Sobre o Sistema de Amortização Linear Crescente

(On the Linearly Increasing System of Amortization)

Clovis José Daudt Lyra Darrigue de Faro*

Resumo

Colimando compatibilizar a questão de risco de inadimplência com a capacidade de pagamento do mutuário, Jorge Oscar de Mello Flôres propôs ao então gestor do Sistema Financeiro de Habitação, o Banco Nacional de Habitação, o que denominou de Sistema de Amortização Linear Crescente (SALC). Com fulcro em uma análise crítica do SALC, é proposta a alternativa que se denominou de Sistema Generalizado de Amortização Mista (SGAM).

***Palavras-chave*:** matemática financeira; sistemas de amortização; sistema financeiro da habitação.

Código JEL: C6.

Abstract

Aiming to reach a compromise solution to the issues of default risk and the payment capacity of takers of housing loans, Jorge Oscar de Mello Flôres submitted to the Banco Nacional de Habitação, which was then in charge of the Brazilian System of Housing Financing, what he named as the Linearly Increasing System of Amortization (LISA). Following a critical analysis of the LISA, it is proposed the alternative named as the Generalyzed System of Mixed Amortization (GSMA).

***Keywords*:** mathematics of finance; amortization systems; mortgage financing.

Artigo convidado. Aceito em 7 de dezembro de 2013. Publicado on-line em 17 de março de 2014.

*Professor da Escola Brasileira de Economia e Finanças - EPGE/FGV, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: `clovis.faro@fgv.br`

Rev. Bras. Finanças (Online), Rio de Janeiro, Vol. 11, No. 4, December 2013, pp. 559–576
ISSN 1679-0731, ISSN online 1984-5146

1. Introdução

Ao longo de sua trajetória, com duração de pouco mais de 20 anos, o Banco Nacional de Habitação (BNH), criado em 1964 e extinto em 1986, foi o órgão gestor do Sistema Financeiro de Habitação (SFH). Naquele espaço de tempo, em que vivíamos em um ambiente de altas taxas de inflação, o BNH foi pródigo em estabelecer distintas sistemáticas para os planos de financiamento para aquisição da casa própria.[1]

Assim, tendo proposto diversos mecanismos de indexação (correção monetária) dos contratos, inclusive os financeiramente inconsistentes Planos A e C, que embutiam a possibilidade de eternização do débito, além do criativo, mas problemático, Plano de Equivalência Salarial (PES), que resultou em elevados passivos para o chamado Fundo de Compensação de Variações Salariais (FCVS),[2] o BNH veio também a instituir distintos planos básicos de amortização. Tendo começado com o tradicional Sistema de Prestações Constantes, vulgarmente conhecido como Tabela Price (TP), o BNH introduziu, em 1971, o Sistema de Amortizações Constantes (SAC), o chamado Sistema de Amortização Mista (SAM), em 1979 e que nada mais é do que uma combinação do SAC com a TP e, em 1984, o exótico Sistema Misto de Amortização com Prestações Reais Crescentes (SIMC).

Partindo da TP, a motivação fundamental para a criação dos novos planos básicos de amortização foi a de buscar compatibilizar o risco de inadimplência com a capacidade de pagamento do mutuário. Com a introdução do SAC, onde as prestações são decrescentes segundo uma progressão aritmética, buscou-se diminuir o risco de inadimplência. Em contrapartida, como, em igualdade de condições quanto ao valor do financiamento, do prazo e da taxa de juros, o SAC exige um comprometimento de renda significativamente superior ao caso de adoção da TP (por exemplo, no caso do prazo de 10 anos, com prestações mensais e taxa de juros de 1% a.m., a primeira prestação no caso do SAC é 29,61% superior à referente a TP), mutuários com renda suficiente para contratar financiamentos habitacionais no caso de adoção da TP, ficavam impossibilitados de fazê-lo no caso do SAC. Tal fato provocou protestos por parte de empresários do setor imobiliário. Exatamente por isto, com o objetivo de levar em conta as duas componentes da questão, é que foi adotada a solução salomônica do SAM (segundo o qual tudo se passa como se metade do valor financiado fosse de

[1]Uma análise abrangente da atuação do BNH é apresentada em de Faro (1992).

[2]A propósito, veja-se Albuquerque (1986) e de Faro (1991)

acordo com o SAC, com a outra metade sendo financiada segundo a TP).

Alternativamente à adoção do SAM, e com o mesmo propósito de compatibilizar as características do SAC e da TP, Jorge Oscar de Mello Flôres, então Presidente da Sul América Capitalização e Vice-Presidente do Conselho Diretor da Fundação Getulio Vargas (instituição da qual veio a tornar-se Presidente em 1992), sugeriu o que denominou de Sistema de Amortização Linear Crescente (SALC). Tendo, segundo suas próprias palavras, submetido-o ao escrutínio do BNH e por este não levado em consideração, veio a publicar seus fundamentos, juntamente com outras sugestões, em 1988.[3]

Concentrando atenção nas propriedades básicas do SALC,que também podemos denominar Método Flôres, sem preocupações quanto a aspectos de indexação, o propósito básico do presente artigo é o de, generalizando a contribuição de Mello Flôres, apresentar uma comparação mais aprofundada com os casos da TP e do SAC. Subsidiariamente,apresenta-se como alternativa o que pode ser denominado de Sistema Generalizado de Amortização Mista (SGAM).

