



Acta Scientiarum. Agronomy

ISSN: 1679-9275

eduem@uem.br

Universidade Estadual de Maringá

Brasil

Espíndula de Quadros, Luciana; Ferreira de Queiroz, Manuel Moisés; Vilas Boas, Marcio Antonio

Distribuição de frequência e temporal de chuvas intensas

Acta Scientiarum. Agronomy, vol. 33, núm. 3, julio-septiembre, 2011, pp. 401-410

Universidade Estadual de Maringá

Maringá, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=303026597003>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal

Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

# Distribuição de frequência e temporal de chuvas intensas

Luciana Espíndula de Quadros<sup>1\*</sup>, Manuel Moisés Ferreira de Queiroz<sup>2</sup> e Marcio Antonio Vilas Boas<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal do Paraná, Av. Araucária, 780, 85860-000, Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil. <sup>2</sup>Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, Paraíba, Brasil. <sup>3</sup>Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, Paraná, Brasil. \*Autor para correspondência. E-mail: luciana.quadros@ifpr.edu.br

**RESUMO.** A distribuição generalizada de valores extremos (GEV) tem tido grande aceitação para descrição dos eventos máximos naturais. Estudos sobre o assunto mostram que a distribuição GEV ajusta valores mais próximos à realidade quando há necessidade de extrapolação dos dados amostrais para grandes períodos de retornos e com o intuito de contribuir para o planejamento de atividades que são influenciadas pela intensidade de água precipitada foi ajustado um modelo de distribuição de probabilidade de chuva intensa por meio da GEV, utilizando momentos LH para estimar seus parâmetros e o teste estatístico proposto por Wang (1998) para verificação da qualidade dos ajustes desenvolvidos no ambiente Matlab. Analisaram-se séries históricas de precipitação máximas para diferentes durações obtidas de pluviômetros no município de Cascavel, Estado do Paraná. Além disso, as referidas séries foram ajustadas pela distribuição Gumbel para efeito de comparação com a GEV. Este trabalho mostra que a distribuição Gumbel subestima a distribuição GEV para grandes períodos de retorno.

**Palavras-chave:** chuvas intensas, distribuição GEV, momentos LH.

**ABSTRACT.** Distribution of frequency and intense rainfall. The generalized extreme value distribution (GEV) has had great acceptance for description of the maximum natural events. Previous studies show that GEV distribution fits values closer to reality when there is need for extrapolation of sampling data for longer periods of returns. In order to contribute to the planning of activities that are influenced by the intensity of precipitated water, we adjusted a model of probability distribution of heavy rain through GEV, using LH moments for estimating its parameters and statistical test proposed by Wang (1998) for checking the quality of the adjustments developed in the Matlab. We analyzed historical time series of maximum rainfall for different durations obtained from rain gauges in the city of Cascavel, Paraná State. Moreover, these series were fitted by Gumbel distribution for purposes of comparison with the GEV. This study shows that the Gumbel distribution underestimates the GEV distribution for large return periods.

**Keywords:** heavy rain, GEV distribution, LH moments.

## Introdução

Em virtude do desenvolvimento da cidade de Cascavel, Estado do Paraná, a área urbana da cidade cresceu significativamente, provocando a substituição de áreas, antes ocupada pela vegetação e hoje ocupada por concreto e asfalto. Com essa urbanização muitas obras hidráulicas foram construídas e de acordo com Cruciani et al. (2002) a caracterização da variabilidade temporal das chuvas intensas é, ao longo de sua duração, imprescindível para quantificar adequadamente os efeitos ocasionados, inúmeros são os problemas de interesse da engenharia, causados por chuvas intensas, de modo especial o controle do escoamento superficial, em áreas urbanas e rurais.

Para este estudo, é necessária uma série pluviográfica ocorrida durante um período longo de

tempo para que seja possível considerar as frequências como probabilidades, pois as leis probabilísticas são sintéticas e têm como finalidade a descrição das características gerais dos fatos. Essas relações de frequências se traduzirão por uma família de curva intensidade-duração, uma para cada frequência, ou período de retorno. A determinação dessas relações envolve o ajuste de uma distribuição estatística aos valores máximos anuais, com diferentes durações que variam de minutos até quatro dias, Silva e Clarke (2004). O conhecimento da equação de chuvas intensas possibilita a aplicação de modelos matemáticos para estimativa de parâmetros como o tempo de concentração e a distribuição temporal da precipitação (BACK, 2006).

Para estimar os parâmetros de chuvas intensas, trabalha-se com regressão múltipla não-linear

utilizando-se séries históricas de dados de chuvas máximas com vários tempos de duração, extraídos de pluviogramas cotados, (MELLO et al., 2003; OLIVEIRA et al., 2000).

Em decorrência da grande dificuldade em função da escassez de informações dessa natureza, da baixa densidade da rede de pluviógrafos e do pequeno período de observações disponível, (BACK, 2006; CECÍLIO; PRUSKI, 2003), a maioria dos estudos de chuvas intensas possui séries inferiores àquela recomendada pela Organização Mundial de Meteorologia (OMM), que é de 30 anos (SILVA et al., 2002).

Genovez e Zuffo (2000) afirmam que a precisão da estimativa da intensidade depende de uma boa série de dados de pluviógrafo ou pluviômetro.

Com o avanço da informática, facilitou-se a solução de equações complexas e a associação e utilização de grandes sequências de dados deixou de ser obstáculo. A evolução das técnicas de programação e o surgimento de linguagens de programação mais acessíveis, associadas à grande capacidade de processamento dos computadores pessoais estão permitindo a evolução da modelagem (SOUZA; GOMES, 2008).

Vários modelos de distribuição de probabilidade e métodos de estimação de seus parâmetros foram propostos por meio da literatura científica, principalmente nas últimas cinco décadas. Apesar do esforço despendido, muito dos procedimentos existentes são caracterizados pelo baixo grau de precisão das cheias estimadas, principalmente, quando há necessidade de extrapolação dos dados amostrais para grandes períodos de retornos. A distribuição generalizada de valores extremos (GEV) tem facilitado muitas aplicações e tem crescente aceitação para descrição dos eventos máximos naturais, principalmente dados de cheias máximas anuais. Esta distribuição é utilizada em muitas áreas, sendo uma das principais, a engenharia estrutural, em que o objetivo principal é projetar estruturas que resistam aos níveis mais extremos de certos processos ambientais. Na prática, a distribuição GEV é usada para modelar uma extensa variedade de extremos naturais, como cheias, chuvas, velocidade do vento, temperaturas e outros extremos (BEIJO et al., 2009; MARTINS; STEDINGER, 2000).

Preti et al. (2007) apresentaram que valores de volumes afluentes máximos associados aos diferentes valores de períodos de retorno obtidos por meio de seus respectivos ajustes da distribuição GEV, possibilitaram estimar a curva volume duração na sua forma quadrática sem ter que recorrer a procedimentos de interpolação usualmente empregados.

