



Acta Scientiarum. Technology

ISSN: 1806-2563

eduem@uem.br

Universidade Estadual de Maringá
Brasil

Valverde, Clodoaldo

Engenharia de estados quânticos: gerando estados superpostos em modos viajantes

Acta Scientiarum. Technology, vol. 32, núm. 4, 2010, pp. 407-411

Universidade Estadual de Maringá

Maringá, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=303226529009>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal

Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

Engenharia de estados quânticos: gerando estados superpostos em modos viajantes

Clodoaldo Valverde

Universidade Paulista, Rod. BR 153, km 7, 74845-090, Goiânia, Goiás, Brasil. Universidade Estadual de Goiás, Rod. BR 153, 3105, 75132-903, Anápolis, Goiás, Brazil. E-mail: valverde@unip.br

RESUMO. Proposta apresentada na literatura para medir a distribuição de fase $P(\theta)$ de famílias de estados, requer a preparação prévia de estado superposto número-fase. Neste trabalho propomos um esquema experimental para gerar tal estado de superposição para a mencionada finalidade.

Palavras-chave: geração, superposição e distribuição de fase.

ABSTRACT. **Quantum state engineering: generating superposition states in traveling waves.** A proposal was presented to measure the phase distribution $P(\theta)$ of certain family of states, which requires a previous superposition of number and phase states, whose generation is presented in this work for the mentioned proposal.

Key words: generation, superposition and distribution phase.

Introdução

Propostas para geração de estados quânticos do campo eletromagnético e suas realizações em laboratórios tornaram-se questão importante na última década, tanto para estados atômicos como para estados de campos eletromagnéticos. Sua relevância vem de estudos teóricos e resultados experimentais, bem como de avanços tecnológicos alcançados em 'Engenharia de Estados Quânticos'. Vários conceitos constituem-se ferramentas de trabalho na área, como superposição de estados (VALVERDE; BASEIA, 2004), estados entrelaçados, colapso de superposições, descoerência de estados, detecções seletivas, medidas protetoras etc, importantes tanto em testes de fundamentos da mecânica quântica como em importantes aplicações potenciais. Assim, a geração de estados do campo eletromagnético quantizado (ou de osciladores) tem se tornado tópico muito importante na Óptica Quântica (VOGEL et al., 1993) e na Física Atômica (ZOU et al., 2002) nos últimos anos. Como aplicações, citamos: teletransporte (JULSGAARD et al., 2001), computação (TESCH; VIVIE-RIEDLE, 2002), criptografia (GISIN et al., 2002), e litografia quânticas (MÜTZEL et al., 2002) etc. Como aplicações em fundamentos de mecânica quântica citamos: geração de estados entrelaçados (HORODECKI; EKERT, 2002) e de estados tipo 'gato' de Schrödinger (BREUER et al., 2001); descoerência de superposições mesoscópicas (PAZ, 2001) etc.

Estados aparentemente exóticos podem se tornar também cruciais na determinação de certas propriedades de determinados campos, como exemplo, temos o estado binomial recíproco, decisivo tanto na determinação experimental da distribuição de fase $P(\theta)$ de estados arbitrários (PEGG; BARNETT, 1996) como na litografia quântica, o mesmo ocorrendo com o estado polinomial, crucial para determinação experimental da função-Q de Husimi (MOUSSA; BASEIA, 1998).

Uma proposta anterior foi apresentada para medir a distribuição de fase $P(\theta)$ de certas famílias de estados (VALVERDE et al., 2002), a qual contudo requeria como *input* o estado de superposição número-fase, em modo viajante, cuja geração até então era ignorada, sendo este o objetivo do presente trabalho.