2. Características Básicas do Sistema de Amortizações em Progressão Aritmética (SPA)

Seja o caso do financiamento de F unidades de capital, que deve ser resgatado pelo pagamento de n prestações periódicas e postecipadas, considerada a taxa efetiva i de juros por período. Com a primeira prestação sendo devida um período após a data de concessão do financiamento.

Preliminarmente, o que terá cunho geral para todos os sistemas de amortização aqui estudados, denotando por p_k a k-ésima prestação, $k = 1, 2, ..., n$, iremos decompô-la em duas componentes: uma de juros, J_k, e a outra de amortização, A_k. Ou seja:

$$p_k = J_k + A_k, \quad k = 1, 2, ..., n \tag{1}$$

com, supondo que não haja prestação em atraso

$$J_k = \begin{cases} i.F, k = 1 \\ i.S_{k-1} = i \left\{ F - \sum\limits_{l=1}^{k-1} A_l \right\}, k = 2, 3, ..., n \end{cases} \tag{2}$$

[3]Flôres (1988).

onde S_k, para $k = 1, 2, ..., n$, denota o saldo devedor logo após o pagamento da k-ésima prestação; sendo que $S_0 = F$.

Em qualquer dos sistemas aqui considerados, todas as parcelas de amortização serão supostasestritamente positivas, com suas respectivas somas sendo igual ao valor financiado F (do que decorre que $S_n = 0$).

Como detalhado em outro trabalho,[4] as condições precedentes implicam na validade da relação de equivalência financeira dada por:

$$\sum_{k=1}^{n} p_k(1+i)^{-k} = F \tag{3}$$

o que significa que esteja sendo considerado o regime de juros compostos, mas sem que ocorra o que, no jargão jurídico, se denomina de anatocismo.

Admitindo agora que tenha sido estipulado que as parcelas de amortização formem uma progressão aritmética, suponha-se que:

$$A_1 = \alpha F/n, \quad 0 < \alpha < n \tag{4}$$

onde as restrições para o parâmetro α decorrem da hipótese de que, no caso aqui de interesse, todas as n parcelas de amortização sejam estritamente positivas.

Denotando por R a razão da progressão aritmética, tem-se que:

$$A_k = \alpha F/n + (k-1)R, \quad k = 1, 2, ..., n \tag{4'}$$

Logo, dado que

$$\sum_{k=1}^{n} A_k = (A_1 + A_n)n/2 = \{2A_1 + (n-1)R\}\, n/2 = F \tag{5}$$

decorre que

$$R = 2(1-\alpha)F/\{n(n-1)\} \tag{6}$$

Por conseguinte, as parcelas de amortização serão crescentes se $\alpha < 1$, sendo decrescentes se $\alpha > 1$. Enquanto o primeiro caso corresponde ao SALC, tal como proposto por Flôres, se $\alpha = 1$ recai-se no SAC.

Como $p_1 = A_1 + J_1 = F(\alpha/n + i)$ e estamos interessados em comparar o sistema em questão com a TP, onde a primeira parcela de amortização

[4] de Faro (2013, pp.283-295)

é igual a $i.F/\{(1+i)^n - 1\}$, e com o SAC, que, como já mencionado, corresponde ao caso onde $\alpha = 1$ e as parcelas de amortização são todas iguais a F/n, a questão do comprometimento da renda do mutuário implica em que o caso de maior interesse é aquele em que:

$$\bar{\alpha} \leq \alpha < 1, \quad \text{onde } \bar{\alpha} = n.i/\{(1+i)^n - 1\} \tag{7}$$

Por outro lado, se admitirmos o caso onde $\alpha > 1$, quando $R < 0$, o fato de que todas as parcelas de amortização devam ser estritamente positivas, implica em que seja imposta a restrição:

$$A_n = A_1 + (n-1)R = F\{\alpha + 2(1-\alpha)\}/n > 0 \Rightarrow \alpha < 2 \tag{8}$$

2.1 Evoluções do saldo devedor e dos juros contábeis

Temos que

$$S_k = F - \sum_{l=1}^{k} A_l = F - (A_1 + A_k)k/2$$

do que decorre que:

$$S_k = F\left\{1 - [(n.\alpha - 1)k + (1-\alpha)k^2]/[n(n-1)]\right\}, \quad k = 0, 1, 2, ..., n \tag{9}$$

Conquanto o fato de que todas as parcelas amortização sejam estritamente positivas implique em que, trivialmente, seja estritamente decrescente o saldo devedor, não podemos inferir diretamente sua convexidade. Para tanto, tratando k como uma variável contínua, observe-se que:

$$\frac{\partial^2 S_k}{\partial k^2} = -2(1-\alpha)F/\{n(n-1)\} \tag{10}$$

Ou seja, S_k decresce segundo uma função convexa, se $\alpha > 1$; decrescendo segundo uma função côncava, se $\alpha < 1$.

