



Revista Brasileira de Finanças

ISSN: 1679-0731

rbfin@fgv.br

Sociedade Brasileira de Finanças  
Brasil

Monteiro de Moraes, Alex Sandro; Figueiredo Pinto, Antônio Carlos; Cabus Klotzle, Marcelo

Previsão de value-at-risk e expected shortfall para mercados emergentes usando modelos FIGARCH

Revista Brasileira de Finanças, vol. 13, núm. 3, julho, 2015, pp. 394-437

Sociedade Brasileira de Finanças

Rio de Janeiro, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=305842563002>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal

Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

# Previsão de *value-at-risk* e *expected shortfall* para mercados emergentes usando modelos FIGARCH

(Forecasting *value-at-risk* and *expected shortfall* for emerging markets using FIGARCH models)

Alex Sandro Monteiro de Moraes\*

Antônio Carlos Figueiredo Pinto\*\*

Marcelo Cabus Klotzle\*\*\*

## Resumo

Este artigo compara os desempenhos dos modelos de memória longa (FIGARCH) e curta (GARCH) na previsão de volatilidade para cálculo de *value-at-risk* (VaR) e *expected shortfall* (ES) para múltiplos períodos à frente para seis índices de ações de mercados emergentes. Utilizou-se, para dados diários de 1999 a 2014, uma adaptação da simulação de Monte Carlo para estimar previsões de VaR e ES para 1, 10 e 20 dias à frente, usando modelos FIGARCH e GARCH para quatro distribuições de erros. Os resultados sugerem que, em geral, os modelos FIGARCH melhoram a precisão das previsões para horizontes mais longos; que a distribuição dos erros pode influenciar a decisão de escolha do melhor modelo; e que apenas para os modelos FIGARCH houve redução do número de subestimações do VaR verdadeiro com o aumento do horizonte de previsão. Entretanto, os resultados apontam para uma maior variação das estimativas dos parâmetros para os modelos FIGARCH.

**Palavras-chave:** Expected shortfall, memória longa, previsão de volatilidade, previsão para múltiplos períodos and value-at-risk.

**Códigos JEL:** G10; G17

---

Submetido em 17 de julho de 2015. Reformulado em 21 de setembro de 2015. Aceito em 21 de setembro de 2015. Publicado on-line em 16 de novembro de 2015. O artigo foi avaliado segundo o processo de duplo anonimato além de ser avaliado pelo editor. Editor responsável: Marcelo Fernandes.

\*PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: alex1.moraes@gmail.com

\*\* PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: figueiredo@iag.puc-rio.br

\*\*\* PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: klotzle@iag.puc-rio.br

Rev. Bras. Finanças (Online), Rio de Janeiro, Vol. 13, No. 3, July 2015, pp. 394–437

ISSN 1679-0731, ISSN online 1984-5146

©2015 Sociedade Brasileira de Finanças, under a Creative Commons Attribution 3.0 license - <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>

## Abstract

This paper compares the performance of long-memory models (FIGARCH) with short-memory models (GARCH) in forecasting volatility for calculating value-at-risk (VaR) and expected shortfall (ES) for multiple periods ahead for six emerging markets stock indices. We used daily data from 1999 to 2014 and an adaptation of the Monte Carlo simulation to estimate VaR and ES forecasts for multiple steps ahead (1, 10 and 20 days), using FIGARCH and GARCH models for four errors distributions. The results suggest that, in general, the FIGARCH models improve the accuracy of forecasts for longer horizons; that the error distribution used may influence the decision about the best model; and that only for FIGARCH models the occurrence of underestimation of the true VaR is less frequent with increasing time horizon. However, the results suggest that rolling-sampled estimated FIGARCH parameters change less smoothly over time compared to the GARCH models.

**Keywords:** Expected shortfall, long-memory, volatility forecast, multiple steps ahead forecast and value-at-risk.

## 1. Introdução

A recente crise financeira, a volatilidade observada para os preços do petróleo e a ocorrência de conflitos em países emergentes como a Rússia e Ucrânia, por exemplo, enfatizaram que o uso de medidas de risco para a determinação dos riscos de mercado, implícitos em qualquer investimento ou instrumento financeiro, é de capital importância para empresas, investidores e bancos. Particularmente para os bancos a importância da utilização dessas medidas se dá pela necessidade que estes têm de atender a certos requisitos legais, cujo propósito principal é prevenir a ocorrência de *default*, um evento que seria relevante para os agentes do mercado financeiro de uma forma geral. Nesse contexto, torna-se relevante a elaboração de previsões confiáveis para o value-at-risk (VaR) e expected shortfall (ES) para empresas e investidores. O VaR quantifica a máxima perda esperada de uma carteira, em condições normais de mercado, dentro de determinado horizonte de tempo para um nível de confiança especificado. A ES quantifica o valor esperado da perda, dada a ocorrência de violação do VaR.

A necessidade da elaboração de uma ferramenta confiável para mensuração de risco é fruto de diversos aspectos. Primeiro, a intensificação das transações nos mercados de ações, principalmente para alguns mercados emergentes, contribui para o aumento da volatilidade nesses mercados. Relatório elaborado pelo Instituto de Finanças Internacionais (IIF report, 2015) revela que o fluxo de capitais para

mercados emergentes saltou de aproximadamente US\$ 200 bilhões em 2000 para US\$ 1,1 trilhão em 2014, principalmente para atender aos desejos de investidores por maior rentabilidade e diversificação de riscos.

Segundo, os efeitos relevantes da recente crise financeira não foram adequadamente capturados pelos modelos de risco até então adotados. Rossignolo *et al.* (2012) apontam que os níveis de capital sugeridos pelos modelos de VaR utilizados foram insuficientes em prover cobertura para eventos adversos inesperados. Além disso, a literatura financeira demonstra que o VaR não é uma medida de risco coerente por não atender a propriedade da subaditividade. Outra limitação do VaR é não fornecer qualquer informação sobre a perda potencial da carteira, quando seu valor é violado. Para superar essas limitações do VaR, Artzer, Delbaen, Eber e Heath (1997) propuseram a medida ES (ES) por representar o valor da perda esperada, dada a ocorrência de violação do VaR.

Como o Comitê de Supervisão Bancária de Basiléia (*Basel Committee on Banking Supervision-BCBS*, 1996) não estabelece em suas recomendações uma metodologia específica para o cálculo do VaR, faz-se necessária a pesquisa de metodologias alternativas para gerenciamento de riscos que possam superar as limitações encontradas no uso do VaR.

Na busca de uma métrica que mensure adequadamente os riscos de mercado, vários modelos de VaR e ES foram testados. Todavia, Angelidis, Benos, e Degiannakis (2004) e Shao *et al* (2009) esclarecem que os resultados são conflitantes, pois dependem do mercado para o qual o modelo foi estimado, o tamanho e a frequência das séries dos dados, e se o VaR se refere a posições compradas ou vendidas.

Além disso, a distribuição adotada para os erros pode influenciar a acurácia da precisão dos modelos, pois o VaR contempla a estimação das caudas da distribuição empírica dos retornos. Há muitos modelos que presumem a distribuição normal para os retornos dos ativos, fato que pode ser justificado, principalmente, nas situações em que os parâmetros desses modelos são estimados pelo método da quase-máxima verossimilhança (QML), pois Bollerslev e Wooldridge (1992) mostraram que a maximização da função logarítmica de verossimilhança com distribuição normal pode prover estimativas consistentes para esses parâmetros, mesmo que a distribuição verdadeira dos retornos não seja normal, desde que o valor esperado e variância dos resíduos do modelo sejam 0 e 1, respectivamente. Apesar de Angelidis *et al* (2004) concordarem que muitos modelos presumem a distribuição normal para

os retornos dos ativos, esses autores destacam que há ampla documentação na literatura enfatizando que esses retornos exibem assimetria e excesso de curtose, fato que pode resultar na subestimação ou superestimação do VaR verdadeiro. Rossignolo *et al.* (2012) argumentam que o uso de distribuições de caudas pesadas (*heavy tails*) parecem prover modelos de VaR mais adequados para mercados emergentes. Esses resultados estão de acordo com os encontrados por Aloui e Mabrouk (2010) e Mabrouk e Saadi (2012). Giot e Laurent (2003, 2004) constataram que modelos do tipo APARCH com distribuição Student-t assimétrica superaram o desempenho de modelos com outras distribuições nas estimções de VaR dentro da amostra (*dentro da amostra*) e fora da amostra. Por esses motivos, o presente trabalho lançou mão de quatro diferentes distribuições para os erros. A distribuição normal (*n*) - mais parcimoniosa; as distribuições leptocúrticas, normal generalizada (*ged*) e *t* de *Student*, para capturar o excesso de curtose das distribuições dos retornos e, por fim, a *t* de *Student* assimétrica (*skt*) para capturar a assimetria desses retornos.

Todavia, conforme argumentam Aloui e Hamida (2014), a maioria dos modelos para cálculo de VaR produzem previsões para 1 dia à frente. A orientação do BCBS para estimativa de VaR para horizontes de tempo mais longos é a utilização da multiplicação do VaR diário pela raiz quadrada do tempo, método criticado por Engle (2004) por assumir a inválida suposição de que as volatilidades são constantes ao longo do tempo.

Desse modo, a necessidade de previsões para horizontes mais longos levantou o debate sobre o desempenho do modelo de memória curta, GARCH, na previsão do VaR para horizontes de tempo mais longos, em relação ao modelo de memória longa, FIGARCH, o qual incorpora maior persistência da volatilidade (Baillie, Bollerslev, e Mikkelsen, 1996; Bollerslev e Mikkelsen, 1996; Nagayasu, 2008).

A utilização de modelos de memória longa pode contribuir para a melhoria das previsões realizadas pelas ferramentas usadas no gerenciamento de riscos de mercado. Ao estimar o VaR e a ES por meio de dois modelos de memória longa, *Fractional Integrated Power ARCH* (FIAPARCH) e *Hyperbolic GARCH* (HYGARCH) usando várias distribuições para os erros de algumas ações, Hardle e Mungo (2008) concluíram que modelos que consideravam assimetria na especificação de volatilidade apresentaram melhor desempenho na previsão para 5 dias à frente, tanto para posições compradas, quanto para posições vendidas. Kaman, Turgutlu e Ayhan (2009) encontraram fortes evidências de

presença de memória longa na volatilidade e nos retornos das ações de mercados de países da Europa Central e do Leste, constatando a superioridade do modelo ARFIMA-FIGARCH na previsão de observações *fora da amostra*.

Adicionalmente, Caporin (2008), Tang e Shieh (2006), e Vilasuso (2002) apresentaram resultados empíricos que sugerem a superioridade do modelo FIGARCH na previsão do VaR. Todavia, esses resultados contrastam com as alegações de Degiannakis *et al.* (2013), os quais concluíram que o modelo FIGARCH não supera o modelo GARCH nas previsões de VaR e ES para múltiplos dias à frente (10 e 20 dias), após investigarem 20 índices de ações de mercados desenvolvidos, assumindo somente a distribuição normal para os retornos. Aloui e Hamida (2014) asseveram que a presença de memória longa em mercados de ações de países desenvolvidos vem sendo frequentemente documentada na literatura empírica. Entretanto, apesar de os mercados emergentes nas últimas duas décadas terem atraído a atenção de investidores internacionais em busca de maior retorno e diversificação para seus investimentos, pouca atenção tem sido dada a previsão de VaR e ES para múltiplos períodos à frente no contexto dos mercados emergentes.

Os mercados emergentes diferem dos mercados de países desenvolvidos. Aloui e Hamida (2014) alegam que, na maioria dos casos, os mercados emergentes são caracterizados por carência de desenvolvimento institucional e de governança corporativa; e presença de distorções de microestrutura de mercado. Ademais, na maioria desses mercados, os participantes reagem às informações de forma mais lenta devido à falta de cultura de investimento em ações.

Desse modo, visando a contribuir com a discussão sobre o desempenho das previsões dos modelos de memória longa em relação aos de memória curta, o propósito deste trabalho é testar empiricamente, para seis índices de ações de países emergentes, se o modelo de memória curta, GARCH, é superado pelo modelo de memória longa, FIGARCH, na previsão de VaR e ES (com nível de confiança de 95%) para horizontes mais longos de previsão, em particular, para 10 e 20 dias à frente. O prazo de 10 dias foi selecionado, pois o Comitê de Supervisão Bancária da Basileia recomenda que as instituições financeiras calculem seus VaR para 10 dias à frente (Basel Committee on Banking Supervision, 1996), enquanto que o prazo de 20 dias foi selecionado por já ter sido utilizado em trabalho sobre tema semelhante (Degiannakis *et al.*, 2013) e pelo fato de que a utilização de horizontes de tempo mais longos reduz

significativamente o número de observações *fora da amostra* disponíveis para a análise.

A análise empírica deste estudo faz uso da adaptação da técnica da simulação de Monte Carlo adotada por Degiannakis *et al.*(2013) para a previsão de VaR e ES para múltiplos períodos à frente, a qual foi proposta inicialmente por Christoffersen (2012). Esta técnica permite a comparação de desempenho entre os modelos GARCH e FIGARCH para os horizontes de tempo investigados.

Os resultados deste estudo sugerem que, em geral, os modelos de memória longa, FIGARCH, melhoram a precisão das previsões de VaR e ES quando comparados aos modelos de memória curta, GARCH, para horizontes mais longos de previsão. Ademais, constatou-se que a ocorrência de subestimação do VaR verdadeiro ficou menos frequente com o aumento do horizonte de previsão para os modelos FIGARCH, o mesmo não ocorreu para os modelos GARCH. Adicionalmente, verificou-se que a escolha da distribuição utilizada para os retornos pode influenciar a decisão de escolha do melhor modelo para previsão de VaR e ES. Por fim, constatou-se a presença de instabilidade das estimativas dos parâmetros ao longo do tempo para os modelos GARCH e FIGARCH. Todavia, os modelos FIGARCH sugerem maior variação das estimativas de seus parâmetros ao longo do tempo do que a variação apresentada pelos modelos GARCH.

Este estudo se distingue dos trabalhos acima citados pelo fato de investigar a relevância das propriedades de memória longa na modelagem de volatilidade dos mercados da Turquia e dos países emergentes que representam a sigla BRICS (Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul) para três horizontes de previsão (1,10 e 20 dias à frente); e por estimar os modelos GARCH e FIGARCH com o uso de quatro diferentes distribuições para as inovações dos retornos.

O restante deste artigo está organizado da seguinte forma: a Seção 2 apresenta a metodologia empírica utilizada neste trabalho. A Seção 3 descreve os dados. A Seção 4 mostra os resultados. A Seção 5 apresenta a discussão dos resultados e a Seção 6 conclui o artigo.

