tabla 1 – Recorrido de los hilos, el lápiz

a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	p_i	Paso específico
1	2	3	4	5	6	7	8	$p_1 = (a, c, e, g)\ (h, f, d, b)$	(1,3,5,7) (8,6,4,2)
7	4	1	6	3	8	5	2	$p_1 = (a, c, e, g)\ (h, f, d, b)$	(6,1,2,5) (3,8,7,4)
5	6	7	8	1	2	3	4	$p_1 = (a, c, e, g)\ (h, f, d, b)$	(5,6,1,2) (4,3,8,7)
3	8	5	2	7	4	1	6	$p_1 = (a, c, e, g)\ (h, f, d, b)$	(2,5,6,1) (7,4,3,8)
1	2	3	4	5	6	7	8	-	-

Fuente: desarrollado por los autores

Observamos que, siendo la secuencia simple constituida por una permutación de orden cuatro, aplicando el paso cuatro veces volvemos a la configuración inicial.

6.2 Ejemplar 2 – el látigo

Introducimos algunos detalles del entorno socio-histórico de los trabajos en cuero.

1. (*Caracterización*). Las vacas y los caballos eran animales desconocidos a los pueblos originarios indígenas. Fueron los conquistadores europeos los que los llevaron a Argentina, introduciendo así el uso o la utilización del cuero. Los *gauchos*, a veces denominados como *criollos* porque la mayoría eran hijos de inmigrantes europeos o, a lo sumo, mestizos, eran habitantes semi-nómadas de la Pampa o del llano argentino, que se ocupaban de criar vacas en vaquerías, o sea, áreas de campo reservadas al ganado, sin vigilancia, zonas generalmente delimitadas por ríos. Los gauchos se movían principalmente a caballo. Hoy en día, la palabra *gaucho* indica, en general, los hombres que trabajan en el campo, que se ocupan del ganado bovino y son muy hábiles a caballo.

Así que la labor artesanal en cuero – la artesanía soguera – tiene históricamente un origen utilitario europeo, pero después, en Argentina, se fue abriendo en la dirección de una marcada vena artística. La intención de los artesanos argentinos de decorar los objetos que

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

iban fabricando hizo que los productos en cuero se desarrollaran en un sentido ornamental. Una visita el Museo Criollo de los Corrales de Mataderos, un barrio popular en el sur de la ciudad de Buenos Aires, nos proporcionó una amplia muestra de cordeles en cuero con diferentes Diseños.

El ejemplar que elegimos analizar es un *Látigo*. Lo conseguimos en un puesto de la feria de los domingos de Mataderos. El cordel tiene un metro de longitud y un diámetro de un centímetro y medio. Es del color natural del cuero crudo, o sea marrón claro (Figura 5).

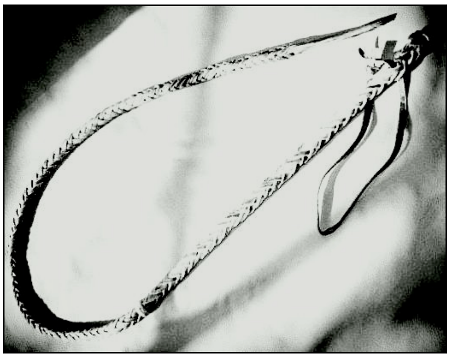

Figura 5 – Fotografía del Ejemplar 2, el Látigo
Fuente: Datos de la investigación

2. (*Utilidad*). El *Látigo*, también dicho castigador, sirve tanto para incitar el caballo a la carrera como para instigar a las vacas a juntarse en manada, dos acciones primordiales en la actividad del gaucho.
3. (*Material*). Como ya hemos indicado, el material de los hilos es el cuero, es decir, piel de vaca. Para realizar el cordel se juntan, por una extremidad, dos tiras o cintas de cuero de dos centímetros de ancho y dos milímetros de espesor. Cada tira se corta longitudinalmente en cuatro *hilos* de medio centímetro de ancho. Por lo que concierne a la preparación del material, es interesante observar que el cuero se trata con grasa de vaca para que no se seque, ni se moje (impermeabilidad), sino que se endurezca manteniéndose al mismo tiempo más elástico y más durable. La elección de este material debe su conveniencia precisamente a la resistencia unida a la flexibilidad y durabilidad.
4. (*Modalidad*). La parte del mango, de unos cuarenta centímetros de largo, es más gruesa y más dura porque tiene un corazón de cuero que hace el cordel más rígido; mientras en la parte final, la que golpea el animal, el cordel está vacío, así que resulta más flexible para que no lastime el animal. Se realiza sin aparatos suplementarios.
5. (*Diseño*). Llamamos al diseño del látigo, *Trenza redonda de dos a dos*, más adelante explicaremos el porqué de este nombre.