Neste ponto, comparativamente aos casos da TP, onde sabemos[5] que o saldo devedor decresce segundo uma função côncava, e do SAC, onde o saldo devedor é linearmente decrescente, e que, em cada um dos três casos em cotejo, o total de prestações é

[5] Veja-se, por exemplo, de Faro (1992).

$$\bar{p} = \sum_{k=1}^{n} p_k = \sum_{k=1}^{n} (A_k + i.S_{k-1}) = F + i \sum_{k=1}^{n} S_{k-1} \qquad (11)$$

com a segunda parcela da relação (11) representando o total de juros contábeis, podemos concluir que:

a) $\alpha > 1$ $S_k^{SPA} < S_k^{SAC} < S_k^{TP}, \quad k = 1, 2, ..., n-1$ com igualdade se $k = 0$, e se $k = n$, e onde S_k^{SPA} denota o saldo devedor, na época k, segundo o Sistema de Amortizações em Progressão Aritmética (com os outros dois símbolos sendo auto evidentes).

   Por conseguinte, nesta eventualidade, paga-se um menor total de juros contábeis no caso de adoção do SPA,[6] do que nos casos dos outros dois sistemas.

b) $\alpha < 1$

   Conquanto se possa concluir que

$$S_k^{SPA} > S_k^{SAC} \text{ e } S_k^{TP} > S_k^{SAC}, \; k = 1, 2, ..., n-1$$

   o simples exame das respectivas derivadas segundas não nos permite identificar dominância no caso da comparação da TP com o SPA, neste caso onde $\alpha < 1$.

   Ou seja, embora se possa afirmar, se $\alpha < 1$, que se paga mais juros quando se adota o SPA, relativamente à adoção do SAC, não temos uma conclusão defitiniva quando se compara o SPA com a TP.

Uma comparação numérica

Observando-se que, partindo da relação (9), se tem

$$\partial S_k / \partial \alpha = -F(n-k)k / \{n(n-1)\} < 0, \quad k = 1, 2, ..., n-1 \qquad (12)$$

iremos concentrar atenção no caso onde, sendo $\alpha < 1$, temos, para nossos propósitos de comparação com a TP, α assumindo o menor valor possível;[7]

[6] Observe-se que $S_k^{SPA} - S_k^{SAC} = F\{(1-\alpha)(1-k/n)k\}/(n-1)$, cujo sinal, para $k = 1, 2, ..., n-1$, depende somente de que α seja superior ou inferior à unidade. O que corrobora as conclusões acima.

[7] Lembremos que, em tal eventualidade, a primeira prestação segundo o SPA coincide com a dada pela TP.

que, como já vimos, é $\bar{\alpha} = n.i/\left\{(1+i)^n - 1\right\}$. Isso porque, nesta situação teremos o máximo valor para o total de juros contábeis, no caso de adoção do SPA.

Nosso objetivo aqui é o de apresentar uma comparação numérica entre os totais de juros contábeis, respectivamente associados à adoção do SPA e da TP, quando se fixam os valores do financiamento F, do prazo n, expresso em número de períodos (cuja unidade suporemos ser o mês), e a taxa periódica (mensal e efetiva) de juros, i.

Denotando por $\bar{J}$ o total de juros contábeis, temos que, no caso da adoção da Tabela Price, este é dado pela relação

$$\bar{J}^{TP} = n.p - F = F\left\{n.i/[1-(1+i)^{-n}] - 1\right\} \tag{13}$$

Por outro lado, no caso de adoção do Sistema de Amortizações em Progressão Aritmética, temos que o total de juros contábeis será

$$\bar{J}^{SPA} = \sum_{k=1}^{n} p_k - F = \sum_{k=1}^{n}(A_k + i.S_{k-1}) - F = \sum_{k=1}^{n} i.S_{k-1}$$

do que decorre, tendo em vista a relação (9):

$$\begin{aligned}\bar{J}^{SPA} = n.1\big\{F - \big\{R - A_1 + (n+1) \\ [(A_1 - 3R/2)/2 + (2n+1)R/12]\big\}\big\}\end{aligned} \tag{14}$$

com A_1 e R sendo respectivamente dados pelas relações (4) e (6), fixando-se, para nossa análise, $\alpha = \bar{\alpha}$.