## 2. Metodologia Empírica

### 2.1. Modelo Autorregressivo

Para a média condicional dos retornos logarítmicos dos índices de ações,  $y_t$ , estabeleceu-se a especificação AR(1) por sua parcimônia e porque Angelidis e Degiannakis (2007) reportaram que a especificação da média condicional não é importante para a previsão da variância condicional. Desse modo os referidos retornos seguem o processo descrito conforme a equação a seguir:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= \sigma_t z_t \end{aligned} \quad (1)$$

em que  $z_t^{i.i.d} \sim f(w; 0, 1)$ , sendo  $f(\cdot)$  a função densidade de  $z_t$  e  $w$ , um vetor de parâmetros de  $f$  a ser estimado para as distribuições normal ( $n$ ),  $t$  de Student ( $t$ ), normal generalizada ( $ged$ ) e  $t$  de *Student* assimétrica ( $skt$ ), distribuições essas escolhidas em função dos motivos apresentados na seção 1. Os números 0 e 1 representam, respectivamente, os valores da média e variância da distribuição.

### 2.2. Modelo GARCH

Bollerslev (1986) e Taylor (1986) desenvolveram, independentemente, o modelo GARCH. O modelo GARCH permite que a variância condicional,  $\sigma_t^2$ , seja dependente de seus valores passados de forma que a equação dessa variância condicional em sua forma mais simples, GARCH (1,1), seja:

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 L \varepsilon_t^2 + \beta_1 L \sigma_t^2 \quad (2)$$

em que  $L$  representa o operador de defasagem. A especificação GARCH (1,1) foi selecionada, pois alguns autores, Angelidis e Degiannakis (2007) e Hansen e Lunde (2005), relataram que uma ordem 1 de defasagem tanto para o quadrado dos resíduos, quanto para a variância condicional seria suficiente para modelar a volatilidade condicional.

### 2.3. Modelo GARCH Fracionalmente Integrado (FIGARCH)

Baillie, Bollerslev, and Mikkelsen (1996) ampliaram o modelo GARCH tradicional ao incluir a operação de integração fracionária. Com isso propuseram o modelo FIGARCH, o qual é capaz de distinguir processos de memória curta dos processos de memória longa para o



comportamento da variância condicional. O desempenho do modelo de especificação GARCH (1,1) foi comparado com o modelo GARCH fracionalmente integrado, FIGARCH (p,d,q), o qual incorpora um decaimento mais lento da volatilidade condicional dos retornos, esse processo de memória longa faz com que o efeito da volatilidade persista por mais tempo. (Baillie *et al.*, 1996). O processo FIGARCH (p,d,q) é definido por:

$$\sigma_t^2 = a_0 + (1 - B(L) - \Phi(L)(1 - L)^d)\varepsilon_t^2 + B(L)\sigma_t^2 \quad (3)$$

em que  $\Phi(L) \equiv (1 - A(L) - B(L))(1 - L)^{-1}$ , sendo  $A(L)$  e  $B(L)$  os polinômios operadores de defasagem de ordens q e p, respectivamente (Harris e Sollis, 2003). O operador de diferenciação fracionária  $(1 - L)^d$  é definido como  $(1 - L)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j L^j$ . Em que  $\pi_j = \frac{d\Gamma(j-d)}{\Gamma(1-d)\Gamma(j+1)}$  e  $\Gamma(v) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{v-1} dx$ .

Os modelos IGARCH (p,q) e GARCH (p,q) são casos particulares do modelo FIGARCH (p,d,q), para  $d=1$  e  $d=0$ , respectivamente. Pelos mesmos motivos já explicados para a escolha do GARCH (1,1), assumiu-se a especificação FIGARCH (1,d,1) para o modelo de memória longa. Todavia, Chung (1999) critica o modelo FIGARCH proposto por Baillie *et al.* (1996), alegando que o operador de diferenciação fracionária não se aplica ao termo constante da equação da variância do mesmo jeito que se aplica ao termo constante da equação da média (modelos ARFIMA). Assim, considerando as alegações de Chung (1999), Xekalaki e Degiannakis (2010) apresentam a seguinte equação para o modelo FIGARCH (1,d,1), a qual foi utilizada neste artigo:

$$\sigma_t^2 = (a_1 - b_1)L\varepsilon_t^2 + \sum_{j=1}^{\infty} \left( \pi_j L^j (\varepsilon_t^2 - a_1 L \varepsilon_t^2) \right) + b_1 L \sigma_t^2 \quad (4)$$

## 2.4. Cálculo do VaR para um passo à frente

O VaR, com 95% de nível de confiança, para um passo à frente é calculado da seguinte forma:

$$VaR_{t+1|t}^{(1-\alpha)} = \mu_{t+1|t} + f(z_t, w)\sigma_{t+1|t} \quad (5)$$

em que  $1 - \alpha = 95\%$ ,  $\mu_{t+1|t}$  e  $\sigma_{t+1|t}$  são, respectivamente, a previsão da média condicional e o desvio-padrão em  $t + 1$ , dada a informação disponível no tempo  $t$ . Ademais,  $f_{\alpha}(z_t; w)$  é o  $\alpha^{\circ}$ -percentil da distribuição

$z_t$  definida por  $z_t^{i.i.d} \sim f(w; 0,1)$ , sendo  $f(\cdot)$  a função densidade de  $z_t$  e  $w$ , um vetor de parâmetros de  $f$  a ser estimado para as distribuições normal (n), t de Student (t), normal generalizada (ged) e t de Student assimétrica (skt).

## 2.5. Cálculo de VaR para múltiplos passos à frente.

Para computar as previsões de VaR para múltiplos passos à frente, utilizou-se o algoritmo de simulação de Monte Carlo apresentado por Degiannakis *et al.* (2013), proposto inicialmente por Christoffersen (2012), cujo detalhamento encontra-se no Apêndice A. O método consiste em dividir o período fora da amostra em intervalos não sobrepostos para evitar autocorrelação na previsão dos erros. Para cada intervalo não sobreposto, produziu-se a distribuição dos retornos  $\tau$  passos à frente (neste estudo usou-se  $\tau = 1, 10$  e  $20$ ) utilizada para estimar o conjunto de VaR, com nível de confiança 95%, para  $\tau$  passos à frente, conforme a equação a seguir:

$$VaR_{t+\tau|t}^{(95\%)} = f_{5\%} \left( \{\tilde{y}_{i,t+\tau}\}_{i=1}^{5000} \right) \quad (6)$$

## 2.6. Avaliação da acurácia das estimativas de VaR

Primeiramente, a acurácia das previsões do VaR foi avaliada pelo teste de Kupiec (1995). A ideia do referido teste é verificar se a esperada taxa de violação do modelo é igual à taxa de violação realmente obtida com o uso desse modelo. Para isso a estatística incondicional de cobertura de Kupiec testa a hipótese nula de que a taxa de violação real do VaR  $\left( N/\tilde{T} = \pi_0 \right)$  é estatisticamente igual a taxa esperada de violação ( $\alpha = 5\%$ ), em que  $N$  é o número de dias em que houve violação do VaR durante o período de estimação,  $\tilde{T}$ , o qual corresponde também ao número de observações fora da amostra para as previsões de VaR um passo à frente. A estatística da razão de verossimilhança (*likelihood ratio statistic*) usada no teste é dada por:

$$LR_{UC} = 2 \log \left( (1 - \pi_0)^{\tilde{T}-N} \pi_0^N \right) - 2 \log \left( (1 - \alpha)^{\tilde{T}-N} \alpha^N \right) \sim \chi_1^2 \quad (7)$$

Assim, o modelo preferido seria aquele em que a hipótese nula de igualdade entre as taxas observadas e taxas esperadas de violação não fosse rejeitada.

Adicionalmente, utilizou-se a estatística condicional de cobertura de Christoffersen para examinar a hipótese nula de que as violações do VaR ocorrem de forma independente e estão espalhadas ao longo do período de estimação; contra a hipótese alternativa de que as violações do VaR não ocorrem de forma independente. O teste é realizado por meio da estatística da razão de verossimilhança (*likelihood ratio statistic*):

$$LR_{IN} = 2\log\left((1 - \pi_{01})^{n_{00}}\pi_{01}^{n_{01}}(1 - \pi_{11})^{n_{10}}\pi_{11}^{n_{11}}\right) - 2\log\left((1 - \pi_0)^{n_{00}+n_{10}}\pi_0^{n_{01}+n_{11}}\right) \sim \chi_1^2 \quad (8)$$

Com relação às variáveis,  $n_{ij}$  é o número de observações com valor  $i$  seguido pelo valor  $j$ , para  $i, j = 0, 1$  e  $\pi_{ij} = n_{ij} / \sum_j n_{ij}$  representa as

probabilidades correspondentes. Uma violação do VaR ocorre quando  $i = 1$  e/ou  $j = 1$ , não ocorrendo violação, portanto, quando  $i = 0$  ou  $j = 0$ . A variável  $\pi_{ij}$  indica a probabilidade de  $j$  ocorrer no tempo  $t$ , dado que  $i$  ocorreu no tempo  $t - 1$ . A hipótese nula é de que as violações do VaR ocorrem de forma independente.

## 2.7. A medida ES para um e múltiplos passos à frente

O conceito de ES foi proposto por Artzner, Delbaen, Eber, e Heath (1997) para contornar algumas desvantagens apresentadas pelo VaR tais como a falta de informação do volume da perda potencial, caso o VaR seja violado; e o fato de o VaR não ser uma medida de risco coerente, pois não satisfaz a propriedade da subaditividade. A ES representa o valor da perda esperada, dada a ocorrência de violação do VaR. Para o cálculo da ES, Acerbi e Tasche (2002) propõem dividir a cauda de distribuição de probabilidade dos retornos em 5000 partes de igual massa de probabilidade. Em seguida calcular-se-iam os VaR relativos a cada uma das 5000 partes. A ES seria obtida pela média desses VaR.

$$ES_{t+\tau|t}^{(1-\alpha)} = E\left(y_{t+\tau} | \left(y_{t+\tau} \leq VaR_{t+\tau|t}^{(1-\alpha)}\right)\right) \quad (9)$$

em que  $\tau$  representa o número de passos à frente (neste estudo usou-se  $\tau = 1, 10$  e  $20$ )

De acordo com Angelidis e Degiannakis (2007) é possível medir a função quadrática de perda usando ES, já que, conforme dito anteriormente, o VaR não provê informação sobre a perda esperada da carteira nos casos em que o VaR é violado, isto é, nas situações em que o

retorno observado é menor que o VaR. Esses autores sugerem que a função quadrática de perda,  $\Psi_{t+1}$ , assumo o valor do quadrado da diferença entre o retorno observado e a ES, nos casos de violação do VaR; e 0 (zero), nos demais casos. Assim o melhor modelo seria aquele que apresentasse o menor erro médio quadrático, (*mean squared error*)(MSE):

$$MSE = \sum_{t=0}^{\tilde{T}-1} \Psi_{t+1} / \tilde{T} \quad (10)$$

### 3. Descrição dos dados

Com o propósito de examinar a robustez e o desempenho dos modelos de volatilidade selecionados, este estudo utilizou os retornos diários dos índices de ações dos BRICS (Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul) e da Turquia. Os índices são IBOV (Brasil), MICEX (Rússia), SENSEX (Índia), SHCOMP (China), JALSH (África do Sul) e XU100 (Turquia). Os dados foram obtidos da plataforma de informações *Bloomberg* durante o período compreendido entre 01/01/1999 a 26/12/2014. Escolheu-se esse intervalo de tempo porque Angelidis *et al* (2004) utilizaram período de extensão semelhante em seu trabalho com alguns índices de ações de países desenvolvidos e porque a partir de janeiro de 1999 o mercado cambial brasileiro passou a operar sob regime de livre flutuação da taxa de câmbio, abandonando o sistema de bandas. Foram removidos os dias em que não houve negociações. Assim, o número total de retornos logarítmicos,  $\hat{T}$ , variou de 3863 para o índice chinês até 3998 para o índice turco. Baseando-se na rolagem diária de amostras (*rolling sample*) de tamanho  $T=2000$  observações, cada modelo gerou um total de  $\tilde{T} = \hat{T} - T$  observações fora da amostra. Os parâmetros de cada modelo foram reestimados a cada novo dia de negociação para essas observações fora da amostra. Para a estimação dos modelos e testes estatísticos realizados neste artigo lançou-se mão dos seguintes softwares: *Oxmetrics* 6.2, *Eviews* 7 e R versão 3.1.2.

A Tabela 1 apresenta as estatísticas descritivas dos retornos logarítmicos diários para os índices selecionados. Como as distribuições dos retornos de todos os índices apresentaram curtose acima de 3 e a maioria delas apresentou assimetria negativa, reforçou-se a ideia da utilização das distribuições t de *Student*, GED e t de *Student* assimétrica, além da distribuição normal por ser mais parcimoniosa. Os resultados do

teste de Jarque-Bera indicam que nenhuma série de retornos logarítmicos segue uma distribuição Gaussiana. O teste estatístico de Box-Pierce,  $Q^2(20)$ , de ordem 20 para o quadrado dos retornos indica que esses são autocorrelacionados para todos os países emergentes analisados, já que a hipótese nula de não autocorrelação é significativamente rejeitada para todos os índices. O teste LM-ARCH de ordem 10 confirma essa ocorrência ao rejeitar a hipótese nula de ausência de efeito ARCH para os retornos dos índices analisados.

**Tabela 1**  
Estatísticas Descritivas

Índice	IBOV	JALSH	MICEX	SENSEX	SHCOMP	XU100
Observações	3958	3993	3958	3984	3862	3997
Média	0,000502	0,000574	0,000868	0,000549	0,000267	0,000864
Mediana	0,000813	0,000786	0,001324	0,001104	0,000516	0,000960
Desvio Padrão	0,019397	0,012357	0,023553	0,015978	0,015885	0,023770
Assimetria	0,716640	-0,169195	-0,045302	-0,138447	-0,061932	0,155791
Curtose	18,274	6,6139	14,071	9,3316	7,2123	9,8033
Jarque-Bera	38815,8	2192,0	20218,1	6667,6	2857,7	7724,7
	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**
LM-ARCH (10)	59,966	91,299	65,084	50,569	33,136	35,005
	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**
$Q^2(20)$	583,244	3450,95	2781,07	1482,10	969,346	394,447
	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**
ADF	-37,93	-37,64	-37,60	-36,60	-34,5	-36,35
	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**

**Nota:** LM-ARCH (10) representa o teste LM de ordem 10 proposto por Engle para detectar a presença de efeito ARCH.  $Q^2(20)$  representa o teste de Box-Pierce de ordem 20 para o quadrado dos retornos. Números entre colchetes representam os p-valores. ADF representa o teste expandido de Dickey-Fuller.

