Boletim de Educação Matemática
ISSN: 0103-636X
bolema@rc.unesp.br
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Brasil

Euzébio da Rosa, Josélia; Damazio, Ademir; Mezzari Silveira, Gisele
O Sistema de Numeração nas Tarefas Propostas por Davýdov e seus Colaboradores para o Ensino de Matemática
Boletim de Educação Matemática, vol. 28, núm. 50, diciembre, 2014, pp. 1135-1154
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Rio Claro, Brasil

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

O Sistema de Numeração nas Tarefas Propostas por Davýdov e seus Colaboradores para o Ensino de Matemática

The Numbering System in the Tasks Proposed by Davýdov and his Co-Workers for Teaching Mathematics

Josélia Euzébio da Rosa*

Ademir Damazio**

Gisele Mezzari Silveira***

Resumo

Investigamos o movimento conceitual adotado por Davýdov e seus colaboradores ao proporem o ensino do Sistema de Numeração no segundo ano do Ensino Fundamental. Davýdov, doutor em psicologia e seguidor de Vygotski, coordenou o processo de elaboração de uma proposta para o ensino de Matemática, na União Soviética, a partir dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural. Tal proposta foi publicada por meio de livros didáticos e de orientação ao professor. Durante a investigação, analisamos as tarefas de ensino publicadas nos mencionados livros. A análise permitiu-nos revelar, nas proposições davydovianas, as relações entre o geral, universal, singular e particular, além da consequente unidade entre o lógico e o histórico.

Palavras - chave: Teoria Histórico-Cultural. Davýdov. Ensino. Sistema de Numeração.

Abstract

We investigated the conceptual movement adopted by Davýdov and his co-workers to propose the teaching of a Numbering System in the second grade of Elementary School. Davýdov, a doctor in Psychology and follower of Vygotski; coordinated the process of purpose elaboration to teaching Mathematics in the Soviet Union from the

* Doutora em Educação pela Universidade Federal do Paraná (UFPR). Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL), Tubarão, SC, Brasil. Endereço para correspondência: Mestrado em Educação, Avenida José Acácio Moreira, 787, Bairro Dehon, CEP: 88.704-900, Tubarão, SC, Brasil. *E-mail:* joselia.rosa@unisul.br.

** Doutor em Educação pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Professor da Universidade do Extremo Sul Catarinense (UNESC), Criciúma, SC, Brasil. Endereço para correspondência: Programa de Pós-Graduação em Educação, Avenida Universitária, 1105, Bairro Universitário, CEP: 88.806-000, Criciúma, SC, Brasil. *E-mail*: add@unesc.net.

*** Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL), linha de pesquisa Educação em Ciências. Endereço para correspondência: Mestrado em Educação, Avenida José Acácio Moreira, 787, Bairro Dehon, CEP: 88.704-900, Tubarão, SC, Brasil. *E-mail:* giselemezzari@hotmail.com.

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

assumptions of a Historic-cultural theory. This proposal was published by the means of textbooks and of guidance to teachers. During the investigation, we analyzed the teaching tasks published in the books mentioned before. The analysis allowed us to reveal, in the propositions by Davýdov, the relationship among the general, universal, singular and particular, besides the consequence unity between the logical and historical.

Keywords: Historical-Cultural Theory. Davýdov. Teaching. Numbering System.

1 Introdução

Na presente investigação, de natureza teórica, o objeto de estudo consiste nas tarefas apresentadas por Davýdov (ДАВЫДОВ)[1] e seus colaboradores, tais como Gorbov (ГОРБОВ), Mikulina (МИКУЛИНА) e Savieliev (ДАВЫДОВ), para o ensino do Sistema de Numeração. A proposta davydoviana consiste em uma reestruturação curricular, que envolve tanto os métodos quanto os conteúdos de ensino. Para Davýdov (1982), a escola deve promover o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes, por meio da apropriação dos conceitos científicos em nível contemporâneo.

Davýdov e seus colaboradores elaboraram e desenvolveram, em sala de aula, durante vinte e cinco anos, uma proposta para o ensino de Matemática, na União Soviética, a partir dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural (ROSA, 2012)[2]. Tais proposições foram publicadas em livros didáticos e livros de orientações aos professores (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009; ДАВЫДОВ et al, 2012)[3]. Nestes, são apresentadas as tarefas de ensino, correspondentes ao que se denomina de *atividades* ou *exercícios* no sistema educacional brasileiro.

No decorrer do processo de investigação, selecionamos as tarefas referentes ao ensino do Sistema de Numeração apresentadas no livro didático correspondente ao segundo ano do Ensino Fundamental[4] (ДАВЫДОВ et al, 2012). Durante a análise, foi necessária a compreensão do método de ensino, correspondente a cada tarefa, apresentado no livro de

---

[1] Autor de nacionalidade russa, Vasili Vasilievich Davýdov (1930 - 1998) foi seguidor do precursor da Teoria Histórico-Cultural, Lev Semenovich Vygotski (1896-1934). No decorrer do texto será utilizada a grafia Davýdov, porém, ao se tratar de referência, será mantida a escrita apresentada na obra.
[2] As proposições davydovianas são recomendadas, ainda hoje, pelo Ministério da Educação e Ciência da Federação Russa para o desenvolvimento em instituições de ensino daquele país (EDITORA VITA-PRESS, 2010). Além disso, é referência de algumas investigações desenvolvidas em países como Ucrânia, Cazaquistão, Noruega, França, Alemanha, Holanda, Canadá, Japão e Estados Unidos (idem).
[3]Este material (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009; ДАВЫДОВ et al, 2012), originalmente escrito em russo, está em processo de tradução do idioma russo para o português por Elvira Kim.
[4] O segundo ano do Ensino Fundamental, nas proposições davydovianas, corresponde ao segundo ano do Ensino Fundamental no sistema educacional brasileiro.

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

orientações ao professor para utilização do livro didático (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Focamos na unidade entre o lógico e o histórico, que é “de grande importância para compreender a essência do conhecimento” (ROSENTAL, 1960, p. 324). Nossa pretensão foi entender a essência da proposta produzida por Davýdov e seus colaboradores para o ensino do Sistema de Numeração.

Segundo Kopnin (1978), o histórico é “o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento” e o lógico é “a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema das abstrações” (Idem, p. 183-184).

