



Revista Brasileira de Finanças

ISSN: 1679-0731

rbfin@fgv.br

Sociedade Brasileira de Finanças

Brasil

de Magalhães Ozorio, Luiz; de Lamare Bastian-Pinto, Carlos; Baidya, Tara Nanda; Teixeira Brandão,  
Luiz Eduardo

Reversão a Média com Tendência e Opções Reais na Siderurgia

Revista Brasileira de Finanças, vol. 10, núm. 2, 2012, pp. 215-241

Sociedade Brasileira de Finanças

Rio de Janeiro, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=305824777003>

- ▶ Como citar este artigo
- ▶ Número completo
- ▶ Mais artigos
- ▶ Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe , Espanha e Portugal  
Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

# Reversão à Média com Tendência e Opções Reais na Siderurgia

(Mean Reversion with Drift and Real Options in Steel Industry)

**Luiz de Magalhães Ozorio\***

**Carlos de Lamare Bastian-Pinto\*\***

**Tara Nanda Baidya\*\*\***

**Luiz Eduardo Teixeira Brandão\*\*\*\***

## Resumo

O aço é uma *commodity* de grande variabilidade de preços e a escolha do processo estocástico que melhor representa suas possíveis trajetórias no tempo é fundamental para avaliação de opções reais em projetos siderúrgicos. Como verificado em outras *commodities*, entende-se que os preços do aço possam ser guiados por um componente de reversão à média, mas a análise de algumas questões econômicas ligadas à sua produção sugerem que estes preços possuam também componentes de tendência ascendente, que elevam sua média de longo prazo à medida que o tempo evolui. Este trabalho apresenta um modelo denominado Reversão à Média com Tendência (MRM-T), no qual é incorporada uma tendência determinística ao nível de equilíbrio de longo prazo com a intenção de capturar o aumento do custo marginal de produção do aço e analisa as implicações do uso desse modelo na avaliação de projetos na indústria siderúrgica.

**Palavras-chave:** processos estocásticos; opções reais; modelos de reversão à média; setor siderúrgico.

**JEL code:** C61; L61; M21.

## Abstract

Steel is a commodity with significant price volatility and the choice of the stochastic process that better describes its price performance is a fundamental issue in real options valuation in steel industry projects. As verified with other commodities, it is assumed that steel prices can be led partially by a mean reversion component, but the analysis of some economic issues related to production indicates that steel prices may also have a rising drift component. This, in practical terms, would increase the long term mean with time. This work presents a model that we call Mean Reversion with Drift (MRM-D), in which a deterministic tendency is attached to the long term equilibrium level in order to capture the increase of steel production marginal cost. It then evaluates the implications of using this model in valuation of steel sector projects.

---

Submetido em 16 de agosto de 2011. Reformulado em 26 de janeiro de 2012. Aceito em 21 de março de 2012. Publicado on-line em 25 de junho de 2012. O artigo foi avaliado segundo o processo de duplo anonimato além de ser avaliado pelo editor. Editor responsável: Ricardo P. C. Leal. Reprodução parcial ou total e trabalhos derivativos permitidos com a citação apropriada da fonte.

\*Ibmec, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: lmozorio@ibmecrj.br

\*\*Unigranrio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: carbastian@gmail.com

\*\*\*PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: baidya@puc-rio.br

\*\*\*\*IAG PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: brandao@iag.puc-rio.br

**Keywords:** stochastic processes; real options; mean reversion models; steel sector.

## 1. Introdução

Uma questão chave para muitos modelos de avaliação em Finanças é a escolha do processo estocástico que melhor descreva a trajetória dos preços do ativo (ou ativo subjacente) que estiver sendo avaliado. Particularmente, em projetos de investimento que apresentam elevado nível de flexibilidade gerencial em condições de incerteza – para os quais se indicariam o método de avaliação das opções reais – a assunção de um determinado processo pode impactar não somente no valor do projeto, como também na regra de exercício da opção. Nesta análise devem ser levadas em consideração questões como: as características econômicas e o tempo de vida do ativo, as dificuldades na estimativa de parâmetros do modelo estocástico escolhido, a aplicabilidade do processo escolhido nas soluções analíticas ou numéricas dos modelos usados para valoração, entre outros fatores.

Na avaliação de derivativos financeiros, tipicamente supõe-se que o Movimento Geométrico Browniano (MGB) é capaz de descrever adequadamente o comportamento de ativos subjacentes como ações e índices de ações (Black & Scholes, 1973, Cox *et al.*, 1979). Por outro lado, na avaliação de *commodities*, ou ativos ou derivativos associados a estas, é comum o uso de Modelos de Reversão à Média (MRM) (Dixit & Pindyck, 1994, Gibson & Schwartz, 1990, Schwartz, 1997), supondo que os preços de *commodities* possam no curto prazo variar aleatoriamente, mas que no longo prazo tendam a convergir para um nível de equilíbrio referenciado ao seu custo marginal de produção.

O aço é uma *commodity* de grande volatilidade de preços. O preço de uma tonelada de aço laminado a quente no mercado norte-americano oscilou entre US\$250,00 e US\$1.200,00 aproximadamente no período de janeiro de 2000 a setembro de 2009. Como verificado em outras *commodities*, entende-se que seus preços possam ser guiados parcialmente por um componente de reversão à média.

A análise de algumas questões econômicas ligadas à produção de aço, porém, leva a acreditar que além desse componente de reversão à média, a dinâmica dos preços de produtos siderúrgicos possui também componentes de tendência ascendente, que em termos práticos elevaria a média de longo prazo à medida que o tempo evolui. Importantes insumos para produção do aço, como minério de ferro, carvão e energia vêm, no decorrer dos últimos anos, sofrendo progressivas elevações de preço, o que consequentemente altera o custo marginal de produção do aço. Estes aumentos têm razões adicionais aos descompassos momentâneos de oferta e demanda (capturados pelo MRM), devendo-se também às mudanças estruturais nos mercados produtores dos insumos, à progressiva escassez dos recursos naturais e ainda em função de custos incrementais provenientes do aumento de exigências das legislações ambientais.

Este artigo apresenta um modelo que denominamos Reversão à Média com Tendência (MRM-T), no qual é incorporada uma tendência determinística ao nível de equilíbrio de longo prazo, com a intenção de capturar o aumento do custo

marginal de produção do aço. Além da realização de testes e aplicações do modelo em séries de produtos siderúrgicos, são avaliadas as implicações de seu uso na avaliação de opções reais em projetos na indústria siderúrgica, comparando com os resultados obtidos com os processos estocásticos tradicionais – MGB e MRM.

Este artigo está estruturado da seguinte forma: após esta (i) introdução, (ii) é feita uma revisão sobre processos estocásticos aplicados a análise de opções reais, em seguida, (iii) é apresentado o modelo proposto. Por fim, (iv) mostramos um estudo de caso e (v) finalizamos com as conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

## 2. Processos Estocásticos e Aplicações a Teoria de Opções Reais

As decisões de investimento tanto em ações e derivativos financeiros, como em projetos corporativos, são afetadas por incertezas de diversos tipos. Uma forma de tratar tais incertezas é através do estudo dos processos estocásticos que descrevem o comportamento dos preços desses ativos no tempo. É possível definir processos estocásticos como variáveis que evoluem discretamente ou continuamente no tempo de forma imprevisível ou, no mínimo, parcialmente aleatória.

De uma forma geral, se o tempo de vida do ativo (ou derivativo) for relativamente curto, o aprofundamento na pesquisa para determinação do processo estocástico pode ser considerado uma questão de menor relevância, permitindo sua escolha em função da facilidade de obtenção de parâmetros e da construção do modelo de avaliação. Dixit & Pindyck (1994) demonstram que em períodos curtos de tempo, processos de preço do tipo MGB são dominados prioritariamente por choques estocásticos, enquanto, à medida que tempo evolui passam a ser mais influenciados pelos componentes que determinam suas tendências. Dessa forma, como em grande parte dos modelos estocásticos a aleatoriedade é representada por incrementos de Wiener – ou seja, tratada de forma similar ao MGB – a busca por um processo mais adequado ao comportamento de preços pode ser considerada uma tarefa de alto custo frente aos benefícios a serem obtidos. Por outro lado, nos casos que a vida do ativo for longa, a pesquisa para obtenção de um processo mais fidedigno ao desempenho dos preços do ativo pode ser crucial na determinação do seu valor, podendo implicar, porém, numa maior dificuldade para estimação de parâmetros no caso do uso de modelos mais elaborados.

Comumente as incertezas em projetos são modeladas pelo Movimento Geométrico Browniano – MGB (Brennan & Schwartz, 1985, McDonald & Siegel, 1985, 1986, Paddock *et al.*, 1988). O MGB é o caso base utilizado na maioria dos modelos de opções financeiras e opções reais e tem entre outras características desejáveis uma pequena quantidade de parâmetros a serem estimados. O grande problema do MGB é o fato de que ele pode divergir, fazendo com que os preços tendam para o infinito à medida que o intervalo de tempo seja aumentado, propriedade indesejável quando se está lidando com ativos de longa maturidade.