Material e métodos

Estado de número

O estado de número é autoestado do operador \hat{n} (operador número de fótons) $\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle$, sendo este estado um dos 'cavalos de batalha' da Óptica Quântica. A base formada pelos autovetores do operador de número \hat{n} , chamada de base de Fock, é conveniente na representação de vetores e operadores arbitrários: o operador energia (hamiltoniana) do oscilador harmônico, por exemplo, fica diagonal nesta base. O estado de número exibe o efeito não-clássico de antiagrupamento de fótons $g^{(2)}(0) = 1-1/N$, sendo tanto maior quanto menor for o valor de N ($N > 0$, inteiro)

e também exibe estatística subpoissoniana, independente de N . Contudo, esse estado não exibe o efeito de compressão $\langle \Delta \hat{x}_1^2 \rangle = \langle \Delta \hat{x}_2^2 \rangle = (2N+1)/4$. Basta exibir um desses três efeitos para caracterizar-se como estado não-clássico. A proposta de preparação de um campo num estado de número foi anunciada em 1982 por Mandel (1979), porém sem sucesso. Outras propostas foram apresentadas posteriormente; até agora apenas estados de número pouco excitados foram obtidos em laboratórios ($N \leq 5$).

Estado de fase

Um outro estado não-clássico do campo de radiação é o estado de fase, $|\theta_m\rangle$, complementar do estado de número, por serem, cada um, autoestados de operadores canonicamente conjugados, de número \hat{n} e fase $\hat{\theta}$. O estado de fase, proposto em várias tentativas mal sucedidas desde longa data, teve melhor sorte no final dos anos 80 (PEGG; BARNETT, 1988), definido num espaço de Hilbert truncado, chamado “estado de fase truncado” (limite superior da soma finito):

$$|\theta_m\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+S}} \sum_{n=0}^S \exp(in\theta_m) |n\rangle,$$

em que:

$$\theta_m = \theta_0 + \left(\frac{2\pi}{1+S} \right) m, \quad (m = 0, 1, 2, \dots, S),$$

sendo θ_0 uma fase de referência arbitrária.

Esquema de divisor de feixes

Estados do campo podem referir-se a modos estacionários em cavidades ou em modos viajantes. Recentes propostas para geração de estados de campo em modo viajante têm sido apresentadas (ARAGÃO et al., 2004; DAKNA et al., 1998; 1999; LI et al., 2007; VALVERDE et al., 2003).

Em particular, vamos tirar vantagem deste último para realizar nosso objetivo. O esquema apresentado na Figura 1, em que o estado desejado é produzido quando nenhum fóton é detectado num dos braços dos N detectores, pode ser descrito como:

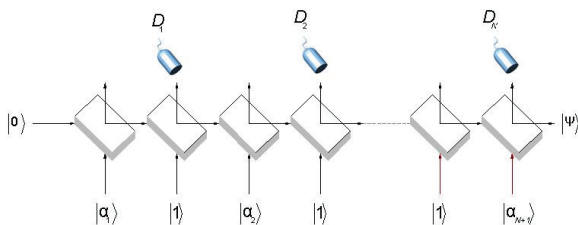


Figura 1. Esquema de geração de estados não-clássicos em modos viajantes.

O método consiste em detectar zero fótons num dos modos do divisor de feixes, o qual emerge entrelaçado no divisor de feixes; pois enquanto numa das saídas do divisor de feixes nenhum fóton é detectado, na outra saída o estado quântico colapsa em $\hat{Y}|\Psi\rangle$, com

$$\hat{Y} = R\hat{a}^\dagger T^{\hat{n}}, \quad (1)$$

em que R é a reflexão e T a transmissão nos divisores de feixes.

Como os estados de Fock formam uma base, o estado quântico desejado, a ser gerado, pode ser escrito numa superposição de estados dessa base, como segue:

$$|\Psi\rangle = \sum_{n=0}^N C_n |n\rangle. \quad (2)$$

Como a expansão de estado arbitrário numa base pode ser aproximada à vontade, por truncamento em N , escolhendo N adequadamente grande. A Equação (2) pode ser escrita na forma:

$$|\Psi\rangle = \left(\sum_{n=0}^N \frac{C_n}{\sqrt{n!}} (\hat{a}^\dagger)^n \right) |0\rangle, \quad (3)$$

ou ainda na forma:

$$|\Psi\rangle = \frac{C_N}{\sqrt{N!}} \prod_{n=1}^N (\hat{a}^\dagger - \beta_n^*) |0\rangle, \quad (4)$$

em que os $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_N$, são as raízes n -ésimas (complexas) do polinômio característico:

$$\sum_{n=0}^N \frac{C_n}{\sqrt{n!}} (\beta_{n+1}^*)^n = 0. \quad (5)$$

Usando a relação de Glauber:

$$\hat{a}^\dagger - \beta^* = \hat{D}(\beta) \hat{a}^\dagger \hat{D}^\dagger(\beta), \quad (6)$$

em que $\hat{D}(\beta) = \exp(\beta \hat{a}^\dagger - \beta^* \hat{a})$ é o operador unitário de deslocamento, a partir da Equação (2) podemos escrever:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \hat{D}(\beta_N) \hat{a}^\dagger \hat{D}^\dagger(\beta_N) \\ &\times \hat{D}(\beta_{N-1}) \hat{a}^\dagger \hat{D}^\dagger(\beta_{N-1}) \\ &\times \dots \hat{D}(\beta_1) \hat{a}^\dagger \hat{D}^\dagger(\beta_1) |0\rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

Desse modo, em princípio, qualquer estado quântico pode ser obtido pela ação múltipla dos operadores $\hat{D}(\beta_i^*)\hat{a}^\dagger\hat{D}(\beta_i^*)$ sobre o estado de vácuo $|0\rangle$.

No primeiro estágio, um modo é preparado no estado de vácuo, o outro modo sendo preparado num estado coerente intenso $|\alpha_L\rangle$. Eles são entrelaçados no divisor de feixes tendo transmissão \tilde{T} e reflexão \tilde{R} . Com isso, é produzido um estado de vácuo deslocado $\hat{D}(\alpha_1)|0\rangle$ numa das saídas do divisor de feixes. No segundo estágio, o modo preparado no estado de vácuo deslocado $\hat{D}(\alpha_1)|0\rangle$ é entrelaçado no divisor de feixes com um estado número $|1\rangle$, no divisor de feixes tendo transmissão T , em que o detector D_1 registra zero fótons; na outra saída do divisor de feixes emerge o estado $\sim \hat{a}^\dagger T^{\hat{n}} \hat{D}(\alpha_1)|0\rangle$. O procedimento é repetido com os estados $\hat{a}^\dagger T^{\hat{n}} \hat{D}(\alpha_1)|0\rangle$ e $|\alpha_2\rangle$, resultando o estado $\hat{D}(\alpha_2)\hat{a}^\dagger T^{\hat{n}} \hat{D}(\alpha_1)|0\rangle$ que é entrelaçado com aquele de um fóton $|1\rangle$. Impondo que o detector D_2 registre zero fótons, o estado emergindo da outra saída do divisor de feixes resulta $\sim \hat{a}^\dagger T^{\hat{n}} \hat{D}(\alpha_2)\hat{a}^\dagger T^{\hat{n}} \hat{D}(\alpha_1)|0\rangle$. Repetindo o procedimento N vezes o estado de saída num dos braços do arranjo experimental fica sendo o estado da Equação (8)

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &\approx \hat{D}(\alpha_{N+1})\hat{a}^\dagger T^{\hat{n}} \\ &\times \hat{D}(\alpha_N)\hat{a}^\dagger T^{\hat{n}} \hat{D}(\alpha_{N-1}) \\ &\times \dots \hat{a}^\dagger T^{\hat{n}} \hat{D}(\alpha_1)|0\rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

Nesta sequência, levamos a Equação (8) para a Equação (7). Antes disso, porém escrevemos

$$\begin{aligned} T^{\hat{n}} \hat{D}(\alpha_k) &= \hat{D}(\alpha_k)[\hat{D}^\dagger(\alpha_k)T^{\hat{n}}\hat{D}(\alpha_k)]; \\ \text{onde } k &= 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (9)$$

movendo os operadores $\hat{D}^\dagger(\alpha_k)T^{\hat{n}}\hat{D}(\alpha_k)$ à direita e usando a relação:

$$\begin{aligned} &[\hat{D}^\dagger(\alpha_k)T^{\hat{n}}\hat{D}(\alpha_k)]\hat{a}^\dagger \\ &= T(\hat{a}^\dagger + \bar{T}\alpha^*)[\hat{D}^\dagger(\alpha_k)T^{\hat{n}}\hat{D}(\alpha_k)] \\ &= T\hat{D}^\dagger(\bar{T}^*\alpha)\hat{a}^\dagger\hat{D}(\bar{T}^*\alpha)[\hat{D}^\dagger(\alpha_k)T^{\hat{n}}\hat{D}(\alpha_k)], \end{aligned} \quad (10)$$

em que $\bar{T} = 1 - \frac{1}{T}$, obtemos, após alguma álgebra:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &\approx \hat{D}(\alpha_{N+1})\hat{a}^\dagger\hat{D}(T^{*-1}\alpha_N) \\ &\times \hat{a}^\dagger\hat{D}(T^{*-2}\alpha_{N-1})\dots\hat{a}^\dagger\hat{D}(T^{*-N}\alpha_2) \\ &\times \hat{a}^\dagger\hat{D}\left(T^N\alpha_1 + \sum_{l=1}^N [1 - |T|^{2(l-N)}]T^{N-1}\alpha_{l+1}\right)|0\rangle. \end{aligned} \quad (11)$$

Comparando as Equações (8) e (11) vemos que elas se tornam idênticas se os parâmetros experimentais α_k forem escolhidos na forma,

$$\alpha_1 = -\sum_{l=1}^N T^{-l}\alpha_{l+1}, \quad (12)$$

$$\alpha_k = T^{*N-k+1}(\beta_{k-1} - \beta_k), \quad k = 2, 3, \dots, N \quad (13)$$

$$\alpha_{N+1} = \beta_N. \quad (14)$$

A implementação numérica do método é simples. Primeiramente calculamos as raízes do polinômio da Equação (5), via rotinas padrões. Depois, um cálculo direto, usando as Equações (12 a 14), fornece o deslocamento de parâmetros experimentais requerido no esquema. Escolhendo os valores de α_L como sendo os valores de α_k das Equações (12 a 14), o estado $|\Psi\rangle$ na saída do último divisor de feixes é o estado desejado.

A probabilidade $P_{|\Psi\rangle}$ para produção do estado em foco $|\Psi\rangle$ é dada por (DAKNA et al., 1998; DAKNA et al., 1999).

$$P_{|\Psi\rangle} = \|\hat{Y}D(\alpha_N)\hat{Y}D(\alpha_{N-1})\dots\hat{Y}D(\alpha_1)\|^2, \quad (15)$$

em que $\hat{Y} = R\hat{a}^\dagger T^{\hat{n}}$. Significa que a probabilidade é determinada pelo quadrado da norma do estado produzido quando nenhum fóton é registrado nos N detectores de saída.

Depois de alguma álgebra sobre a Equação (15) obtemos:

$$\begin{aligned} P_{|\Psi\rangle} &= |R|^{2N} |T|^{N(N-1)} \left\| \prod_{m=1}^N (\hat{a}^\dagger + b_{mN}^*) \right\|^2 \times \\ &\exp\left(-|R|^2 \sum_{m=1}^N \left| \sum_{j=1}^m T^{m-1}\alpha_j \right|^2\right), \end{aligned} \quad (16)$$

em que

$$\begin{aligned} b_{1N} &= 0, \quad b_{mN} = -\sum_{j=0}^{m-2} T^{*-j-1}\alpha_{N-j}, \\ m &= 2, 3, \dots, N, \quad \gamma_N = \sum_{j=1}^N T^{k+1-j}\alpha_j \text{ e} \end{aligned}$$

$$\left\| \prod_{n=1}^N (\hat{a}^\dagger + b_{mN}^*) |\gamma_N\rangle \right\|^2 = \sum_{m,l=0}^N B_{N,m}(0) B_{N,l}^*(0) \langle \gamma_N | \hat{a}^{N-m} \hat{a}^{\dagger(N-l)} | \gamma_N \rangle, \quad (17)$$

com

$$B_{N,p}(0) = \left[\frac{1}{(N-p)!} \frac{d^{N-p}}{dx^{N-p}} \left(\prod_{i=1}^N (x + b_{iN}) \right) \right]_{x=0} \quad (18)$$

Resultados e discussão

Gerando o estado de superposição número-fase

A relevância do campo em modo viajante, preparado no estado de superposição, já foi mencionada. Aqui investigamos sua geração utilizando o método descrito acima.