> A história frequentemente se move através de ziguezagues, de avanços e recuos, de desvios, sofre acidentes de percurso, passa por etapas meramente acidentais. Para se conhecer o processo de desenvolvimento de um conhecimento ou de um determinado aspecto da realidade é preciso conhecer a <u>essência da evolução histórica</u>. Isso significa selecionar o que é secundário do que é principal, o que é necessário do que é acidental, etc... Essa distinção é decisiva, pois ela mostra o erro do historicismo, que espera conhecer a realidade simplesmente conhecendo a historia da realidade, não fazendo distinção entre a história e o processo. O processo é a essência da evolução histórica (DUARTE, 1987, p. 13, grifos do autor).

Em relação à organização do ensino dos conhecimentos produzidos historicamente pela humanidade, considerar o lógico e o histórico significa “selecionar o que é secundário do que é principal o que é necessário do que é acidental” (DUARTE, 1987, p. 13).

A hipótese da presente investigação é que Davýdov e seus colaboradores objetivam a unidade entre o lógico e o histórico em suas proposições para o ensino do Sistema de Numeração. A partir da hipótese apresentada elaboramos o seguinte problema de pesquisa: qual o movimento conceitual adotado por Davýdov e seus colaboradores nas proposições de ensino para introdução do Sistema de Numeração no segundo ano do Ensino Fundamental? Em consonância com a hipótese e o problema de pesquisa, nos propomos o seguinte objetivo: analisar o movimento considerado por Davýdov e seus colaboradores, em suas proposições de ensino, para introdução do Sistema de Numeração no segundo ano do Ensino Fundamental.

2 Discussão e análise das tarefas davydovianas

Na sequência, apresentamos, por meio de seis tarefas, o movimento conceitual objetivado nas proposições davydovianas para o ensino do Sistema de Numeração.

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

<u>Tarefa 1:</u> O professor relata que três crianças (Tânia, Pedro e Nícolas) agruparam e registraram, de formas diferentes, a contagem referente a uma mesma quantidade de objetos, conforme a ilustração 1 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009; ДАВЫДОВ et al, 2012).

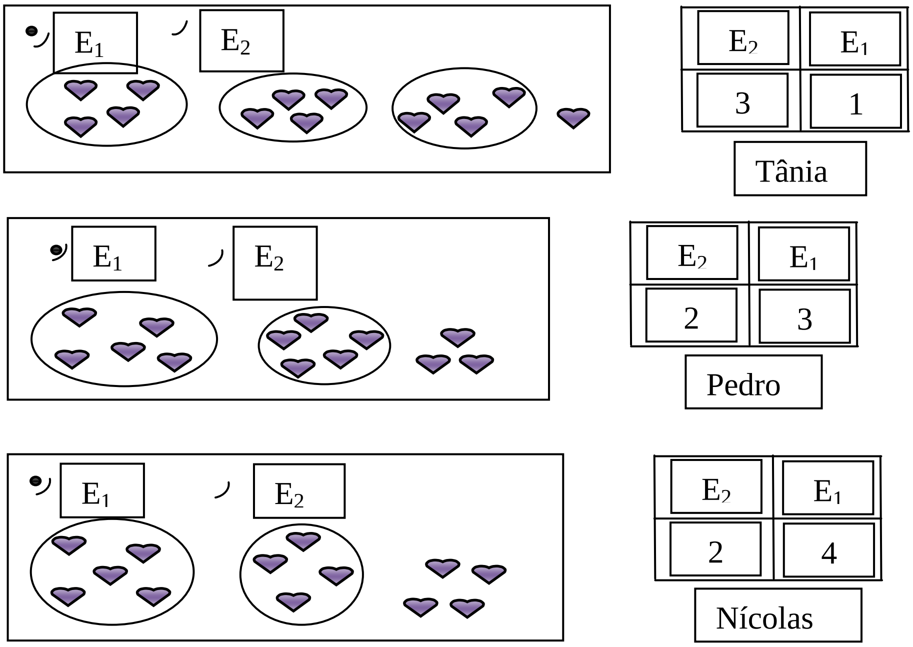


Ilustração 1 - Tarefa 1, diferentes bases
Fonte: ДАВЫДОВ et al (2012)

É possível determinar a base numérica considerada pelas crianças durante a contagem? A análise dos diferentes registros no quadro valor de lugar (Ilustração 1, à direita) ocorre a partir do seguinte questionamento: por que os resultados do processo de contagem de uma mesma quantidade de objetos foram expressos de forma diferente no registro?

Tânia, Pedro e Nícolas formaram agrupamentos com quantidades diferentes. A produção dos respectivos registros, no quadro valor de lugar, ocorreu a partir da lógica subjacente aos agrupamentos, por isso, os diferentes resultados. Qual foi a base numérica utilizada pelas crianças? Tânia formou três (3) grupos compostos por *quatro* (4) unidades cada e sobrou um (1), uma unidade sem ser agrupada. Por isso, seu registro no quadro valor de lugar foi 3 e 1. Ou seja, uma unidade de medida de primeira ordem (nenhum agrupamento com quatro unidades) e três unidades de medida de segunda ordem (três agrupamentos com quatro unidades cada). Pedro, por sua vez, dividiu o total de corações em dois (2) grupos com

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

cinco unidades cada e sobraram três (3) sem serem agrupados. Seu registro, no quadro valor de lugar, foi 2 e 3. Três unidades de medida de primeira ordem e duas unidades de medida de segunda. E, por fim, Nícolas distribuiu os corações em um agrupamento com cinco unidades, outro com quatro e outras quatro unidades não foram agrupadas. Seu registro, no quadro valor de lugar, consiste em dois (2) agrupamentos (um formado por cinco e outro por quatro unidades) e sobraram quatro (4) unidades sem serem agrupadas. Retomemos o questionamento anterior: qual a base numérica utilizada por Tânia, Pedro e Nícolas na contagem da quantidade dos corações apresentados na ilustração 1?

Para Tânia, cada agrupamento de segunda ordem é composto por quatro corações, portanto, ela considerou a base quatro (quaternária). Pedro dividiu os corações em grupos de cinco em cinco, por isso, a base é cinco (quinária). E Nícolas, que base numérica considerou? Ele fez um agrupamento com cinco unidades e outro com quatro, isto é, não adotou uma base numérica, assim como procederam Tânia e Pedro.