Em outras situações, quando as incertezas nos preços dependem de um nível de equilíbrio, se discute se o uso do MGB seria apropriado (Al-Harthy, 2007,



Bastian-Pinto & Brandão, 2007, Bhattacharya, 1978, Geman, 2005, Metcalf & Hasset, 1995, Pindyck, 2001, Smith & McCardle, 1999). No caso de *commodities* – como petróleo, cobre, açúcar e álcool – é comum a assunção de que os preços sejam guiados, pelo menos parcialmente, por componentes de reversão à média, podendo vagar aleatoriamente no curto prazo, tendendo, porém, no longo prazo a convergir para um nível de equilíbrio referenciado ao seu custo marginal de produção. A inclusão de componentes de reversão à média pode ter impacto relevante na avaliação de projetos com opções reais, afetando tanto no valor das opções como na regra de decisão. Tipicamente, o uso de Modelos de Reversão à Média reduz o valor das opções e antecipa o prazo do exercício de investimentos, quando comparados com os resultados obtidos pelo uso do MGB. Diversos autores demonstram que a escolha de processo para modelagem estocástica das incertezas envolvidas num projeto pode ter um efeito considerável no valor das opções reais associadas a este. Bastian-Pinto *et al.* (2009) avaliam uma opção real de troca de produto disponível para usinas processadoras de cana de açúcar no setor de etanol no Brasil e apontam que a diferença no valor desta pode variar de 20% a 70% sobre o caso base, quando as incertezas são modeladas por MRM ou MGB, respectivamente. Já Kerr *et al.* (2009) estimam o tempo ótimo de corte de um investimento em reflorestamento e também tratam as incertezas como MGB e MRM, concluindo que os preços críticos para decisão de corte em função do tempo de espera alteram-se substancialmente de um processo para outro. No caso estudado por esses autores, o uso de MRM pode antecipar a decisão de exercício da opção (corte) comparativamente ao MGB, para níveis altos de preço (acima da média de longo prazo), já para preços baixos a opção tende a não exercício com o MRM contrariamente ao MGB.

Uma desvantagem do MRM é o fato de que um processo puro de reversão à média para um nível fixo pode se demonstrar demasiadamente previsível e por isso ser eventualmente pior que o MGB (Dias, 2009). Alternativamente alguns autores sugerem combinar o MRM com outros processos como o MGB (Gibson & Schwartz, 1990, Schwartz, 1997, Schwartz & Smith, 2000) ou com um Processo de Poisson (Dias & Rocha, 1999). Dias (2009) classifica os processos estocásticos para a modelagem de petróleo em três categorias, como descrito na Tabela 1.

**Tabela 1**  
Processos estocásticos mais usuais

Tipo do Processo Estocástico	Nome do Modelo	Referências
Modelo Imprevisível	Movimento Geométrico Browniano (MGB)	Paddock <i>et al.</i> (1988)
Modelo Previsível	Reversão à Média Pura	Dixit & Pindyck (1994), Schwartz (1997, modelo 1)
Modelos mais Realistas	Modelos de dois ou três fatores e Reversão à Nível de Equilíbrio Incerto	Gibson & Schwartz (1990), Schwartz (1997, modelos 2 e 3), Baker <i>et al.</i> (1998), Schwartz & Smith (2000)
	Reversão à Média com Saltos	Dias & Rocha (1999), Aiube <i>et al.</i> (2008)

Por sua vez, determinar se o processo mais adequado é o MGB ou o MRM não é uma tarefa trivial. Uma das abordagens mais utilizadas é o Teste da Raiz Unitária, também conhecido como Teste de Dickey-Fuller. Este consiste da análise da hipótese alternativa ( $H_1$ ) de que o coeficiente angular ( $b$ ) da regressão entre os log-retornos e os log-retornos defasados dos preços seja diferente de 1, como demonstrado na equação (1):

$$\ln(x_t) = a + b\ln(x_{t-1}) + \epsilon_t \quad (1)$$

onde  $x_t$  é o preço do ativo no período  $t$ .

A não rejeição da hipótese nula ( $H_0$ ) reforçaria a idéia da presença do MGB.

No caso dos logaritmos dos preços não apresentarem estacionariedade recomenda-se a aplicação do Teste de Dickey-Fuller com Tendência, que consiste da aplicação da regressão entre os log-retornos e os log-retornos defasados incluindo um termo de tendência temporal conforme demonstrado na equação (2):

$$\ln(x_t) = a + b\ln(x_{t-1}) + ct + \epsilon_t \quad (2)$$

onde  $c$  é o coeficiente de tendência temporal.

A prática demonstra que normalmente é difícil rejeitar a hipótese que o processo siga um MGB, o que não significa, porém, que não exista outro processo mais adequado para descrever o comportamento dos preços. Um caso de interesse ocorre quando  $b < 1$ , o que, mesmo sem a rejeição do MGB, indicaria a possibilidade de presença de um MRM. Para ilustrar tal dificuldade Dixit & Pindyck (1994) mostram que testes efetuados com séries de 30 a 40 anos não permitiram rejeitar o MGB para os preços do petróleo, apenas conseguindo rejeitar a raiz unitária para séries de 120 anos. Os autores comentam que para a escolha do processo estocástico mais adequado que, além de questões puramente estatísticas, devem ser efetuadas considerações calcadas na teórica microeconômica como, por exemplo, mecanismos de equilíbrio de preços. Outro fator que pode influenciar a escolha seria a aplicabilidade do processo em modelos de avaliação por intermédio de soluções analíticas (simples de obter para o MGB) ou numéricas (caso mais comum para MRM).

Outra abordagem que pode ser utilizada como suporte a escolha do processo mais adequado é a verificação de até que nível os choques de preços são permanentes ou que pode ser mais informativo do que a pesquisa sobre raiz unitária. Num processo auto-regressivo, os choques de preço tendem a dissipar-se sob constante força de reversão, enquanto que no caso de um MGB os choques de preço são permanentes. Para testar essa condição, Pindyck (1999) utiliza um Teste de Razão de Variância (*Variance Ratio Test*) que consiste em verificar se a variância do logaritmo natural dos preços aumenta proporcionalmente ao tempo, que é uma das hipóteses primordiais do MGB. O teste mede o nível para o qual a variância de uma série cresce com o “atraso” ou *lag* do  $\ln$  dos preços. A razão da variância pode ser medida pela equação (3):



$$R_k = \frac{1}{k} \frac{\text{Var}(P_{t+k} - P_t)}{\text{Var}(P_{t+1} - P_t)} \quad (3)$$

O termo  $\text{Var}(\cdot)$  na fórmula representa a variância das séries de diferenças entre  $\ln$  de preços ( $P_t$ ), com atraso (*lag*) de  $k$  períodos. No caso de um MGB, à medida que a variância cresce linearmente com  $k$ , a razão  $R_k$  deveria convergir para 1 quando  $k$  cresce. Na presença de reversão à média, por outro lado, a variância é delimitada a certo nível com o crescimento de  $k$ . Ou seja, para valores altos do atraso  $k$ , ou *lag*, a razão da variância  $R_k$  deveria cair indicando que os choques de preço não são permanentes e que os preços revertem para algum nível de equilíbrio o que reforça a hipótese da presença de um MRM.

Adicionalmente ao Teste de Dickey-Fuller e a Razão de Variância, podem também ser efetuadas análises de Medidas de Aderência “dentro da amostra”, que partem dos resultados estimados “um passo à frente” dos modelos e das observações das séries de preços correspondentes. Dentre outras Medidas de Aderência, três metodologias tipicamente utilizadas nessa análise são: o Pseudo  $R^2$ , o Erro Médio Quadrático (EQM) e o Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE).

O Pseudo  $R^2$  consiste do quadrado da correlação entre os valores das séries de preço e as previsões um passo à frente estimadas correspondentes ao mesmo período das observações de preço. Valores maiores (mais próximos a 1) do Pseudo  $R^2$  indicam em tese uma maior aderência do modelo testado. O cálculo do Pseudo  $R^2$  pode ser efetuado pela equação(4):

$$\text{Pseudo}R^2 = [\rho(S_t, E(S_t | S_{t-1}))]^2 \quad (4)$$

onde:

$\rho(a, b)$  é a correlação entre  $a$  e  $b$ ;

$S_t$  são observações da série de preços;

$E(S_t | S_{t-1})$  são valores estimados um passo à frente das observações de preço.

O Erro Médio Quadrático consiste da média dos quadrados da diferença entre os valores estimados um passo à frente e o valor real das observações da série de preços. Menores valores encontrados para o EQM indicariam uma melhor capacidade preditiva do modelo testado. O cálculo do EQM pode ser efetuado pela equação(5):

$$\text{EQM} = \text{Média} \left\{ [S_t - E(S_t | S_{t-1})]^2 \right\} \quad (5)$$

onde:

$\text{EQM}$  é o Erro Médio Quadrático;

$S_t$  são observações da série de preços;

$E(S_t | S_{t-1})$  são valores estimados um passo à frente das observações de preço.