Observamos que, siendo todos los hilos del color del cuero, no hay que especificar la

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

disposición inicial.

El grafo estructura es el mismo del ejemplar precedente ya que se trenzan 8 hilos. El proceso de realización se modeliza por una secuencia compuesta por cuatro circuitos de tres que involucran, cada uno, tres vértices consecutivos (o sea que, en nuestra notación, tienen letras consecutivas en orden alfabético). Dicho proceso consiste, en orden, en un circuito horario entre los hilos de posición *d, e, f*; un circuito antihorario que involucra los nudos *d, c, b*; un circuito antihorario entre *g, h, f*; y un circuito horario que involucra *a, b, h*. Estos circuitos están representados en los Grafos de la Figura 6.

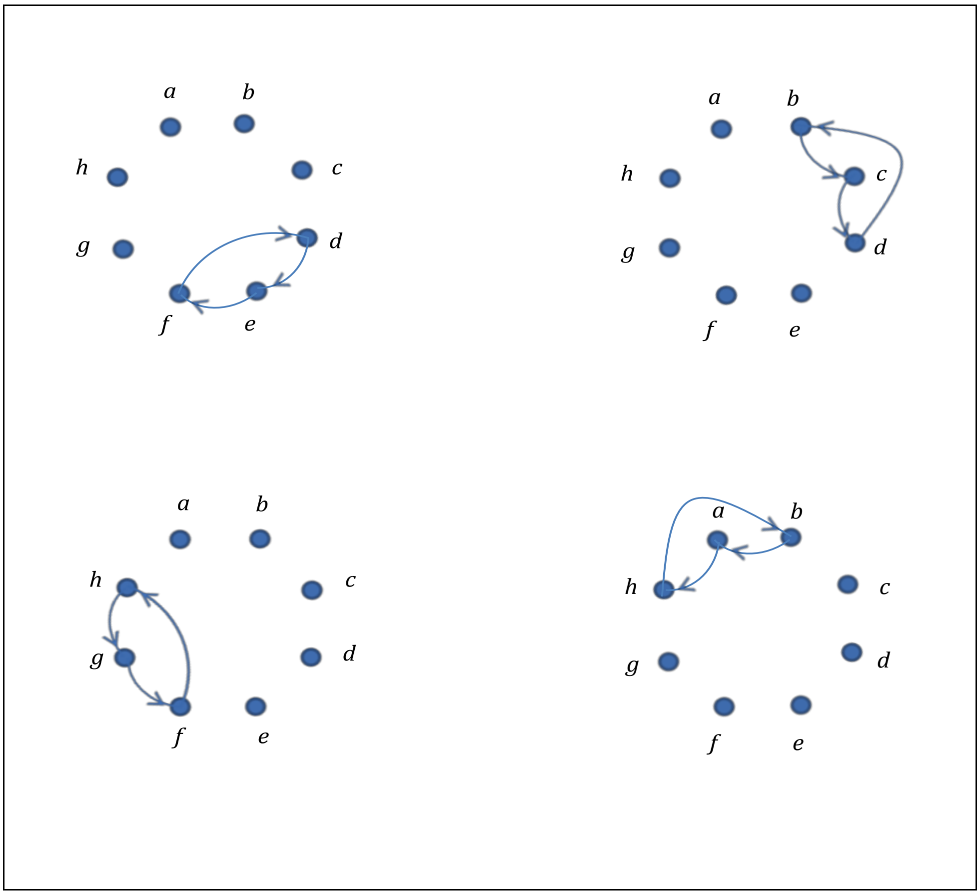

Figura 6 – Grafos del proceso de realización del Látigo, respectivamente de los pasos p_1, p_2, p_3 y p_4
Fuente: desarrollado por los autores

En combinatoria se escriben las cuatro permutaciones de $S_{\{a,b,c,d,e,f,g,h\}}$:

$$p_1 = (d, e, f),$$

$$p_2 = (d, b, c),$$

$$p_3 = (h, f, g),$$

$$p_4 = (a, h, b).$$

Observamos que en p_1, las primeras dos letras del ciclo son $d < e$ porque el circuito es horario; como en p_4, hay $a < h$. Mientras p_2, p_3, que son en sentido antihorario, tienen respectivamente $d > b$ y $h > f$.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

Si nos fijamos en la definición que hemos dado de paso, los circuitos p_2, p_3 que acabamos de describir se pueden yuxtaponer en un único paso porque no comparten ningún vértice o nudo. Por razones de claridad hemos preferido, aquí, dejarlos primero separados, dándoles el nombre de s*emipasos.* Ahora, la yuxtaposición nos proporciona el paso $p_{2\text{-}3} = (d, b, c)\ (h, f, g)$ cuyo grafo resulta ser el siguiente (Figura 7).