## 4. Resultados

### 4.1. Testes para detecção de presença de memória longa

A volatilidade diária foi calculada pelo quadrado dos retornos logarítmicos dos índices de ações dos países emergentes. Para testar a existência de um processo de memória longa para a volatilidade foram utilizados o teste de Lo (1991) e o teste GPH de Gewek e Porter-Hudak

(1983). A Tabela 2 apresenta os resultados desses testes. Pode-se observar que ambos os testes indicam a rejeição da hipótese nula de ausência de memória longa, sugerindo que, para os mercados analisados, há persistência da volatilidade ao longo do tempo. Esse resultado alinha-se ao padrão encontrado para as funções de autocorrelação dos quadrados dos retornos dos índices (Figura 1), as quais exibem decaimento lento, sugerindo um decaimento hiperbólico, típico de processos de memória longa.

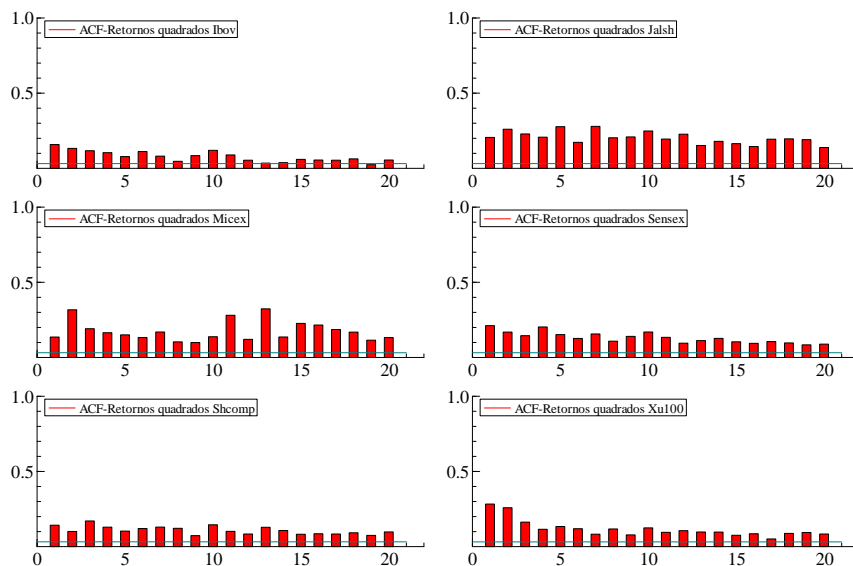
**Tabela 2**  
Resultados dos Testes de Memória Longa

	IBOV	JALSH	MICEX	SENSEX	SHCOMP	XU100
Parâmetro de memória longa, d, do teste GPH (1983) $m=T/2$	0,1531	0,1381	0,1206	0,1500	0,0959	0,2173
Estatística do Teste de Lo (1991)	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**	[0,000]**
	1,8882*	3,7123**	3,8990**	3,2031**	4,5411**	4,5407**

**Nota:** O parâmetro  $m$  representa a largura de banda (*bandwith*) do teste proposto por Geweke e Porter-Hudak's (1983) e  $T$  representa o número de observações. O parâmetro  $q$  indica o número de autocorrelações do teste proposto por Lo (1991).

(\*) Significância a 5%

(\*\*) Significância a 1%

**Figura 1**

Função de Autocorrelação (ACF) para o quadrado dos retornos dos países emergentes.

## 5. Estimação (dentro da amostra) dos modelos GARCH e FIGARCH

Com o propósito de se verificar quais modelos proporcionam a melhor descrição dos dados, foram estimados, uma única vez e utilizando todas as observações disponíveis ( $\widehat{T}$ ), os modelos (*dentro da amostra*) FIGARCH(1,d,1) e GARCH(1,1) para os retornos dos índices dos países emergentes, considerando-se quatro distribuições distintas para os erros: normal, t de Student, GED e t de Student assimétrica. Os resultados são apresentados nas Tabelas 3.A-3.F.

**Tabela 3.A**

IBOV – Estimação dos modelos FIGARCH(1,d,1) e GARCH(1,1) para as quatro distribuições: normal(n), t de Student (t), GED e t de Student assimétrica (skt).

Painel A – Parâmetros Estimados					FIGARCH(1,d,1)				GARCH(1,1)			
Distribuição	n	t	ged	skt	n	t	ged	skt	n	t	ged	skt
C média	0,0007 [0,0039]**	0,0007 [0,0015]**	0,0007 [0,0016]**	0,0006 [0,0147]*	0,0007 [0,0043]**	0,0007 [0,0023]**	0,007 [0,0020]**	0,006 [0,0156]*				
AR(1)	0,005 0,7419	0,0078 0,5981	0,0038 0,7977	0,00078 0,9581	0,0016 0,9244	0,0055 0,7221	0,00057 0,9713	-0,0014 0,9244				
C Variância	0,000 [0,2244]	0,000 [0,1231]	0,000 [0,1813]	0,000 [0,1197]	0,000 [0,0015]**	0,000 [0,0005]**	0,000 [0,0007]**	0,000 [0,0006]**				
ARCH	0,0663 [0,4509]	0,0639 [0,2498]	0,0591 [0,3924]	0,0682 [0,2065]	0,0868 [0,0000]**	0,0716 [0,0000]**	0,0796 [0,0000]**	0,0706 [0,0000]**				
GARCH	0,4791 [0,004]**	0,5193 [0,000]**	0,4952 [0,000]**	0,5249 [0,000]**	0,8898 [0,000]**	0,9091 [0,000]**	0,8986 [0,000]**	0,9111 [0,000]**				
d-FIGARCH	0,4671 [0,000]**	0,4828 [0,000]**	0,4759 [0,000]**	0,4849 [0,000]**								
Student-df		10,0565 [0,000]**	1,5790 [0,000]**	10,4263 [0,000]**		10,9241 [0,000]**	1,5861 [0,000]**	11,3019 [0,000]**				
Assimetria				-0,0743 [0,0023]**				-0,0724 [0,0019]**				
Painel B – Testes Diagnósticos												
AIC	-5,287717	-5,305562	<b>-5,300934</b>	-5,307450	-5,283931	-5,302292	-5,297801	-5,304252				
SBC	-5,278192	-5,294450	<b>-5,289822</b>	-5,294749	-5,275993	-5,292767	-5,288276	-5,293139				
Q <sup>2</sup> (10)	7,5526 [0,4783]	11,1720 [0,1921]	15,5190 [0,6261]	11,1255 [0,1947]	14,4439 [0,0709]	24,3545 [0,0019]**	27,1957 [0,0753]	24,7586 [0,0017]**				
LM-ARCH (10)	1,1277 [0,3367]	1,1632 [0,3108]	1,0886 [0,3668]	1,1569 [0,3153]	1,3696 [0,1878]	1,5924 [0,1023]	1,4184 [0,1652]	1,5977 [0,1008]				
SBT	1,11566 [0,2646]	1,4178 [0,1562]	1,2843 [0,1990]	1,41766 [0,1562]	1,22172 [0,2218]	1,55327 [0,1203]	1,34817 [0,1776]	1,56311 [0,1180]				

**Nota:** LM-ARCH(10) representa o teste LM de ordem 10 proposto por Engle para detectar a presença de efeito ARCH. Q<sup>2</sup>(10) representa o teste de Box-Pierce de ordem 10 para o quadrado dos retornos. Números entre colchetes representam os *p-valores*. SBT representa o *Sign Bias Test* proposto por Engle e Ng (1993) para detectar a presença do efeito de alavancagem nos retornos.



**Tabela 3.B**

JALSH– Estimação dos modelos FIGARCH(1,d,1) e GARCH(1,1) para as quatro distribuições: normal(n), t de Student (t), GED e t de Student assimétrica (skt).

Painel A – Parâmetros Estimados		FIGARCH(1,d,1)				GARCH(1,1)			
Distribuição	n	t	ged	skt	n	t	ged	skt	
C média	0,0008 [0,000]**	0,0008 [0,000]**	0,0009 [0,000]**	0,0007 [0,000]**	0,0009 [0,000]**	0,0008 [0,000]**	0,0009 [0,000]**	0,0008 [0,000]**	
AR(1)	0,0530 [0,0011]**	0,0481 [0,0026]**	0,0472 [0,0040]**	0,0409 [0,0103]*	0,0517 [0,0015]**	0,0476 [0,0029]**	0,0462 [0,0049]**	0,0411 [0,0103]*	
C Variância	0,0003 [0,0304]*	0,0002 [0,0267]*	0,0003 [0,0275]*	0,0003 [0,0310]*	0,0000 [0,0001]**	0,0000 [0,0001]**	0,0000 [0,0001]**	0,0000 [0,0001]**	
ARCH	0,1272 [0,0101]*	0,1358 [0,0014]**	0,1322 [0,0044]**	0,1348 [0,0011]**	0,0970 [0,0000]**	0,0916 [0,0000]**	0,0942 [0,0000]**	0,0898 [0,0000]**	
GARCH	0,6058 [0,0007]**	0,6127 [0,0000]**	0,6069 [0,0000]**	0,6255 [0,0000]**	0,0116 [0,0000]**	0,8950 [0,0000]**	0,8919 [0,0000]**	0,8972 [0,0000]**	
d-FIGARCH	0,5422 [0,0000]**	0,5322 [0,0000]**	0,5355 [0,0000]**	0,5457 [0,0000]**					
Student-df		12,0529 [0,0000]**	1,6640 [0,0000]**	12,4363 [0,0000]**		12,4198 [0,0000]**	1,6678 [0,0000]**	12,8299 [0,0000]**	
Assimetria				-0,0802 [0,0013]**				-0,0765 [0,0017]**	
Painel B – Testes Diagnósticos									
AIC	-6,211298	-6,222938	-6,219385	<b>-6,225228</b>	-6,210960	-6,221784	-6,218873	-6,223913	
SBC	-6,201843	-6,211908	-6,208354	-6,212621	-6,203081	-6,212329	-6,209418	<b>-6,212883</b>	
Q <sup>2</sup> (10)	9,24672 [0,9537]	9,4963 [0,9471]	9,28085 [0,9528]	9,5355 [0,9460]	9,17303 [0,9555]	9,6087 [0,9434]	9,3287 [0,9516]	9,8335 [0,9372]	
LM-ARCH (10)	0,5667 [0,8423]	0,6206 [0,7975]	0,5783 [0,8330]	0,6208 [0,7974]	0,6107 [0,8061]	0,6584 [0,7639]	0,6260 [0,7928]	0,6689 [0,7543]	
SBT	0,2473 [0,8047]	0,0987 [0,9214]	0,2109 [0,8330]	0,0927 [0,9252]	0,0658 [0,9475]	0,0722 [0,9425]	0,0580 [0,9537]	0,2090 [0,8345]	

**Nota:** LM-ARCH(10) representa o teste LM de ordem 10 proposto por Engle para detectar a presença de efeito ARCH. Q<sup>2</sup>(10) representa o teste de Box-Pierce de ordem 10 para o quadrado dos retornos. Números entre colchetes representam os *p-valores*. SBT representa o *Sign Bias Test* proposto por Engle e Ng (1993) para detectar a presença do efeito de alavancagem nos retornos.



**Tabela 3.C**

MICEX – Estimação dos modelos FIGARCH(1,d,1) e GARCH(1,1) para as quatro distribuições: normal(n), t de Student (t), GED e t de Student assimétrica (skt).

Painel A – Parâmetros Estimados		FIGARCH(1,d,1)				GARCH(1,1)			
Distribuição	n	t	ged	skt	n	t	ged	skt	
C média	0,0012 [0,0000]**	0,0012 [0,0000]**	0,0012 [0,0000]**	0,0009 [0,0000]**	0,0012 [0,0000]**	0,0012 [0,0000]**	0,0012 [0,0000]**	0,0009 [0,0000]**	
AR(1)	0,0295 [0,0849]	0,0289 [0,0641]	0,0194 [0,0976]	0,0235 [0,1338]	0,0305 [0,0814]	0,0282 [0,0764]	0,0188 [0,2652]	0,0233 [0,1471]	
C Variância	0,0017 [0,0617]	0,0027 [0,1180]	0,0021 [0,1148]	0,0026 [0,1407]	0,0001 [0,0150]*	0,0005 [0,0007]**	0,0006 [0,0015]**	0,0000 [0,0010]**	
ARCH	-0,1675 [0,5128]	0,0703 [0,2239]	0,0159 [0,8656]	0,0730 [0,2374]	0,1118 [0,0000]**	0,1016 [0,0000]**	0,1027 [0,0000]**	0,0982 [0,0000]**	
GARCH	0,2538 [0,4174]	0,5948 [0,0000]**	0,5041 [0,0010]**	0,5886 [0,0000]**	0,8698 [0,0000]**	0,8924 [0,0000]**	0,8863 [0,0000]**	0,8957 [0,0000]**	
d-FIGARCH	0,4921 [0,0000]**	0,5968 [0,0000]**	0,5550 [0,0000]**	0,5897 [0,0000]**					
Student-df		5,9838 [0,0000]**	1,3300 [0,0000]**	6,0466 [0,0000]**		6,2311 [0,0000]**	1,3298 [0,0000]**	6,3308 [0,0000]**	
Assimetria				-0,0732 [0,0016]**				-0,0693 [0,0018]**	
Painel B – Testes Diagnósticos									
AIC	-5,081627	-5,143016	-5,132305	-5,145059	-5,072101	-5,137511	-5,127032	-5,134433	
SBC	-5,072101	-5,131903	-5,121193	-5,132359	-5,064163	-5,127986	-5,117507	-5,128321	
Q <sup>2</sup> (10)	3,4585 [0,9999]	3,3025 [0,9999]	2,8569 [0,9999]	3,2070 [0,9999]	6,8261 [0,9915]	7,3725 [0,9865]	7,4461 [0,9857]	7,2527 [0,9878]	
LM-ARCH (10)	0,1506 [0,9989]	0,2079 [0,9957]	0,1528 [0,9988]	0,2030 [0,9961]	0,4048 [0,9450]	0,3998 [0,9473]	0,4195 [0,9380]	0,3988 [0,9478]	
SBT	1,3086 [0,1907]	1,3320 [0,1829]	1,3734 [0,1696]	1,3146 [0,1886]	0,9068 [0,3645]	1,2133 [0,2250]	1,0598 [0,2893]	1,2318 [0,2180]	

**Nota:** LM-ARCH(10) representa o teste LM de ordem 10 proposto por Engle para detectar a presença de efeito ARCH. Q<sup>2</sup>(10) representa o teste de Box-Pierce de ordem 10 para o quadrado dos retornos. Números entre colchetes representam os *p-valores*. SBT representa o *Sign Bias Test* proposto por Engle e Ng (1993) para detectar a presença do efeito de alavancagem nos retornos.

**Tabela 3.D**

SENSEX– Estimação dos modelos FIGARCH(1,d,1) e GARCH(1,1) para as quatro distribuições: normal(n), t de Student (t), GED e t de Student assimétrica (skt).