O Erro Percentual Absoluto Médio consiste da média dos módulos das diferenças dos valores estimados um passo à frente e os valores reais das observações da série de preços padronizados pelos valores reais das observações da série de preços. De forma similar ao EQM, menores valores encontrados para o MAPE indicariam uma melhor capacidade preditiva do modelo testado. O cálculo do MAPE pode ser efetuado pela equação(6):

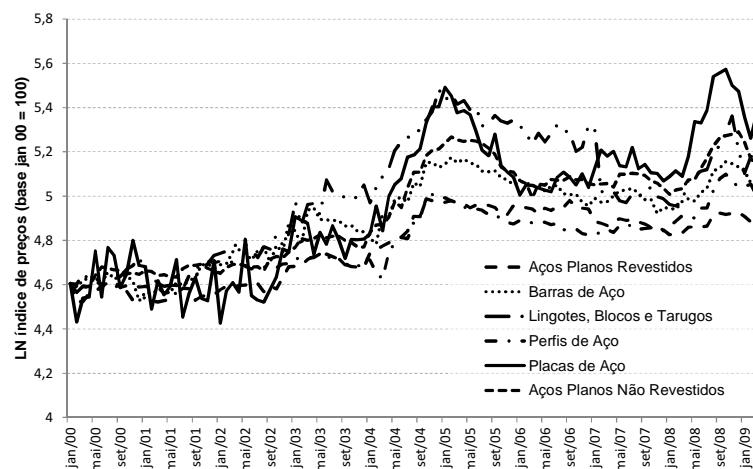
$$MAPE = \text{Média} \left\{ \frac{|S_t - E(S_t|S_{t-1})|}{S_t} \right\} \quad (6)$$

onde  $MAPE$  – Erro Percentual Absoluto Médio;  $S_t$  – observações da série de preços;  $E(S_t|S_{t-1})$  – valores estimados um passo à frente das observações de preço.

### 3. Modelo de Reversão à Média com Tendência – MRM-T

A análise de algumas questões econômicas ligadas à produção de aço leva a acreditar que além do componente de reversão à média, os processos de preços dos produtos siderúrgicos podem possuir também componentes de tendência ascendente, que em termos práticos elevariam a média de longo prazo à medida que o tempo evolui. Importantes insumos para produção do aço, como minério de ferro, carvão e energia vêm no decorrer dos últimos anos sofrendo progressivas elevações de preço, o que, consequentemente, altera o custo marginal de produção do aço. Estes aumentos possuem razões adicionais aos descompassos momentâneos de oferta e demanda (capturados pelo MRM), devendo-se também a mudanças estruturais nos mercados produtores dos insumos, à progressiva escassez dos recursos naturais e ainda em função de custos incrementais provenientes do aumento de exigências das legislações ambientais. Tal fato pode ser observado na Figura 1, referente à evolução dos índices de preços deflacionados de produtos siderúrgicos divulgado no período de janeiro de 2000 a julho de 2009 pelo Instituto Aço Brasil – IBS – Instituto Aço Brasil (2009).





**Figura 1**  
Índices de preços deflacionados de produtos siderúrgicos. Fonte: IBS (2009)

Dentre os diversos modelos estocásticos utilizados para o preço de *commodities*, entendemos que os modelos 2 e 3 de Schwartz (1997) e Schwartz & Smith (2000), que combinam fatores MGB e MRM, possuem características que o tornariam bons candidatos para descrever o comportamento dos preços do aço na modelagem das opções reais em projetos de investimento em siderurgia. No entanto, existe uma dificuldade na adoção desses modelos no caso dos preços dos produtos siderúrgicos, em função da carência de dados estatísticos de boa qualidade<sup>1</sup> para estimação de seus parâmetros. Para obtenção da estimativa dos parâmetros dos modelos de vários fatores de Schwartz (1997) e Schwartz & Smith (2000), esses autores partiram de preços futuros de *commodities*, utilizando a abordagem Espaço-Estado combinada ao Filtro de Kalman.<sup>2</sup> É possível, porém, usar uma alternativa incorporando uma tendência ascendente ao MRM e estimar os parâmetros deste processo a partir de preços spot históricos de produtos siderúrgicos. Essa abordagem alternativa corresponderia a inclusão de um componente de tendência determinístico no modelo 1 de Schwartz (1997), sendo possível a estimativa dos parâmetros por intermédio do método dos Mínimos Quadrados Não-Lineares. Este

<sup>1</sup>A existência de preços futuros – necessários para utilização dos modelos de Schwartz (1997) e Schwartz & Smith (2000) – é bastante recente nesta indústria (início da série em maio de 2008). Há apenas dois contratos de preços futuros de produtos siderúrgicos na London Metal Exchange: o primeiro com prazos de três meses e o segundo com prazos de quinze meses de vencimento, sendo ambos para mercados específicos (Mediterrâneo e Extremo Oriente).

<sup>2</sup>A abordagem Espaço-Estado é a ferramenta adequada para lidar com situações que variáveis de estado não são observáveis, porém é sabido que são geradas por um processo de Markov. Uma vez que o modelo foi colocado na abordagem Espaço-Estado, o filtro de Kalman, combinado estimadores de máxima verossimilhança, pode ser utilizado para estimar os parâmetros do modelo e as séries temporais das variáveis de estado não observáveis, que no caso em questão seriam os preços *spot* das *commodities*.

modelo se diferencia fundamentalmente do modelo de Schwartz & Smith (2000) em que nesse último o *drift* consiste de um processo estocástico (MGB).

### 3.1 Proposição de modelo

Seja  $S_t$  o preço spot da *commodity* um processo estocástico cujo logaritmo será denominado  $Y_t$  cuja formulação do diferencial é dada pela equação (7):

$$dY_t = \kappa(C_t - Y_t)dt + dC_t + \sigma dz \quad (7)$$

onde  $C_t$  é a tendência de longo prazo linear em  $t$ , determinística e não observável de  $Y_t$ ;  $\kappa$  é o parâmetro da velocidade de reversão;  $\sigma$  é o parâmetro da volatilidade do processo;  $dz$  é um incremento de Wiener.

A inclusão do termo  $dC_t$  se faz necessária para que o processo realmente reverta para o nível de equilíbrio de preços  $C_t$ . Este tratamento é análogo ao utilizado por Pindyck (1999).<sup>3</sup> Considerando que  $C_t$  é linear em  $t$ , temos que  $dC_t = cdt$  o que possibilita ainda simplificar a expressão do diferencial de  $Y_t$ , conforme demonstrado na equação (8):

$$dY_t = -\kappa X_t dt + cdt + \sigma dz \quad (8)$$

onde

$$X_t = Y_t - C_t$$

Como  $Y_t$  tem distribuição normal com média e variância dadas por:

$$E_0[Y_T] = e^{-\kappa t} X_0 + C_0 + cT$$

e

$$Var_0[Y_T] = (1 - e^{2\kappa T}) \frac{\sigma^2}{2\kappa}$$

O preço spot  $S_t$  terá, por conseguinte, distribuição log-normal, o que implica que seu valor esperado será dado pela equação (9):

$$E_0[S_T] = \exp(E_0[Y_T] + 1/2Var_0[Y_T])$$

ou

$$E_0[S_T] = \exp \left( e^{-\kappa T} X_0 + C_0 + cT + \frac{1}{2}(1 - e^{-2\kappa T}) \frac{\sigma^2}{2\kappa} \right) \quad (9)$$

ou na forma logarítmica pela equação (10):

$$\ln E_0[S_T] = e^{-\kappa T} X_0 + C_0 + cT + \frac{1}{2}(1 - e^{-2\kappa T}) \frac{\sigma^2}{2\kappa} \quad (10)$$

---

<sup>3</sup>Pindyck (1999) propõe um modelo de reversão à média para preços de *commodities* como petróleo e carvão, cujo nível de equilíbrio do logaritmo dos preços apresenta uma tendência quadrática no tempo, enquanto no modelo proposto nesse artigo a tendência é linear no tempo.



### 3.2 Modelo empírico: discretização, estimação de parâmetros e simulação neutra ao risco

Para o MRM-T proposto, os seguintes parâmetros deverão ser estimados, pelo método dos Mínimos Quadrados Não-Lineares, a partir de preços *spot*:

- $C_0$  é o valor inicial da tendência de longo prazo dos preços;
- $c$  é o parâmetro de *drift* de  $C_t$ ;
- $\sigma$  é o parâmetro da volatilidade do processo, e;
- $k$  é o parâmetro da velocidade de reversão à média do processo  $X_t$ .

Considerando que:

$$Y_t = X_{t-1}e^{-\kappa\Delta t} + C_{t-1} + c\Delta t + \epsilon_t$$

e

$$Y_{t-1} = X_{t-1} + C_{t-1}$$

Pode-se chegar às seguintes expressões referentes à diferença do logaritmo dos preços em tempo discreto:

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = (e^{-\kappa\Delta t} - 1)X_t - 1 + c\Delta t + \epsilon_t$$

$$\Delta Y_t = (e^{-\kappa\Delta t} - 1)(Y_{t-1} - C_0 - c\Delta t \times (t-1)) + c\Delta t + \epsilon_t$$

$$E(\Delta Y_t | Y_{t-1}) = (e^{-\kappa\Delta t} - 1)(Y_{t-1} - C_0 - c\Delta t \times (t-1)) + c\Delta t$$

A estimativa dos parâmetros, de maneira simultânea, pode ser feita mediante Mínimos Quadrados Não-Lineares (Greene, 2000), método que é implementado pela escolha numérica dos valores dos parâmetros que minimizam a soma dos quadrados dos resíduos.