Nas tabelas a seguir temos os respectivos valores numéricos de $\bar{J}^{SPA}$ e de $\bar{J}^{TP}$, tomando-se $F = 100.000$ unidades de capital (u.c.) e considerando prazos de 1, 2, 5, 10, 15, 20, 25 e 30 anos, para os seguintes valores de taxas mensais de juros: 1% e 2%.[8]

[8]Os resultados numéricos foram obtidos com base em rotinas computacionais desenvolvidas por Gerson Lachtermacher e Paulo Coelho, a quem agradecimentos são devidos.

Tabela 1
Totais de juros contábeis para i=1% a.m

n (meses)	$\bar{\alpha}$	$\bar{J}^{TP}$ (u.c.)	$\bar{J}^{SPA}$ (u.c.)	$\bar{J}^{SPA}/\bar{J}^{TP}$ (%)
12	0,94619	6.618,55	6.616,60	99,97
24	0,88976	12.976,33	12.959,32	99,87
60	0,73467	33.466,69	33.197,55	99,2
120	0,52165	72.165,14	70.146,70	97,2
180	0,3603	116.030,25	109.797,54	94,63
240	0,24261	164.260,67	150.921,96	91,88
300	0,15967	215.967,24	192.656,43	89,21
360	0,10301	270.300,53	234.469,18	86,74

Tabela 2
Totais de juros contábeis para i=2% a.m

n (meses)	$\bar{\alpha}$	$\bar{J}^{TP}$ (u.c.)	$\bar{J}^{SPA}$ (u.c.)	$\bar{J}^{SPA}/\bar{J}^{TP}$ (%)
12	0,89472	13.471,52	13.456,23	99,87
24	0,78891	26.890,63	26.759,11	99,51
60	0,52608	72.607,80	70.636,42	97,85
120	0,24577	164.577,16	151.420,54	92,01
180	0,10489	270.489,26	235.004,82	86,88
240	0,04178	384.177,96	317.977,04	82,77
300	0,01582	501.582,13	399.745,93	79,7
360	0,00578	620.577,59	480.638,30	77,45

Embora não tenhamos suporte para uma conclusão definitiva, os resultados numéricos aqui apresentados sugerem que, em igualdadede condições quanto a prazo e taxa de juros, os juros contábeis no caso de adoção da TP superam os associados à adoção do SPA, se $\bar{\alpha} \leq \alpha < 1$.[9]

2.2 Evolução das prestações

Enquanto que, tanto no caso da TP como no do SAC, as respectivas prestações tenham comportamentos definidos a priori, sendo constantes no caso da TP e decrescentes segundo uma progressão aritmética no caso do SAC, não podemos dizer o mesmo no caso de adoção do SPA.

[9]Todavia, isso pode não se verificar no caso onde $\alpha < \bar{\alpha}$. Por exemplo, se n=12 meses, i=2%a.m. e $F = 100.000u.c.$ tem-se $\bar{J}^{SPA} = 13.866,67 > \bar{J}^{TP} = 13.471,52u.c.$, se $\alpha = 0,8 < \bar{\alpha} = 0,894715$.

Partindo da relação (1), temos que:

$$p_k = i.S_{k-1} + A_k \tag{15}$$

Logo, decorre das relações (4'), (6) e (9) que, em função dos parâmetros básicos $F, \alpha, n,$ e i, a k-ésima prestação no caso de adoção do SPA é, para $k = 1, 2, ..., n$:

$$p_k = F\big\{\alpha(n-1) + 2(1-\alpha)(k-1) + i[n(n-1) - (n.\alpha - 1)$$
$$(k-1) - (1-\alpha)(k-1)^2]\big\}/n(n-1) \tag{16}$$

Ou seja p_k é uma função quadrática de k, sendo que:

$$\frac{\partial p_k}{\partial k} = \frac{F}{n(n-1)}\left\{2(1-\alpha) - i[n.\alpha - 1 + 2(1-\alpha)(k-1)]\right\} \tag{17}$$

e

$$\frac{\partial^2 p_k}{\partial k^2} = -\frac{2i.F(1-\alpha)}{n(n-1)} = -i.R \tag{18}$$

Conquanto possamos assegurar, de imediato, que as prestações evoluem segundo uma função convexa, se $\alpha > 1$, e segundo uma função côncava, se $\alpha < 1$, nada podemos afirmar, a priori, quanto a ser uma função crescente ou decrescente.

Entretanto,examinando a expressão da diferença entre as duas primeiras prestações, temos que:

$$p_2 - p_1 = A_2 + i.S_1 - (A_1 + i.F) = R - i.A_1 \tag{19}$$

Por conseguinte, trivialmente, conclui-se que $p_2 < p_1$, se $\alpha > 1$. Ou seja, se $\alpha > 1$ as prestações começam segundo uma função decrescente, que, já sabemos, é convexa.[10]

No entanto, no caso de maior interesse prático, que, recordemos, é aquele onde $\bar{\alpha} \leq \alpha < 1$, nada podemos dizer à priori, quanto às prestações serem decrescentes ou não.