Até o momento, não há referência à história da Matemática. Então, cabe questionar: por que Davýdov não mencionou aspectos relacionados à utilização das diversas bases numéricas, pelos diferentes povos, ao longo do desenvolvimento histórico deste conceito? O autor desconsidera a história dos conceitos no processo de ensino? O que significa considerar a história de um determinado conceito ou sistema conceitual no ensino? Trata-se de recontá-la em forma de curiosidades históricas? Ou de reproduzi-la em todos os seus aspectos referentes às necessidades particulares de cada povo e suas respectivas dificuldades?

A resposta para algumas das questões apresentadas anteriormente é exposta por Duarte (1987) ao dizer que não se reproduz a história da Matemática na íntegra com os estudantes. Trata-se apenas das "<u>etapas essenciais</u> da evolução" do conteúdo (Idem, ibidem, p. 13, grifo do autor). Mas, o que possibilita a distinção das etapas essenciais das não essenciais? Para Duarte (1987), Rosental (1960) e Kopnin (1978), tal distinção é realizada por meio da lógica do conteúdo do conceito.

Ao abordar as bases numéricas, na tarefa em análise, Davýdov e seus colaboradores adotaram a seguinte lógica: a unidade de medida de segunda ordem (agrupamentos de quatro e cinco unidades) foi composta pela quantidade de unidades de medidas da base numérica considerada (quaternária e quinária). A unidade de medida de segunda ordem possibilitou a identificação da base numérica utilizada, que só pode conter a quantidade de unidades de medidas que ela indica. Assim, se é quaternária, como no caso de Tânia, cada unidade de

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

medida de segunda ordem é formada por quatro unidades. O mesmo ocorre com a base quinária, na qual, cada unidade de medida de segunda ordem é composta por cinco unidades. Portanto, nas proposições davydovianas, a lógica do Sistema de Numeração é considerada e o processo de resolução da tarefa reflete o movimento histórico. Como afirma Duarte (1987, p. 13), "o lógico reflete as etapas essenciais do processo histórico". Vale salientar que o Sistema de Numeração quinário foi, segundo Eves (2004), o primeiro adotado historicamente pela humanidade.

Porém, o que significa dizer que, nas proposições davydovianas, a lógica do Sistema de Numeração é considerada? Qual lógica? Existe mais de uma lógica subjacente ao Sistema de Numeração? É possível responder positivamente a última questão. Interessa-nos, nesse artigo, falar da lógica formal e da lógica dialética, que predominam, respectivamente, nas proposições brasileiras e nas davydovianas para o ensino de Matemática (ROSA, 2012). A lógica formal, conforme Oliveira (2001, p. 14), não dá conta de "representar, no pensamento, o movimento da realidade". É, pois, "criada pelo homem para identificar, caracterizar e classificar os elementos em suas especificidades" (Idem, ibidem). Por outro lado, para "captar o movimento da realidade", é necessário considerar a lógica dialética, pois, suas leis são aquelas "que dirigem o movimento objetivo da realidade transformadas em leis do pensamento e que se nos apresentam através de conceitos de <u>máxima generalidade</u>" (Idem, ibidem, grifo nosso).

O princípio da lógica dialética, afirma Kopnin (1978, p. 85), é a "unidade entre o abstrato e o concreto no pensamento teórico-científico". A lógica dialética "analisa a estrutura das formas de pensamento, dando ênfase principal à dialética de interrelação entre o singular, particular e universal" (Idem, ibidem).

Para contemplar tal interrelação, Davýdov e seus colaboradores, na continuidade do desenvolvimento dessa primeira tarefa, propõem que as crianças registrem no quadro valor de lugar (Ilustração 2) o resultado do trabalho realizado por Tânia e Pedro (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009). Tratam-se então, de duas singularidades numéricas peculiares a cada um dos sistemas de numeração particulares, o quaternário e o quinário.

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

II	I	
		( )
		( )

Ilustração 2 - Tarefa 1, quadro valor de lugar
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

As letras com números em subscrito (E_1, E_2) – que, inicialmente representavam as ordens, na primeira linha do quadro valor de lugar – são substituídas por algarismos romanos, primeira ordem (I) e segunda ordem (II), respectivamente (Ilustração 3). Ao lado de cada registro do quadro valor de lugar, entre parênteses, registra-se a base numérica considerada, conforme ilustração 3 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009):

II	I	
3	1	(4)
2	3	(5)

Ilustração 3 - Tarefa 1, registro em diferentes bases
Fonte: ДАВЫДОВ et al (2012, p. 54)

A referida tarefa traz à tona o movimento lógico histórico do princípio de base.
Segundo Ifrah (1997, p. 48), historicamente,

> convencionou-se uma ‘escala’ a partir da qual é possível repartir os números e seus diversos símbolos segundo estágios sucessivos, aos quais se pode dar os respectivos nomes: *unidades de primeira ordem, unidades de segunda ordem, unidades de terceira ordem*, e assim sucessivamente. E é dessa maneira que se chegou a uma simbolização estruturada dos números, evitando-se esforços de memória ou de representação considerável. É o que chama o *princípio da base*. Sua descoberta marcou o nascimento dos *sistemas de numeração* – sistemas cuja ‘base’ nada mais é do que o número de unidades que é necessário agrupar no interior de uma ordem dada para formar uma unidade de ordem imediatamente superior.

O Sistema de Numeração, em Davýdov, é introduzido a partir do elo que inter-relaciona a lógica das diferentes bases numéricas. O lógico reflete o processo histórico, porém, não ocorre de forma imediata e nem direta, pois “o lógico orienta o estudo do histórico, por sua vez, o histórico vai orientando a reformulação, o aprofundamento do lógico,

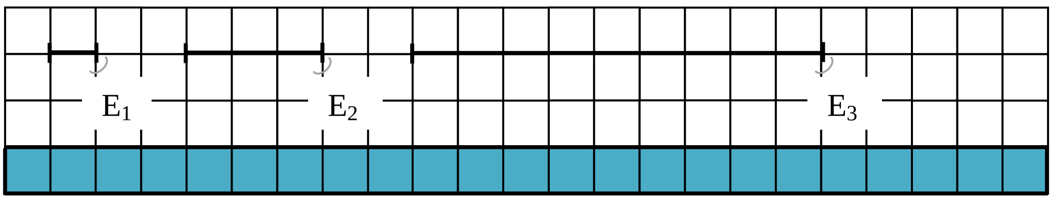
ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

numa ação recíproca” (DUARTE, 1987, p. 13). Desse modo, nas proposições davydovianas, a lógica do conceito do Sistema de Numeração reflete sua história.