No estudo de precipitações intensas na bacia do rio São Francisco, Silva e Clarke (2004) concluíram que o uso da distribuição Gumbel não foi ajustada e a distribuição GEV ajustada pelo método dos momentos-L foi ajustada às quatro sequências obtidas.

Queiroz e Chaudhry (2006) ajustaram dados de vazões de 42 estações fluviométricas instaladas em rios da sub-bacia 64, da Bacia Hidrográfica do Paraná, Estado do Paraná, por meio da GEV e momentos LH, a aderência foi feita usando o teste de Kolmogoroff-Smirnov. O ajuste foi considerado adequado a 5% de significância para os ajustes das séries de cheia anual.

Bautista et al. (2004) ajustaram dados de velocidades máximas de ventos por meio da GEV, num período de 43 anos em Piracicaba, Estado de São Paulo. A partir do ajuste inicial da distribuição GEV, a distribuição de Gumbel demonstrou ser a mais adequada para modelar os dados de velocidade máxima de vento em todos os meses do ano, em Piracicaba, Estado de São Paulo.

Silva et al. (1999) fizeram ajuste de distribuição de probabilidade de chuvas intensas usando as distribuições de Gumbel, Log-Normal a dois e três parâmetros, Pearson e Log-Pearson tipo III para o Estado do Rio de Janeiro onde foi utilizada uma série de 16 anos de dados pluviográficos de 13 estações meteorológicas e para o Espírito Santo onde foi utilizada uma série de dez anos de nove estações meteorológicas. Após as análises, verificou-se que o modelo de Gumbel foi aquele que melhor se ajustou em todas as durações estudadas.

O objetivo deste trabalho é ajustar as séries de chuvas máximas para a cidade de Cascavel, Estado do Paraná, utilizando a distribuição de probabilidade GEV e Gumbel.

## Material e métodos

Foram utilizadas as séries de dados pluviográficos de Cascavel, período de 1972 a 1985 e para isso considerou-se duas ou mais chuvas ocorridas durante o intervalo de 24h em uma única chuva e precipitações mínimas adotadas para cada intervalo de duração. Os anos com mais de um intervalo de tempo sem valores de alturas pluviométricas correspondentes foram eliminados, para se evitar oscilações nas médias, e, os anos com um único intervalo de tempo sem altura pluviométrica correspondente, tiveram este valor preenchido com o mínimo para tal intervalo (FENDRICH, 2003). As séries de 1999 até 2006 foram cedidas pelo Instituto Tecnológico Simepar. Foram considerados os dados de maior intensidade de chuva de cada ano de

registro, obtendo-se a série de máximos anuais num total de 22 anos.

#### Distribuição GEV

Para cada série, a fim de estimar a função de probabilidade de ocorrência, que está relacionada com a variação da intensidade com a frequência, que permite a extrapolação para um número maior em anos, em relação ao número de anos de observação, é calculada distribuição generalizada de valores extremos – GEV, que engloba as três formas assintóticas de distribuição de valores extremos conhecidas como valor extremo do tipo I (VEI), valor extremo do tipo II (VEII) e valor extremo do tipo III (VEIII) classificadas:

$$F(x) = P(X \leq x) = \exp \left[ - \left( 1 - k \frac{x-u}{\alpha} \right)^{\frac{1}{k}} \right] \text{ para } k \neq 0 \quad (1)$$

$$F(x) = P(X \leq x) = \exp \left[ - \exp \left( - \frac{x-u}{\alpha} \right) \right] \text{ para } k \equiv 0 \quad (2)$$

sendo:

$$\begin{aligned} -\infty < x < +\infty, \quad k = 0 & \text{ - distribuição VEI} \\ \varepsilon < x < +\infty, \quad k < 0 & \text{ - distribuição VEII} \\ -\infty < x < \omega, \quad k > 0 & \text{ - distribuição VEIII} \end{aligned}$$

em que:

$u$  é um parâmetro de posicionamento com  $-\infty < u < +\infty$ ;  $\alpha$  é um parâmetro de escala com  $0 < \alpha < +\infty$  e  $k$  é um parâmetro de forma com  $-\infty < k < +\infty$ . Assim, quando  $k > 0$  o limite superior da distribuição assintótica VEIII torna-se  $\omega = u + \alpha/k$  e quando  $k < 0$  o limite inferior da distribuição assintótica VEII torna-se  $\varepsilon = u + \alpha/k$ .

O  $p$ -ésimo quantil da distribuição GEV é dado pela seguinte relação, decorrente da Equação 1:

$$x_p = u + \frac{\alpha}{k} \left[ 1 - (-\ln(p))^k \right] \quad 0 < p < 1 \quad (3)$$

Combinando a distribuição de Gumbel com a sua variável reduzida  $z$  temos:

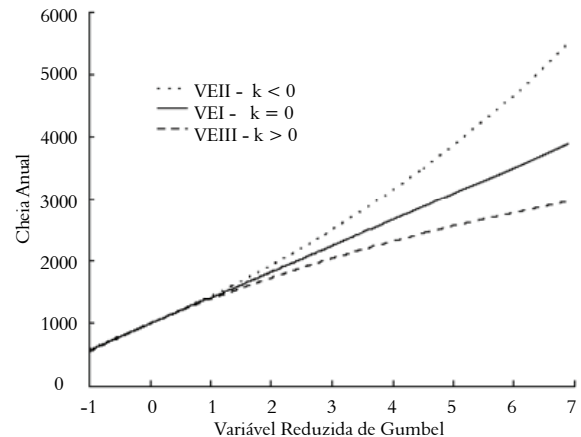
$$z = \frac{(x-u)}{\alpha}$$

Obtendo-se  $F(x) = \exp[-\exp(-z)]$  que resulta em:

$$z = \ln[-\ln(f(x))] \quad (4)$$

A Equação 4 é conhecida como a variável reduzida de Gumbel que também se relaciona com o

período de retorno ( $T$ ),  $T = 1/F(x)$ ; logo, a Equação 4 pode ser usada para definir  $z$  com respeito às distribuições VEI, VEII e VEIII; assim, em um gráfico de intensidade  $z$  versus  $x$ , define-se o comportamento das três formas de distribuição de valores extremos, como ilustra a Figura 1.



**Figura 1.** Distribuição das três formas de valores extremos representados pela GEV.

Fonte: Queiroz e Chaudhry (2006).

