



Revista Brasileira de Finanças

ISSN: 1679-0731

rbfin@fgv.br

Sociedade Brasileira de Finanças

Brasil

Fernandes Sanches, Guilherme; Alves Portela Santos, André  
Validação da Perda Dado o Descumprimento na Abordagem IRB Avançada  
Revista Brasileira de Finanças, vol. 14, núm. 2, abril-junio, 2016, pp. 299-321  
Sociedade Brasileira de Finanças  
Rio de Janeiro, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=305846166005>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal

Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

# Validação da Perda Dado o Descumprimento na Abordagem IRB Avançada

(Validation of Loss Given Default in the Advanced IRB Approach)

Guilherme Fernandes Sanches\*

André Alves Portela Santos\*\*

## Resumo

O objetivo do presente trabalho é contribuir para a discussão acerca dos aspectos mais importantes do processo de validação da perda dado o descumprimento (LGD), com especial atenção para o caso brasileiro, conforme disciplina o Banco Central do Brasil por meio da Circular nº 3.648/2013. Os autores sugerem a aplicação de algumas medidas estatísticas não-lineares ao estudo da dependência entre a frequência de descumprimento e a perda dado o descumprimento, como as estatísticas de Kendall e Somers e *receiver operating characteristic* (ROC) não-binário. Por fim, é proposta uma metodologia de cálculo para a LGD de *downturn* que tem como fundamentos um ajuste de correlação derivado da perda esperada e a ordenação de quantis da distribuição prevista da LGD de acordo com o grau da dependência citada para diferentes carteiras de crédito.

**Palavras-chave:** LGD, validação, abordagens IRB, risco de crédito, Acordos de Basileia.

**Códigos JEL:** G18, G28, G32, G38.

---

Submetido em 20 de abril de 2016. Reformulado em 21 de junho de 2016. Aceito em 21 de junho de 2016. Publicado on-line em 27 de junho de 2016. O artigo foi avaliado segundo o processo de duplo anonimato além de ser avaliado pelo editor. Editor responsável: Márcio Poletti Laurini.

\*Economista do BNDES, Rio de Janeiro/RJ, Brasil. E-mail: [guilherme.fernandes@bndes.gov.br](mailto:guilherme.fernandes@bndes.gov.br)

\*\*Professor Associado do Departamento de Economia da UFSC, Florianópolis/SC, Brasil. E-mail: [andre.portela@ufsc.br](mailto:andre.portela@ufsc.br)

*Rev. Bras. Finanças (Online), Rio de Janeiro, 14, No. 2, June 2016, pp. 299-321*  
ISSN 1679-0731, ISSN online 1984-5146

©2016 Sociedade Brasileira de Finanças, under a Creative Commons Attribution 3.0 license - <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>

## Abstract

The goal of our paper is to contribute to the discussion about the most important aspects of the loss given default validation process, with special attention to the Brazilian case, as the Central Bank of Brazil determines in Circular nº 3.648/2013. The authors suggest the application of a few non-linear statistical measures to the study of dependence between default frequency and loss given default, like Kendall and Somers statistics and non-binary receiver operation characteristic (ROC). An estimation methodology for Downturn LGD is proposed, having as foundation a correlation adjustment derived from expected loss and ordination of quantiles of the forecasted LGD distribution according to the dependence level for different credit portfolios.

**Keywords:** LGD, validation, IRB approaches, credit risk, Basel Accords.

## 1. Introdução

Segundo o Comitê de Basileia de Supervisão Bancária [BCBS (2005c)], a probabilidade de descumprimento (PD), a perda dado o descumprimento (LGD), a exposição no momento do descumprimento (EAD) e o prazo efetivo de vencimento (M) constituem-se nos parâmetros de entrada para o cálculo de requerimento de capital em abordagens *internal ratings-based systems* (IRB). As abordagens IRB são capazes de estimar o capital necessário para a cobertura das exposições a risco de crédito com base em características dos tomadores de empréstimos – refletidas na PD – e, no caso da abordagem avançada, das garantias – presentes na LGD, além de considerar outros fatores como o prazo efetivo de vencimento (M). O requerimento de capital calculado em tais abordagens tende a se aproximar mais do capital econômico das instituições do que aquele calculado sob abordagens padronizadas, em que são estipulados alguns fatores de ponderação de risco em função do tipo de exposição.