Para finalizar a análise dessa primeira tarefa, vale ressaltar que não foi possível determinar a base numérica estabelecida por Nícolas, conforme solicitava o enunciado. Nas proposições davydovianas, situações como estas são propositais a fim de verificar se houve a apropriação, pela criança, dos procedimentos gerais de resolução de uma determinada etapa do processo de cognição. São nessas circunstâncias que entra em cena uma das seis ações de estudo propostas por Davídov (1988) para o ensino de cada conceito: “o controle”. Desta forma, se, durante o desenvolvimento da tarefa, um estudante responder que Nícolas recorreu à base numérica quatro ou cinco, significa que ele não se apropriou da lógica interna ao conceito de base. Pois, se Nícolas formou agrupamentos de segunda ordem com quatro e cinco unidades, logo, não é possível estabelecer uma base única. Aí, caberia ao professor retomar ao processo em questão.

Historicamente, para realizar a contagem, houve a necessidade de agrupamentos, que, não poderiam ser formados de qualquer modo, pois existiam regularidades a considerar. No processo de contagem realizado por Nícolas, por exemplo, fica evidente a necessidade desta regularidade, em que os agrupamentos são determinados pela quantidade definida pela base.

<u>Tarefa 2:</u> Com base na análise da ilustração 4, os estudantes deverão identificar em qual base numérica as unidades de medidas de primeira, segunda e terceira ordem foram construídas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009; ДАВЫДОВ et al, 2012).



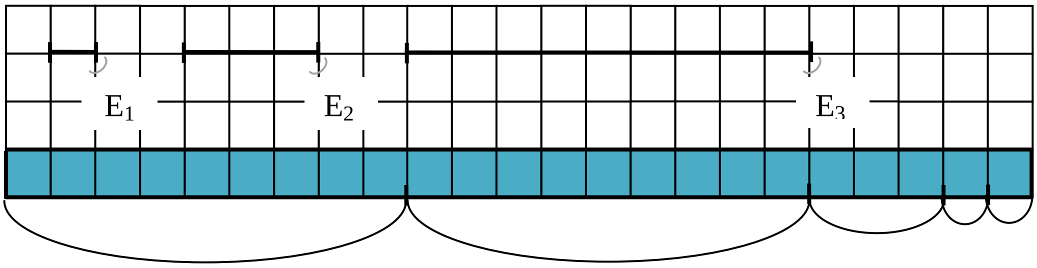
II	II	I

( )

Ilustração 4 - Tarefa 2, identificação da base numérica
Fonte: ДАВЫДОВ et al (2012)

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

A unidade de medida de segunda ordem, construída a partir da unidade de medida de primeira ordem (Ilustração 4), corresponde a *três* vezes esta última. Da mesma forma, a de terceira ordem é *três* vezes a unidade de medida de segunda ordem, portanto, a base numérica é *três*. Na sequência, o professor questiona por qual unidade de medida é conveniente iniciar o processo de medição do comprimento da largura da superfície em azul (retângulo). A conclusão é de que (Ilustração 5) inicia-se pela unidade de medida maior, a de terceira ordem (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).



III	II	I
2	1	2

(3)

Ilustração 5 - Tarefa 2, registro no quadro valor de lugar
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

No processo de medição (Ilustração 5), foram utilizadas *duas* unidades de medidas de terceira ordem, *uma* unidade de medida de segunda ordem e *duas* de primeira ordem. O resultado foi registrado no quadro valor de lugar e, ao lado, entre parênteses, a base numérica utilizada: *três* (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Para reproduzir o processo de construção das diferentes ordens, em uma determinada base numérica, é necessário revelar as propriedades internas do Sistema de Numeração, por meio de suas mútuas relações e conexões. Em outras palavras, genericamente, a unidade de medida de segunda ordem é n vezes a unidade de medida de primeira ordem e a unidade de medida de terceira ordem é n vezes a de segunda ordem. Portanto, a base considerada é n.

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

Tarefa 3: Aos estudantes é proposto que meçam, com a unidade de medida T, a superfície de área com medida *A*, nos sistemas numéricos quinário e quaternário (Ilustração 6). Os resultados serão registrados no quadro valor de lugar (ДАВЫДОВ et al, 2012).

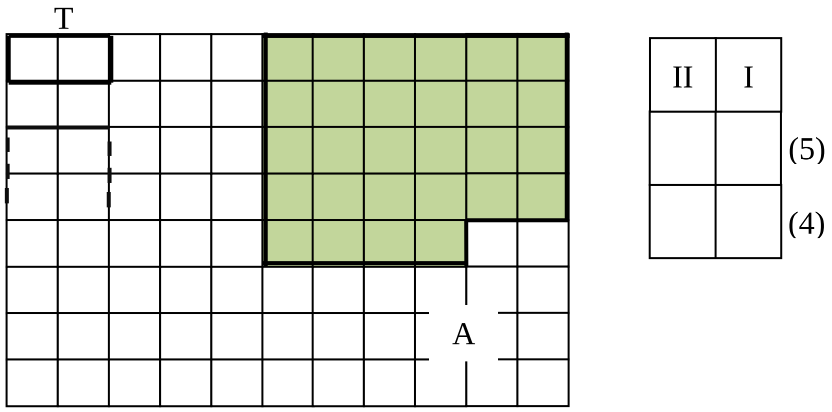


Ilustração 6 - Tarefa 3, área a ser medida e quadro valor de lugar
Fonte: ДАВЫДОВ et al (2012)

A unidade de medida de primeira ordem (T_1), composta por duas unidades de área da malha, é referência para a construção da unidade de medida de segunda ordem. A título de ilustração, inicialmente adotaremos o sistema quinário (Ilustração 7).