Considerando  $\psi = (\alpha; c; C_0; \kappa)$  o vetor de parâmetros do modelo presentes em  $E(\Delta Y_t | Y_{t-1})$ . A estimativa de mínimos quadrados de  $\psi$ , denotada por  $\hat{\psi}$ , é, por definição, o ponto de mínimo da função:

$$Q(\psi) = \sum_{t=2}^n \epsilon_t^2 = \sum_{t=2}^n [\Delta Y_t - E(\Delta Y_t | Y_{t-1})]^2$$

Tal procedimento, pode ser implementado através do software E-Views®. Por fim, a estimativa do parâmetro da volatilidade do processo  $\sigma$ , pode ser obtida diretamente do erro padrão da regressão ou por intermédio da equação (11):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=2}^n \epsilon_t^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=2}^n [Y_t - E(Y_t|Y_{t-1})]^2}{n-1}} \quad (11)$$

Para obtenção da equação de simulação neutra ao risco é necessário estimar o prêmio de risco normalizado do processo do logaritmo dos preços ( $\hat{\epsilon}$ ) e posteriormente subtraí-lo do processo real. A estimação do prêmio de risco pode ser efetuada pelo método descrito por Hull (2006) e utilizado nos trabalhos de Irwin (2003), Brandão & Saraiva (2008) e Blank *et al.* (2009). O método estima o prêmio a partir da correlação dos retornos do ativo e dos retornos do mercado, da volatilidade dos retornos do ativo, volatilidade dos retornos do mercado e do prêmio de risco de mercado, conforme demonstrado na equação (12):

$$\pi_i = \frac{\rho_{i,m}\sigma_i}{\sigma_m}\pi_m \quad (12)$$

onde:

$\pi_i$  é o prêmio de risco do processo de preços do ativo  $i$ ;  
 $\rho_{i,m}$  é a correlação dos retornos do ativo  $i$  com mercado;  
 $\sigma_i$  é a volatilidade dos retornos do ativo  $i$ ;  
 $\sigma_m$  é a volatilidade dos retornos do mercado;  
 $\pi_m$  é o prêmio de risco do mercado.

De posse dos parâmetros estimados a simulação neutra ao risco do modelo será dada pela equação (13):

$$S_t = \exp \left[ X_t - 1e^{-\kappa\Delta t} + C_{t-1} + c\Delta t - (1 - e^{-k\Delta t})\lambda + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\kappa\Delta t}}{2\kappa}} N(0, 1) \right] \quad (13)$$

onde  $\lambda = \frac{\pi}{\kappa}$  é o prêmio de risco normalizado.

#### 4. Estudo de Caso: Aplicação do Modelo MRM-Taos Preços de Aços e Análise de Opções Reais em Projetos Siderúrgicos

##### 4.1 Base de dados

A base de dados para testes do modelo proposto consiste de séries históricas de índices mensais de preços spot de produtos siderúrgicos obtidas junto ao IBS, correspondentes ao período que vai de janeiro de 2000 a abril de 2009, referentes a 6 tipos distintos de índices de produtos siderúrgicos comercializados no Brasil: Aços Planos Não Revestidos; Placas de Aço; Perfis de Aço; Lingotes, Blocos e Tarugos; Barras de Aço; Aços Planos Revestidos. Os valores dos 6 índices analisados podem ser vistos na Figura 1.



## 4.2 Resultados Empíricos: Parâmetros Estimados, Testes do Processo e Análise dos Resultados dos Testes

Como aplicação da metodologia proposta na seção 3 foram estimados os parâmetros do MRM-T utilizando as séries de índices de preços deflacionados de produtos siderúrgicos do IBS. Adicionalmente, utilizando a mesma base de dados, foram estimados os parâmetros supondo que os preços do aço se comportam como MGB e MRM (Schwartz, 1997, modelo 1), permitindo que fossem efetuadas comparações entre os 3 modelos analisados.

A Tabela 2 apresenta os resultados da aplicação da metodologia proposta na seção 3 nas 6 séries de índices de preços deflacionados de produtos siderúrgicos do IBS. Foram estimados os parâmetros em termos anuais do MRM-T: o valor inicial da tendência de longo prazo ( $C_0$ ) o *drift* da tendência de longo prazo dos preços ( $c$ ), a velocidade de reversão ( $\hat{\epsilon}$ ), a volatilidade ( $\sigma$ ) e a meia vida do processo ( $H$ ).

**Tabela 2**

Parâmetros do modelo MRM-T estimados a partir das séries de índices de preços deflacionados de produtos siderúrgicos (IBS) referentes ao período de jan/2000 a abr/2009

Tipos de Produtos de Aço	MRM com Tendência (MRM-T)				
	$C_0$	$C$	$kappa$	$\sigma$	$H$
Planos Revestidos	4,6809	2,29%	0,2923	7,96%	2,37
Barras	4,7509	3,27%	0,6622	13,51%	1,05
Ling., Blocos e Tarugos	4,9843	2,01%	0,4714	19,59%	1,47
Perfis	4,5321	5,36%	0,8589	9,13%	0,81
Placas	4,513	9,60%	2,4003	36,40%	0,29
Planos Não Revestidos	4,784	4,12%	0,3208	10,01%	2,16

Utilizando as séries de log-retornos dos 6 tipos de índices de preços deflacionados de produtos siderúrgicos do IBS, foram estimados também os parâmetros do *drift* ( $\mu - \sigma^2/2$ ) e volatilidade ( $\sigma$ ) supondo que os preços do aço seguissem um MGB. Na sequência, supondo que os preços seguissem um MRM (Schwartz, 1997, modelo 1) foram estimados os parâmetros (em termos anuais): velocidade de reversão ( $K$ ), volatilidade ( $\sigma$ ), média de longo prazo dos log-retornos ( $\alpha$ ) e meia vida do processo ( $H$ ). Foi aplicado também o Teste de Dickey-Fuller Aumentado<sup>4</sup> com Tendência a partir da regressão dos log-retornos ( $\Delta \ln S_t$ ) sobre os log dos preços defasados ( $\ln S_{t-1}$ ). Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 3.

<sup>4</sup>No Teste de Dickey-Fuller Aumentado com Tendência são incluídos na regressão valores defasados dos log-retornos dos preços com intuito de se eliminar a auto-correlação com os termos de erro. É necessária a inclusão de defasagens suficientes para que os resíduos resultantes se tornem um ruído branco.

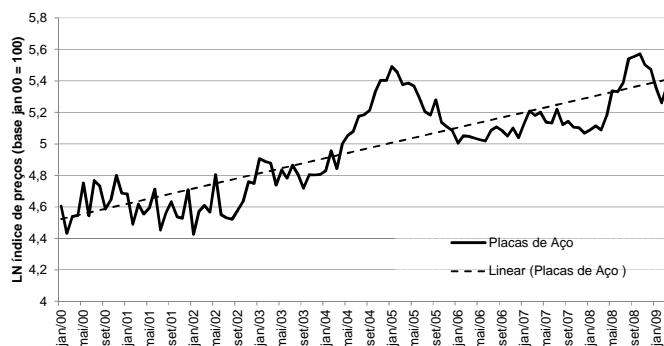
**Tabela 3**

Parâmetros dos modelos MGB e MRM estimados a partir das séries de índices de preços deflacionados de produtos siderúrgicos (IBS) referentes ao período de jan/2000 a abr/2009

Tipos de Produtos de Aço	MGB			MRM			Teste Dickey-Fuller Statt
	$\mu - \sigma^2/2$	$\sigma$	$\kappa$	$\alpha$	$\sigma$	$H$	
Planos Revestidos	2,59%	8,01%	0,194	0,0775	8,10%	3,57	-2,8
Barras	3,74%	13,71%	0,3997	0,1583	13,90%	1,73	-1,747
Ling., Blocos e Tarugos	5,06%	19,83%	0,4016	0,1638	20,11%	1,73	-1,399
Perfis	4,74%	9,30%	0,1285	0,0544	9,42%	5,39	-3,129
Placas	7,27%	34,32%	0,6699	0,2615	35,10%	1,03	-3,313
Planos Não Revestidos	5,56%	9,84%	0,1803	0,077	9,94%	3,84	-1,267

Como pode ser verificado pela comparação das Tabelas 2 e 3, o parâmetro de tendência do MRM-T apresenta valor inferior ao *drift* do MGB em 4 das 6 séries de preço, exceto nas séries de Perfis e Placas de aço, onde o inverso ocorre. É possível observar que o MRM-T apresenta parâmetros de velocidade reversão substancialmente superiores ao da Reversão à Média, o que por sua vez, determina a redução em todas as meia-vidas dos processos (H). Como exemplo, temos o caso dos Aços Planos Não Revestidos, para qual foi estimada uma meia vida de 3,84 anos no modelo de Reversão à Média, que foi reduzida para 2,37 anos no MRM com Tendência. Pode ser observado também, que os parâmetros de volatilidade ( $\sigma$ ) estimados para o MRM-T se mostram não muito distintos aos casos do MGB e MRM.

No caso do Teste de Dickey-Fuller Aumentando com Tendência, considerando um nível de significância de 10%, valores inferiores a -3.1516 para estatística T (Stat T) sugerem a rejeição da hipótese nula ( $H_0$ ), caso não ocorrido em 5 das 6 séries testadas. A exceção foi obtida no teste efetuado nas séries de placas de aço, produto com menor nível de valor agregado e diferenciação de todos os casos analisados e também que apresenta o maior parâmetro de velocidade de reversão à média (Figura 2).

**Figura 2**

Log dos índices de preços da série de placas de aço (IBS) deflacionados referentes ao período de jan/2000 a abr/2009



Com o intuito de analisar a capacidade preditiva dos 3 tipos de modelos estocásticos – MGB, MRM e MRM-T – foram aplicadas medidas de aderência – Pseudo R<sup>2</sup>, EQM e MAPE. A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos para as seis séries de índices de preços deflacionados de produtos siderúrgicos do IBS das quais foram estimados os parâmetros dos 3 modelos comparados.