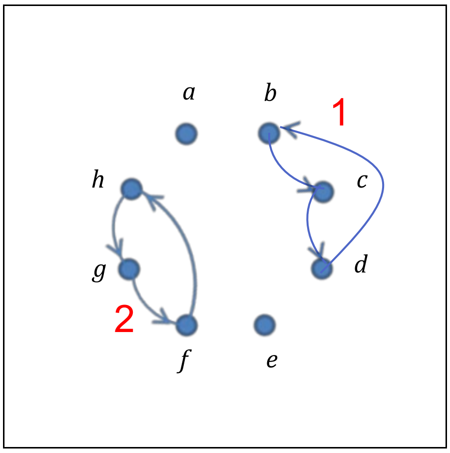

Figura 7 – Grafo del paso $p_{2\text{-}3}$ del proceso de realización del Látigo
Fuente: desarrollado por los autores

Así que el proceso de realización es una secuencia compuesta constituida de un paso p_1, un paso $p_{2\text{-}3}$, y un último paso p_4.

Numerando, ahora, los hilos, describimos en la Tabla 2 el recorrido de los hilos. En este caso no buscamos en la tabla cuándo se consigue de vuelta la configuración inicial, pero ponemos de manifiesto otra característica interesante, su afinidad con la trenza simple del pelo descrita en Oliveras y Albanese (2012).

Tabla 2 – Recorrido de los hilos, el Látigo.

a	***b***	***c***	***d***	***e***	***f***	***g***	***h***	p_i	**Paso específico**
1	2	3	4	5	6	7	8	$p_1 = (d, e, f)$	(4,5,6)
1	2	3	6	4	5	7	8	$p_{2\text{-}3} = (d, b, c)\ (h, f, g)$	(6,2,3) (8,5,7)
1	6	2	3	4	8	5	7	$p_4 = (a, h, b)$	(1,7,6)
6	7	2	3	4	8	5	1	-	-

Fuente: desarrollado por los autores

En general, la mayoría de los diseños de los cordeles de cuero que hemos encontrado en la muestra del museo de Mataderos tienen esta afinidad con la trenza del pelo. Todo el proceso se concreta en movimientos que involucran prácticamente los hilos externos, si pensamos la posición de los hilos, no de forma redonda como hicimos hasta ahora, sino lineal. El hilo externo (o sea, que se encuentra a una extremidad) se mueve hacia el centro del grafo, pasando abajo y arriba (lo que determina el sentido) un cierto número de hilos. En la trenza simple, el movimiento se realiza pasando arriba al hilo cercano (uno) hacia el centro. En el

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

caso específico de este látigo, en cambio, se pasa debajo de los dos cercanos y después arriba de los siguientes dos. En nuestra modelización, los pasos de dos en dos modelizan el movimiento de un hilo externo, el primer paso (y el tercero) es el pasaje abajo de los dos cercano y el segundo (y el cuarto) es el pasaje arriba de los siguientes dos. Notamos, así, que en la tabla p_1, p_2 describen el pasaje del hilo 6 abajo del 4 y 6 y después arriba del 2 y 3; mientras p_3, p_4 describen el pasaje del hilo 7 abajo del 8 y 5 y después arriba del 1 y 6.

De esta semejanza con el proceso de la trenza nace el nombre del diseño (*trenza de dos a dos*), que no está relacionado con la forma geométrica del grafo como en el ejemplo anterior, sino que registra precisamente la analogía con la trenza y el número de hilos *abajo y arriba,* como acabamos de explicar.

7 Reflexiones finales

El presente trabajo responde a los propósitos de la investigación de hallar conceptos y prácticas matemáticas en la labor artesanal del trenzado, y establecer una metodología adecuada para ello. Proporciona una descripción concreta de la aplicación del instrumento metodológico MOMET, mostrando la eficacia del tal instrumento en el estudio etnográfico y matemático del trenzado.

Consideramos que una de las principales áreas de expansión de esta investigación es la relativa a la formación de profesores de matemáticas y al desarrollo curricular de los programas de matemáticas de los niveles de educación obligatoria y secundaria. Dicho desarrollo, contextualizado en la cultura local, es objetivo presente en las directrices curriculares de la mayoría de los países hoy día.

El propósito futuro sería trabajar ideas matemáticas, acercando a los alumnos a la realidad artesanal, revalorizando la importancia social y cognitiva de la actividad productiva manual; en definitiva, enculturarles en las matemáticas (BISHOP, 1999), enseñándoles a reconocer objetos matemáticos en entornos diferentes a los escolares.

Agradecimientos

Deseamos expresar nuestro agradecimiento a los colaboradores en el trabajo de campo por su valiosa aportación, en particular al Profesor Castagnolo y a su familia por su paciencia, hospitalidad y disponibilidad.

Agradecemos el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de España,

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

que soporta esta investigación con una Beca FPU (código de referencia AP2010-0235) concedida a la doctoranda V. Albanese.