Painel A – Parâmetros Estimados					FIGARCH(1,d,1)				GARCH(1,1)			
Distribuição	n	t	ged	skt	n	t	ged	skt	n	t	ged	skt
C média	0,0011 [0,0000]**	0,0011 [0,0000]**	0,0011 [0,0000]**	0,0009 [0,0000]**	0,0010 [0,0000]**	0,0011 [0,0000]**	0,0011 [0,0000]**	0,0009 [0,0000]**	0,0010 [0,0000]**	0,0011 [0,0000]**	0,0011 [0,0000]**	0,0009 [0,0000]**
AR(1)	0,0811 [0,0000]**	0,0792 [0,0000]**	0,0802 [0,0000]**	0,0723 [0,0000]**	0,0782 [0,0000]**	0,0785 [0,0000]**	0,0791 [0,0000]**	0,0709 [0,0000]**	0,0782 [0,0000]**	0,0785 [0,0000]**	0,0791 [0,0000]**	0,0709 [0,0000]**
C Variância	0,0008 [0,0000]**	0,0008 [0,0155]*	0,0008 [0,0264]*	0,0008 [0,0183]*	0,0000 [0,0035]**	0,0000 [0,0000]**	0,0000 [0,0000]**	0,0000 [0,0000]**	0,0000 [0,0000]**	0,0000 [0,0000]**	0,0000 [0,0000]**	0,0000 [0,0000]**
ARCH	0,1217 [0,0425]*	0,1008 [0,0443]*	0,1087 [0,0413]*	0,1087 [0,0297]*	0,1131 [0,0000]**	0,1117 [0,0000]**	0,1112 [0,0000]**	0,1093 [0,0000]**	0,1131 [0,0000]**	0,1117 [0,0000]**	0,1112 [0,0000]**	0,1093 [0,0000]**
GARCH	0,5551 [0,0000]**	0,5744 [0,0000]**	0,5699 [0,0000]**	0,5831 [0,0000]**	0,8734 [0,0000]**	0,8745 [0,0000]**	0,8750 [0,0000]**	0,8766 [0,0000]**	0,8734 [0,0000]**	0,8745 [0,0000]**	0,8750 [0,0000]**	0,8766 [0,0000]**
d-FIGARCH	0,5498 [0,0000]**	0,5669 [0,0000]**	0,5644 [0,0000]**	0,5697 [0,0000]**								
Student-df		7,5991 [0,0000]**	1,4563 [0,0000]**	7,6930 [0,0000]**		7,7625 [0,0000]**	1,4488 [0,0000]**	7,8988 [0,0000]**				
Assimetria				-0,0606 [0,0095]**				-0,0628 [0,0062]**				
Painel B – Testes Diagnósticos												
AIC	-5,771336	-5,802476	-5,747820	<b>-5,803700</b>	-5,764035	-5,799349	-5,793697	-5,800774	-5,764035	-5,799349	-5,793697	-5,800774
SBC	-5,761863	-5,791424	-5,786768	<b>-5,791069</b>	-5,756141	-5,789876	-5,784224	-5,789722	-5,756141	-5,789876	-5,784224	-5,789722
Q <sup>2</sup> (10)	15,2544 [0,6444]	16,7186 [0,5425]	15,9315 [0,5973]	16,9275 [0,5280]	18,9347 [0,3958]	19,1785 [0,3809]	19,3355 [0,3714]	19,6588 [0,3523]	18,9347 [0,3958]	19,1785 [0,3809]	19,3355 [0,3714]	19,6588 [0,3523]
LM-ARCH (10)	0,5950 [0,8193]	0,7281 [0,6986]	0,6543 [0,7677]	0,7437 [0,6836]	0,9363 [0,4982]	0,9604 [0,4760]	0,9706 [0,4669]	0,9977 [0,4427]	0,9363 [0,4982]	0,9604 [0,4760]	0,9706 [0,4669]	0,9977 [0,4427]
SBT	0,4560 [0,6484]	0,3994 [0,6896]	0,4153 [0,6779]	0,5053 [0,6134]	0,6073 [0,5436]	0,5703 [0,5685]	0,5722 [0,5672]	0,6714 [0,5019]	0,6073 [0,5436]	0,5703 [0,5685]	0,5722 [0,5672]	0,6714 [0,5019]

**Nota:** LM-ARCH(10) representa o teste LM de ordem 10 proposto por Engle para detectar a presença de efeito ARCH. Q<sup>2</sup>(10) representa o teste de Box-Pierce de ordem 10 para o quadrado dos retornos. Números entre colchetes representam os *p-valores*. SBT representa o *Sign Bias Test* proposto por Engle e Ng (1993) para detectar a presença do efeito de alavancagem nos retornos.

**Tabela 3.E**

SHCOMP– Estimação dos modelos FIGARCH(1,d,1) e GARCH(1,1) para as quatro distribuições: normal(n), t de Student (t), GED e t de Student assimétrica (skt).

Painel A – Parâmetros Estimados					FIGARCH(1,d,1)				GARCH(1,1)			
Distribuição	n	t	ged	skt	n	t	ged	skt	n	t	ged	skt
C média	0,0002 [0,1981]	0,0003 [0,0743]	0,0004 [0,0157]	0,0002 [0,4105]	0,0002 [0,2745]	0,0003 [0,1003]	0,0004 [0,0245]	0,00011 [0,6036]	0,0002 [0,2745]	0,0003 [0,1003]	0,0004 [0,0245]	0,00011 [0,6036]
AR(1)	0,0179 [0,3186]	0,0172 [0,2630]	0,0067 [0,6045]	0,0158 [0,2993]	0,0181 [0,3054]	0,0194 [0,1903]	0,0078 [0,4550]	0,0173 [0,2393]	0,0181 [0,3054]	0,0194 [0,1903]	0,0078 [0,4550]	0,0173 [0,2393]
C Variância	0,0002 [0,0081]**	0,0003 [0,0024]**	0,0002 [0,0042]**	0,0002 [0,0025]**	0,0000 [0,0022]**	0,0000 [0,0008]**	0,0000 [0,0007]**	0,0000 [0,0006]**	0,0000 [0,0022]**	0,0000 [0,0008]**	0,0000 [0,0007]**	0,0000 [0,0006]**
ARCH	0,1938 [0,0290]*	0,1781 [0,0077]**	0,1740 [0,0105]*	0,1849 [0,0072]**	0,0823 [0,0000]**	0,0740 [0,0000]**	0,0754 [0,0000]**	0,0752 [0,0000]**	0,0823 [0,0000]**	0,0740 [0,0000]**	0,0754 [0,0000]**	0,0752 [0,0000]**
GARCH	0,5617 [0,0000]**	0,5692 [0,0000]**	0,5677 [0,0000]**	0,5714 [0,0000]**	0,9059 [0,0000]**	0,9169 [0,0000]**	0,9130 [0,0000]**	0,9158 [0,0000]**	0,9059 [0,0000]**	0,9169 [0,0000]**	0,9130 [0,0000]**	0,9158 [0,0000]**
d-FIGARCH	0,4293 [0,0000]**	0,4262 [0,0000]**	0,4338 [0,0000]**	0,4257 [0,0000]**								
Student-df		5,2595 [0,0000]**	1,2186 [0,0000]**	5,2579 [0,0000]**		4,9716 [0,0000]**	1,2141 [0,0000]**	4,9658 [0,0000]**				
Assimetria				-0,040 [0,0341]*				-0,0472 [0,0140]*				
Painel B – Testes Diagnósticos												
AIC	-5,670590	-5,737568	<b>-5,742188</b>	-5,738068	-5,669957	-5,736760	-5,741094	-5,737581	-5,670590	-5,737568	<b>-5,742188</b>	-5,738068
SBC	-5,660866	-5,726224	-5,730843	-5,725103	-5,661854	-5,727036	<b>-5,731370</b>	-5,726237	-5,660866	-5,726224	-5,730843	-5,725103
Q <sup>2</sup> (10)	2,7548 [0,9487]	3,0352 [0,9321]	2,78201 [0,9472]	2,8862 [0,9413]	1,8682 [0,9848]	1,9822 [0,9816]	1,8236 [0,9859]	1,8518 [0,9852]	2,7548 [0,9487]	3,0352 [0,9321]	2,78201 [0,9472]	2,8862 [0,9413]
LM-ARCH (10)	0,2707 [0,9875]	0,2980 [0,9818]	0,2721 [0,9872]	0,2832 [0,9851]	0,1824 [0,9975]	0,1949 [0,9967]	0,1390 [0,9977]	0,1820 [0,9975]	0,2707 [0,9875]	0,2980 [0,9818]	0,2721 [0,9872]	0,2832 [0,9851]
SBT	1,2203 [0,2224]	1,0001 [0,3173]	1,1454 [0,2520]	0,9344 [0,3500]	1,0105 [0,3122]	0,9304 [0,3521]	0,8478 [0,3965]	0,8125 [0,4165]	1,2203 [0,2224]	1,0001 [0,3173]	1,1454 [0,2520]	0,9344 [0,3500]

**Nota:** LM-ARCH(10) representa o teste LM de ordem 10 proposto por Engle para detectar a presença de efeito ARCH. Q<sup>2</sup>(10) representa o teste de Box-Pierce de ordem 10 para o quadrado dos retornos. Números entre colchetes representam os *p-valores*. SBT representa o *Sign Bias Test* proposto por Engle e Ng (1993) para detectar a presença do efeito de alavancagem nos retornos.

**Tabela 3.F**

XU100– Estimação dos modelos FIGARCH(1,d,1) e GARCH(1,1) para as quatro distribuições: normal(n), t de Student (t), GED e t de Student assimétrica (skt).

Painel A – Parâmetros Estimados					FIGARCH(1,d,1)				GARCH(1,1)			
Distribuição	n	t	ged	skt	n	t	ged	skt	n	t	ged	skt
C média	0,0013 [0,0000]**	0,0013 [0,0000]**	0,0013 [0,0000]**	0,0012 [0,0000]**	0,0012 [0,0000]**	0,0012 [0,0000]**	0,0012 [0,0000]**	0,0011 [0,0000]**	0,0012 [0,0000]**	0,0012 [0,0000]**	0,0012 [0,0000]**	0,0011 [0,0000]**
AR(1)	0,0245 [0,1324]	[0,0159]* 0,3038	[0,0133]* 0,4152	[0,0136]* 0,3877	[0,0243]* 0,1595	[0,0152]* 0,3431	[0,0127]* 0,4434	[0,0126]* 0,4380				
C Variância	0,0018 [0,1564]	0,0011 [0,1530]	0,0013 [0,1497]	0,0011 [0,1571]	0,0000 [0,0353]*	0,0000 [0,0043]**	0,0000 [0,0107]*	0,0000 [0,0039]**				
ARCH	0,1439 [0,0587]	0,1451 [0,1051]	0,1438 [0,0634]	0,1514 [0,0858]	0,0903 [0,0000]**	0,0885 [0,0000]**	0,0897 [0,0000]**	0,0882 [0,0000]**				
GARCH	0,5413 [0,0000]**	0,4964 [0,0000]**	0,5175 [0,0000]**	0,5031 [0,0000]**	0,9041 [0,0000]**	0,9030 [0,0000]**	0,9026 [0,0000]**	0,9031 [0,0000]**				
d-FIGARCH	0,5199 [0,0000]**	0,4652 [0,0000]**	0,4916 [0,0000]**	0,4663 [0,0000]**								
Student-df		6,3470 [0,0000]**	0,5175 [0,0000]**	6,3864 [0,0000]**		6,5032 [0,0000]**	1,3755 [0,0000]**	6,5489 [0,0000]**				
Assimetria				-0,0267 [0,2540]				-0,0285 [0,2063]				
Painel B – Testes Diagnósticos												
AIC	-4,983586	<b>-5,029359</b>	-5,021659	-5,029187	-4,969274	-5,022130	-5,013369	-5,022033				
SBC	-4,974139	<b>-5,018337</b>	-5,010638	-5,016591	-4,961401	-5,012683	-5,003922	-5,0110011				
Q <sup>2</sup> (10)	14,4629 [0,0704]	13,9955 [0,0819]	14,2409 [0,0756]	13,5715 [0,0936]	10,6319 [0,2234]	11,1826 [0,1915]	10,7035 [0,2190]	11,0390 [0,1995]				
LM-ARCH (10)	1,4049 [0,1712]	1,3779 [0,1838]	1,3906 [0,1778]	1,3363 [0,2046]	1,0745 [0,3780]	1,1312 [0,3341]	1,0830 [0,3712]	1,1167 [0,3450]				
SBT	1,4327 [0,1520]	1,4168 [0,1565]	1,4357 [0,1511]	1,5354 [0,1247]	1,4888 [0,1365]	1,3275 [0,1843]	1,3270 [0,1845]	1,1994 [0,2304]				

**Nota:** LM-ARCH(10) representa o teste LM de ordem 10 proposto por Engle para detectar a presença de efeito ARCH. Q<sup>2</sup>(10) representa o teste de Box-Pierce de ordem 10 para o quadrado dos retornos. Números entre colchetes representam os *p-valores*. SBT representa o *Sign Bias Test* proposto por Engle e Ng (1993) para detectar a presença do efeito de alavancagem nos retornos.



O painel A apresenta os parâmetros estimados para cada modelo. Verifica-se que o parâmetro d-FIGARCH, o qual captura a informação de memória longa, é significativo para todos os modelos FIGARCH estimados e para todas as distribuições de erros utilizadas.

O painel B apresenta os testes diagnósticos dos modelos estimados (*dentro da amostra*). Para detectar a presença de autocorrelação dos quadrados dos resíduos dos modelos estimados foram utilizados os testes de Box-Pierce ( $Q^2(10)$ ) e LM-ARCH de ordem 10. A hipótese nula de não autocorrelação dos quadrados dos resíduos não foi rejeitada para nenhum modelo FIGARCH para nenhum dos dois testes utilizados. Todavia, na Tabela 3A, ao utilizar-se o teste Box-Pierce ( $Q^2(10)$ ) para o modelo GARCH com distribuições t de Student e t de Student assimétrica, rejeitou-se a hipótese nula de não autocorrelação dos quadrados dos resíduos para os retornos do índice IBOV.

Além disso, o painel B mostra os resultados do teste *Sign Bias Test* (SBT) proposto por Engle e Ng (1993) para detectar a presença do efeito de alavancagem nos retornos, isto é, a estatística SBT testa se os impactos na volatilidade causados por retornos negativos são maiores que os impactos causados por retornos positivos. A hipótese nula do teste é de que não há diferença entre os impactos causados por retornos positivos e negativos. Nota-se que essa hipótese nula não é rejeitada para nenhum modelo, indicando que não há a presença do efeito de alavancagem e, portanto, não seria necessária a utilização de modelos que procuram capturar tal efeito, como é o caso, por exemplo, dos modelos FIEGARCH e EGARCH.