**Tabela 4**

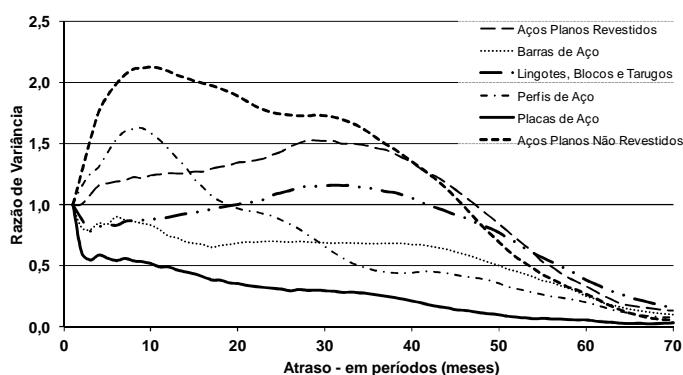
Resultados das medidas de aderência – Pseudo  $R^2$ , EQM e MAPE – dos 3 tipos de processo – MGB, MRM e MRM-T – sobre as 6 séries de índices preços de aço (IBS) deflacionadas pelo IGP-DI no período de jan/2000 a abr/2009

Tipos de Produtos de Aço	Pseudo $R^2$			EQM			MAPE		
	MGB	MRM	MRM-T	MGB	MRM	MRM-T	MGB	MRM	MRM-T
Planos Revestidos	97,72%	97,722%*	97,72%	7,536	7,494*	7,525	1,587	1,527*	1,594
Barras	95,44%	95,449%*	95,44%	27,757	27,195*	27,24	2,641	2,576*	2,608
Ling., Blocos e Tarugos	94,60%	94,626%*	94,59%	91,025	88,693*	89,208	3,951	3,937	3,924*
Perfis	96,58%	96,58%	96,666%*	10,909	10,964	10,539*	1,836	1,790*	1,815
Placas	91,85%	91,84%	91,944%*	174,33	172,535	169,017*	7,542	7,401	7,355*
Planos Não Revestidos	98,02%	98,023%*	98,02%	19,172	19,161	19,026*	2,073	2,031*	2,119

Nota: \* – Modelo com maior aderência verificada.

De forma geral, como se pode observar na Tabela 4, nos 3 tipos de medidas aplicadas, os modelos MRM e MRM-T se demonstraram superiores ao MGB, indicando uma maior aderência dos modelos com componentes de reversão à média para os preços de produtos siderúrgicos. Em nenhum dos casos foi verificada supremacia do MGB perante aos outros modelos testados, por nenhum dos testes aplicados em nenhuma das séries consideradas. A pequena vantagem numérica apresentada nos valores dos testes não nos permite, porém, concluir quanto a inadequação do MGB como modelo para os preços do aço, havendo necessidade de elaboração de outros tipos de análises para essa confirmação. Cabe observar, que especificamente para série de preços de Placas de Aço, justamente a série em que foi rejeitada a hipótese da presença da raiz unitária, foi também demonstrada maior aderência do MRM-T pelos três tipos de medidas analisadas.

Para verificação da validade da hipótese de presença de um MGB puro, aplicamos um teste de razão de variância nas séries de índices deflacionados de preços de produtos siderúrgicos do IBS. Como pode ser observado na Figura 3, apesar de algumas séries de preços terem inicialmente apresentado uma alta da razão de variância, após 48 períodos (4 anos) todas as séries apresentam sua razão abaixo de 1, convergindo para valores entre 0,16 e 0,035 para 70 meses de defasagem.



**Figura 3**  
Razão de variância dos índices de preços deflacionados de produtos siderúrgicos (IBS)

Pode-se observar ainda que, após 30 meses de atraso, Placas e Perfis são as séries que apresentam os menores valores de razão de variância, o que decorre da maior estabilização de suas variâncias, uma das principais características da reversão à média. Não por acaso são estas duas séries que retornam as estatísticas t mais altas (em valor absoluto) para os testes de Dickey-Fuller Aumentado com Tendência, dando assim forte suporte a hipótese da presença de um MRM nestes casos.

A análise conjunta dos resultados obtidos nos testes realizados nos leva a crer que o MRM-T possa ser considerado uma interessante alternativa para modelagem do comportamento dos preços do aço na avaliação de opções reais em projetos siderúrgicos, especialmente para o caso das placas de aço, produto de menor valor agregado e com maiores características de *commodities*.

Nos testes realizados com as 3 Medidas de Aderência – Pseudo R<sup>2</sup>, EQM e MAPE – o MRM-T apresentou uma performance tão boa quanto o MRM e ambos demonstraram aderência aos preços do aço superiores ao MGB. No caso da série de placas de aço o MRM-T desempenhou melhor do que o MRM “puro” nas 3 Medidas de Aderência aplicadas.

Apesar de tipicamente ser difícil obter a rejeição da hipótese da presença de raiz unitária trabalhando com séries de 10 anos, no caso específico da série de placas de aço foi possível obter a rejeição utilizando o Teste de Dickey-Fuller Aumentado com Tendência, considerando um nível de significância de 10%. Para que se possa obter uma referência dessa dificuldade, Pindyck (1999) somente conseguiu rejeitar a hipótese de raiz unitária em 5 casos de 42 testes efetuados em séries de preços de *commodities* com diferentes periodicidades. Os 5 casos onde a rejeição foi obtida constituíram-se de séries de longo prazo de petróleo (com prazos superiores a 90 anos), dentre os quais somente em 1 teste foi possível obter a rejeição ao nível de significância de 5% (nos 4 outros casos o nível de significância foi de 10%).



Em relação aos Testes de Razão de Variância, à medida que a defasagem de tempo foi sendo aumentada, as séries apresentam decréscimo do indicador, convergindo para valores entre 0,16 e 0,035 para 70 meses de defasagem, resultado que enfraquece a hipótese do MGB. Mais uma vez, a série que apresentou um comportamento mais relacionado à presença de componentes de reversão a média foi a de placas de aço, na qual a razão de variância tende rapidamente para valores próximos a zero.

Como comentado na seção 3, a análise de algumas questões econômicas ligadas à produção de aço – elevações progressivas de preços principais insumos de produção e custos incrementais com exigências das legislações ambientais – vem no decorrer dos últimos anos provocando aumentos no custo marginal de produção dos produtos siderúrgicos, fato que pode ser observado na Figura 1. Estes aumentos possuem razões adicionais aos descompassos momentâneos de oferta e demanda (capturados pelo MRM) e dessa forma justificam a inclusão do componente de tendência ascendente do MRM-T. Tal argumento também foi utilizado na construção dos modelos 2 e 3 de Schwartz (1997) e Schwartz & Smith (2000), mas como discutido na seção 3, a carência de dados estatísticos de boa qualidade para estimação de seus parâmetros, dificulta a adoção desses modelos no caso dos preços dos produtos siderúrgicos. O MRM-T, por considerar um *drift* determinístico para o logaritmo dos preços, permite que seus parâmetros sejam estimados a partir de preços *spot* históricos, por intermédio do método dos Mínimos Quadrados Não-Lineares, sendo dessa forma adequado ao conjunto de informações disponíveis para produtos siderúrgicos na atualidade.

#### **4.3 Avaliação de Opções Reais na Siderurgia utilizando o MRM-T**

A determinação do processo estocástico do preço de aço tem grande relevância na avaliação de projetos na siderurgia ena definição da regra ótima de decisão em relação ao momento ideal para realização do empreendimento ou no exercício de qualquer outra flexibilidade gerencial existente no projeto. Nessa seção, com a intenção de avaliar o impacto da escolha do processo estocástico do preço do aço em empreendimentos na siderurgia, vamos avaliar uma opção de parada temporária em uma usina siderúrgica semi-integrada, utilizando para modelagem dos preços de placas de aço o modelo desenvolvido nesse artigo – MRM-T – e comparar com os resultados obtidos para dois outros tipos de processos – o MGB e o MRM.

##### **Casos base – projeto de investimento em um forno-elétrico (usina semi-integrada)**

Considere-se um projeto de uma aciaria composta de um forno elétrico, com capacidade de produção anual de 1 milhão de toneladas de aço, cujos investimentos para montagem da planta totalizem um montante de R\$500 milhões. O custo médio ponderado de capital (CMPC ou WACC) para esse tipo de projeto é de 10% ao ano e a taxa livre de risco foi considerada em 5%, ambos em termos reais. No

momento da avaliação do projeto, a receita líquida por tonelada da placa de aço é de US\$ 500,00, estando um dólar cotado a R\$1,80. A análise das séries históricas (de janeiro/2000 a abril/2009) mostra uma taxa média de crescimento destas de 4,67% por ano. No entanto, consideramos mais apropriado utilizar um *drift* de 2,5% para o logaritmo dos preços dos produtos siderúrgicos uma vez que ocorreram mudanças estruturais no setor após o fim da crise econômica que ocorreu no final de 2008 e em 2009.