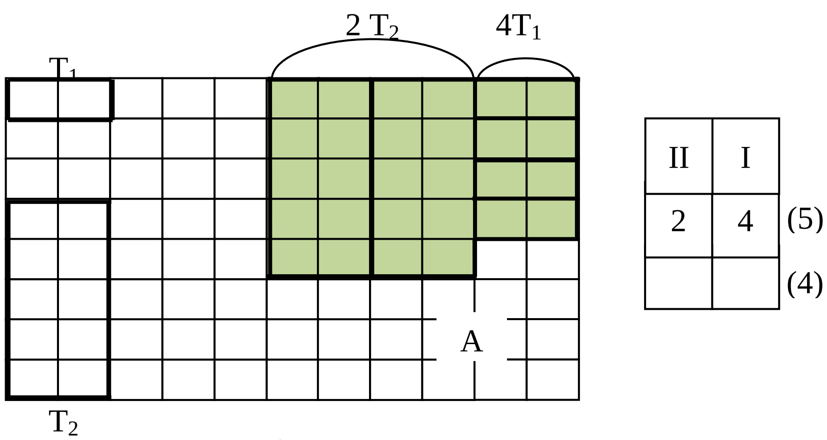
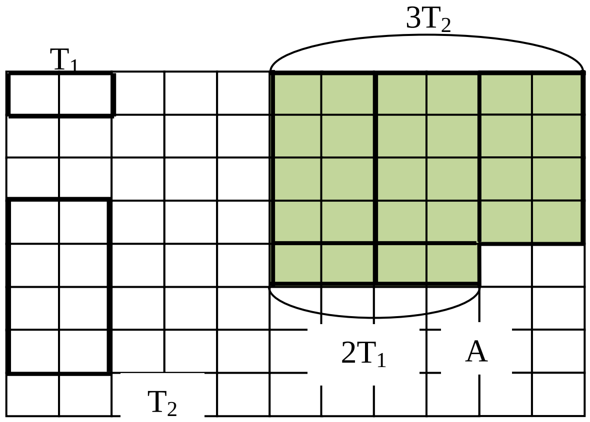


Ilustração 7 - Tarefa 3, processo de medição no sistema quinário
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

A unidade de medida de segunda ordem é composta por cinco unidades de medida de primeira ordem. No processo de medição (Ilustração 7), utilizou-se *duas* unidades de medida de segunda ordem ($2T_2$) e *quatro* de primeira ordem ($4T_1$). Portanto, a área com medida *A*, no

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

sistema numérico quinário, consiste em: $\frac{A}{T} = 24_{(5)}$. Procederemos novamente à medição da superfície com medida *A*, porém, no sistema numérico quaternário. Para tanto, será necessária, inicialmente, a construção da unidade de medida de segunda ordem, composta por quatro unidades de medida de primeira ordem (Ilustração 8).



II	I	
2	4	(5)
3	2	(4)

Ilustração 8 - Tarefa 3, processo de medição no sistema quaternário
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

O resultado do processo de medição permite concluir que a área com medida *A*, no sistema numérico quaternário, é constituída por *três* unidades de medidas de segunda ordem ($3T_2$) e *duas* unidades de medida de primeira ordem ($2T_1$), ou seja, $\frac{A}{T} = 32_{(4)}$. Trata-se de uma expressão, segundo Rosa (2012), do modelo abstrato do conceito teórico de número que, em Davýdov, traduz a relação de divisibilidade e multiplicidade. Na especificidade do nosso objeto de estudo, tal relação pode ser expressa, genericamente, a partir dos seguintes modelos: $\frac{B}{C} = \ldots n_{(C3)}\, n_{(C2)}\, n_{(C1)}\,(K)$ e $B = \ldots C\,[\ldots n_{(C3)}\, n_{(C2)}\, n_{(C1)}\,(K)]$.

É próprio da relação universal do conceito de número que o todo é dividido pela unidade de medida (qualquer grandeza – o geral)[5]. Tal relação, no Sistema de Numeração, é mediada pela base numérica. O "universal é o essencial, o necessário, o que é próprio de inúmeros fenômenos e processos particulares e singulares" (ROSENTAL, 1960, p. 330). Na especificidade deste, o universal consiste na relação entre grandezas que dá origem a qualquer número real, independentemente da base numérica utilizada. As bases numéricas constituem

[5] Para Davýdov (1982) o geral em Matemática é a relação entre grandezas.

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

as particularidades do Sistema de Numeração, que possibilitam a expressão das diversas singularidades numéricas (expressão aritmética do processo de medição).

Na tarefa em análise, foram consideradas duas particularidades do Sistema de Numeração (bases quaternária e quinária). Estas possibilitaram duas expressões singulares para a grandeza com medida genérica *A*: $32_{(4)}$ e $24_{(5)}$. Tal possibilidade foi propiciada pela relação universal do Sistema de Numeração (divisibilidade e multiplicidade).

Conforme afirma Kopnin (1978):

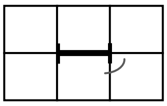
> o universal implica a riqueza do singular e do particular no sentido de que, apreendendo as leis, ele está refletindo, nessa ou naquela medida, todos os casos particulares de manifestação do singular. Sem compreender a dialética do *universal* e do *singular* nas categorias, é impossível descobrir a essência e a relação destas com os conceitos de outras ciências (KOPNIN, 1978, p.108).

Em síntese, no Sistema de Numeração, cada ordem de medida contém, no máximo, a quantidade da base numérica considerada, assim, em $\frac{B}{C} = \ldots n_{(C3)}\, n_{(C2)}\, n_{(C1)\,(K)}$, *n* representa o valor de cada ordem de medida. O valor *K* é referente a *particularidade* do Sistema de Numeração (a base numérica). O resultado obtido a partir da relação entre a grandeza, com medida *B*, e a unidade de medida *C*, mediado pela particularidade (K), é uma *singularidade*. Há diferentes expressões singulares porque existem distintas unidades de medidas que dão origem às diversas bases numéricas.

Por exemplo, na tarefa 3, a relação entre as grandezas com medidas A e T, medida pela particularidade (base quatro) resultou em $3T_2 2T_{1(4)}$, ou seja, $32_{(4)}$ (expressão singular da medida *A*). Com base na relação inversa, a de multiplicação, temos: $A = 32_{(4)}T$. Deste modo, se concretiza a relação universal na singularidade (resultado do processo de medição), mediado pela particularidade (as diferentes bases). Assim ocorre a reprodução teórica da essência do Sistema de Numeração subjacente às tarefas davydovianas.

Tarefa 4: Apresenta-se, na malha (Ilustração 9), a unidade de medida de primeira ordem, formada por uma unidade de comprimento (K_1). E, no quadro valor de lugar, as medidas (*B*, *T* e *M*), além da base numérica a ser considerada (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009; ДАВЫДОВ et al, 2012).