O estado de superposição número-fase pode ser escrito desta forma:

$$|\Psi\rangle = \eta \left[\sqrt{\xi} |N\rangle + e^{i\phi} \sqrt{1-\xi} |\theta_m\rangle \right], \quad (19)$$

$$\eta = \left(1 + 2 \sqrt{\frac{\xi(1-\xi)}{1+S}} \cos(N\theta_m) \right)^{-\frac{1}{2}},$$

em que:

η é o fator de normalização. Notamos que para $\xi = 1$, o estado $|\Psi(\xi)\rangle$ coincide com o estado de número $|N\rangle$ e para $\xi = 0$, o estado $|\Psi(\xi)\rangle$ coincide

com o estado de fase $|\theta_m\rangle$. Quando $\xi \in (0,1)$ o estado gerado $|\Psi(\xi)\rangle$ é interpolador entre o estado

de número $|N\rangle$ e o estado de fase $|\theta_m\rangle$. No limite em que $S \gg 1$, e no extremo $\xi = 0$ o estado do campo $|\Psi(\xi)\rangle$ tem uma fase bem definida, enquanto para $\xi = 1$ o estado do campo $|\Psi(\xi)\rangle$ apresenta uma fase aleatória. Todos esses testes confirmam características requeridas da superposição número-fase.

Escrevendo a Equação (19) na forma da Equação (4), podemos então resolver o polinômio:

$$\sum_{n=0}^N \frac{C_n}{\sqrt{n!}} (\beta_{n+1}^*)^n = 0.$$

Usando o procedimento mencionado anteriormente obtemos os valores da Tabela 1.

Tabela 1. Valores para a geração do estado de superposição Número-Fase.

k	$ \beta_k $	φ_{β_k}	$ \alpha_k $	φ_{α_k}
1	1,93	1,85	1,19	-0,69
2	1,93	-1,85	2,37	1,57
3	1,14	1,99	2,15	-1,59
4	1,14	-1,99	1,79	1,57
5			1,14	-1,99

Para as raízes $\beta_k^* = |\beta_k| e^{-i\varphi_{\beta_k}}$ do polinômio característico e os parâmetros $\alpha_k^* = |\alpha_k| e^{-i\varphi_{\alpha_k}}$, os valores usados são: $\xi = 0,1$; $N = 2$; $T = 0,85$; $m = 0$; $S = 4$ e $P_{|\Psi\rangle} = 1,7\%$, quanto maior ξ , menor a probabilidade; se ξ se aproxima de zero, $P_{|\Psi\rangle}$ estabiliza em torno de 2%.

Conclusão

Na Ref (VALVERDE et al., 2002), os autores usam este estado de superposição para calibrar um interferômetro de Mach-Zehnder para medir a distribuição de fase $P(\theta)$ em que um parâmetro caracteriza famílias de estados do campo luminoso. Os autores não tinham na época alguma sugestão para sua geração. Este foi o foco deste trabalho, sugerindo um esquema possível para a geração do presente estado superposto, para dimensões pequenas ($N \sim 4$) do espaço de Hilbert truncado, no qual a probabilidade de sucesso em torno de 1,7%. Se a dimensão desse espaço aumenta a probabilidade de geração diminui bastante, enquanto a fidelidade aumenta. Proposta para geração do mesmo estado superposto, em cavidades, é questão em eventual perspectiva futura. Nesse caso, os efeitos de descoerência do estado tornam-se sérios problemas a serem contornados.

Agradecimentos

O autor agradece ao CNPq e à Pós-graduação da UNIP e UEG, pelos apoios financeiros. Agradece também ao Professor Renzo Kawamura de Brito, pela leitura crítica e atenciosa deste trabalho.