#### Momentos LH

Seja  $X_1, X_2, \dots, X_n$  uma amostra aleatória de uma população com função densidade de probabilidade  $f(x)$  e função distribuição  $F(x)$ , e  $x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$  as estatísticas de ordem obtidas da amostra acima, o valor esperado do  $i$ -ésimo menor valor da variável é dado através da seguinte expressão:

$$E(x_{i:n}) = \frac{n!}{(n-i)!(i-1)!} \int_0^1 x [F(x)]^{i-1} [1-F(x)]^{n-i} dF(x) \quad (5)$$

Dada uma amostra de tamanho  $n$ , retirada de uma distribuição  $F(x) = P(X \leq x)$  e com base na combinação linear das mais elevadas estatísticas de ordem e na Equação 5, os momentos LH são definidos como:

$$\lambda_1^n = E[X_{(\eta+1),(\eta+1)}] \quad (6)$$

$$\lambda_2^n = \frac{1}{2} E[X_{(\eta+2),(\eta+2)} - X_{(\eta+1),(\eta+2)}] \quad (7)$$

$$\lambda_3^n = \frac{1}{3} E[X_{(\eta+3),(\eta+3)} - 2X_{(\eta+2),(\eta+3)} + X_{(\eta+1),(\eta+3)}] \quad (8)$$

$$\lambda_4^n = \frac{1}{4} E \left[ X_{(\eta+4),(\eta+4)} - 3X_{(\eta+3),(\eta+4)} + 3X_{(\eta+2),(\eta+4)} - X_{(\eta+1),(\eta+4)} \right] \quad (9)$$

em que:

$\lambda_1^n$ , maior valor esperado na amostra de tamanho  $\eta+1$ , corresponde a uma medida de posicionamento

da distribuição;  $\lambda_2^\eta$ , metade da diferença entre o maior e o segundo maior, valores esperados na amostra de tamanho  $\eta+2$ , caracteriza a expansão da parte superior da distribuição;  $\lambda_3^\eta$ , reflete como está a assimetria da parte superior da distribuição, pelos três maiores valores esperados na amostra de tamanho  $\eta+3$  e  $\lambda_4^\eta$  provê uma medida da pontiagudez da parte superior da distribuição, pelos quatros maiores valores esperados na amostra de tamanho  $\eta+4$ .

Quando  $\eta=0$ , momentos LH se tornam iguais aos momentos L; quando  $\eta$  aumenta, os momentos LH refletem mais e mais as características da parte superior da distribuição e dos valores extremos máximos dos dados. Momentos LH são chamados momentos L1, momentos L2, .... para  $\eta = 1, 2, \dots$ , respectivamente. Normalizando os momentos LH, obtém-se o coeficiente de variação LH ( $\tau_2^\eta$ ), assimetria ( $\tau_3^\eta$ ) e curtose ( $\tau_4^\eta$ ), respectivamente, como:

$$\tau_2^\eta = \frac{\lambda_2^\eta}{\lambda_1^\eta}; \quad \tau_3^\eta = \frac{\lambda_3^\eta}{\lambda_2^\eta}; \quad \tau_4^\eta = \frac{\lambda_4^\eta}{\lambda_2^\eta} \quad (10)$$

Ordenando-se a amostra em  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ , a estimativa dos momentos LH é feita como segue:

$$\hat{\lambda}_1^\eta = \frac{1}{n C_{\eta+1}} \sum_{i=1}^{\eta} C_{\eta} x_{(i)} \quad (11)$$

$$\hat{\lambda}_2^\eta = \frac{1}{2} \frac{1}{n C_{\eta+2}} \sum_{i=1}^{\eta} \left( C_{\eta+1}^{i-1} C_{\eta}^{n-i-1} \right) x_{(i)} \quad (12)$$

$$\hat{\lambda}_3^\eta = \frac{1}{3} \frac{1}{n C_{\eta+3}} \sum_{i=1}^{\eta} \left( C_{\eta+2}^{i-1} C_{\eta+1}^{n-i-1} C_{\eta}^{n-i-2} \right) x_{(i)} \quad (13)$$

$$\hat{\lambda}_4^\eta = \frac{1}{4} \frac{1}{n C_{\eta+4}} \sum_{i=1}^{\eta} \left( C_{\eta+3}^{i-1} C_{\eta+2}^{n-i-1} C_{\eta+1}^{n-i-2} C_{\eta}^{n-i-3} \right) x_{(i)} \quad (14)$$

em que:

$${}^m C_j = \binom{m}{j} = \frac{m!}{j!(m-j)!} \quad \text{e} \quad {}^m C_j = 0 \quad \text{quando } j > m$$

#### Estimativa dos parâmetros da distribuição GEV

Dada uma amostra, os três parâmetros  $k$ ,  $\alpha$  e  $u$  da distribuição GEV podem ser estimados considerando-se a estimativa dos momentos LH amostrais, pelas Equações 11, 12, 13 e 14, para um valor selecionado de  $\eta$  e  $k \neq 0$ , como segue (WANG, 1997):

$$\lambda_1^\eta = u + \frac{\alpha}{\kappa} \left[ 1 - \Gamma(1 + \kappa)(\eta + 1)^{-\kappa} \right] \quad (15)$$

$$\lambda_2^\eta = \frac{(\eta + 2)\alpha\Gamma(1 + \kappa)}{2!\kappa} \left[ -(\eta + 2)^{-\kappa} + (\eta + 1)^{-\kappa} \right] \quad (16)$$

$$\lambda_3^\eta = \frac{(\eta + 3)\alpha\Gamma(1 + \kappa)}{3!\kappa} \left[ -(\eta + 4)(\eta + 3)^{-\kappa} + 2(\eta + 3)(\eta + 2)^{-\kappa} - (\eta + 2)(\eta + 1)^{-\kappa} \right] \quad (17)$$

$$\lambda_4^\eta = \frac{(\eta + 4)\alpha\Gamma(1 + \kappa)}{4!\kappa} \left[ -(\eta + 6)(\eta + 5)(\eta + 4)^{-\kappa} + 3(\eta + 5)(\eta + 4)(\eta + 3)^{-\kappa} - 3(\eta + 4)(\eta + 3)(\eta + 2)^{-\kappa} + (\eta + 3)(\eta + 2)(\eta + 1)^{-\kappa} \right] \quad (18)$$

Assim, os parâmetros  $k$ ,  $\alpha$  e  $u$  da distribuição GEV podem então ser estimados substituindo-se os três primeiros momentos LH nas Equações 15, 16 e 17 pelos seus respectivos estimadores amostrais nas Equações.11, 12 e 13, para cada valor de  $\eta$  selecionado (WANG, 1997).

Para facilitar o procedimento computacional, Wang (1997) propôs uma equação aproximada para o cálculo de  $k$ , tomando como base as Equações 16 e 17 e a Equação 10 que definem  $\tau_3^\eta$ , a qual corresponde a  $k = \alpha_0 + \alpha_1 \left[ \tau_3^\eta \right] + \alpha_2 \left[ \tau_3^\eta \right]^2 + \alpha_3 \left[ \tau_3^\eta \right]^3$ , em que os coeficientes  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  variam em função de  $\eta$  (Tabela 1). Uma vez obtido o valor de  $k$ , as Equações 16 e 15 fornecem, respectivamente  $\alpha$  e  $u$ .