Dentre os principais custos de produção tem-se a sucata ferrosa cujo preço por tonelada é correspondente a 30% da receita líquida da tonelada de aço. Considerando um nível de atividade de 90% da capacidade produtiva, os demais custos de produção (energia elétrica, materiais, pessoal, manutenção e depreciação) e despesas gerais (administrativas e comerciais) totalizam R\$535 milhões ao ano, os quais serão denominados de outros custos e despesas. Supõe-se que sejam corrigidos no tempo unicamente pela inflação (0% em termos reais). A alíquota de imposto de renda e contribuição social é de 34%. Por simplificação, considera-se que os re-investimentos necessários para manutenção da planta sejam similares à depreciação. Dessa forma o fluxo de caixa em termos trimestrais pode ser calculado pela equação (14):

$$FCX_s = [S_s \times Cap \times TC \times UC \times (1 - CSF) - OCD](1 - AI)\Delta s \quad (14)$$

onde:

$FCX_s$  é o Fluxo de Caixa do Projeto no trimestre  $s$  (em R\$ 1.000,00);

$S_s$  é a Receita Líquida por Tonelada de Aço no trimestre  $s$  (em US\$);

$Cap$  é a Capacidade Instalada da Planta em toneladas/ano;

$TC$  é a Taxa de Câmbio (R\$/US\$);

$UC$  é o Uso da Capacidade Instalada;

$CSF$  é o Custo da Sucata Ferrosa;

$OCD$  são os Outros Custos e Despesas;

$AI$  é a Alíquota de Impostos, e;  $\Delta s$  é de 0,25.

Com base em 5 anos de projeções trimestrais dos fluxos de caixa, após os quais foi considerada uma perpetuidade sem crescimento, foi estimado um valor de R\$632,751 milhões para o projeto, o que determina um VPL estático de R\$132,751.

### Opção de Parada Temporária em Usinas Siderúrgicas Semi-Integradas – MGB

Em situações em que as condições de mercado forem menos favoráveis do que o previsto uma importante alternativa estratégica para empresa pode ter possibilidade de interromper suas atividades temporariamente. Assume-se no caso do projeto descrito na seção 4.3.1, que caso ocorresse a parada temporária do forno-elétrico se verificaria pelo modelo proposto a renúncia das receitas do projeto e, consequentemente, a inocorrência dos custos com a sucata ferrosa utilizada na



produção do aço. Adicionalmente, considera-se que uma parcela significativa dos outros custos e despesas (OCD) poderia ser evitada com a paralisação. Dos R\$535 milhões anuais de outros custos e despesas orçados para um nível de atividade de 90% da capacidade produtiva, supõe-se inicialmente que 76% possam ser salvos no caso denominado de Parada Temporária 1 e ainda um segundo caso (Parada Temporária 2) no qual 92% seriam evitados, conforme detalhado na Tabela 5.

**Tabela 5**

Outros custos e despesas (OCD) do projeto nos casos de 90% de uso da capacidade, parada temporária Tipo 1 e 2

Outros Custos e Despesas (em R\$ 1.000,00)			
Uso da Capacidade	90%	Parada Temporária 1	Parada Temporária 2
Energia Elétrica	190.000	0	0
Outros Materiais	80.000	0	0
Custos com Pessoal	115.000	57.500	0
Manutenção	50.000	10.000	10.000
Depreciação	25.000	25.000	25.000
Desp.Adm e Com.	75.000	37.500	7.500
<b>TOTAL</b>	<b>535.000</b>	<b>130.000</b>	<b>42.500</b>
Percentual Evitado	0%	76%	92%

A diferença verificada nos dois casos expostos estaria na decisão de cortes de pessoal e despesas gerais em função de suas perspectivas de tempo até o retorno de condições propícias para a retomada da produção. Dessa forma, no caso da Parada Temporária 1, o gestor estaria supondo um retorno mais rápido das condições de mercado o que justificaria a manutenção de grande parte do contingente de trabalhadores podendo, por exemplo, ser utilizado o artifício de férias coletivas para a redução dos gastos. Já no caso 2 tem-se a hipótese da expectativa de uma crise mais prolongada o que implicaria na dispensa da totalidade dos profissionais de produção e posterior contratação, quando do retorno da atividade produtiva. Assim sendo, para determinação do fluxo de caixa expandido, a cada período de tempo e cenário de preço (estado da natureza) que se revele, o gestor deverá otimizar entre as opções de continuar produzindo ou paralisar as operações incorrendo somente nos custos não evitáveis, como demonstrado na equação (15).

$$FCX_{exp}(s, i) = \text{Max}[FCX(s, i); -CDNE(j) \times (1 - AI)] \quad (15)$$

onde:

$FCX_{exp}(s, i)$  é o Fluxo de Caixa Expandido (na presença de opções reais) no tempo  $s$  e estado da natureza  $i$ ;

$FCX(s, i)$  é o Fluxo de Caixa Estático (na ausência de opções reais) no trimestre  $s$  e estado da natureza  $i$ ;

$CDNE(j)$  são os Custos e Despesas Não Evitáveis referente ao Caso  $j$ , e;

$AI$  é a Alíquota de Impostos.

Supondo que os preços do aço se comportem como um MGB, será utilizada uma tendência de crescimento para o log de  $S_t$  similar aquela usada na projeção dos fluxos de caixa do caso base da seção 4.3.1,  $(\mu - \sigma^2/2) = 2,5\%$ , e um

parâmetro de volatilidade  $\sigma = 34.32\%$ , estimado a partir dos retornos das séries de placas de aço conforme pode ser verificado na seção 4.2. Para a modelagem da opção foi necessário ainda estimar um prêmio de risco ( $\pi$ ) que subtraído do *drift* ( $\mu - \sigma^2/2$ ) nos permite efetuar o desconto dos fluxos de caixa expandidos utilizando taxas livres de risco,  $r=5\%$ , no caso em questão. Utilizando a metodologia descrita na seção 3.2 o prêmio de risco foi estimado em  $\pi = 0,69\%$ .

Para avaliação da opção de parada temporária foi utilizado o Método Binomial de Cox *et al.* (1979). Iniciando do final do 20º trimestre (20 períodos trimestrais, ou seja 5 anos de projeção), fim do “prazo de vida” da opção avaliada, foi analisada a escolha ótima do gestor do projeto (parar temporariamente ou continuar a produção) contingente ao cenário do preço do aço considerado, pela equação definida para  $FCX_{exp}(s, i)$  apresentada na presente seção. Efetuando procedimento idêntico nos períodos anteriores, utilizando ainda probabilidades neutras ao risco ( $p* = 0,4613$ ) e taxa de desconto livre de risco ( $r = 5\%a.a$ ), foi encontrado pelo método de indução retroativa um valor do projeto na presença de opções (valor expandido) de R\$ 734,395 milhões para o caso em que fosse evitados 76% de outros custos de produção e despesas gerais. Neste caso, definido anteriormente como Parada Temporária 1, verifica-se um VPL expandido de R\$ 234,395 milhões, o que determinaria um valor para opção de R\$ 101,644 milhões, correspondendo a um acréscimo de 77% ao VPL estático. Considerando o caso da Parada Temporária 2, onde trabalharia s evitando 92% de outros custos de produção e despesas gerais, o VPL expandido estimado seria de R\$ 331,892 milhões, o que corresponde a um valor de opção de R\$ 199,140 milhões e um acréscimo de 150% ao VPL estático.

### **Opção de Parada Temporária em Usinas Siderúrgicas Semi-Integradas – MRM**

Partindo das mesmas informações utilizadas no caso anterior, nesta seção será avaliada uma opção de parada temporária em uma usina siderúrgica, supondo neste caso que os preços do aço seguem um movimento de reversão à média. O processo estocástico escolhido foi o Modelo 1 de Schwartz (1997), e os parâmetros anuais foram estimados a partir dos retornos das séries de placas de aço na seção 4.2, sendo esses:  $\kappa = 0,67$ , o parâmetro de velocidade de reversão;  $\sigma = 35.1\%$ , o parâmetro de volatilidade e  $S = 551,1$  US\$/ton a média de longo prazo dos preços do aço. De forma similar ao efetuado no MGB, é necessário também neste caso a subtração do prêmio de risco no modelo para obtenção do processo neutro ao risco. No caso do MRM o prêmio deverá ser normalizado pelo parâmetro da velocidade de reversão é descontado do log da média de longo prazo dos preços ( $\alpha$ ) como demonstrado na formulação apresentada a seguir:

$$\alpha^* = \alpha - \lambda$$



onde:

$\alpha$  é a média do log dos preços;

$\alpha^*$  é a média do log dos preços ajustada para o processo neutro ao risco;

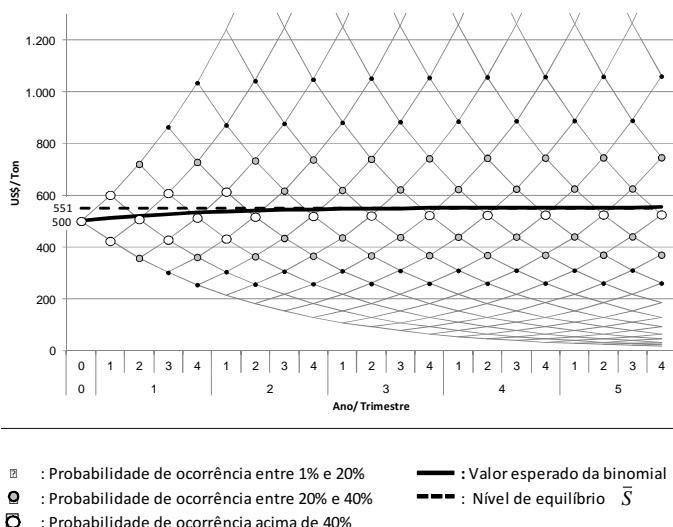
$\lambda = \frac{\pi}{K}$  é o prêmio de risco normalizado;

$\pi$  é o prêmio de risco, e;

$\kappa$  é o parâmetro da velocidade de reversão à média.

Utilizando a metodologia descrita na seção 3.2 o prêmio de risco normalizado foi estimado em  $\lambda = 0,0399$ .