Ademais, foram utilizados os critérios de informação de Akaike (AIC) e Schwartz (SBC) para avaliar o melhor modelo usando as observações de retornos *dentro da amostra*. Os menores valores para os critérios de informação AIC e SBC para cada índice encontram-se em negrito. Nota-se que para o critério AIC o modelo de memória longa, FIGARCH, superou o modelo de memória curta, GARCH, para todos os índices estudados. Já pelo critério SBC, o modelo com especificação FIGARCH superou o modelo GARCH em 4 dos 6 índices analisados, as exceções para esse padrão ocorreram para os índices JALSH e SHCOMP.

Esses resultados sugerem a supremacia dos modelos de memória longa em relação aos de memória curta quando esses modelos são estimados com observações *dentro da amostra*.

## 6. Avaliação das previsões de VaR para 1 e múltiplos passos à frente para observações fora da amostra

### 6.1. Avaliação pelo critério dos testes de Kupiec e Christoffersen

As Tabelas 4A a 4D mostram as previsões do VaR para um passo à frente para os modelos FIGARCH(1,d,1) e GARCH(1,1), relativas aos seis índices analisados, considerando-se quatro distribuições estatísticas diferentes para os erros: normal (n), t de Student (t), distribuição normal generalizada (ged) e t de Student assimétrica (skt). No geral, a utilização dos modelos de memória longa (FIGARCH) para as volatilidades condicionais não melhora a precisão das previsões de VaR dos índices para o horizonte de tempo de 1 passo à frente, já que pelo teste de Kupiec (1995), dos 24 modelos FIGARCH e 24 modelos GARCH, 14 e 13 não foram rejeitados para as especificações FIGARCH e GARCH, respectivamente. Ademais, os resultados parecem corroborar com o contido na literatura sobre o assunto de que os modelos VaR não são robustos para os diferentes mercados, de forma que o modelo ótimo varia de um índice para outro (Degiannakis *et al.*, 2013; Angelidis *et al.*, 2004; McMillan e Kambouroudis, 2009).

**Tabela 4.A**  
Resultados das previsões de VaR e ES para 1 passo à frente – distribuição normal (n)

Índice	Nº de previsões de VaR 1 passo à frente	Média VaR	Taxa observada de violação de VaR	Kupiec (p-valor)	Christoffersen (p-value)	Média ES	MSE para ES
Part A. ARMA(1,0) – FIGARCH-n (1,d,1)							
IBOV	1958	-2,7306	5,6691	0,183129	0,571556	-3,4486	0,007741
JALSH	1993	-1,8494	6,2218	0,006904**	0,399730	-2,3411	0,003597
MICEX	1958	-3,0354	5,1583	0,749074	0,280071	-3,8421	0,042512
SENSEX	1984	-2,2461	5,5948	0,232567	0,594816	-2,8470	0,007647
SHCOMP	1862	-2,5977	5,6391	0,214569	0,973732	-3,2652	0,012339
XU100	1997	-2,7113	5,1077	0,825866	0,229228	-3,4347	0,015399
Part B. ARMA(1,0) – GARCH-n (1,1)							
IBOV	1958	-2,7201	4,6476	0,469258	0,509563	-3,4364	0,004706
JALSH	1993	-1,8553	6,4727	0,003837**	0,553206	-2,3493	0,003743
MICEX	1958	-3,0117	4,8519	0,762551	0,414707	-3,8142	0,041593
SENSEX	1984	-2,2406	5,2923	0,553798	0,212809	-2,8401	0,008687
SHCOMP	1862	-2,6265	5,1557	0,768946	0,629745	-3,3005	0,012573
XU100	1997	-2,7850	4,6069	0,414300	0,195216	-3,5259	0,014479

(\*) Significância a 5%

(\*\*) Significância a 1%



**Tabela 4.B**

Resultados das previsões de VaR e ES para 1 passo à frente – distribuição t de Student (t)

Índice	Nº de previsões de VaR 1 passo à frente	Média VaR	Taxa observada de violação de VaR	Kupiec (p-value)	Christoffersen (p-value)	Média ES	MSE para ES
Part A. ARMA(1,0) – FIGARCH-t (1,d,1)							
IBOV	1958	-2,9790	4,3412	0,171583	0,868479	-3,9821	0,006529
JALSH	1993	-1,9628	5,6197	0,212880	0,280206	-2,5786	0,003252
MICEX	1958	-3,5767	3,3708	0,000454**	0,353763	-5,0497	0,026267
SENSEX	1984	-2,5370	4,1331	0,068118	0,821596	-3,4800	0,004903
SHCOMP	1862	-3,0868	3,7057	0,007345**	0,779732	-4,3563	0,006546
XU100	1997	-3,1318	3,5553	0,001827*	0,014867*	-4,3084	0,011162
Part B. ARMA(1,0) – GARCH-t (1,1)							
IBOV	1958	-2,9728	2,7068	0,0000**	0,646588	-3,9656	0,003801
JALSH	1993	-1,9676	5,4190	0,396870	0,949811	-2,5874	0,002745
MICEX	1958	-3,5542	3,1665	0,0000**	0,447513	-5,0137	0,023844
SENSEX	1984	-2,5464	4,1331	0,068118	0,396166	-3,4957	0,006028
SHCOMP	1862	-3,2011	3,5983	0,003552**	0,704533	-4,5852	0,007915
XU100	1997	-3,1850	3,1547	0,0000**	0,016231*	-4,3698	0,010948

(\*) Significância a 5%

(\*\*) Significância a 1%

**Tabela 4.C**

Resultados das previsões de VaR e ES para 1 passo à frente – distribuição ged

Índice	Nº de previsões de VaR 1 passo à frente	Média VaR	Taxa observada de violação de VaR	Kupiec (p-valor)	Christoffersen (p-value)	Média ES	MSE para ES
Part A. ARMA(1,0) – FIGARCH-ged (1,d,1)							
IBOV	1958	-2,7231	5,8223	0,103342	0,481664	-3,5854	0,008358
JALSH	1993	-1,8480	6,3723	0,006904**	0,298100	-2,3908	0,003571
MICEX	1958	-3,0198	5,2094	0,672750	0,545583	-4,1181	0,040374
SENSEX	1984	-2,2412	5,4940	0,320037	0,660007	-2,9991	0,006906
SHCOMP	1862	-2,5741	5,7465	0,148401	0,947944	-3,5332	0,010772
XU100	1997	-2,7297	4,9074	0,848911	0,322754	-3,6448	0,014240
Part B. ARMA(1,0) – GARCH-ged (1,1)							
IBOV	1958	-2,7194	4,5965	0,406550	0,538807	-3,5796	0,004957
JALSH	1993	-1,8514	6,4727	0,003837**	0,553206	-2,3980	0,003705
MICEX	1958	-2,9902	4,8519	0,762551	0,414707	-4,0811	0,036773
SENSEX	1984	-2,2356	5,3427	0,488245	0,437367	-2,9947	0,007909
SHCOMP	1862	-2,5867	5,4243	0,407018	0,817288	-3,5585	0,100828
XU100	1997	-2,7937	4,5568	0,356586	0,177954	-3,7334	0,013605

(\*) Significância a 5%

(\*\*) Significância a 1%



**Tabela 4.D**Resultados das previsões de VaR e ES para 1 passo à frente – distribuição t de *Student* assimétrica (skt)

Índice	Nº de previsões de VaR 1 passo à frente	Média VaR	Taxa observada de violação de VaR	Kupiec (p-valor)	Christoffersen (p-value)	Média ES	MSE para ES
Part A. ARMA(1,0) – FIGARCH-skt (1,d,1)							
IBOV	1958	-3,1271	3,7794	0,009732**	0,602501	0,0443	0,152321
JALSH	1993	-2,0571	4,6663	0,489638	0,215345	0,0508	0,072490
MICEX	1958	-3,8056	2,7579	0,0000**	0,661490	0,0458	0,229629
SENSEX	1984	-2,6717	3,5786	0,002258**	0,771710	0,0690	0,101527
SHCOMP	1862	-3,2314	3,4374	0,001070**	0,595820	-0,0875	0,130866
XU100	1997	-3,1910	3,4552	0,000818**	0,010733*	0,0528	0,145081
Part B. ARMA(1,0) – GARCH-skt (1,1)							
IBOV	1958	-3,1079	2,4515	0,000**	0,477870	0,0388	0,127970
JALSH	1993	-2,0602	4,7165	0,557861	0,449499	0,0565	0,074808
MICEX	1958	-3,7235	2,9622	0,0000**	0,555699	0,0600	0,247496
SENSEX	1984	-2,6657	3,5786	0,002258**	0,256328	0,0584	0,105983
SHCOMP	1862	-3,3781	3,1686	0,000106**	0,922916	-0,1108	0,119948
XU100	1997	-3,2445	3,1047	0,0000**	0,013806*	0,0439	0,139908

(\*) Significância a 5%

(\*\*) Significância a 1%

De acordo com o teste de Kupiec (1995), a taxa de violação observada não é estatisticamente diferente da taxa de violação esperada (5%) para as previsões de VaR para 1 passo à frente para ambos os modelos FIGARCH e GARCH relativos aos seguintes índices: IBOV (normal e ged), JALSH (t e skt), MICEX (normal e ged), SENSEX (normal, t e ged), SHCOMP (normal e ged) e XU100 (normal e ged). O mesmo ocorre para o índice IBOV (t) somente para o modelo FIGARCH.

As Tabelas 4A a 4D apresentam os resultados de 48 modelos. Para 28 desses modelos (58%) houve superestimação do VaR verdadeiro, já que a taxa observada de violação do VaR foi menor que a taxa esperada de violação (5%), ocorrendo o maior número de exceções a esse padrão nos modelos FIGARCH (normal e ged) e GARCH (normal e ged). Esses resultados são conflitantes com os obtidos por Kuester *et al.* (2006), os quais reportaram que a maioria dos modelos de VaR sofrem de violação excessiva por subestimarem sistematicamente o VaR verdadeiro. Degiannakis *et al.* (2013) chegaram a mesma conclusão ao utilizar somente a distribuição normal para os erros. Portanto, os resultados deste artigo estão de acordo com o encontrado por Degiannakis *et al.* (2013) apenas para as distribuições normal e ged, já que há uma predominância de superestimação do VaR para as demais distribuições (t e skt).

Pelo teste de Christoffersen (1998), as violações do VaR são independentemente distribuídas em relação à maioria dos índices de ações para os modelos FIGARCH e GARCH, com exceção do índice



XU100 para os modelos FIGARCH e GARCH com distribuições t e skt. Todavia, apesar da limitada evidência de não independência das violações de VaR, Degiannakis *et al.*(2013) apontam que os resultados do teste de Christoffersen apresentam menor prioridade que resultados do teste de Kupiec, os quais, para efeitos deste estudo, sugerem uma superestimação do VaR para a maioria dos modelos.

As Tabelas 5A a 5D apresentam os resultados para as previsões de VaR para 10 passos à frente. Para este horizonte de previsão, os resultados do teste de Kupiec sugerem que o modelo de memória longa, FIGARCH, apresenta melhor desempenho que o modelo GARCH. De acordo com o referido teste, os modelos com especificação FIGARCH produziram uma taxa observada de violação estatisticamente não diferente da taxa esperada de violação de 5% para 18 dos 24 modelos FIGARCH, o que corresponde a 75% dos modelos. Já para os modelos com especificação GARCH, o mesmo ocorre para 16 dos 24 modelos, o que corresponde a 66,7% dos modelos. Todavia, destaca-se que ao remover os modelos da Tabela 5B com distribuição t (FIGARCH-t e GARCH-t), os quais foram reprovados no teste de Kupiec para todos os índices, a adequabilidade dos modelos passaria a 100% e a 88,9% para os modelos FIGARCH e GARCH, respectivamente. Ademais, percebe-se que a escolha da distribuição a ser utilizada para os erros afeta a decisão de escolha do modelo. Por exemplo, se a distribuição normal ou skt fosse utilizada para o índice SHCOMP, os modelos GARCH seriam rejeitados pelo teste de Kupiec, fato que não ocorreria com os modelos FIGARCH. Todavia, se as distribuições ged ou t fossem utilizadas, nenhum modelo FIGARCH seria escolhido em detrimento do GARCH. Os resultados do teste de Christoffersen sugerem que as violações do VaR não são independentemente distribuídas para 3 modelos FIGARCH. O mesmo ocorre para 9 dos modelos de memória curta, GARCH.

**Tabela 5.A**

Resultados das previsões de VaR e ES para 10 passos à frente – distribuição normal (n)

Índice	Nº de previsões de VaR 10 passos à frente	Média VaR	Taxa observada de violação de VaR	Kupiec (p-valor)	Christoffersen (p-value)	Média ES	MSE para ES
Part A. ARMA(1,0) – FIGARCH-n (1,d,1)							
IBOV	194	-3,4105	3,0928	0,191064	0,606035	-4,4774	0,002306
JALSH	198	-2,0499	5,0505	0,974029	0,514627	-2,7193	0,000626
MICEX	194	-4,2073	2,5773	0,089022	0,606035	-5,7164	0,006370
SENSEX	197	-2,8803	4,0609	0,532431	0,030028*	-3,9020	0,000603
SHCOMP	185	-2,6687	3,2432	0,242610	0,525738	-3,4664	0,000746
XU100	198	-4,1064	2,5253	0,078505	0,609814	-5,5087	0,000203
Part B. ARMA(1,0) – GARCH-n (1,1)							
IBOV	194	-3,0503	6,1856	0,464278	0,015496*	-3,9493	0,005941
JALSH	198	-1,9927	6,5657	0,333786	0,005005**	-2,6245	0,000905
MICEX	194	-3,8482	2,5773	0,089022	0,606035	-5,0983	0,006964
SENSEX	197	-2,7010	5,5838	0,711881	0,014792*	-3,6144	0,001224
SHCOMP	185	-30781	2,1622	0,046909*	0,673277	-4,0431	0,000352
XU100	198	-4,0369	2,5253	0,078505	0,609814	-5,2784	0,000222

(\*) Significância a 5%

(\*\*) Significância a 1%

**Tabela 5.B**

Resultados das previsões de VaR e ES para 10 passos à frente – distribuição t de Student (t)