**Tabela 1.** Valores limites mínimos da precipitação em função da duração de chuva.

$\eta$	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
0	0,2849	-1,8213	0,8140	-0,2835
1	0,4823	-2,1494	0,7269	-0,2103
2	0,5914	-2,2351	0,6442	-0,1616
3	0,6618	-2,4548	0,5733	-0,1273
4	0,7113	-2,5383	0,5142	-0,1027

Análises de dados observados e dados obtidos, via simulação Monte Carlo, indicaram que momentos LH reduzem as influências indesejáveis que os menores eventos amostrais podem exercer na estimação de eventos com grandes períodos de retorno, comparado ao uso de momentos L (WANG, 1997).

#### Razões de momento e coeficiente de variação LH

As razões de momentos e coeficiente de variação LH da distribuição GEV são calculadas de acordo com as relações da Equação 10 com as Equações 15, 16, 17 e 18, resultando nas seguintes expressões:

$$\tau_2^\eta = \frac{1}{2} \frac{(\eta + 2)\alpha\Gamma(1 + \kappa) \left[ -(\eta + 2)^{-\kappa} + (\eta + 1)^{-\kappa} \right]}{ku + \alpha \left[ 1 - \Gamma(1 + \kappa)(\eta + 1)^{-\kappa} \right]} \quad (19)$$

$$\tau_3^\eta = \frac{1}{3} \frac{(\eta+3)}{(\eta+2)} \left[ \frac{-(\eta+4)(\eta+3)^{-k} + 2(\eta+3)(\eta+2)^{-k} - (\eta+2)(\eta+1)^{-k}}{-(\eta+2)^{-k} + (\eta+1)^{-k}} \right] \quad (20)$$

$$\tau_4^\eta = \frac{1}{12} \frac{(\eta+4)}{(\eta+2)} \left[ \frac{-(\eta+6)(\eta+5)(\eta+4)^{-k} + 3(\eta+5)(\eta+4)(\eta+3)^{-k} - 3(\eta+4)(\eta+3)(\eta+2)^{-k} + (\eta+3)(\eta+2)(\eta+1)^{-k}}{-(\eta+2)^{-k} + (\eta+1)^{-k}} \right] \quad (21)$$

em que:

$\tau_2^\eta$ ,  $\tau_3^\eta$ ,  $\tau_4^\eta$  são, respectivamente, o coeficiente de variação LH. As razões dos momentos LH amostrais e o coeficiente de variação LH são obtidas, relacionando-se os momentos LH amostrais, indicados pelas Equações 11, 12, 13 e 14, seguindo-se as fórmulas em dez, cujos momentos LH da distribuição GEV são substituídos por seus respectivos estimadores.

#### Teste de qualidade de ajuste da distribuição GEV via momentos LH

##### Teste Estatístico Proposto por Wang (1997):

A distribuição GEV pode ser ajustada para uma série de dados, igualando-se os seus três primeiros momentos LH aos respectivos momentos LH amostrais, como já indicado (WANG, 1997). A curtose LH da população ( $\tau_4^\eta$ ) é uma função da assimetria LH populacional ( $\tau_3^\eta$ ), em que ambos dependem apenas do parâmetro de forma k. Como o valor estimado da curtose LH amostral ( $\hat{\tau}_4^\eta$ ) não é usado no ajuste da distribuição GEV, Wang (1998) considerou este parâmetro para desenvolver a estatística do teste de qualidade de ajuste; deste modo e dado um particular estimador amostral  $\hat{\tau}_3^\eta$ , precisa-se conhecer  $p(\hat{\tau}_4^\eta / \hat{\tau}_3^\eta)$  porém não é tão simples encontrar  $p(\hat{\tau}_4^\eta / \hat{\tau}_3^\eta)$  quando a mesma depende de  $\tau_3^\eta$  da população; contudo, dado  $\hat{\tau}_3^\eta$ , é possível inferir  $\tau_3^\eta$  populacional, usando-se o teorema de Bayes, a apresentar a seguir:

$$p(\tau_3^\eta | \hat{\tau}_3^\eta) = p(\hat{\tau}_3^\eta | \tau_3^\eta) p(\tau_3^\eta) \quad (22)$$

em que:

$p(\tau_3^\eta)$  é uma distribuição “a priori” que pode ser informativa ou não informativa, então, dado  $p(\tau_3^\eta / \hat{\tau}_3^\eta)$  encontra-se:

$$p(\hat{\tau}_4^\eta | \hat{\tau}_3^\eta) = \int p(\hat{\tau}_4^\eta | \tau_3^\eta, \hat{\tau}_3^\eta) p(\tau_3^\eta | \hat{\tau}_3^\eta) d\tau_3^\eta \quad (23)$$

em que:

$p(\hat{\tau}_3^\eta / \tau_3^\eta)$  em (19) e  $p(\hat{\tau}_4^\eta | \tau_3^\eta, \hat{\tau}_3^\eta)$  em (20) podem ser derivadas de  $p(\hat{\tau}_4^\eta, \hat{\tau}_3^\eta | \tau_3^\eta)$  utilizando-

se simulação Monte Carlo. Portanto, teoricamente é possível se comparar  $\hat{\tau}_4^\eta$  com  $p(\hat{\tau}_4^\eta / \hat{\tau}_3^\eta)$  para inferir se a distribuição subjacente é significativamente diferente da distribuição GEV; apesar disso, proceder por tal inferência requer esforço computacional que, em geral, não é prático (WANG, 1998).

Wang (1998) desenvolveu um teste de qualidade de ajuste da GEV com base em  $p(\hat{\tau}_4^\eta / \tau_3^\eta = \hat{\tau}_3^\eta)$  como uma aproximação de  $p(\hat{\tau}_4^\eta / \tau_3^\eta, \hat{\tau}_3^\eta)$ , além de assumir que as distribuições de  $\hat{\tau}_3^\eta$  e de  $\hat{\tau}_4^\eta$  da GEV seguem uma distribuição conjunta normal. Para descrição completa da distribuição conjunta normal, precisa-se conhecer a média, o desvio-padrão e o coeficiente de correlação dos estimadores amostrais  $\hat{\tau}_3^\eta$  e  $\hat{\tau}_4^\eta$ , suas médias são assumidas para representar os valores populacionais de  $\tau_3^\eta$  e  $\tau_4^\eta$ , respectivamente, em que é negligenciado algum erro de estimação. Os desvios-padrão e coeficiente de correlação, denotados como  $\sigma(\hat{\tau}_3^\eta)$ ,  $\sigma(\hat{\tau}_4^\eta)$  e  $\rho(\hat{\tau}_3^\eta, \hat{\tau}_4^\eta)$ , respectivamente, são funções de  $\tau_3^\eta$  e do tamanho da amostra e podem ser encontrados por meio de simulação Monte Carlo.