Para o cálculo do valor da opção será utilizado o método binomial adaptado para o movimento de reversão à média, mais especificamente o modelo não censurado desenvolvido por Bastian-Pinto *et al.* (2010). A árvore binomial recombinante para os preços de placas de aço modeladas como um MRM pode ser vista na Figura 4, aonde são representados também o valor esperado da árvore e o nível de equilíbrio, assim como a representação da probabilidade de ocorrência de cada nó.



**Figura 4**  
Árvore binomial recombinante para MRM, modelando preços de placas de aço

O primeiro aspecto a ser observado é a mudança no valor do projeto pela simples suposição que os preços do aço seguissem um MRM e não um MGB como no caso base. Com essa modificação de modelo houve redução no valor do projeto na ausência de opções reais para R\$ 560,980 milhões, o que determinaria um VPL estático de R\$ 60,980 milhões. Considerando o caso da Parada Temporária 1 (evitando 76% dos OCD) o VPL expandido estimado foi de R\$ 78,394 milhões, o que determinaria um valor para opção de R\$ 17,414 milhões, correspondendo a um

acrédito de 29% ao VPL estático. Considerando o caso da Parada Temporária 2 (evitando 92% dos OCD) o VPL expandido estimado seria de R\$ 132,415 milhões, o que corresponde a um valor de opção de R\$ 71,435 milhões e um acréscimo de 117% ao VPL estático.

### **Opção de parada temporária em usinas siderúrgicas semi-integradas – MRM com tendência**

Partindo das mesmas informações utilizadas nos casos anteriores, nesta seção será avaliada uma opção de parada temporária em uma usina siderúrgica, supondo neste caso que os preços do aço seguem um movimento de reversão à média com tendência. Os parâmetros anuais de reversão e volatilidade foram estimados a partir dos retornos das séries de placas de aço na seção 4.2:  $\kappa = 2,40$ , o parâmetro de velocidade de reversão e  $\sigma = 36,29\%$ , o parâmetro de volatilidade. De forma similar ao MGB e ao caso base, para os primeiros 5 anos de projeção dos fluxos de caixa, foi assumido como tendência de longo prazo do logaritmo dos preços  $c = 2,5\%$  em termos reais. Foi assumido como valor inicial da tendência de longo prazo do logaritmo dos preços  $C_0 = \ln(S_0)$ , o que implicaria que na data da avaliação não haveria desvio em relação ao preço do aço praticado no mercado. De forma similar ao efetuado no MRM, é necessário também nesse caso subtração do prêmio de risco no modelo para obtenção do processo neutro ao risco, o qual necessitará ser normalizado pelo parâmetro da velocidade de reversão é descontado do log da média de longo prazo dos preços ( $\alpha$ ) como demonstrado na formulação apresentada a seguir:

$$\alpha^* = \alpha - \lambda$$

onde:

$\alpha$  é a média do log dos preços;

$\alpha^*$  é a média do log dos preços ajustada para o processo neutro ao risco;

$\lambda = \frac{\pi}{\kappa}$  é o prêmio de risco normalizado;

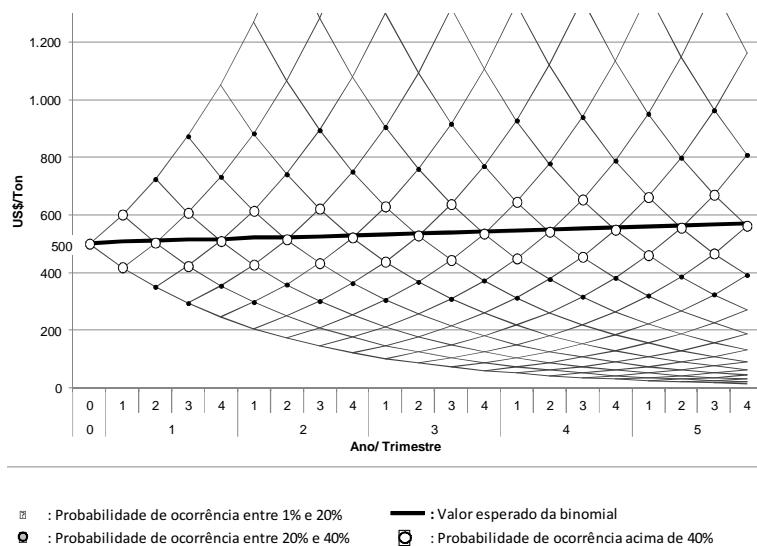
$\pi$  é o prêmio de risco, e;

$\kappa$  é o parâmetro da velocidade de reversão à média.

Utilizando a metodologia descrita na seção 3.2 o prêmio de risco normalizado foi estimado em  $\lambda = 0,0395$ .

Da mesma forma que no caso do MRM, para o cálculo do valor da opção será usado o modelo de Bastian-Pinto *et al.* (2010) modificado para permitir a inclusão de um *drift* no nível de equilíbrio conforme a equação (13). A árvore binomial recombinante para os preços de placas de aço seguindo o MRM-T pode ser vista na Figura 5, aonde são representados também o valor esperado da árvore com o *drift* resultante do modelo, assim como a representação da probabilidade de ocorrência de cada nó.





**Figura 5**  
Árvore binomial recombinante para MRM-T, modelando preços de placas de aço

Pelo fato de ter sido utilizado o mesmo *drift* do caso base onde os preços seguiriam um MGB, não foi observada a mudança no valor do projeto e do VPL estático como ocorrido no caso do MRM “puro”. Considerando a opção de Parada Temporária 1, o VPL expandido estimado foi de R\$ 135,360 milhões, o que determinaria um valor de R\$ 2,608 milhões e corresponderia a um acréscimo de 2% ao VPL estático. Considerando o caso da Parada Temporária 2 (evitando 92% dos OCD) o VPL expandido estimado seria de R\$ 161,115 milhões, o que corresponde a um valor de opção de R\$ 28,335 milhões e um acréscimo de 21% ao VPL estático.

## Resultados

A Tabela 6 sumariza os valores encontrados para o projeto de uma Siderúrgica Semi-Integrada contendo uma Opção de Parada Temporária nos seus cinco primeiros ano de vida, considerando 3 tipos de processos estocásticos utilizados para os preços do aço.

**Tabela 6**

Opção de parada temporária: comparação do valor do projeto para cada caso

Tipo de Parada	Opção de Parada Temporária em Usinas Semi-Integradas					
	MGB		MRM		MRM c/ Tendência	
	1	2	1	2	1	2
Valor do Projeto	632.8	632.8	561	561	632.8	632.8
VPL Estático	132.8	132.8	61	61	132.8	132.8
VPL Expandido	234.4	331.9	78.4	132.4	135.4	161.1
Valor da Opção	101.6	199.1	17.4	71.4	2.6	28.3
Acrésc. %, ao VPL	77%	150%	29%	117%	2%	21%

Foram avaliados dois cenários de redução dos outros custos e despesas (OCD): Parada Temporária 1, onde se supõe que 76% do OCD seria evitável; e Parada Temporária 2, onde se supõe que 95% do OCD seria evitável. Por essa análise é possível observar que o valor da opção de Parada Temporária está diretamente relacionado à habilidade de evitar custos e despesas operacionais da planta de produção e ao tipo de processo estocástico utilizado para simulação dos preços do aço. Numa comparação entre a aplicação dos 3 processos – MGB, MRM e MRM-T – na avaliação da opção de Parada Temporária numa Siderúrgica Semi-Integrada é possível concluir pelo fato da variância do MGB ser crescente no tempo, enquanto nos demais processos essa tenda a convergir para um valor determinado, para opções com longos prazos de vida é razoável esperar maiores valores provenientes do MGB do que nos dois outros processos analisados. Numa comparação direta entre os dois processos com componentes de reversão à média, o maior valor da Opção de Parada Temporária no MRM “puro” se explica pelo fato do nível de equilíbrio de preços crescente no MRM-Tacarretar, à medida que o tempo evolui, em uma redução da probabilidade de exercício da opção e, consequentemente, na redução de seu valor.

Outro ponto que entendemos ser relevante tratar seria a eficiência do estimador do parâmetro de tendência (*drift*) no MRM-T. Em geral recomenda-se o uso de séries longas de tempo no processo de estimativa de parâmetros de tendência. Considerando o fato de que a variância do estimador ser inversamente proporcional ao tempo, o uso de séries mais extensas permite a obtenção de estimadores mais eficientes. Em virtude de não termos tido acesso a séries de preços de produtos siderúrgicos mais longas, entendermos ser relevante avaliar a sensibilidade do valor da opção em função da magnitude da tendência. A Tabela 7 apresenta a razão do valor da opção ao valor do projeto considerando distintos patamares da tendência de preços. É possível observar que em termos percentuais o valor da opção reduz à medida que o parâmetro da tendência aumenta, o que pode ser explicado por 2 fatores atuando simultaneamente: redução do número de cenários em que a opção seria exercida e aumento do valor do projeto.