Como ilustrações numéricas de situações onde tanto podemos ter as prestações todas crescentes, como começando crescentes e decrescentes a

[10] Avaliações numéricas emprestam suporte à hipótese de que as prestações sejam decrescentes se $1 < \alpha < 2$.

seguir, e ainda ocaso onde as prestações são todas decrescentes, temos os resultados apresentados nas Tabelas 3, 4 e 5, que dizem respeito ao caso onde $n = 24$ meses, $i = 2\%$a.m., $F = 100.000$u.c. e onde, respectivamente, temos $\alpha = 0,7$, $\alpha = 0,8$ e $\alpha = 0,9$. Com cada uma das três Tabelas tendo seus respectivos resultados ilustrados nas Figuras 1, 2 e 3.

Tabela 3
Comportamento das prestações quando $\alpha = 0,7$

Época	Saldo Devedor	Juros	Amortização	Prestação
0	100.000,00			
1	97.083,33	2.000,00	2.916,67	4.916,67
2	94.057,97	1.941,67	3.025,36	4.967,03
3	90.923,91	1.881,16	3.134,06	5.015,22
4	87.681,16	1.818,48	3.242,75	5.061,23
5	84.329,71	1.753,62	3.351,45	5.105,07
6	80.869,57	1.686,59	3.460,14	5.146,74
7	77.300,72	1.617,39	3.568,84	5.186,23
8	73.623,19	1.546,01	3.677,54	5.223,55
9	69.836,96	1.472,46	3.786,23	5.258,70
10	65.942,03	1.396,74	3.894,93	5.291,67
11	61.938,41	1.318,84	4.003,62	5.322,46
12	57.826,09	1.238,77	4.112,32	5.351,09
13	53.605,07	1.156,52	4.221,01	5.377,54
14	49.275,36	1.072,10	4.329,71	5.401,81
15	44.836,96	985,51	4.438,41	5.423,91
16	40.289,86	896,74	4.547,10	5.443,84
17	35.634,06	805,8	4.655,80	5.461,59
18	30.869,57	712,68	4.764,49	5.477,17
19	25.996,38	617,39	4.873,19	5.490,58
20	21.014,49	519,93	4.981,88	5.501,81
21	15.923,91	420,29	5.090,58	5.510,87
22	10.724,64	318,48	5.199,28	5.517,75
23	5.416,67	214,49	5.307,97	5.522,46
24	0,00	108,33	5.416,67	5.525,00

Tabela 4
Comportamento das prestações quando $\alpha = 0,8$

Época	Saldo Devedor	Juros	Amortização	Prestação
0	100.000,00			
1	96.666,67	2.000,00	3.333,33	5.333,33
2	93.260,87	1.933,33	3.405,80	5.339,13
3	89.782,61	1.865,22	3.478,26	5.343,48
4	86.231,88	1.795,65	3.550,72	5.346,38
5	82.608,70	1.724,64	3.623,19	5.347,83
6	78.913,04	1.652,17	3.695,65	5.347,83
7	75.144,93	1.578,26	3.768,12	5.346,38
8	71.304,35	1.502,90	3.840,58	5.343,48
9	67.391,30	1.426,09	3.913,04	5.339,13
10	63.405,80	1.347,83	3.985,51	5.333,33
11	59.347,83	1.268,12	4.057,97	5.326,09
12	55.217,39	1.186,96	4.130,43	5.317,39
13	51.014,49	1.104,35	4.202,90	5.307,25
14	46.739,13	1.020,29	4.275,36	5.295,65
15	42.391,30	934,78	4.347,83	5.282,61
16	37.971,01	847,83	4.420,29	5.268,12
17	33.478,26	759,42	4.492,75	5.252,17
18	28.913,04	669,57	4.565,22	5.234,78
19	24.275,36	578,26	4.637,68	5.215,94
20	19.565,22	485,51	4.710,14	5.195,65
21	14.782,61	391,3	4.782,61	5.173,91
22	9.927,54	295,65	4.855,07	5.150,72
23	5.000,00	198,55	4.927,54	5.126,09
24	0	100	5.000,00	5.100,00