A distribuição condicional amostral de  $\hat{\tau}_4^\eta$ , quando  $\tau_3^\eta = \hat{\tau}_3^\eta$  é normalmente distribuída com média  $\tau_4^\eta$  e com desvio-padrão, dado como segue (WANG, 1998):

$$\sigma(\hat{\tau}_4^\eta | \hat{\tau}_3^\eta = \tau_3^\eta) = \sigma(\hat{\tau}_4^\eta) \left[ 1 - \rho^2(\hat{\tau}_3^\eta, \hat{\tau}_4^\eta) \right]^{1/2} \quad (24)$$

Um teste de hipótese de que uma série de dados vem da distribuição ajustada, pode ser conduzido na base da estimativa amostral  $\hat{\tau}_4^\eta$  por comparação da seguinte estatística (WANG, 1998):

$$Z_w = \frac{\hat{\tau}_4^\eta - \tau_4^\eta}{\sigma(\hat{\tau}_4^\eta | \hat{\tau}_3^\eta = \tau_3^\eta)} \quad (25)$$

Com valores críticos de uma distribuição normal padrão.

O desvio-padrão em (25),  $\sigma(\hat{\tau}_4^\eta | \hat{\tau}_3^\eta = \tau_3^\eta)$  é função de  $\tau_3^\eta$  e do tamanho da amostra e pode ser calculado com  $\sigma(\hat{\tau}_4^\eta)$  e  $\rho(\hat{\tau}_3^\eta, \hat{\tau}_4^\eta)$  por meio da Equação 24, usando-se simulação Monte Carlo. Para evitar o enorme esforço computacional envolvido nas várias fases do teste, Wang (1998) propôs a seguinte aproximação:

$$\sigma^2(\hat{\tau}_4^\eta | \hat{\tau}_3^\eta = \tau_3^\eta) = \frac{b}{n} + \frac{c}{n^2} \quad (26)$$

em que:

$$b = b_0 + b_1 \left[ \tau_3^n \right] + b_2 \left[ \tau_3^n \right]^2 + b_3 \left[ \tau_3^n \right]^3 + b_4 \left[ \tau_3^n \right]^4 \quad (27)$$

$$c = c_0 + c_1 \left[ \tau_3^n \right] + c_2 \left[ \tau_3^n \right]^2 + c_3 \left[ \tau_3^n \right]^3 + c_4 \left[ \tau_3^n \right]^4 \quad (28)$$

Os coeficientes  $b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, c_1, c_2, c_3$  e  $c_4$  variam com os valores de  $\eta$  e estão apresentados na Tabela 2.

A Equação 26 tem a mesma forma daquela utilizada por Chowdhury et al. (1991) para coeficiente de variação L e assimetria L e assegura que a variância é assintótica e inversamente proporcional ao tamanho da amostra, enquanto o segundo termo assegura tal efeito em amostras pequenas.

O diagrama de momentos LH também permite avaliar-se, graficamente, a qualidade dos ajustes da distribuição GEV, comparando-se os coeficientes teóricos e amostrais de assimetria e curtose. O diagrama de momentos LH tem a vantagem de possibilitar a comparação dos ajustes de diversas séries de dados, em um mesmo gráfico.

#### Teste Estatístico Proposto por Kolmogorov-Smirnov:

Para testar a adequabilidade das distribuições empregou-se também os testes de Kolmogorov-Smirnov e para escolher a distribuição que melhor se ajustou entre os cinco ajustes realizados pela GEV para valores LH variando de 0 a 4.

#### Rotina em Matlab

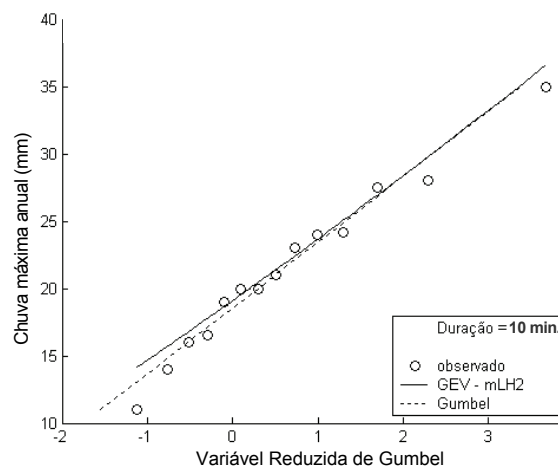
Os procedimentos de ajuste da distribuição GEV e Gumbel pelos momentos LH e do teste de qualidade de ajuste para a mesma estão sistematizados por meio de uma rotina em Matlab,

desenvolvida por Queiroz e Chaudhry (2006) que procede ao ajuste para qualquer tamanho da amostra.

#### Resultados e discussão

Para as séries de intensidade máxima anuais de precipitação para a cidade de Cascavel do ano de 1972 a 1985 e de 1999 a 2006, num total de 22 anos foi ajustada a distribuição GEV, estimando os três parâmetros da distribuição pelos momentos LH, calcularam-se as taxas de momentos LH, o coeficiente de variação, o coeficiente de assimetria e o coeficiente de curtose e os valores do teste de qualidade de ajuste, segundo Wang (1998) e Kolmogorov-Smirnov.

Os resultados do processo de ajuste da GEV a uma série de dados de intensidades máximas podem ser apresentados para os diferentes valores de  $\eta$ . Para  $\eta = 0$ , o ajuste de momentos LH corresponde aos momentos L que atribui o mesmo peso para os dados durante o processo de ajuste; à medida que o valor de  $\eta$  aumenta, os valores amostrais mais altos, recebem maiores ponderações. O melhor ajuste da distribuição GEV determinado a partir do menor valor do teste de Wang (1998) é apresentado na Figura 2, percebe-se que a distribuição apresenta convergência assintótica do tipo I (VEI). Neste mesmo gráfico está o ajuste da distribuição Gumbel à série de 10 min.

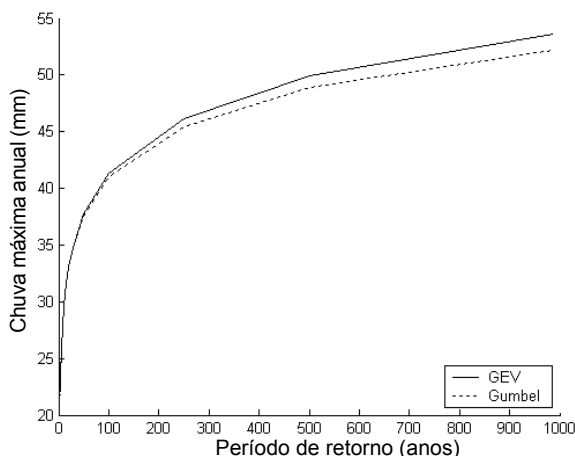


**Figura 2.** Ajuste das distribuições GEV e da distribuição Gumbel à série de chuvas máximas anuais com duração de 10 min.

**Tabela 2.** Valores dos coeficientes  $b_i$  e  $c_i$  ( $i=0, \dots, 4$ ) das expressões de  $b$  e  $c$  da equação 23.