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07



K_1

	III	II	I	
B	2	1		(3)
T		2	1	(3)
M	2		1	(3)

Ilustração 9 - Tarefa 4, registro numérico fora do quadro valor de lugar
Fonte: ДАВЫДОВ et al (2012)

A tarefa consiste no registro do valor aritmético das medidas dos comprimentos, porém, fora do quadro valor de lugar e, posteriormente, na construção dos segmentos com as medidas *B*, *T* e *M* (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

O resultado será: $21_{(3)}$, $21_{(3)}$ e $21_{(3)}$. Os números registrados fora do quadro valor de lugar são iguais? Isso significa que os comprimentos dos segmentos são de mesma medida? A resposta para este último questionamento é negativa. Os valores numéricos das medidas *B*, *T* e *M* devem ser diferentes, pois, representam medidas de comprimentos distintas. Mas, como explicitar tal diferença no registro, fora do quadro valor de lugar? Deve haver um símbolo que represente o espaço vazio do quadro. Qual seria? Após reflexões, o professor apresenta o número zero e sugere a reescrita dos números em referência, conforme a ilustração 10 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

$21_{(3)}$ $\quad$ $21_{(3)}$ $\quad$ $21_{(3)}$

$210_{(3)}$ $\quad$ $21_{(3)}$ $\quad$ $201_{(3)}$

Ilustração 10 - Tarefa 4, escrita dos números
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Na ilustração 10, foram apresentados, novamente, os registros sem o zero e, abaixo de cada um deles, a representação numérica com o zero. A síntese a elaborar é que, para registrar os algarismos fora do quadro valor de lugar, necessita-se de um símbolo que represente o espaço vazio do quadro (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

A segunda etapa da tarefa consiste na construção de três segmentos com medidas $210_{(3)}$, $21_{(3)}$ e $201_{(3)}$, o que requer a determinação das unidades de medidas de segunda e terceira ordem. O segundo valor ($21_{(3)}$) é composto por duas ordens e o primeiro e o terceiro ($210_{(3)}$ e $201_{(3)}$) por três ordens numéricas. A unidade de medida de primeira ordem é uma

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

unidade da malha (Ilustração 9). Como o Sistema de Numeração em questão é o ternário, a unidade de medida de segunda ordem será três vezes a unidade de medida de primeira ordem, *três* unidades da malha. E a unidade de medida de terceira ordem é três vezes a unidade de medida de segunda ordem (Ilustração 11). Com a construção das unidades de medidas, é possível compor os segmentos, conforme a ilustração seguinte (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

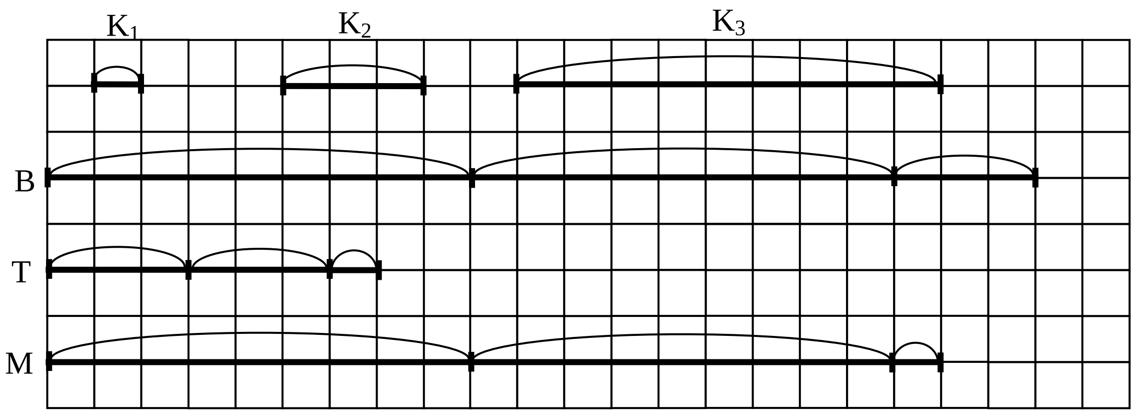


Ilustração 11 - Tarefa 4, construção segmentos
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Para a composição do segmento com comprimento de medida *B* ($210_{(3)}$) foi necessário *duas* unidades de medidas de terceira ordem, *uma* unidade de medida de segunda ordem e *nenhuma* (0) unidade de medida de primeira ordem (Ilustração 11). O segmento com comprimento de medida *T* ($21_{(3)}$) foi composto por *duas* unidades de medidas de segunda ordem e *uma* de primeira. O segmento com medida *M* ($201_{(3)}$) foi construído com *duas* unidades de medida de terceira ordem, *nenhuma* (0) de segunda e *uma* unidade de medida de primeira ordem.

Nos comprimentos cujas medidas foram representadas pelos valores $210_{(3)}$ e $201_{(3)}$, os zeros indicam que as unidades de medidas daquela ordem (primeira e segunda, respectivamente) estão agrupadas na ordem seguinte. O registro $21_{(3)}$ não contém o algarismo zero, porque a unidade de medida de terceira ordem não foi utilizada. Segundo Ifrah (1997), o zero foi uma descoberta fundamental no progresso da Matemática.

> [...] à medida que o princípio de posição foi sendo regularmente aplicado, chegou um momento em que fez-se necessário um sinal gráfico especial para representar as unidades faltantes; assim, comandada por um uso estrito e regular dessa regra, a

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

> descoberta do zero marcou a etapa decisiva de uma revolução sem a qual não se poderia imaginar o progresso da matemática, das ciências e das técnicas modernas (IFRAH, 1997, p. 685).

A produção do zero, desencadeada a partir da necessidade de representação escrita do Sistema de Numeração, impulsionou não só o desenvolvimento da Matemática, como também de outras ciências. Davýdov e seus colaboradores não contemplam, explicitamente, a história da origem do Sistema de Numeração, nem mesmo do zero. Porém, as tarefas são organizadas de tal modo que possibilitam a reprodução do zero a partir de necessidades semelhantes àquelas vivenciadas historicamente pela humanidade.