Tabela 5
Comportamento das prestações quando $\alpha = 0,9$

Época	Saldo devedor	Juros	Amortização	Prestação
0	100.000,00			
1	96.250,00	2.000,00	3.750,00	5.750,00
2	92.463,77	1.925,00	3.786,23	5.711,23
3	88.641,30	1.849,28	3.822,46	5.671,74
4	84.782,61	1.772,83	3.858,70	5.631,52
5	80.887,68	1.695,65	3.894,93	5.590,58
6	76.956,52	1.617,75	3.931,16	5.548,91
7	72.989,13	1.539,13	3.967,39	5.506,52
8	68.985,51	1.459,78	4.003,62	5.463,41
9	64.945,65	1.379,71	4.039,86	5.419,57
10	60.869,57	1.298,91	4.076,09	5.375,00
11	56.757,25	1.217,39	4.112,32	5.329,71
12	52.608,70	1.135,14	4.148,55	5.283,70
13	48.423,91	1.052,17	4.184,78	5.236,96
14	44.202,90	968,48	4.221,01	5.189,49
15	39.945,65	884,06	4.257,25	5.141,30
16	35.652,17	798,91	4.293,48	5.092,39
17	31.322,46	713,04	4.329,71	5.042,75
18	26.956,52	626,45	4.365,94	4.992,39
19	22.554,35	539,13	4.402,17	4.941,30
20	18.115,94	451,09	4.438,41	4.889,49
21	13.641,30	362,32	4.474,64	4.836,96
22	9.130,43	272,83	4.510,87	4.783,70
23	4.583,33	182,61	4.547,10	4.729,71
24	0,00	91,67	4.583,33	4.675,00

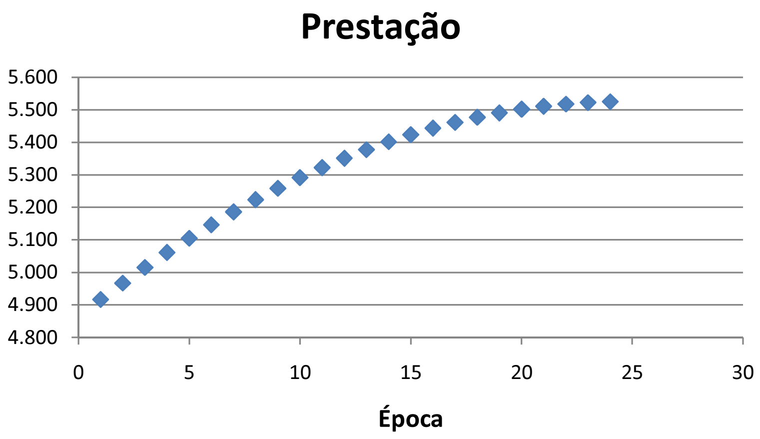

Figura 1
Prestações crescentes

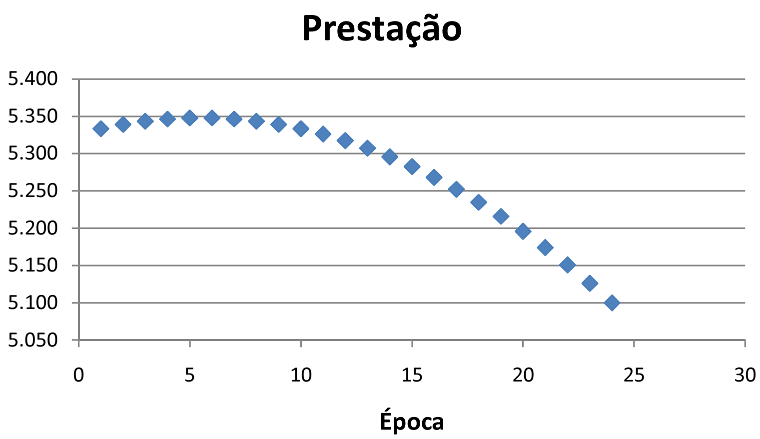

Figura 2
Prestações inicialmente crescentes

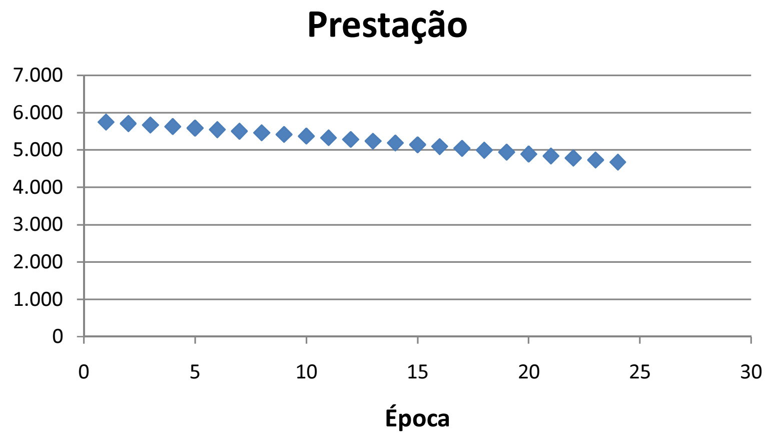

Figura 3
Prestações decrescentes

Na Tabela 3, que corresponde ao caso onde $\alpha = 0,7$, vemos que as prestações, tal como ilustrado na Figura 1, são sempre crescentes (segundo, como sabemos, uma função côncava).

Na Tabela 4, que corresponde ao caso onde α é fixado em 0,8, as prestações são crescentes até a época 5, com $p_5 = p_6$, decrescendo a seguir; o que é ilustrado na Figura 2.