$\eta$	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$c_0$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
0	0,0745	0,0555	0,0067	-0,3090	0,2240	1,0100	-0,0282	-2,9336	4,0801	-1,0874
1	0,0579	-0,0328	0,1524	-0,4102	0,2672	1,3403	-0,8291	-3,8777	9,5371	-5,7866
2	0,0488	-0,0527	0,1620	-0,3856	0,2566	1,8800	-2,2233	-2,5825	10,4350	-7,3887
3	0,0380	-0,0309	0,0354	-0,1233	0,0878	2,6784	-4,8418	3,5255	2,3736	-3,2076
4	0,0241	0,0024	-0,0813	0,0733	-0,0210	3,7793	-8,3485	11,5170	-7,9095	1,9459

A Figura 3 apresenta os valores de chuvas máximas para diferentes valores de período de retorno obtidos das distribuições GEV e Gumbel com duração de 10 min., percebe-se que as duas distribuições não têm muita diferença entre si, isso é comprovado pelo valor de  $k = -0,0318$  (Tabela 3), pois Queiroz e Chaudhry (2006) afirmam que, na prática, quando  $-0,04 < k < 0,04$  considera-se que o ajuste se aproxima consideravelmente da distribuição Gumbel. Observa-se também que a pouca diferença entre as duas curvas acontece para maiores valores de período de retorno.



**Figura 3.** Valores de Chuvas Máximas para diferentes valores de período de Retorno obtidos das distribuições GEV e Gumbel com duração de 10 min.

A Tabela 3 apresenta os resultados de ajuste da distribuição GEV para todas as intensidades de precipitações estudadas nas quais são mostrados os valores dos três parâmetros da GEV (em que  $k$  é o parâmetro de forma,  $\alpha$  é o parâmetro de escala e  $u$  é o parâmetro de posição), das taxas de momentos e dos testes de aderências aplicados, com os respectivos valores teóricos.

A duração de chuva máxima de 20 min. apresenta convergência assintótica do tipo I (VEI), ou seja, aproxima-se da distribuição Gumbel, assim como a duração de 10 min. Nenhuma distribuição de valores extremos converge assintoticamente à forma do tipo III (VEIII), e as demais convergem para o tipo II (VEII), que corresponde a  $k < 0$ . Portanto as

durações apresentam convergência para distribuição GEV, pois 77,7% apresentam  $k < 0$ , e este resultado concorda com os obtidos por Silva e Clark (2004) que realizaram um estudo de precipitações máximas para a bacia do rio São Francisco e em sua análise a distribuição Gumbel não foi apropriada e a distribuição GEV foi ajustada. Para ajuste de velocidades máximas de ventos, segundo Bautista et al. (2004) a distribuição de Gumbel demonstrou ser a mais adequada para modelar os dados em todos os meses do ano, em Piracicaba, Estado de São Paulo.

O parâmetro “ $\alpha$ ” reflete a variabilidade dos dados da série histórica para cada duração, já o parâmetro “ $u$ ” que é um parâmetro de posicionamento representa a média dos dados extremos e percebe-se que seu valor é diretamente proporcional com a duração, isso é condizente já que o parâmetro expressa a magnitude dos dados.

O coeficiente de variação de todos os ajustes é considerado baixo já que todos os valores ficaram abaixo de 20%, isso significa que o conjunto de dados é razoavelmente homogêneo. Observa-se que quanto maior a duração da chuva, o coeficiente de variação aumenta o seu valor, isso pode ser explicado pelo fato de termos dados de 10, 20 e 30 min., oito anos a menos que os dados de 60 min. ou mais.

As taxas de momento representam as características dos dados amostrais em que, geralmente, o coeficiente de assimetria e a curtose de dados hidrológicos apresentam assimetria positiva e a faixa de variação de curtose foi semelhante aos encontrados à faixa de momento.

Outra importância da determinação das taxas de momento refere-se ao seu emprego na estatística do teste de aderência proposto por Wang (1998).

Observam-se pelos dados da Tabela 3 que os melhores ajustes da GEV as séries estudadas ocorreram para diferentes valores de momentos LH (dois valores de  $\eta = 0$  e  $\eta = 1$ , três valores de  $\eta = 2$ , um valor de  $\eta = 3$  e  $\eta = 4$ ), mostrando que momentos L (igual LH0), em que houve duas ocorrências, não seriam suficientes para obter os melhores ajustes, considerando o comportamento dos dados históricos das séries, assim não representaria bem os valores máximos das referidas séries.

**Tabela 3.** Dados do ajuste da distribuição GEV com diferentes durações fornecidos pelo Matlab.

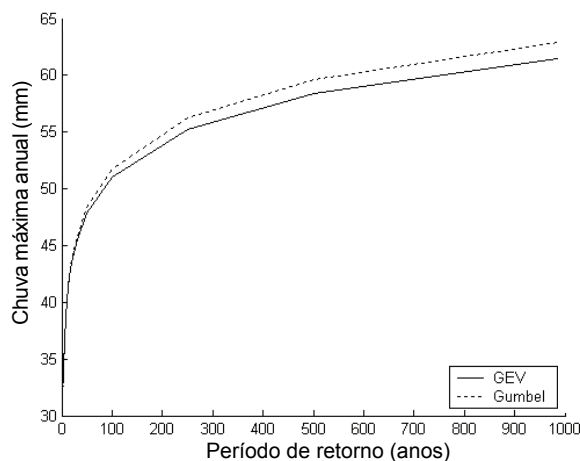
Duração	Parâmetros da distribuição GEV				Taxas de momentos Lh			Testes estatísticos			
	k	$\alpha$	u	cv	ca	cc	mLH	Zw	Zk	H	P
10 min.	-0,0318	4,4898	19,0914	0,1017	0,2881	0,2065	2	0,4982	0,1429	0	1,9971
20 min.	+0,0024	4,6223	29,8812	0,0784	0,2416	0,2047	1	0,6130	0,1429	0	0,9971
30 min.	-0,3803	3,4940	35,1864	0,1010	0,4699	0,2767	2	0,2869	0,2143	0	0,8622
60 min.	-0,2655	5,4195	40,6090	0,0997	0,4082	0,2398	2	0,1158	0,1364	0	0,9786
120 min.	-0,1152	11,9365	45,4090	0,1379	0,3070	0,1811	1	0,0561	0,0909	0	1,000
240 min.	-0,1536	14,7540	53,4032	0,1866	0,2703	0,1756	0	0,3028	0,1429	0	0,9728
360 min.	-0,5261	8,0296	68,7284	0,1636	0,5448	0,3655	3	0,1108	0,3333	0	0,1545
720 min.	-0,3641	13,0641	74,5130	0,1446	0,4631	0,2984	4	0,1792	0,3043	0	0,1951
1.440 min	-0,1034	23,6353	84,7352	0,1801	0,2360	0,1504	0	0,3916	0,1429	0	0,9728



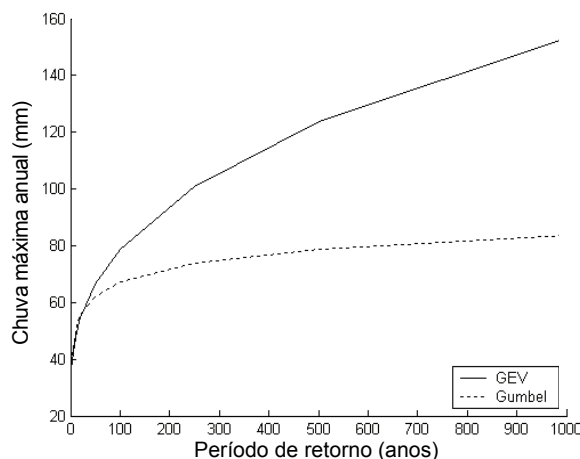
Todos os ajustes da distribuição GEV às séries de intensidades máximas anuais foram adequadamente ajustados conforme o teste proposto por Wang (1998) com 5% de significância.