Tal conduta refere-se, pois, ao reflexo lógico do desenvolvimento histórico, ou do reflexo histórico, porém, "corrigido". Portanto, não segue passivamente o curso histórico, mas esclarece a necessidade deste desenvolvimento e capta o mais importante e essencial dele (ROSENTAL, 1960, p. 341). Dito de outro modo, as proposições davydovianas não seguem, minuciosamente, o percurso histórico, percorrido pela humanidade, durante o desenvolvimento do Sistema de Numeração, mas o reflexo deste. As tarefas revelam a necessidade de desenvolvimento deste sistema. O zero, por exemplo, é introduzido em Davýdov a partir da necessidade vivenciada pela humanidade na escrita dos números. Isso não significa a reprodução de todo o percurso histórico, mas do essencial que possibilita a compreensão do Sistema de Numeração em seu estágio atual de desenvolvimento.

Tarefa 5: Os estudantes devem proceder à contagem das figuras geométricas (Ilustração 12) e registrar o resultado no quadro valor de lugar e fora dele. A unidade de medida de primeira ordem é *uma* unidade (uma figura) e a base numérica considerada é a decimal (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009; ДАВЫДОВ et al, 2012).

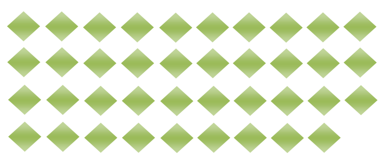
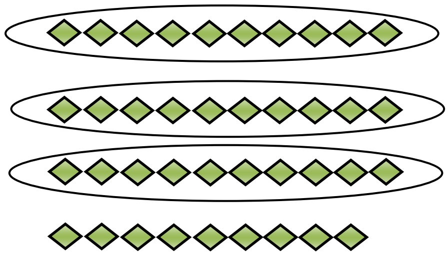


Ilustração 12 - Tarefa 5, contagem no sistema decimal
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Durante o processo de contagem (Ilustração 13), foram formadas *três* unidades de medidas de segunda ordem (agrupamentos com dez unidades cada) e sobraram *nove* unidades de medidas de primeira ordem (não formou um novo grupo com dez unidades).

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07



II	I
3	9

39

Ilustração 13 - Tarefa 5, agrupamento sistema decimal
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

O professor questiona: quais são os algarismos que compõem o sistema numérico decimal? A conclusão, com base nas tarefas executadas e com orientação do professor, é que os algarismos são: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Ou seja, a quantidade de algarismos de um Sistema de Numeração é determinada pelo valor da base.

Atualmente, segundo Boyer (1974), o sistema numérico mais utilizado é o decimal, embora tenha surgido posteriormente ao binário e ternário. Tal ênfase, de acordo com o autor em referência, deve-se ao fato de o homem possuir dez dedos nas mãos. Como “Aristóteles observou há muito tempo, o uso difundido do sistema decimal é apenas o resultado do acidente anatômico de que quase todos nós nascemos com dez dedos nas mãos e nos pés” (Idem, ibidem, p. 3). Historicamente, primeiro surgiram outras bases numéricas. A lógica que a humanidade desenvolveu é válida para todos os sistemas de numeração, independentemente de uma base em particular. Mas, as proposições desenvolvidas no sistema educacional brasileiro, geralmente, limitam-se ao sistema numérico decimal, com ênfase para sua representação visual propiciada pela quantidade de dedos das mãos (ROSA, 2012).

No entanto, o atual Sistema de Numeração é decimal, “não porque o dez tenha alguma propriedade matemática especial” (DUARTE, 1987, p. 56). As propriedades matemáticas fundamentais do Sistema de Numeração decimal não estão embasadas na quantidade de dedos do ser humano, mas nos agrupamentos compostos por dez unidades cada e cada nova ordem conterá, no máximo, dez vezes a anterior. Esta propriedade vale para os demais sistemas, pois o que varia é o valor da base numérica considerada.

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

Conforme mencionamos, a base decimal não foi a primeira a surgir historicamente, mas foi amplamente difundida pelos povos primitivos devido à comodidade de operacionalização que propicia, em função da coincidência com o número de dedos das mãos ou dos pés. Mas, será que estudantes contemporâneos precisam passar pelas etapas que a humanidade já superou para se apropriarem de uma particularidade do Sistema de Numeração? Ou seja, faz-se necessário orientar os estudantes a utilizarem os dedos para operarem com os números, por esta ser uma etapa do desenvolvimento histórico?

Kopnin afirma que, “o pensamento não é obrigado a seguir cegamente o movimento do objeto em toda parte” (KOPNIN, 1978, p. 184). E acrescenta, “o estudioso deve começar o estudo do objeto pelo fim, a partir de sua forma mais madura” (Idem, ibidem, p. 185).

Com base no princípio filosófico anteriormente apresentado, Davýdov propõe que os estudantes iniciem o estudo do Sistema de Numeração por meio das relações de multiplicidade e divisibilidade entre grandezas. Os resultados do processo de medida “são registrados na forma de um número posicional que, dependendo do valor da relação constante entre as medidas, pode pertencer a qualquer Sistema de Numeração, inclusive o sistema decimal, se a relação for múltipla de dez” (DAVÍDOV, 1988, p. 210). Portanto, limitar a introdução do Sistema de Numeração ao decimal, relacionado à quantidade de dedos das mãos, significa contemplar apenas uma pequena parte desse conceito. A representação visual, diretamente dada aos órgãos dos sentidos, restringe os conceitos às suas significações empíricas. Tal conduta fere um dos princípios de Davýdov (1982), ao afirmar que a escola deve promover o desenvolvimento do pensamento teórico, por meio da apropriação dos conceitos científicos, contemporâneos. Por isso, não contempla em suas proposições para o ensino do Sistema de Numeração as limitações inerentes à utilização dos dedos, tal como procedia, o homem primitivo.

Tarefa 6: Os estudantes deverão completar a sequência na reta numérica apresentada na ilustração 14 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009; ДАВЫДОВ et al, 2012).