Referencias

ALBANESE, V. **Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado**. 2011. 73 f. Tesis no publicada (Máster en Didáctica de la Matemática) – Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada, 2011.

ALBANESE, V.; OLIVERAS, M. L.; PERALES, F. Modelización matemática del trenzado artesanal. **Revista Épsilon**, Córdoba (España), v. 29, n. 81, p. 53-62, dic. 2012.

AROCA, A. Análisis a una Figura Tradicional de las Mochilas Arhuacas: comunidad Indígena Arhuaca. Sierra Nevada de Santa Marta, Colombia. **Bolema**, Rio Claro (São Paulo), v. 21, n. 30, p. 162-180, Ago. 2008.

ALBERTÍ, M. **Interpretación matemática situada de una práctica artesanal**. 2007. 379 f. Tesis (Doctorado en Didáctica de la Matemática y de la Ciencias Experimentales) – Facultad de Educación, Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona, 2007.

BARTON, B. Making sense of ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense. **Educational Studies in Mathematics**, Heidelberg (Germany), v. 31, n. 1, p. 201-233, Sept. 1996a.

BARTON, B. **Ethnomathematics**: Exploring Cultural Diversity in Mathematics. 1996. 341f. Thesis (Doctor of Philosophy in Mathematics Education) – Department of Mathematics, University of Auckland, Auckland (New Zealand), 1996b.

BISHOP, A. J. **Enculturación Matemática**. Barcelona: Paidós, 1999.

CASTAGNOLO, A. La Etnomatemática Subyacente en los Textiles. **Journal of Mathematics and Culture**, Toledo (United States), v. 6, n. 1, p. 119-134, mar. 2012.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: Eslabón entre las tradiciones y la modernidad. México: Limusa, 2008.

FUENTES, C. C. Algunos Procedimientos y Estrategias Geométricas Utilizadas por un Grupo de Artesanos del Municipio de Guacamayas en Boyacá, Colombia. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, San Juan de Pasto (Colombia), v. 4, n. 1, p. 55-67, mar. 2011.

GAVARRETE, M. **Matemáticas, Culturas y Formación de Profesores en Costa Rica**. 2009. 73 f. Tesis no publicada (Máster en Didáctica de la Matemática) – Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada, 2009.

GERDES, P. Symmetry aspects of Mavuku baskets among the Makhuwa (Mozambique). **Symmetry: Culture and Science**, Budapest (Hungary), v. 12, n. 1-2, p. 87-114, 2001.

GERDES, P. Níjtyubane – Sobre algunos aspectos geométricos da cestaria Bora na Amazonia peruana. **Revista Brasileira de História da Matemática**, São Paulo, v. 3, n. 6, p. 3-22, oct. 2003.

MILLROY, W. L. An ethnographic study of the mathematical ideas of a group of carpenters. **Learning and Individual Differences**, New Haven (Connecticut), v. 3, n. 1, p. 1-25, Feb. 1991.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

OLIVERAS, M. L.; ALBANESE, V. Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: Un Modelo Metodológico para Investigación. **BOLEMA**, Rio Claro (São Paulo), v. 26, n. 44, p. 1295-1324, dic. 2012.

OLIVERAS, M. L. **Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular**. Granada: Comares, 1996.

OLIVERAS, M. L. Etnomatemáticas. En: FUENTES, J.; OLIVERAS, M. L. (Ed.). **Matemáticas en la Sociedad**. Granada: Repro-digital, 2000. p. 39-50.

OLIVERAS, M. L. Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. En: GIMÉNEZ, J.; GOÑI, J. M.; GUERRERO, S. (Ed.). **Matemáticas e interculturalidad**. Barcelona: Graó, 2006. p. 117-149.

OLIVERAS, M. L.; FAVILLI, F.; CÉSAR, M. **Projecto IDMAMIM**: Matemática e interculturalidad. [3 cd-Roms: La zampoña, Os batiques y Las alfombras]. Pisa: Universidad de Pisa, 2004. CD-ROM.

OSORNIO, M. **Trenzas gauchas**. Buenos Aires: Hemisferio Sur, 1934.

OWEN, R. **Braids**: 250 patterns from Japan, Peru y beyond. Loveland (Colorado): Interweave Press, 1995.

PALHARES, P. **Etnomátematica**. Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizegem Matemática. Ribeirão (Portugal): Ediçoes Humus, 2008.

PARRA, A. **Acercamiento a la Etnomatemática**. 2003. 156 f. Tesis (Licenciatura en Matemática) – Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2003.

RODRÍGUEZ GÓMEZ, G.; GIL FLORES, J.; GARCÍA JIMÉNEZ, E. **Metodología de la investigación cualitativa**. Granada: Ediciones Aljibe, 1996.

Submetido em Agosto de 2012.
Aprovado em Abril de 2013.