O ajuste da série de intensidade de 360 min. e 720 min. não foram ajustados pelo teste de Kolmogoroff-Smirnov, isso pode ser explicado pelo fato dos testes de Kolmogoroff-Smirnov, Qui-quadrado e método da Máxima Verossimilhança serem testes assintóticos, portanto precisam de um número de amostras grandes (em torno de 300).

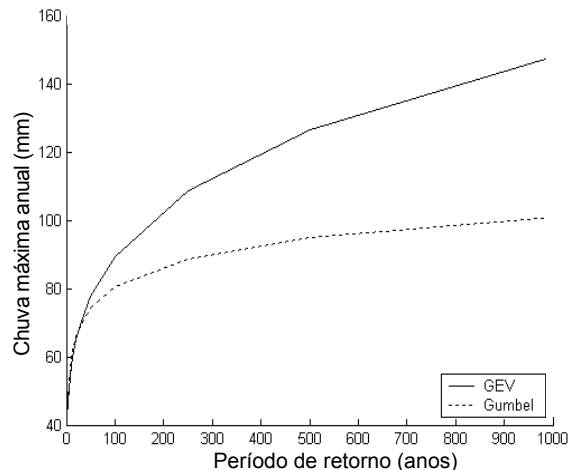
Os valores de chuvas máximas para diferentes períodos de retorno obtidos das duas distribuições podem ser observados nas Figuras 4 a 11, respectivamente.



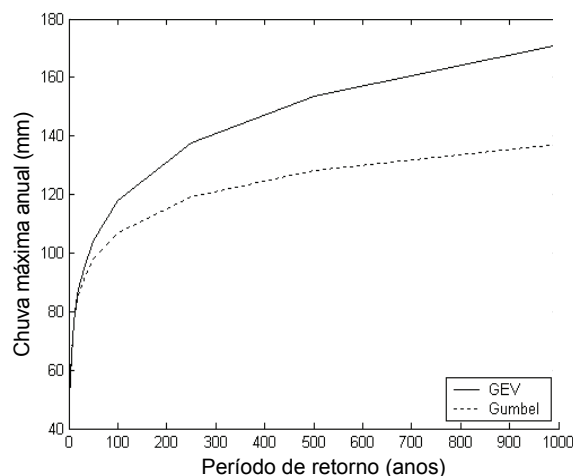
**Figura 4.** Valores de Chuvas Máximas para diferentes valores de período de Retorno obtidos das distribuições GEV e Gumbel com duração de 20 min.



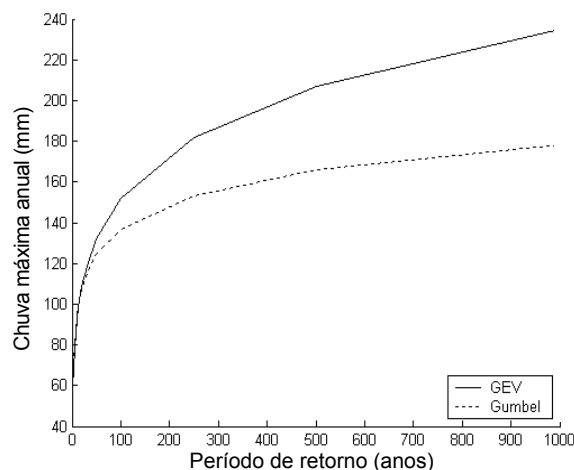
**Figura 5.** Valores de Chuvas Máximas para diferentes valores de período de Retorno obtidos das distribuições GEV e Gumbel com duração de 30 min.



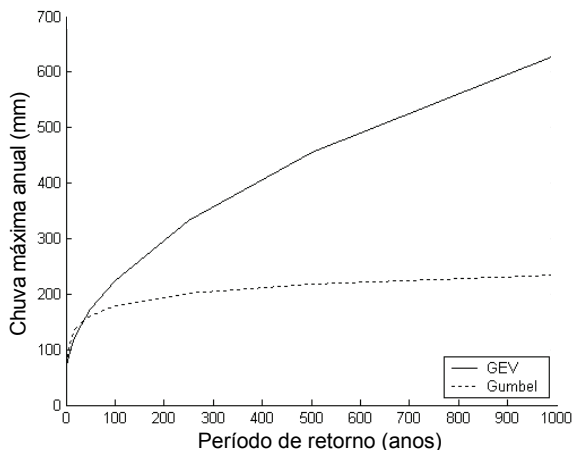
**Figura 6.** Valores de Chuvas Máximas para diferentes valores de período de Retorno obtidos das distribuições GEV e Gumbel com duração de 60 min.



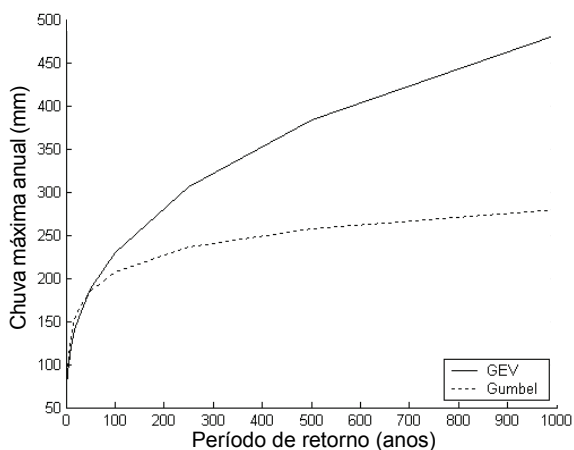
**Figura 7.** Valores de Chuvas Máximas para diferentes valores de período de Retorno obtidos das distribuições GEV e Gumbel com duração de 180 min.