Finalmente, na Tabela 5, que diz respeito ao caso onde $\alpha = 0,9$, temos a situação, ilustrada na Figura 3, onde as prestações são sempre decrescentes.

Por outro lado, examinando mais detidamente a relação (19), que pode ser reescrita como

$$p_2 - p_1 = \frac{2F(1-\alpha)}{n(n-1)} - \frac{i.\alpha.F}{n} = \frac{F}{n(n-1)}\{2(1-\alpha) - i.\alpha(n-1)\} \tag{19'}$$

podemos estabelecer o valor de α, denotado por $\hat{\alpha}$, que, uma vez superado, as prestações passam a ser sempre decrescentes.[11]

Seja $\hat{\alpha}$, tal como dado pela relação (20), que é o valor de $alpha$ para o qual, uma vez fixados os parâmetros n e i, se tem $p_2 = p_1$:

[11]Lembremos que, aqui, estamos fixando atenção ao caso onde $\bar{\alpha} < \alpha < 1$, quando sabemos que as prestações evoluem segundo uma função côncava.

$$\hat{\alpha} = 2/\left\{2 + i(n-1)\right\} \tag{20}$$

Na Tabela 6, para alguns valores da taxa periódica i e do prazo n, em número de períodos, são apresentados os correspondentes valores de $\hat{\alpha}$.

Tabela 6
Valores de $\hat{\alpha}$

	$i(\%)$			
n	0,5	1	1,5	2
12	0,97324	0,94787	0,92379	0,9009
24	0,94563	0,89686	0,85288	0,81301
60	0,87146	0,7722	0,69324	0,62893
120	0,77071	0,62696	0,5284	0,45662
180	0,69085	0,5277	0,42689	0,35842
240	0,62598	0,45558	0,3581	0,29499
300	0,57225	0,4008	0,3084	0,25063
360	0,52701	0,35778	0,27082	0,21787

Deve ser ressaltado que, uma vez fixados os valores de n e de i, teremos sempre $\hat{\alpha} > \bar{\alpha}$.[12] Sendo que, para $\alpha = \bar{\alpha}$, quando a primeira prestação segundo o SPA iguala a prestação constante de acordo com a TP, as prestações no SPA serão inicialmente crescentes.

3. Uma Alternativa: O Sistema Generalizado de Amortização Mista

Na sua proposição, que objetivava apresentar um sistema de amortização, especialmente destinado para financiamentos habitacionais, com a característica básica de que a prestação inicial ficasse entre aquela associada à adoção da TP, e à primeira prestação segundo o SAC, Flôres não se manifestou favorável à solução salomônica representada pelo SAM.

Entretanto, deixando de lado a rigidez representada pelo SAM, onde tudo se passa como metade do valor financiado seja amortizada de acordo com a TP, e a outra metade sendo amortizada segundo os preceitos do SAC, podemos conceber um sistema mais flexível, que denominaremos de Sistema Generalizado de Amortização Mista (SGAM).

[12] Observando que $\hat{\alpha} = \bar{\alpha}$ no caso, sem interesse, onde $n = 1$, pode ser verificado que $\hat{\alpha} - \bar{\alpha} > 0$, fazendo-se uso do fato que $(1+i)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} i^k$, para o caso onde $n > 1$ e $i > 0$

Segundo tal sistema, sendo $0 < \beta < 1$, podemos imaginar que a fração $\beta.F$, do valor do financiamento global F, deva ser resgatada segundo os ditames da TP, com a fração remanescente, $(1-\beta)F$, devendo ser amortizada de acordo com o SAC. Sendo que, se $\beta = 0,5$, recairíamos no Sistema de Amortização Mista (SAM), tal como originalmente proposto pelo BNH, em 1979.

Especificamente, uma vez fixado o valor do parâmetro α, que suporemos estar contido no intervalo $(\hat{\alpha}, 1)$, o que implicaria que, de acordo com o SALC, tal como proposto por Flôres, tivéssemos uma prestação inicial $p_1 = F(i + \alpha/n)$, sugerimos que seja determinado o valor do parâmetro β de tal modo que:

$$F\left\{\beta.i/[1-(1+i)^{-n}] + (1-\beta)(i+1/n)\right\} = F(i+\alpha/n) \qquad (21)$$

do que decorre que:

$$\beta = \frac{1-\alpha}{1+n.i\left\{1-1/[1-(1+i)^{-n}]\right\}} \qquad (22)$$

Ou seja, β seria determinado de modo que a prestação inicial no SGAM coincidisse com a associada ao SALC. Teríamos, também, prestações decrescentes, só que agora linearmente decrescentes; portanto, não mais segundo uma algo complexa função quadrática.

Na Tabela 7, para os prazos de 5, 10, 15 e 20 anos, com prestações mensais e taxas de juros mensais de 0,5%, 1%, 1,5% e 2%, são apresentados, para alguns valores admissíveis do parâmetro α, os correspondentes valores de coeficiente β.