Índice	Nº de previsões de VaR 10 passos à frente	Média VaR	Taxa observada de violação de VaR	Kupiec (p-valor)	Christoffersen (p-value)	Média ES	MSE para ES
Part A. ARMA(1,0) – FIGARCH-t (1,d,1)							
IBOV	194	-10,5267	9,7938	0,006431**	0,0000*	-13,9230	0,001501
JALSH	198	-4,2846	0,0000	0,0000**	1,0000	-5,8971	0,000000
MICEX	194	-20,4399	0,0000	0,0000**	1,0000	-30,6424	0,000000
SENSEX	197	-10,5298	0,0000	0,0000**	1,0000	-15,4395	0,000000
SHCOMP	185	-20,5474	0,0000	0,0000**	1,0000	-30,8264	0,000000
XU100	198	-17,1620	0,0000	0,0000**	1,0000	-25,2143	0,000000
Part B. ARMA(1,0) – GARCH-t (1,1)							
IBOV	194	-4,7047	2,0619	0,034137*	0,721924	-6,4933	0,001936
JALSH	198	-3,1888	1,5152	0,008685**	0,760663	-4,4517	0,000180
MICEX	194	-15,4053	0,5155	0,000271**	0,918707	-23,7081	0,002806
SENSEX	197	-7,2974	0,0000	0,0000**	1,0000	-11,1261	0,000000
SHCOMP	185	-23,1886	0,0000	0,0000**	1,0000	-37,4530	0,000000
XU100	198	-13,6197	0,0000	0,0000**	1,0000	-20,4793	0,000000

(\*) Significância a 5%

(\*\*) Significância a 1%



**Tabela 5.C**Resultados das previsões de VaR e ES para 10 passos à frente – distribuição *ged*

Índice	Nº de previsões de VaR 10 passos à frente	Média VaR	Taxa observada de violação de VaR	Kupiec (p-valor)	Christoffersen (p-value)	Média ES	MSE para ES
Part A. ARMA(1,0) – FIGARCH- <i>ged</i> (1,d,1)							
IBOV	194	-3,4004	3,0928	0,191064	0,101465	-4,6599	0,001887
JALSH	198	-2,0163	5,5556	0,724335	0,125361	-2,7456	0,000663
MICEX	194	-4,0914	2,5773	0,089022	0,606035	-5,9581	0,005908
SENSEX	197	-2,8326	4,0609	0,532431	0,030028*	-4,0723	0,000690
SHCOMP	185	-2,5759	3,2432	0,242610	0,524738	-3,6791	0,000641
XU100	198	-3,9418	2,5253	0,078505	0,609814	-5,6029	0,000356
Part B. ARMA(1,0) – GARCH- <i>ged</i> (1,1)							
IBOV	194	-3,0103	6,7010	0,300302	0,002581**	-4,0497	0,005519
JALSH	198	-1,9642	6,5657	0,333786	0,005005**	-2,6579	0,000890
MICEX	194	-3,7649	2,5773	0,089022	0,606035	-5,3916	0,005779
SENSEX	197	-2,6338	5,5838	0,711881	0,014792*	-3,7524	0,001044
SHCOMP	185	-2,8623	3,2432	0,242610	0,524738	-4,1373	0,000870
XU100	198	-3,9133	2,5253	0,078505	0,609814	-5,4940	0,000398

(\*) Significância a 5%

(\*\*) Significância a 1%

**Tabela 5.D**Resultados das previsões de VaR e ES para 10 passos à frente – distribuição *Student t* assimétrica

(skt)

Índice	Nº de previsões de VaR 10 passos à frente	Média VaR	Taxa observada de violação de VaR	Kupiec (p-valor)	Christoffersen (p-value)	Média ES	MSE para ES
Part A. ARMA(1,0) – FIGARCH-skt (1,d,1)							
IBOV	194	-3,4121	3,0928	0,191064	0,101465	-4,8001	0,001721
JALSH	198	-2,0260	5,5556	0,724335	0,125361	-2,8173	0,000668
MICEX	194	-4,1930	2,5773	0,089022	0,606035	-6,3986	0,005818
SENSEX	197	-2,8463	3,5533	0,326854	0,228708	-4,2310	0,000554
SHCOMP	185	-2,5045	4,3243	0,666303	0,393687	-3,7259	0,000742
XU100	198	-3,8384	2,5253	0,078505	0,609814	-5,6310	0,000290
Part B. ARMA(1,0) – GARCH-skt(1,1)							
IBOV	194	-3,0327	6,7010	0,300302	0,002581**	-4,1611	0,005186
JALSH	198	-1,9586	6,5657	0,333786	0,005005**	-2,7034	0,000853
MICEX	194	-3,8557	2,5773	0,089022	0,606035	-5,7618	0,005447
SENSEX	197	-2,6224	6,0914	0,496114	0,026554*	-3,8591	0,001173
SHCOMP	185	-3,0135	2,1622	0,046909*	0,673277	-4,6945	0,000283
XU100	198	-3,8115	2,5253	0,078505	0,609814	-5,5460	0,000405

(\*) Significância a 5%

(\*\*) Significância a 1%

Os resultados acima - para o teste de Kupiec e, de maneira mais marcante, para o teste de Christoffersen - mostram certa supremacia do modelo de memória longa, FIGARCH, em relação ao modelo com especificação GARCH, quando o horizonte de previsão aumenta de 1 dia para 10 dias à frente.

As Tabelas 6A a 6D mostram os resultados para as previsões de VaR para 20 passos à frente. Para esse horizonte de tempo mais longo, percebe-se uma pequena piora, em relação ao horizonte de 10 passos à frente, no desempenho dos modelos FIGARCH, já que o teste de Kupiec sugere que a taxa de violação observada do VaR não é estatisticamente diferente da taxa esperada de 5% para somente 16 modelos. Para os modelos GARCH isso ocorre para 19 modelos, o que sugere, de acordo com o teste de Kupiec já citado, uma pequena supremacia de desempenho do modelo GARCH em relação ao FIGARCH para esse horizonte de tempo mais longo. O teste de Christoffersen indica a não independência de violações de VaR para 3 modelos GARCH: JALSH (normal, ged e skt), o mesmo não ocorreu para os modelos FIGARCH, pois a hipótese independência de violações de VaR não foi rejeitada para nenhum modelo. Entretanto, como este estudo lançou mão de observações não sobrepostas para as previsões de 20 dias à frente, para se evitar autocorrelação entre os retornos, o número de observações disponíveis passou a ser vinte vezes menor do que as utilizadas para a análise das previsões de 1 dia à frente. Esse número menor de observações aumenta a sensibilidade dos testes de Kupiec e Christoffersen ao número de violações do VaR, o que pode influenciar na avaliação da adequabilidade do modelo. Além disso, Crouhy, Galai e Mark (2000) ressaltam que o poder do teste de Kupiec fica reduzido para pequenas amostras.

**Tabela 6.A**

Resultados das previsões de VaR e ES para 20 passos à frente – distribuição normal (n)

Índice	Nº de previsões de VaR 20 passos à frente	Média VaR	Taxa observada de violação de VaR	Kupiec (p-value)	Christoffersen (p-valor)	Média ES	MSE para ES
Part A. ARMA(1,0) – FIGARCH-n (1,d,1)							
IBOV	96	-3,8226	4,1667	0,700045	0,129569	-5,0209	0,000116
JALSH	98	-2,2131	4,0816	0,666988	0,557419	-2,9501	0,000337
MICEX	96	-4,9968	2,0833	0,139522	0,769289	-6,8258	0,000357
SENSEX	98	-3,2972	3,0612	0,344186	0,661653	-4,4901	0,000119
SHCOMP	92	-2,7227	4,3478	0,769307	0,544126	-3,5370	0,000356
XU100	98	-5,0107	1,0204	0,028748*	0,885233	-6,7261	0,000192
Part B. ARMA(1,0) – GARCH-n (1,1)							
IBOV	96	-3,0788	6,2500	0,587934	0,357739	-3,9836	0,000702
JALSH	98	-2,0076	8,1633	0,186168	0,013105	-2,6487	0,000663
MICEX	96	-3,9870	3,1250	0,366566	0,658225	-5,3165	0,001293
SENSEX	98	-2,8041	6,1224	0,622805	0,373562	-3,7564	0,000406
SHCOMP	92	-3,2188	2,1739	0,163132	0,764310	-4,2428	0,000139
XU100	98	-4,5797	1,0204	0,028748*	0,885233	-6,0425	0,000228

(\*) Significância a 5%

(\*\*) Significância a 1%



**Tabela 6.B**

Resultados das previsões de VaR e ES para 20 passos à frente – distribuição t de Student (t)

Índice	Nº de previsões de VaR 20 passos à frente	Média VaR	Taxa observada de violação de VaR	Kupiec (p-valor)	Christoffersen (p-value)	Média ES	MSE para ES
Part A. ARMA(1,0) – FIGARCH-t (1,d,1)							
IBOV	96	-22,0518	0,0000	0,001700**	1,0000	-31,3357	0,0000
JALSH	98	-8,8277	0,0000	0,001521**	1,0000	-12,3140	0,0000
MICEX	96	-120,1046	0,0000	0,001700**	1,0000	-185,9935	0,0000
SENSEX	98	-42,4227	0,0000	0,001521**	1,0000	-63,0386	0,0000
SHCOMP	92	-163,3085	0,0000	0,002125**	1,0000	-251,0064	0,0000
XU100	98	-87,3881	0,0000	0,001521**	1,0000	-130,3582	0,0000
Part B. ARMA(1,0) – GARCH-t (1,1)							
IBOV	96	-5,5035	3,1250	0,366566	0,658225	-7,7026	0,000210
JALSH	98	-3,9806	3,0612	0,344186	0,661653	-5,7019	0,000389
MICEX	96	-59,7528	0,0000	0,001700**	1,0000	-99,7188	0,0000
SENSEX	98	-16,5261	0,0000	0,001521**	1,0000	-27,0191	0,0000
SHCOMP	92	-185,0303	0,0000	0,002125**	1,0000	-325,2382	0,0000
XU100	98	-45,8382	0,0000	0,001521**	1,0000	-73,4673	0,0000

(\*) Significância a 5%

(\*\*) Significância a 1%

**Tabela 6.C**

Resultados das previsões de VaR e ES para 20 passos à frente – distribuição ged

Índice	Nº de previsões de VaR 20 passos à frente	Média VaR	Taxa observada de violação de VaR	Kupiec (p-valor)	Christoffersen (p-value)	Média ES	MSE para ES
Part C. ARMA(1,0) – FIGARCH-ged (1,d,1)							
IBOV	96	-3,8250	4,1667	0,700045	0,129569	-5,2446	0,000155
JALSH	98	-2,1439	5,1020	0,963150	0,223937	-2,9165	0,000429
MICEX	96	-4,8527	2,0833	0,139522	0,769289	-7,0949	0,000222
SENSEX	98	-3,2319	3,0612	0,344186	0,661653	-4,6483	0,000206
SHCOMP	92	-2,5860	4,3478	0,769307	0,544126	-3,6947	0,000339
XU100	98	-4,7263	1,0204	0,028748*	0,885233	-6,6911	0,000338
Part G. ARMA(1,0) – GARCH-ged (1,1)							
IBOV	96	-3,0388	6,2500	0,587934	0,357739	-4,1049	0,000752
JALSH	98	-1,9795	8,1633	0,186168	0,013105	-2,6873	0,000683
MICEX	96	-3,9579	3,1250	0,366566	0,658225	-5,7238	0,000974
SENSEX	98	-2,7139	6,1224	0,621805	0,373562	-3,8741	0,000351
SHCOMP	92	-2,9322	2,1739	0,163132	0,764310	-4,2608	0,000291
XU100	98	-4,2653	2,0408	0,128954	0,771662	-6,0277	0,000300

(\*) Significância a 5%

(\*\*) Significância a 1%

**Tabela 6.D**

Resultados das previsões de VaR e ES para 20 passos à frente – distribuição t de Student assimétrica (skt)

Índice	Nº de previsões de VaR 20 passos à frente	Média VaR	Taxa observada de violação de VaR	Kupiec (p-value)	Christoffersen (p-valor)	Média ES	MSE para ES
Part A. ARMA(1,0) – FIGARCH-skt (1,d,1)							
IBOV	96	-3,7899	4,1667	0,700095	0,129569	-5,3482	0,000110
JALSH	98	-2,1412	5,1020	0,963150	0,223937	-2,9741	0,000605
MICEX	96	-4,9491	2,0833	0,139522	0,769289	-7,5698	0,000357
SENSEX	98	-3,2503	3,0612	0,344186	0,661653	-4,8234	0,000465
SHCOMP	92	-2,5044	4,3478	0,769307	0,544126	-3,7440	0,000344
XU100	98	-4,5306	3,0612	0,344186	0,661653	-6,6223	0,000714
Part B. ARMA(1,0) – GARCH-skt(1,1)							
IBOV	96	-3,0534	6,2500	0,587934	0,357739	-4,2012	0,000683
JALSH	98	-1,9756	8,1633	0,186168	0,013105*	-2,7394	0,000663
MICEX	96	-4,0869	3,1250	0,366566	0,658225	-6,1715	0,000836
SENSEX	98	-2,7008	7,1429	0,359060	0,296474	-3,9960	0,000598
SHCOMP	92	-3,1972	2,1739	0,163132	0,764310	-5,0198	0,0000001
XU100	98	-4,1288	3,0612	0,344186	0,661653	-6,0576	0,000587

(\*) Significância a 5%

(\*\*) Significância a 1%

Outro padrão que emerge ao se analisar os resultados é que para os modelos FIGARCH quanto maior o horizonte de previsão, menor é o número de vezes que o VaR é subestimado. O mesmo não ocorre para os modelos GARCH. Para o horizonte temporal de 1 dia à frente, as taxas percentuais observadas de violação do VaR foram maiores que 5% em 12 casos para os modelos FIGARCH e em 7 casos para os modelos GARCH. Para 10 passos à frente, as taxas percentuais de violação do VaR foram maiores que 5% em 4 casos para os modelos FIGARCH e em 9 casos para os modelos GARCH. Por fim, para 20 passos à frente, as taxas percentuais de violação do VaR foram maiores que 5% em apenas 2 casos para os modelos FIGARCH e em 9 casos para os modelos GARCH.

## 6.2. Avaliação pelo critério do erro quadrático médio (MSE)

A medida ES (ES) reporta ao gestor de riscos a perda esperada de seu investimento se um evento extremo ocorrer, em outras palavras, a exigência de capital sob a condição de teste de estresse.

No que tange às estimativas do erro quadrático médio (MSE para ES) definido pela equação (10), os modelos FIGARCH produziram os menores valores (em relação aos modelos GARCH) de MSE para ES em 13 casos dos 24 possíveis, para o horizonte de 1 dia. Todavia, para o horizonte de 10 dias, os modelos FIGARCH produziram os menores



valores de MSE para ES em 20 casos dos 24 possíveis, representando, portanto, desempenho melhor que os modelos GARCH para esse horizonte de tempo. Esses resultados estão alinhados com aqueles obtidos pelo teste de Kupiec para este horizonte de previsão. Para 20 dias à frente, os modelos FIGARCH produziram os menores valores de MSE para ES em 15 casos dos 24 possíveis, representando uma piora em relação ao prazo de 10 dias, mas, ao mesmo tempo, mantendo pequena supremacia dos modelos FIGARCH em relação aos modelos GARCH, o que conflita com os resultados obtidos pelo teste de Kupiec para o horizonte de 20 dias à frente, os quais sugeriam pequena supremacia dos modelos GARCH.