Referências

- ARAGÃO, A.; AVELAR, A. T.; MALBOUISSON, J. M. C.; BASEIA, B. Generation of states $A_k 2N + B(k+1)2N$ for electromagnetic fields. **Physics Letters A**, v. 329, n. 4, p. 284-293, 2004.
- BREUER, H. P.; DONER, U.; PETRUCCIONE, F. Preparation and decoherence of superpositions of electromagnetic field states. **The European Physical Journal D**, v. 14, n. 3, p. 377-386, 2001.

- DAKNA, M.; CLAUSEN, J.; KNOLL, L.; WELSCH, D. G. Generation of arbitrary quantum states of traveling fields. **Physical Review A**, v. 59, n. 2, p. 1658-1661, 1998.
- DAKNA, M.; CLAUSEN, J.; KNOLL, L.; WELSCH, D. G. Erratum: generation of arbitrary quantum states of traveling fields. **Physical Review A**, v. 60, n. 1, p. 726-726, 1999.
- GISIN, N.; RIBORDY, G.; TITTEL, W.; ZBINDEN, H. Quantum cryptography. **Reviews of Modern Physics**, v. 74, n. 1, p. 145-195, 2002.
- HORODECKI, P.; EKERT, A. Method for direct detection of quantum entanglement. **Physical Review Letters**, v. 89, n. 12, p. 127902-127906, 2002.
- JULSGAARD, B.; KOZHEKIN, A.; POLZIK, E. S.; Experimental long-lived entanglement of two macroscopic objects. **Nature**, v. 413, p. 400-403, 2001.
- LI, Y.; JING, H.; ZHUAN, M. S. An optical scheme for conditional generation of W state and photon-added coherent state. **Chinese Physics**, v. 16, n. 7, p. 1883-1888, 2007.
- MANDEL, L. Sub-Poissonian photon statistics in resonance fluorescence. **Optics Letters**, v. 4, n. 7, p. 205-207, 1979.
- MOUSSA, M. H. Y.; BASEIA, B. Generation of the reciprocal-binomial state. **Physics Letters A**, v. 238, n. 4, p. 223-226, 1998.
- MÜTZEL, M.; TANDLER, S.; HAUBRICH, D.; MESCHKE, D.; PEITHMANN, K.; FLASPOHLER, M.; BUSE, K. Atom lithography with a holographic light mask. **Physical Review Letters**, v. 88, n. 8, p. 83601-83604, 2002.
- PAZ, J. P. Quantum engineering: protecting the quantum world. **Nature**, v. 412, p. 869-870, 2001.
- PEGG, D. T.; BARNETT, S. M. Unitary phase operator in quantum mechanics. **Europhysics Letters**, v. 6, n. 6, p. 483-487, 1988.
- PEGG, D. T.; BARNETT, S. M. Phase measurement by projection synthesis. **Physical Review Letters**, v. 76, n. 22, p. 4148-4150, 1996.
- TESCH, C. M.; VIVIE-RIEDLE, R. Quantum computation with vibrationally excited molecules. **Physical Review Letters**, v. 89, n. 15, p. 157901-157904, 2002.
- VALVERDE, C.; BASEIA, B.; MALBOUISSON, J. M. C. On the measurement of the phase distribution of field states. **Modern Physics Letters B**, v. 16, n. 19, p. 701-709, 2002.
- VALVERDE, C.; AVELAR, A. T.; BASEIA, B.; MALBOUISSON, J. M. C. Generation of the reciprocal-binomial state for optical fields. **Physics Letters A**, v. 315, n. 3, p. 213-218, 2003.
- VALVERDE, C.; BASEIA, B. On the intermediate states of the light field. **International Journal of Quantum Information**, v. 2, n. 4, p. 421-445, 2004.
- VOGEL, K.; AKULIM, V. M.; SCHLEICH, W. P. Quantum state engineering of the radiation field. **Physical Review Letters**, v. 71, n. 12, p. 1816-1819, 1993.
- ZOU, X.; PAHLKE, K.; MATHIS, W. Generation of two-mode nonclassical states and a quantum-phase-gate operation in trapped-ion cavity QED. **Physics Review A**, v. 65, n. 6, p. 64303-64303, 2002.

Received on August 7, 2008.

Accepted on October 5, 2009.

License information: This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.