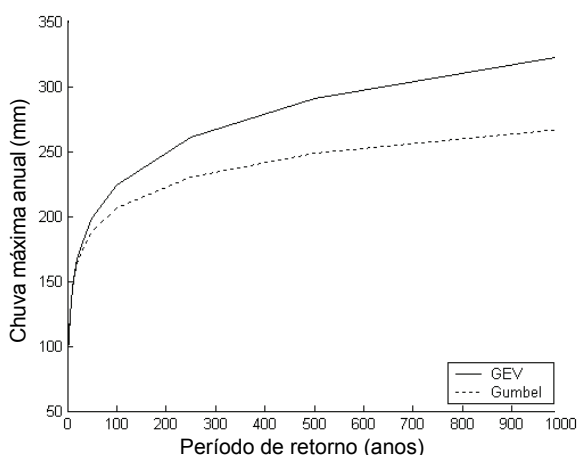
**Figura 8.** Valores de Chuvas Máximas para diferentes valores de período de Retorno obtidos das distribuições GEV e Gumbel com duração de 720 min.



**Figura 9.** Valores de Chuvas Máximas para diferentes valores de período de Retorno obtidos das distribuições GEV e Gumbel com duração de 120 min.



**Figura 10.** Valores de Chuvas Máximas para diferentes valores de período de Retorno obtidos das distribuições GEV e Gumbel com duração de 360 min.



**Figura 11.** Valores de Chuvas Máximas para diferentes valores de período de Retorno obtidos das distribuições GEV e Gumbel com duração de 1440 min.

Percebe-se nos gráficos uma diminuição de precipitação máxima com o aumento do período de

retorno. Com durações de mais de 30 min. há grande diferença entre a distribuição Gumbel e GEV para grandes períodos de retorno, assim a distribuição GEV pode ser considerada mais precisa comparada com a distribuição Gumbel, pois a distribuição GEV respeita a tendências dos dados, tornando a análise mais realística. Logo, esta forma de distribuição apresenta-se a mais adequada para descrever precipitações máximas, permite levar em consideração os limites reais do processo hidrológico que são esperados na forma assintótica do tipo VEII.

## Conclusão

Todos os ajustes foram aceitos pelo teste de Wang com 5% de significância. Para durações de 10 e 20 minutos o melhor ajuste da GEV resultou na forma VEI que corresponde à distribuição Gumbel. Para as demais durações resultou na forma VEII. Para períodos de retorno mais elevado significa que a distribuição Gumbel subestima a VEII.

## Referências

- BACK, A. J. Relações intensidade-duração-frequência de chuvas intensas de Chapecó, Estado de Santa Catarina. **Acta Scientiarum. Agronomy**, v. 28, n. 4, p. 575-581, 2006.
- BAUTISTA, E. A. L.; ZOCCHI, S. S.; ANGELOCCI, L. R. A Distribuição generalizada de valores extremos aplicada ao ajuste de dados de velocidade máxima do vento em Piracicaba, São Paulo, Brasil. **Matemática e Estatística**, v. 22, n. 1, p. 95-111, 2004.
- BEIJO, L. A.; VIVANCO, M. J. F.; MUNIZ, J. A. Análise Bayesiana no estudo do tempo de retorno das precipitações pluviais máximas em Jaboticabal (SP). **Ciência e Agrotecnologia**, v. 33, n. 1, p. 261-270, 2009.
- CECÍLIO, R. A.; PRUSKI, F. F. Interpolação dos parâmetros da equação de chuvas intensas com o uso do inverso de potências da distância. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 7, n. 3, p. 501-504, 2003.
- CHOWDHURY, J. U.; STEDINGER J. R.; LU, L. Goodness-of-fit test for regional generalized extreme value flood distributions. **Water Resources Research**, v. 27, n. 7, p. 1765-1776, 1991.
- CRUCIANI, D. E.; MACHADO, R. E.; SENTENHAS, P. C. Modelos de distribuição temporal de chuvas intensas em Piracicaba, SP. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 6, n. 1, p. 76-82, 2002.
- FENDRICH, R. **Chuvas intensas para obras de drenagem no Estado do Paraná**. Curitiba: Champagnat, 2003.
- GENOVEZ, A. M.; ZUFFO, A. C. Chuvas intensas no estado de São Paulo: estudos existentes e análise comparativa. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 5, n. 3, p. 45-58, 2000.

- MARTINS, E. S.; STEDINGER, J. R. Generalized maximum-likelihood generalized extreme-value quantile estimators for hydrologic data. **Water Resources Research**, v. 36, n. 3, p. 737-744, 2000.
- MELLO, C. R.; LIMA, J. M.; SILVA, A. M.; MELLO, J. M.; OLIVEIRA, M. S. Krigagem e inverso do quadrado da distância para interpolação dos parâmetros da equação de chuvas intensas. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, v. 27, n. 5, p. 925-933, 2003.
- OLIVEIRA, L. F. C.; CORTÊS, F. C.; BARBOSA, F. O. A.; ROMÃO, P. A.; CARVALHO, D. F. Estimativa das Equações de chuvas intensas para algumas localidades no Estado de Goiás pelo método da desagregação de chuva. **Pesquisa Agropecuária Tropical**, v. 30, n. 1, p. 23-27, 2000.
- PRETI, A. P.; QUEIROZ, M. M. F.; GOMES, B. M.; BOAS, M. A. V.; FAZOLO, A.; SILVA, V. R. Determinação da curva volume versus duração por meio da distribuição do valor extremo generalizada para estimativa do volume de espera em reservatórios. **Acta Scientiarum. Agronomy**, v. 29, n. 1, p. 69-77, 2007.
- QUEIROZ, M. M. F.; CHAUDHRY, F. H. Análise de eventos hidrológicos extremos, usando-se a distribuição GEV e momentos LH. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 10, n. 2, p. 381-389, 2006.
- SILVA, B. C.; CLARKE, R. T. Análise estatística de chuvas intensas na Bacia do Rio São Francisco. **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 19, n. 3, p. 265-272, 2004.
- SILVA, D. D.; GOMES FILHO, R. R.; PRUSKI, F. F.; PEREIRA, S. B.; NOVAIS, L. F. Chuvas intensas do Estado da Bahia. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 6, n. 2, p. 362-367, 2002.
- SILVA, D. D.; PINTO, F. R. L.; PRUSKI, F. F.; PINTO, F. A. Estimativa e espacialização do parâmetros da equação de intensidade-duração-frequência da precipitação para o Rio de Janeiro e o Espírito Santo. **Engenharia Agrícola**, v. 18, n. 3, p. 11-21, 1999.
- SOUZA, J. L. M.; GOMES, S. Limites na utilização de um modelo de balanço hídrico decendial em função da capacidade de água disponível no solo. **Acta Scientiarum. Agronomy**, v. 30, n. 2, p. 153-163, 2008.
- WANG, Q. J. LH Moments for statistical analysis of extreme events. **Water Resources Research**, v. 33, n. 12, p. 2841-2848, 1997.
- WANG, Q. J. Approximate goodness-of-fit test of fitted generalized extreme value distribution using LH moments. **Water Resources Research**, v. 34, n. 12, p. 3497-3502, 1998.

*Received on December 16, 2008.*

*Accepted on August 9, 2009.*

License information: This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.