#### **6.2.1. Avaliação pelo critério do teste de Giacomini e White (GW)**

A Tabela 7 apresenta os resultados do teste de Giacomini e White (2006) utilizado para comparar o desempenho, na previsão de ES, dos modelos de memória longa (FIGARCH) e de memória curta (GARCH) que foram considerados adequados tanto pelo teste de Kupiec, quanto pelo teste de Christoffersen. Valores positivos da estatística de teste indicam que o modelo GARCH é superior ao modelo FIGARCH com mesma distribuição para os erros. Por outro lado, valores negativos indicam superioridade do modelo FIGARCH.



**Tabela 7**

Resultados do teste de Giacomini White (2006)

Modelo	Passos à frente	IBOV		JALSH		MICEX		SENSEX		SHCOMP		XU100	
		Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor
FIGARCHC(1,1)-n - GARCH(1,1)-n	1	2,3720	0,0088**			0,6824	0,2475	-0,2949	0,3840	2,0617	0,0196*	1,1485	0,1254
FIGARCHC(1,1)-t - GARCH(1,1)-t	1			1,9687	0,0244**			-1,0379	0,1496				
FIGARCHC(1,1)-ged - GARCH(1,1)-ged	1	2,7586	0,0029**			1,4480	0,0738	-0,5790	0,2812	1,4710	0,0706	0,3703	0,3555
FIGARCHC(1,1)-skt - GARCH(1,1)-skt	1			-0,8149	0,2076								
FIGARCHC(1,1)-n - GARCH(1,1)-n	10					-0,9407	0,1734					-2,0246	0,0214*
FIGARCHC(1,1)-t - GARCH(1,1)-t	10												
FIGARCHC(1,1)-ged - GARCH(1,1)-ged	10					0,6372	0,2620			-0,6519	0,2572	-0,2841	0,3881
FIGARCHC(1,1)-skt - GARCH(1,1)-skt	10					0,8502	0,1976					-0,7483	0,2271
FIGARCHC(1,1)-n - GARCH(1,1)-n	20	-1,2901	0,0985			-1,6829	0,0461*	-1,6682	0,0476*	1,1989	0,1153		
FIGARCHC(1,1)-t - GARCH(1,1)-t	20												
FIGARCHC(1,1)-ged - GARCH(1,1)-ged	20	-1,2583	0,10413			-1,6186	0,0527	-0,9002	0,1840	0,4104	0,3408	0,0711	0,5283
FIGARCHC(1,1)-skt - GARCH(1,1)-skt	20	-1,6155	0,0531*			-1,5075	0,0658	-1,6651	0,0479*	1,7272	0,0420*		

(\*) Significância a 5%

(\*\*) Significância a 1%

Para 1 dia à frente, dos 13 pares de modelos (FIGARCH-GARCH) que atenderam aos requisitos de escolha, o modelo GARCH superou o modelo FIGARCH, para 10% de significância, em 6 ocasiões (GARCH(1,1)-n: IBOV e SHCOMP; GARCH(1,1)-t: JALSH; e GARCH(1,1)-ged: IBOV, MICEX e SHCOMP), o que representa 46,15% das vezes. Para os 7 modelos remanescentes não houve diferença estatística entre o desempenho dos modelos GARCH e FIGARCH.

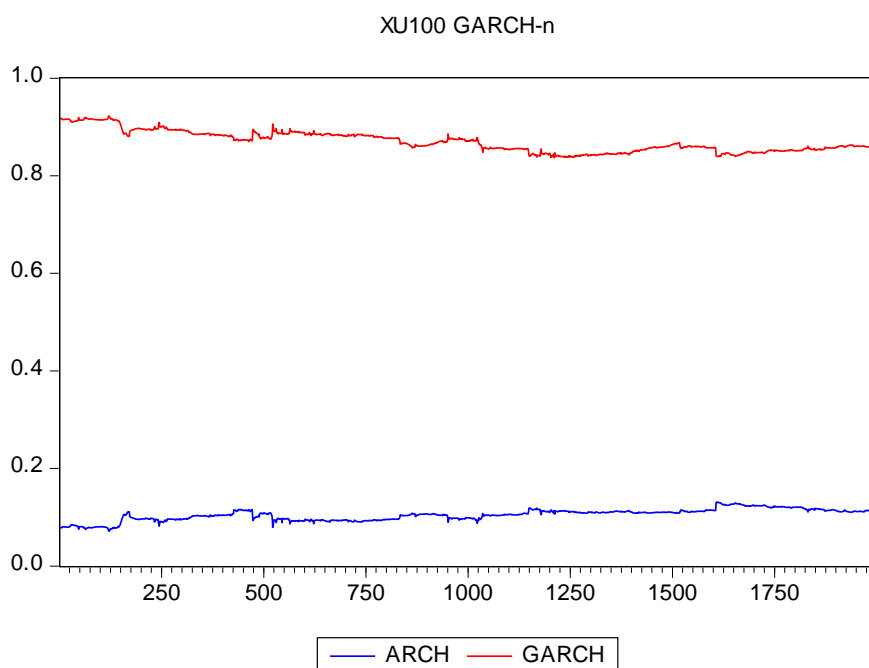
Para 10 dias à frente, a supremacia do modelo GARCH sobre o FIGARCH desaparece, pois para os 7 pares de modelos que atenderam aos requisitos de escolha, o modelo FIGARCH mostrou-se superior ao modelo GARCH em 1 ocasião (FIGARCH(1,1)-n: XU100), sendo que para os 6 modelos remanescentes não houve diferença estatística entre o desempenho dos modelos GARCH e FIGARCH. Ademais, para ilustrar a superioridade do modelo FIGARCH em relação ao modelo GARCH, quando se alonga o horizonte de previsão para 10 dias à frente, destaca-se que dos 24 modelos estimados para o processo FIGARCH, 16 (66,67%) passaram por ambos os critérios de Kupiec e Christoffersen, enquanto que para os 24 modelos GARCH estimados, somente 7 (29,17%) passaram por ambos os testes.

Para 20 dias à frente, a supremacia do modelo FIGARCH se intensifica ainda mais, uma vez que para os 13 pares de modelos que passaram pelos critérios de escolha, o modelo de memória longa superou o modelo de memória curta em 8 ocasiões (61,54%), enquanto que o modelo GARCH superou o modelo FIGARCH em apenas uma única ocasião (7,7%), GARCH(1,1)-skt: SHCOMP. Em 4 ocasiões os modelos foram considerados indiferentes estatisticamente.

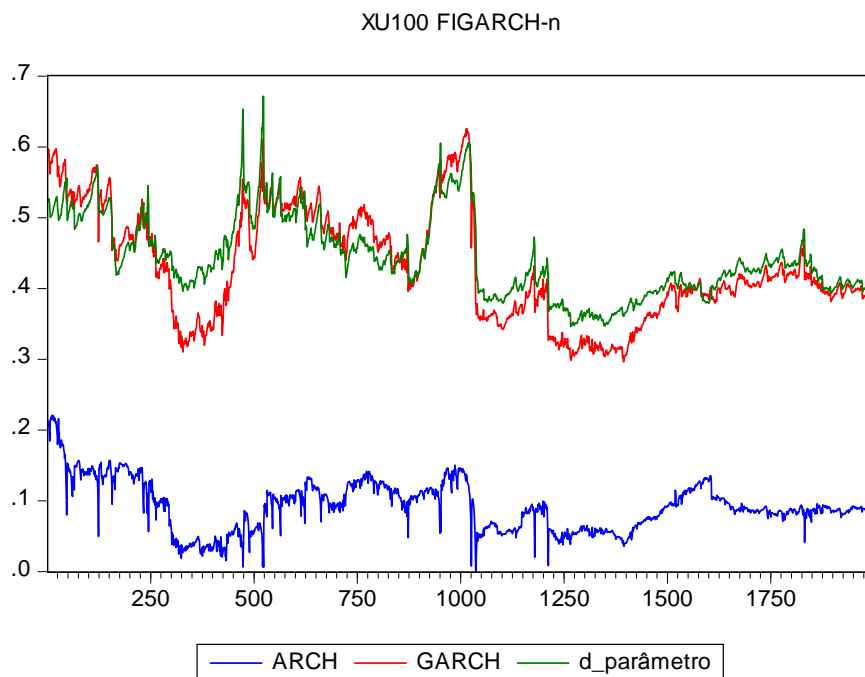
Degiannakis *et al.* (2013) realizaram comparação semelhante entre modelos que passaram pelo mesmo filtro, testes de Kupiec e Christoffersen, todavia, ao invés de utilizarem o teste de Giacomini White, lançaram mão do teste de Diebold e Mariano (1995) para comparar os desempenho dos modelos. Ocorre que Clark e McCracken (2001) mostraram evidências de que a normalidade da distribuição assintótica da estatística de Diebold e Mariano (1995) não é válida se os modelos competidores forem aninhados, como é o caso dos modelos FIGARCH (1,d,1) e GARCH(1,1), já que este último é um caso particular daquele quando  $d=0$ . Por este motivo, o teste de Diebold e Mariano não foi utilizado neste estudo.

## 7. Estimativa dos parâmetros utilizando rolagens diárias para a amostra

Outro propósito deste trabalho foi estudar o comportamento dos parâmetros estimados pela rolagem da amostra ao longo do tempo. Como as informações obtidas de notícias de mercado surgem todos os dias de maneira imprevisível, os parâmetros estimados devem ser revistos diariamente (Degiannakis *et al.*, 2008; Engle, Ito e Lin, 1990). As Figuras 2 e 3 ilustram a plotagem dos parâmetros estimados pela rolagem da amostra ao longo do tempo para alguns modelos FIGARCH e GARCH com distribuição normal. Nas figuras apresentadas observa-se considerável mudança nos parâmetros estimados ao longo do tempo para ambos os modelos referentes ao índice XU100. Após a utilização do teste de Nyblom (1989) rejeitou-se a hipótese de estabilidade dos parâmetros para 36 (75%), dos 48 modelos testados, não havendo diferenças significativas entre os resultados obtidos para os modelos FIGARCH e GARCH.



**Figura 2**  
Índice XU100: estimativas dos parâmetros ao longo do tempo para o modelo GARCH



**Figura 3**  
Índice XU100: estimativas dos parâmetros ao longo do tempo para o modelo FIGARCH

Entretanto, as Figuras 2 e 3 ilustram o fato de os parâmetros estimados pelo modelo FIGARCH parecerem variar mais, isto é, serem mais instáveis, ao longo do tempo dos que os do modelo GARCH. Esse padrão se repetiu para todos os índices de mercados emergentes e distribuições investigados neste trabalho.

## 8. Discussão

A presença de processos de volatilidade de memória longa nos retornos dos índices de ações de países emergentes foi comprovada pelos testes de memória longa realizados. Esses resultados vão ao encontro dos obtidos por Aloui e Hamida (2014) para os países do Conselho de Cooperação do Golfo. Degiannakis *et al.* (2013) chegaram a mesma conclusão para índices de países desenvolvidos, mas não efetuaram testes de presença de memória longa.

Para os modelos estimados com o propósito de descrever os dados (*dentro da amostra*) verificou-se que com a utilização de processos de

memória longa obtém-se modelos com melhor desempenho que os de memória curta quando se utiliza, para avaliação, os critérios de informação AIC e SBC. Além disso, identificou-se que o parâmetro de memória longa “d-FIGARCH”, foi estatisticamente significativo para todos os modelos FIGARCH estimados. Esses resultados vão ao encontro dos obtidos por Aloui e Hamida (2014) para os retornos dos índices de ações de países do Golfo Pérsico.

Além disso, no que tange as previsões de VaR e ES para observações fora da amostra, verificou-se que, com o aumento do horizonte de previsão, os modelos de memória longa tendem a superar os de memória curta. Esses resultados diferem dos encontrados por Degiannakis *et al* (2013), cuja conclusão foi a de que os modelos FIGARCH não superavam os modelos GARCH com o aumento do horizonte de previsão para a modelagem dos retornos dos mercados dos países desenvolvidos.

Entretanto, nossos resultados vão ao encontro daqueles obtidos por Aloui e Hamida (2014), pois segundo esses autores, os modelos de memória longa superam os de memória curta para previsões de VaR e ES fora da amostra.

Ademais, conforme verificado nos testes de Kupiec para 10 dias à frente, percebeu-se que a escolha da distribuição a ser utilizada para os erros influencia a decisão de escolha do modelo. Essa constatação diminui a generalização da conclusão de Degiannakis *et al* (2013) sobre a irrelevância dos modelos de memória longa para horizontes de previsão mais longos, pois esses autores limitaram sua investigação a utilização da distribuição normal para os erros.

Além disso, cabe ilustrar alguns pontos sobre as distribuições utilizadas. A distribuição t de *Student* não apresentou desempenho relevante para qualquer modelo ou horizonte de previsão. O mesmo ocorreu para a distribuição t de *Student* assimétrica para o horizonte de 1 dia à frente, todavia esta distribuição apresentou um desempenho muito bom para 10 e 20 dias à frente.

Para os modelos GARCH, a distribuição normal apresentou desempenho semelhante ao das distribuições ged e t de *Student* assimétrica, motivo pelo qual a distribuição normal, por ser mais parcimoniosa, pode ser considerada a melhor escolha nesse caso. Com relação aos modelos FIGARCH, destaca-se que os modelos FIGARCH-n e FIGARCH-ged apresentaram desempenho semelhante aos modelos GARCH-n e GARCH-ged para o horizonte de 1 dia à frente, mas para os



horizontes de 10 e 20 dias à frente, esses modelos GARCH mostraram desempenho inferior, pois foram considerados inadequados mais vezes que os FIGARCH, pelo critério do teste de Christoffersen.

Adicionalmente, os resultados deste estudo apontam que a ocorrência de subestimação do VaR verdadeiro fica menos frequente com o aumento de horizonte de previsão para os modelos FIGARCH e que o mesmo não ocorre para os modelos GARCH. Essa constatação difere dos resultados obtidos por Degiannakis *et al.*(2013) para índices de ações de mercados desenvolvidos, uma vez que esses autores concluíram que o número de subestimações do VaR diminuía com o horizonte de tempo para ambos os modelos GARCH e FIGARCH.

Com relação à estabilidade dos parâmetros ao longo do tempo, verificou-se que, para os índices de países emergentes estudados, os parâmetros dos modelos FIGARCH variaram mais que aqueles dos modelos GARCH. Resultados similares foram encontrados por Degiannakis *et al.*(2013) para índices de ações de mercados desenvolvidos. Além disso, a maior instabilidade encontrada para os parâmetros dos modelos FIGARCH não é totalmente explicada pelo processo de chegada de informações, pois ambos os modelos, FIGARCH e GARCH, foram estimados com base nas mesmas amostras. Assim, conforme sugerido por Degiannakis *et al.*(2013) uma parte dessa instabilidade pode ser devida ao próprio processo de modelagem do FIGARCH.