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

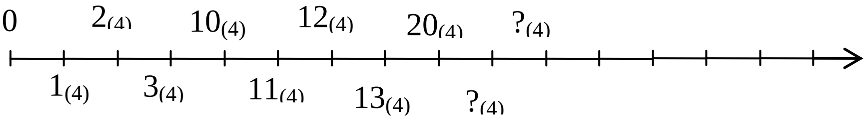


Ilustração 14 - Tarefa 6, registro dos números na reta numérica
Fonte: ДАВЫДОВ et al (2012, p. 80)

Os próximos números a serem registrados na reta numérica (Ilustração 15) são: dois e um ($21_{(4)}$), dois e dois ($22_{(4)}$), dois e três ($23_{(4)}$), três e zero ($30_{(4)}$), etc. (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

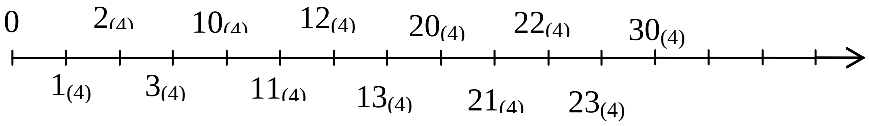


Ilustração 15 - Tarefa 6, sequência do registro na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

O professor questiona os estudantes sobre os algarismos que compõem o sistema numérico quaternário (0, 1, 2 e 3). O algarismo quatro não é incluído porque quatro unidades de medidas de primeira ordem formam *uma* unidade de medida de segunda ordem ($10_{(4)}$).

Nas proposições davydovianas, a localização dos números formados a partir de diferentes bases na reta numérica, pressupõe a compreensão prévia da lógica interna do Sistema de Numeração. Trata-se do concreto pensado referente ao Sistema de Numeração. “A ascensão do abstrato ao concreto verifica-se não simplesmente um processo de totalização, de urdidura de uma abstração após outra, mas uma síntese de abstrações que corresponde às relações internas, às relações no objeto” (KOPNIN, 1978, p. 163).

As situações apresentadas sintetizam as abstrações correspondentes às relações internas do Sistema de Numeração, reveladas nas tarefas anteriores, por meio de ações objetais, relacionadas a agrupamentos organizados em diferentes ordens.

3 Considerações finais

Davýdov e seus colaboradores introduzem o Sistema de Numeração a partir da medição e construção de diferentes representações numéricas. A medição é realizada com base na comparação entre a grandeza a ser medida e uma unidade de medida. A partir desta e da base numérica, é possível formar novas ordens de medida e sua respectiva representação numérica. Deste modo, o número é representado por um conjunto de algarismos cujos valores

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

variam em conformidade com a base e a unidade de medida. Primeiro os algarismos foram apresentados no quadro valor de lugar e após a introdução zero fora do quadro.

Durante o procedimento de análise revelamos a relação universal do Sistema de Numeração em Davýdov e a modelamos. Tal relação dá origem aos diversos números, durante o processo de medição de grandezas, mediado pelas diferentes bases numéricas. Estas, por sua vez, são formadas a partir de agrupamentos das unidades de medidas. O Sistema de Numeração decimal é uma particularidade do Sistema de Numeração. Ou seja, a lógica dos agrupamentos é igual para todas as bases numéricas (particularidades).

Os resultados obtidos indicam que Davýdov e seus colaboradores adotam a unidade entre o lógico e o histórico, em suas proposições de ensino para introdução do Sistema de Numeração, no movimento que envolve as dimensões geral, universal, particular e singular em nível teórico. Além disso, contemplam a lógica subjacente a todas as bases numéricas.

Enfim, as proposições davydovianas superam àquelas que desenvolvem o ensino do Sistema de Numeração por meio de apenas uma particularidade, como, por exemplo, a base decimal, tal como ocorre no sistema educacional brasileiro. Deste modo, vislumbramos, em Davýdov, uma possibilidade de se repensar os conteúdos e métodos de ensino desenvolvidos em nosso país no que se refere ao Sistema de Numeração.

Referências

BOYER, C. B. **História da matemática;** tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

DAVÍDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico:** investigación teórica y experimental. Trad. Marta Shuare Moscú: Editorial Progreso, 1988.

DAVÝDOV, V.V. **Tipos de generalización en la enseñanza.** 3ª. ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DUARTE, N. **A relação entre o lógico e o histórico no ensino da matemática elementar.** 1987. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, São Paulo.1987.

EDITORA VITA-PRESS. **Система развивающего обучения Д.Б.Эльконина - В.В. Давыдова.** Rússia, 2010. Disponível em: <http://www.vita-press.ru>**.** Acesso em: Ago. 2010.

EVES, H. **Introdução à historia da matemática.** Howard Eves; tradução: Hygino H. Domingues. – Campinas, São Paulo: Unicamp, 2004.

ISSN 1980-4415
http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a07

IFRAH, G. **História universal dos algarismos.** Volume 1: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo; tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997-2v.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

OLIVEIRA, B. O método materialista histórico dialético. In: V ENCONTRO DE PSICOLOGIA SOCIAL COMUNITÁRIA, 5., 2001, Bauru. **Anais...** Bauru: Unesp Bauru, 2001.

ROSA, J. E. **Proposições de Davýdov para o ensino de Matemática no primeiro ano escolar:** inter-relações dos sistemas de significações numéricas. 2012. 244 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

ROSENTAL, M. M. O histórico e o lógico. In: ROSENTAL, M. M.; STRAKS, G. M**. Categorías del Materialismo Dialéctico.** Tradução de Adolfo Sanchez Vazquez e Wenceslao Roces. México: Grijalbo. 1960. p. 324-357.

ГОРБОВ, С. Ф. МИКУЛИНА Г. Г.; САВЕЛЬЕВА О. В. . **Обучение математике. 2 класс:** Пособие для учителей начальной школы (Система Д.Б.Эльконина – В.В. Давыдова). 2-е ида. перераб. - М.:ВИТА-ПРЕССб, 2009. [Ensino de Matemática. 2 ano: livro do professor do ensino fundamental (sistema do D.B.Elkonin – V.V. Davýdov)/ S.F.Gorbov, G.G.Mikulina, O.V.Savieliev – 3ª edição, - Moscou, VITA-PRESS, 2009.

ДАВЫДОВ. В. В., ГОРБОВ С. МИКУЛИНА.Ф,Г. Г., САВЕЛЬЕВА.,О. В. **Математика:** Учебник для 2 класса начальной школы**.** В 2-х. Книга 2. - 11-е изд - М.: ВИТА-ПРЕСС, 2012. - 96 с.: ИЛ [DAVÝDOV. SF, GORB. H, MIKULIN. Sr, SAVELIEV. OV, Matemática: Livro de Leitura para Grau 2 da escola primária. Livro 2, v. 2 – 11.ed. - M.: VITA-PRESS, 2012. p. 96, IL].

Submetido em Junho de 2013.
Aprovado em Agosto de 2013.