Frisando que, dados n e i, a especificação do correspondente valor do coeficiente β conduz à uma prestação inicial, de acordo com o SGAM, idêntica à que seria obtida se fosse adotada a proposição de Flôres, método SALC, são também apresentados na Tabela 7 os correspondentes valores da razão que denominamos de γ. Tal razão é igual ao quociente resultante da divisão entre a soma das prestações segundo o SGAM e a soma das prestações segundo a proposição de Flôres. Como se depreende dos valores apresentados, o total de juros contábeis que seriam obtidos com a adoção do SGAM, supera, em cada caso, o associado à proposição de Flôres. Isto pode ser considerado como o preço a pagar pela maior simplicidade do SGAM, vis a vis o SALC.

Tabela 7
Valores de β e da razão γ

	$i(\%)$							
	0,5		1		1,5		2	
α	β	γ	β	γ	β	γ	β	
				$n = 60$				
0,7	-	-	-	-	0,797036	1,005	0,633015	1,007
0,8	-	-	0,753769	1,002	0,531358	1,003	0,42201	1,005
0,9	0,714123	1,0002	0,376885	1,001	0,265679	1,002	0,211005	1,003
				$n = 120$				
0,5	-	-	-	-	-	-	0,662929	1,036
0,6	-	-	0,83621	1,01	0,627178	1,019	0,530343	1,029
0,7	-	-	0,627158	1,008	0,470383	1,015	0,397758	1,022
0,8	0,746954	1,002	0,418105	1,005	0,313589	1,01	0,265172	1,015
0,9	0,373471	1,001	0,209053	1,003	0,156794	1,005	0,132586	1,008
				$n = 180$				
0,4	-	-	-	-	-	-	0,670311	1,075
0,5	-	-	-	-	0,624031	1,043	0,558592	1,064
0,6	-	-	0,625296	1,019	0,499225	1,035	0,446874	1,052
0,7	0,787282	1,005	0,468972	1,015	0,374419	1,027	0,335155	1,04
0,8	0,521855	1,003	0,312648	1,01	0,249612	1,018	0,223437	1,027
0,9	0,262427	1,002	0,156324	1,005	0,124806	1,009	0,111718	1,014
				$n = 240$				
0,3	-	-	-	-	-	-	0,730521	1,122
0,4	-	-	-	-	0,669604	1,075	0,626161	1,107
0,5	-	-	0,660159	1,037	0,558003	1,064	0,521801	1,091
0,6	-	-	0,528127	1,03	0,446402	1,052	0,41744	1,074
0,7	0,624265	1,008	0,396095	1,023	0,334802	1,04	0,31308	1,057
0,8	0,416176	1,005	0,264064	1,015	0,223201	1,027	0,20872	1,039
0,9	0,208088	1,003	0,132032	1,008	0,111601	1,014	0,10436	1,02

4. Conclusão

Com base no estudo aqui apresentado, é lícito concluir-se que a proposição de Mello Flôres, por ele denominada de Sistema de Amortização Linear Crescente (SALC), embora criativa e original, embute vários inconvenientes que não a tornam atrativa.

Bem mais simples, e sem os inconvenientes que foram apontados, o aqui chamado Sistema Generalizado de Amortização Mista (SGAM), além de poder acomodar as motivações apresentadas por Flôres, redução da inadimplência e compatibilização com a capacidade de pagamento do mutuário, afigura-se como uma melhor opção. Baseado em propriedades bem conhecidas da Tabela Price (TP) e do Sistema de Amortização Constante

(SAM), conduz à uma prestação inicial idêntica à que teríamos no caso de adoção do SALC, com a vantagem de que as prestações seguintes são linearmente decrescentes. Ademais, faz-se uso das bem conhecidas propriedades do SAC e daTP.

Cabe, portanto, ao atual gestor do Sistema Financeiro de Habitação, a Caixa Econômica Federal, avaliar se o SGAM seria mais adequado, em função das características de cada particular mutuário, do que o SAM.

Referências

Albuquerque, Marcos C. C. 1986. Habitação Popular: Avaliação e Propostas de Reformulação Do Sistema Financeiro de Habitação. *Estudos Econômicos*, **16**, 77–121.

de Faro, Clovis. 1991. Sistema Financeiro de Habitação: A Questão Do Desequilíbrio Do FCVS. *Revista de Economia Política*, **11**, 81–91.

de Faro, Clovis. 1992. *Vinte Anos de BNH*. EDUFF/FGV.

de Faro, Clovis. 2013. Uma NotaSobre Amortização de Dívidas: Juros Compostos e Anatocismo. *Revista Brasileia de Economia*, **67**, 283–295.

Flôres, Jorge O. M. 1988. A Crise Evitável No Sistema Financeiro de Habitação. *Revista de Administração Pública*, **23**, 130–144.