## 9. Conclusões

A recente crise financeira internacional enfatizou a importância da utilização de métricas de risco que possam auxiliar de maneira adequada o processo de decisão de todos os agentes expostos aos riscos de mercado. Uma das métricas mais utilizadas pelo mercado financeiro, o VaR, não foi capaz de quantificar adequadamente as perdas sofridas pelas diversas instituições durante a crise financeira mencionada. Além disso, a aplicação de métricas de risco, podem apresentar desempenhos diferentes em mercados financeiros distintos.

Este trabalho investigou se a utilização dos modelos de memória longa (FIGARCH) melhora a previsão para observações *fora da amostra* de VaR e ES para múltiplos períodos à frente para retornos de índices de ações de alguns países emergentes (Brasil, África do Sul, Rússia, Índia, China e Turquia).

Constatou-se que os modelos de memória longa apresentaram melhor desempenho que os modelos de memória curta com o aumento do horizonte de previsão.

Adicionalmente, verificou-se que, para as observações *dentro da amostra*, em geral, os modelos FIGARCH superaram os modelos GARCH na descrição dos retornos dos índices de ações investigados.

Todavia, constatou-se que os parâmetros dos modelos GARCH apresentaram maior estabilidade ao longo do tempo quando comparados aos parâmetros dos modelos FIGARCH.

Esses resultados têm como público-alvo acadêmicos e investidores interessados em conhecer a dinâmica dos riscos atinentes a mercados emergentes, principalmente, quando se alonga o horizonte de previsão.

Entretanto, este trabalho apresenta algumas limitações. Primeiro, utilizou-se apenas uma janela de rolagem diária de amostras no valor de  $T=2000$ . Angelidis *et al* (2004) asseveram que, dependendo do valor dessa janela de rolagem diária, pode-se chegar a resultados distintos. Assim, recomenda-se que estudos futuros sobre o assunto lancem mão de diferentes tamanhos para os valores de  $T$ .

Segundo, as especificações GARCH(1,1) e FIGARCH(1,1) mostraram-se adequadas somente para os horizontes de previsão estudados. Assim, sugere-se que sejam realizados estudos futuros tanto para outras especificações dos modelos GARCH e FIGARCH, quanto para horizontes de previsão mais longos. Por fim, os modelos de VaR e ES foram calculados com nível de confiança de 95%, pesquisas futuras poderão testar a robustez dos resultados deste trabalho por meio da utilização de maiores níveis de confiança.

## Referências

- Acerbi, C., & Tasche, D. 2002. On the coherence of expected shortfall. *Journal of Banking & Finance*, 26(7): 1487-1503.
- Aloui, C., & Hamida, H. B. 2014. Modelling and forecasting value at risk and expected shortfall for GCC stock markets: Do long memory, structural breaks, asymmetry, and fat-tails matter? *The North American journal of economics and finance*, 29: 349-380.



- Aloui, C., & Mabrouk, S. 2010. Value-at-risk estimations of energy commodities via long-memory, asymmetry and fat-tailed GARCH models. *Energy Policy*, 38(5): 2326-2339.
- Angelidis, T., Benos, A., & Degiannakis, S. 2004. The use of GARCH models in VaR estimation. *Statistical Methodology*, 1(1): 105-128.
- Angelidis, T., & Degiannakis, S. 2007. Backtesting VaR models: A two-stage procedure. *Journal of Risk Model Validation*, 1(2): 27-48.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J., & Heath, D. 1997. Thinking coherently. *Risk*, 10: 68-71.
- Baillie, R. T., Bollerslev, T., & Mikkelsen, H. O. 1996. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 74(1): 3-30.
- Basel Committee on Banking Supervision. 1996. Amendment to the capital accord to incorporate market risks. Basel.
- Bollerslev, T. 1986. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3): 307-327.
- Bollerslev, T., & Ole Mikkelsen, H. 1996. Modeling and pricing long memory in stock market volatility. *Journal of Econometrics*, 73(1): 151-184.
- Bollerslev, T., & Wooldridge, J. M. 1992. Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-varying covariances. *Econometric reviews*, 11(2): 143-172.
- Caporin, M. 2008. Evaluating value-at-risk measures in the presence of long memory conditional volatility, *Journal of Risk*, Vol. 10: 79+.
- Christoffersen, P. 2012. *Elements of financial risk management* (2nd ed.). United States: Elsevier.
- Christoffersen, P. F. 1998. Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, 39(4): 841-862.
- Chung, C.-F. 1999. Estimating the fractionally integrated GARCH model. *unpublished paper, National Taiwan University*.
- Clark, T. E., & McCracken, M. W. 2001. Tests of equal forecast accuracy and encompassing for nested models. *Journal of econometrics*, 105(1): 85-110.



- Crouhy, M., Galai, D., & Mark, R. 2000. ***Risk Management***. New York: McGraw-Hill.
- Degiannakis, S., Floros, C., & Dent, P. 2013. Forecasting value-at-risk and expected shortfall using fractionally integrated models of conditional volatility: International evidence. ***International Review of Financial Analysis***, 27(0): 21-33.
- Degiannakis, S., Livada, A., & Panas, E. 2008. Rolling-sampled parameters of ARCH and Levy-stable models. ***Applied Economics***, 40(23): 3051-3067.
- Diebold, F. X., & Mariano, R. S. 1995. Comparing Predictive Accuracy. ***Journal of Business & Economic Statistics***, 13(3): 253-263.
- Engle, R. 2004. Risk and volatility: Econometric models and financial practice. ***American Economic Review***, 94(3): 405-420.
- Engle, R. F., Ito, T., & Lin, W.-L. 1990. Meteor Showers or Heat Waves? Heteroskedastic Intra-Daily Volatility in the Foreign Exchange Market. ***Econometrica***, 58(3): 525-542.
- Engle, R. F., & Ng, V. K. 1993. Measuring and Testing the Impact of News on Volatility. ***The Journal of Finance***, 48(5): 1749-1778.
- Geweke, J., & Porter-Hudak, S. 1983. The estimation and application of long-memory times series models. ***Journal of Time Series Analysis***, 4: 221-238.
- Giacomini, R., & White, H. 2006. Tests of Conditional Predictive Ability. ***Econometrica***, 74(6): 1545-1578.
- Giot, P., & Laurent, S. 2003. Value-at-risk for long and short trading positions. ***Journal of Applied Econometrics***, 18(6): 641-663.
- Giot, P., & Laurent, S. 2004. Modelling daily value-at-risk using realized volatility and ARCH type models. ***Journal of Empirical Finance***, 11(3): 379-398.
- Hansen, P. R., & Lunde, A. 2005. A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH (1, 1)? ***Journal of applied econometrics***, 20(7): 873-889.
- Harris, R. I., & Sollis, R. 2003. ***Applied time series modelling and forecasting***: J. Wiley.



- Härdle, W., & Mungo, J. 2008. Value-at-Risk and Expected Shortfall when there is long range dependence.
- Institute of International Finance. 2015. Anual Report.
- Kaman, S., Turgutlu, E., & Ayhan, A. D. 2009. Long memory in stock returns. *Applied economics letters*, 16(16/18): 1763-1768.
- Kuester, K., Mittnik, S., & Paolella, M. S. 2006. Value-at-risk prediction: A comparison of alternative strategies. *Journal of Financial Econometrics*, 4(1): 53-89.
- Kupiec, P. 1995. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *Journal of Derivatives*, 3(2): 73-84.
- Laurent, S. 2009. G@RCH 6. An Ox package for estimating and forecasting GARCH models. London: Timberlake Consultants Press.
- Lo, A. W. 1991. Long-Term Memory in Stock Market Prices. *Econometrica*, 59(5): 1279-1313.
- Mabrouk, S., & Saadi, S. 2012. Parametric Value-at-Risk analysis. *The Quarterly review of economics and finance*, 52(3): 305-321.
- McMillan, D. G., & Kambouroudis, D. 2009. Are RiskMetrics forecasts good enough? Evidence from 31 stock markets. *International Review of Financial Analysis*, 18(3): 117-124.
- Nagayasu, J. 2008. Japanese stock movements from 1991 to 2005: evidence from high- and low-frequency data. *Applied Financial Economics*, 18(4): 295-307.
- Nyblom, J. 1989. Testing for the Constancy of Parameters Over Time. *Journal of the American Statistical Association*, 84(405): 223-230.
- Rossignolo, A. F., Fethi, M. D., & Shaban, M. 2012. Value-at-Risk models and Basel capital charges: Evidence from Emerging and Frontier stock markets. *Journal of Financial Stability*, 8(4): 303-319.
- Shao, X.-D., Lian, Y.-J., & Yin, L.-Q. 2009. Forecasting Value-at-Risk using high frequency data: The realized range model. *Global Finance Journal*, 20(2): 128-136.

- Tang, T.-L., & Shieh, S.-J. 2006. Long memory in stock index futures markets: A value-at-risk approach. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 366(0): 437-448.
- Taylor, S. J. 1987. Forecasting the volatility of currency exchange rates. *International Journal of Forecasting*, 3(1): 159-170.
- Vilasuso, J. 2002. Forecasting exchange rate volatility. *Economics Letters*, 76(1): 59-64.
- Xekalaki, E., & Degiannakis, S. 2010. *ARCH models for financial applications*. United Kingdom: John Wiley & Sons.



## Apêndice A

De acordo com as contribuições de Degiannakis *et al.*(2013), Xekalaki e Degiannakis (2010), e Christoffersen (2012), apresenta-se o algoritmo de simulação de Monte Carlo utilizado para o cálculo de  $\text{VaR}_{t+\tau|t}^{(95\%)}$  e  $\text{ES}_{t+\tau|t}^{(95\%)}$  baseado em modelo fracionalmente integrado de volatilidade condicional. Considere a especificação AR (1)-FIGARCH (1,1):

$$\begin{aligned} y_t &= c_0(1 - c_1) + c_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= \sigma_t z_t \\ z_t^{i.i.d} &\sim f(w; 0,1) \\ \sigma_t^2 &= (a_1 - b_1)\varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^{\infty} \left( \pi_j L^j (\varepsilon_t^2 - a_1 \varepsilon_{t-1}^2) \right) + b_1 \sigma_{t-1}^2 \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

em que  $f(\cdot)$  é a função densidade de  $z_t$  e  $w$ , um vetor de parâmetros de  $f$  a ser estimado para as distribuições normal (n), t de Student (t), normal generalizada (ged) e t de Student assimétrica (skt).

As estimativas de VaR e medida ES, com 95% de nível de confiança, para  $\tau$  passos à frente são obtidas da seguinte forma:

### Horizonte temporal de um passo à frente

Passo 1.1. Computar a variância para um passo à frente como:

$$\begin{aligned} \sigma_{t+1|t} &= \sqrt{\left( a_1^{(t)} - b_1^{(t)} \right) \varepsilon_{t|t}^2 + \sum_{j=1}^{\infty} \left( \frac{d^{(t)} \Gamma(j - d^{(t)})}{\Gamma(1 - d^{(t)}) \Gamma(j + 1)} L^j \left( \varepsilon_{t+1|t+j}^2 - a_1^{(t)} \varepsilon_{t|t+j}^2 \right) \right) + b_1^{(t)} \sigma_{t|t}^2} \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

Passo 1.2. Gerar 5000 números aleatórios  $\{\tilde{z}_{i,1}\}_{i=1}^{5000}$  da distribuição escolhida dentre as quatro utilizadas neste artigo (normal, ged, t de Student e t de Student assimétrica).

Passo 1.2. Criar retornos hipotéticos para o tempo  $t + 1$ , usando  $\tilde{y}_{i,t+1} = c_0^{(t)} (1 - c_1^{(t)}) + c_1^{(t)} y_t + \sigma_{t+1|t} \tilde{z}_{i,1}$  para  $i = 1, \dots, 5000$ .

### Horizonte temporal de dois passos à frente

Passo 2.1. Criar a previsão da variância para o tempo  $t + 2$ ,  $\tilde{\sigma}_{i,t+2}^2$ .

Passo 2.2. Gerar 5000 números aleatórios  $\{\tilde{z}_{i,2}\}_{i=1}^{5000}$  da distribuição escolhida dentre as quatro utilizadas neste artigo (normal, ged, t de Student e t de Student assimétrica).

Passo 2.3. Criar retornos hipotéticos para o tempo  $t + 2$ , usando  $\tilde{y}_{i,t+2} = c_0^{(t)}(1 - c_1^{(t)}) + c_1^{(t)}\tilde{y}_{i,t+1} + \tilde{\sigma}_{i,t+2}\tilde{z}_{i,2}$  para  $i = 1, \dots, 5000$ .

*Horizonte temporal de três passos à frente*

Passo 3.1. Criar a previsão da variância para o tempo  $t + 3$ ,  $\tilde{\sigma}_{i,t+3}^2$ .

Passo 3.2. Gerar 5000 números aleatórios  $\{\tilde{z}_{i,3}\}_{i=1}^{5000}$  da distribuição escolhida dentre as quatro utilizadas neste artigo (normal, ged, t de Student e t de Student assimétrica).

Passo 3.3. Criar retornos hipotéticos para o tempo  $t + 3$ , usando  $\tilde{y}_{i,t+3} = c_0^{(t)}(1 - c_1^{(t)}) + c_1^{(t)}\tilde{y}_{i,t+2} + \tilde{\sigma}_{i,t+3}\tilde{z}_{i,3}$  para  $i = 1, \dots, 5000$ .

*Horizonte temporal de  $\tau$  passos à frente*

Passo  $\tau$ .1. Gerar 5000 números aleatórios  $\{\tilde{z}_{i,\tau}\}_{i=1}^{5000}$  da distribuição escolhida dentre as quatro utilizadas neste artigo (normal, ged, t de Student e t de Student assimétrica).

Passo  $\tau$ .2. Criar retornos hipotéticos para o tempo  $t + \tau$ , usando  $\tilde{y}_{i,t+\tau} = c_0^{(t)}(1 - c_1^{(t)}) + c_1^{(t)}\tilde{y}_{i,t+\tau-1} + \tilde{\sigma}_{i,t+\tau}\tilde{z}_{i,\tau}$  para  $i = 1, \dots, 5000$ .

Passo  $\tau$ .3. Calcular o VaR para  $\tau$  passos à frente usando a equação  $\text{VaR}_{t+\tau|t}^{(95\%)} = f_{5\%}(\{\tilde{y}_{i,t+\tau}\}_{i=1}^{5000})$  e a ES para  $\tau$  passos à frente usando a equação  $\text{ES}_{t+\tau|t}^{(95\%)} = \tilde{k}^{-1} \sum_{i=1}^{\tilde{k}} \left( \text{VaR}_{t+\tau|t}^{(1-0,05+i0,05(\tilde{k}+1)^{-1})} \right)$ .