**Tabela 7**

Sensibilidade da razão entre valor da opção de parada temporária e o valor do projeto em relação ao *drift* de tendência e a volatilidade do preço do aço seguindo um MRM-T

Drift de Tendência	Tipo de Parada	Sensibilidade do Valor da Opção de Parada Temporária			
		1		2	
		Valor do Projeto	Valor da Opção	Percentual Relativo	Percentual Relativo
0,50%	297,9	5,3	1,78%	43,8	14,71%
1,50%	461,5	3,5	0,76%	35	7,58%
2,50%	632,8	2,6	0,41%	28,3	4,48%
3,50%	812,1	2,1	0,26%	24,2	2,98%
4,50%	1000	1,7	0,17%	20,8	2,08%

## 5. Conclusões

Neste artigo, é proposto um aprimoramento do MRM, que denominamos Movimento de Reversão à Média com Tendência (MRM-T), que apresenta algumas vantagens para a modelagem do comportamento estocástico de algumas *commodities* como aços, para fins de avaliação de opções reais. Uma das vantagens dessa alternativa é a possibilidade de estimar os seus parâmetros a partir de preços spot da *commodity*.

Os resultados obtidos nos testes realizados – Medidas de Aderência, Teste de Dickey-Fuller Aumentado com Tendência e Teste de Razão de Variância – combinada a análise de algumas questões econômicas ligadas à produção de aço nos leva a crer que o MRM-T possa ser considerado uma alternativa viável para modelagem do comportamento estocástico dos preços do aço na avaliação de opções reais em projetos siderúrgicos. Em especial para o caso das placas de aço, produto de menor valor agregado e com mais características de *commodities*, o modelo apresentou resultados bastante contundentes, que permitem supor sua superioridade em relação ao MGB e ao MRM “puro”.

Utilizando o método das Opções Reais modelamos um projeto de uma usina siderúrgica semi-integrada, assumindo que os preços das placas de aço pudessem se comportar como 3 processos distintos: MRM-T, MRM e MGB, considerando que a usina pudesse ser parada temporariamente sendo salvos parte de seus custos de produção em 2 níveis distintos. Os resultados obtidos variam muito em função do tipo de parada temporária assim como e de forma mais significativa, quando os preços são modelados por diferentes processos estocásticos. O valor da opção é quase nulo para o nível mais baixo de parada temporária quando os preços de placas de aço possuem uma tendência determinística mas seu componente estocástico é uma reversão à média. Este resultado enfatiza a importância da correta modelagem da incerteza envolvida em projetos industriais tais como o que é modelado neste artigo. Frequentemente ao assumir que todas as incertezas podem ser corretamente modeladas como MGB ou mesmo MRM pode induzir a estimativas incorretas dos valores de projetos, e, por conseguinte, da decisão de investimento.

Como discutido na seção 4.3.5, e como verificado em outros modelos, a qualidade das estimativas do parâmetro de tendência no MRM-T se relaciona direta-

mente ao tamanho da amostra (período de tempo) utilizada para estimação e dessa forma entendemos ser relevante apontar que a indisponibilidade de séries longas de preço possa ser considerada uma limitação de nosso estudo. O estudo contornou a limitação do tamanho da série histórica incorporando uma avaliação subjetiva do parâmetro de tendência ( $drift=2,5\%$ ) no modelo, a qual é mais coerente com a taxa de crescimento de longo prazo do setor e da economia em geral.

Ainda com a intenção de amenizar o problema na estimativa do parâmetro de tendência no MRM-T foi efetuada uma análise da sensibilidade do valor da opção em função da magnitude tendencial. Cabe ressaltar, que a disponibilidade de informações para estimativa de parâmetros nem sempre é tão favorável quanto à teoria sugeriria, implicando muitas vezes na necessidade de reflexões e extrações a respeito de variáveis macro e microeconômicas para determinação de tendências de preços para o futuro.

Como tema adicional de pesquisa a este artigo, podemos sugerir a modelagem de outras incertezas da mesma indústria como o preço da sucata ferrosa (para usinas siderúrgicas semi-integradas), o preço de carvão (para usinas siderúrgicas integradas) entre outros, assim como outras opções existentes na mesma indústria, como expansão, troca de tecnologia ou produto (investimento em laminadores), e alternativas de mercados.

## Referências

- Aiube, Fernando A. L., Baidya, Tara K. N., & Tito, Edison A. H. 2008. Analysis of Commodity Prices with the Particle Filter. *Energy Economics*, **30**, 597–605.
- Al-Harthy, Mansoor H. 2007. Stochastic Oil Price Models: Comparison and Impact. *The Engineering Economist*, **52**, 269–284.
- Baker, Malcolm P., Mayfield, E. Scott, & Parsons, John E. 1998. Alternative Models of Uncertain Commodity Prices for Use with Modern Asset Pricing Models. *The Energy Journal*, **19**, 115–148.
- Bastian-Pinto, Carlos, & Brandão, Luiz Eduardo T. 2007. Modelando Opções de Conversão Com Movimento de Reversão À Média. *Revista Brasileira de Finanças*, **5**, 97–124.
- Bastian-Pinto, Carlos, Branda, Luiz Eduardo T., & Hahn, Warren J. 2009. Flexibility as a Source of Value in the Production of Alternative Fuels: The Ethanol Case. *Energy Economics*, **31**, 411–422.
- Bastian-Pinto, Carlos, Branda, Luiz Eduardo T., & Hahn, Warren J. 2010. *A Non-Censored Binomial Model for Mean Reverting Stochastic Processes*. Paper presented at the 14th Annual International Conference on Real Options in Rome. Available at: <http://www.realoptions.org/>, Retrieved 03 October 2009.



- Bhattacharya, Sudipto. 1978. Project Valuation with Mean-Reverting Cash Flow Streams. *The Journal of Finance*, **33**, 1317–1331.
- Black, Fisher, & Scholes, Myron. 1973. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, **81**, 637–654.
- Blank, Francis F., Baydia, Tara K. N., & Dias, Marco Antonio G. 2009. *Private Infrastructure Investment Through Public Private Partnership: An Application to a Toll Road Highway Concession in Brazil*. Paper presented at the 13th Annual International Conference on Real Options at University of Minho, Portugal & University of Santiago de Compostela, Spain.
- Brandão, Luiz Eduardo T., & Saraiva, Eduardo C. G. 2008. The Option Value of Government Guarantees in Infrastructure Projects. *Construction Management and Economics*, **26**, 1171–1180.
- Brennan, Michael J., & Schwartz, Eduardo S. 1985. Evaluating Natural Resource Investments. *The Journal of Business*, **58**, 135–157.
- Cox, John C., Ross, Stephen A., & Rubinstein, Mark. 1979. Option Pricing: A Simplified Approach. *Journal of Financial Economics*, **7**, 229–263.
- Dias, Marco Antonio G. 2009. *Stochastic Processes with Focus in Petroleum Applications, Part 2 – Mean Reversion Models*. Available at: <http://www.puc-rio.br/marco.ind/revers.html#mean-rev>.
- Dias, Marco Antonio G., & Rocha, Katia. 1999. *Petroleum Concessions With Extendible Options Using Mean Reversion with Jumps to Model Oil Prices*. Paper presented at the 3rd Real Option Conference.
- Dixit, Avinash K., & Pindyck, Robert S. 1994. *Investment under Uncertainty*. Princeton: Princeton University Press.
- Geman, Hélyette. 2005. *Commodities and Commodity Derivatives: Modeling and Pricing for Agriculturals, Metals and Energy*. New York: Wiley Finance.
- Gibson, Rajna, & Schwartz, Eduardo S. 1990. Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims. *Journal of Finance*, **45**, 959–976.
- Greene, William H. 2000. *Econometric Analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Hull, John. 2006. *Options, Futures and Other Derivatives*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- IBS – Instituto Aço Brasil. 2009. Available at: <http://www.acobrasil.org.br>, Retrieved 03 October 2009.

- Irwin, Timothy. 2003. *Public Money for Private Infrastructure: Deciding When to Offer Guarantees, Output-Based Subsidies, and Other Fiscal Support*. Washington, DC.
- Kerr, Roberto B., Martin, Diógenes M. L., Perera, Luiz Carlos J., Kimura, Herbert, & Lima, Fabiano G. 2009. *Avaliação de Um Investimento Florestal: Uma Abordagem Com Opções Reais Utilizando Diferenças Finitas Totalmente Implicitas e Algoritmo PSOR*. Paper presented at the XXXIII Encontro da ANPAD, São Paulo.
- McDonald, Robert L., & Siegel, Daniel R. 1985. Investment and the Valuation of Firms When There is an Option to Shut Down. *International Economic Review*, **June**, 331–49.
- McDonald, Robert L., & Siegel, Daniel R. 1986. The Value of Waiting to Invest. *The Quarterly Journal of Economics*, **101**, 707–728.
- Metcalf, Gilbert E., & Hasset, Kevin A. 1995. Investment under Alternative Return Assumptions Comparing Random Walks and Mean Reversion. *Journal of Economic Dynamics and Control*, **19**, 1471–1488.
- Paddock, James L., Siegel, Daniel R., & Smith, James L. 1988. Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases. *Quarterly Journal of Economics*, **103**, 479–508.
- Pindyck, Robert S. 1999. The Long-Run Evolution of Energy Prices. *Energy Journal*, **20**, 1–27.
- Pindyck, Robert S. 2001. The Dynamics of Commodity Spot and Futures Markets: A Primer. *Energy Journal*, **22**, 1–29.
- Schwartz, Eduardo S. 1997. The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging. *The Journal of Finance*, **52**, 923–973.
- Schwartz, Eduardo S., & Smith, James E. 2000. Short-Term Variations and Long-Term Dynamics in Commodity Prices. *Management Science*, **46**, 893–911.
- Smith, James E., & McCardle, Kevin F. 1999. Options in the Real World: Lessons Learned in Evaluating Oil and Gas Investments. *Operations Research*, **47**, 1–15.