A Circular BACEN nº 3.648/2013 estabelece os requisitos mínimos para o cálculo da parcela relativa às exposições ao risco de crédito sujeitas ao cálculo do requerimento de capital mediante sistemas internos de classificação do risco de crédito (abordagens IRB). A referida circular define os parâmetros utilizados nas abordagens IRB em seu Art. 5º. Especificamente, a probabilidade de descumprimento (PD) é o percentual que corresponde à expectativa de longo prazo das taxas de descumprimento para o horizonte temporal de um ano dos tomadores de um determinado nível de risco de crédito ou grupo

homogêneo de risco. A exposição no momento do descumprimento (EAD) corresponde ao valor da exposição da instituição, seja ela efetiva ou contingente, perante o tomador ou contraparte no momento da concretização do evento de descumprimento, bruto de provisões e eventuais baixas parciais a prejuízo. A perda dado o descumprimento (LGD) corresponde ao percentual, em relação ao parâmetro EAD observado, da perda econômica decorrente do descumprimento, considerados todos os fatores relevantes, inclusive descontos concedidos para recuperação do crédito e todos os custos diretos e indiretos associados à cobrança da obrigação. O prazo efetivo de vencimento (M) corresponde ao prazo remanescente da operação ponderado pelos fluxos de caixa relativos a cada período futuro.

O Art. 6º da Circular BACEN nº 3.648/2013 define os tipos de abordagem IRB que podem ser utilizados pela instituição financeira. A utilização da abordagem IRB avançada implica a estimação própria dos valores dos parâmetros PD, LGD e EAD, e o cálculo interno do valor do parâmetro M, quando aplicável. A utilização da abordagem IRB básica implica a estimação interna do valor do parâmetro PD, o cálculo interno do valor do parâmetro M e o emprego dos valores divulgados pelo Banco Central do Brasil para os demais parâmetros de risco, salvo quando disposto alternativamente.

O objetivo do presente trabalho é contribuir para a discussão acerca dos aspectos mais importantes do processo de validação da LGD, com especial atenção para o caso brasileiro, conforme disciplina o Banco Central do Brasil por meio da Circular número 3.648/2013. Os autores sugerem a aplicação de algumas medidas estatísticas não-lineares ao estudo da dependência entre a frequência de descumprimento e a perda dado o descumprimento, como as estatísticas de *Kendall* e *Somers* e *receiver operating characteristic* (ROC) não-binário. Por fim, é proposta uma metodologia de cálculo para a LGD de *down-turn* que tem como fundamentos um ajuste de correlação derivado da perda esperada e a ordenação de quantis da distribuição prevista da LGD de acordo com o grau da dependência citada para diferentes carteiras.

O restante do artigo está organizado da seguinte forma. A próxima seção apresenta os principais métodos de estimação da LGD. Em seguida, são evidenciados os principais aspectos da modelagem que devem ser levados em consideração no processo de validação. A próxima

seção analisa um dos aspectos mais importantes desse processo: a dependência entre frequência de descumprimento e LGD, que pode ser responsável por uma potencial subestimação das perdas esperada e não-esperada. É proposta uma metodologia de cálculo para a *down-turn* LGD que considera tal relação de dependência. O artigo termina com uma conclusão a respeito de como as ideias apresentadas no presente trabalho podem auxiliar as instituições na atividade de validação da LGD no âmbito da abordagem IRB avançada.

## 2. Métodos de estimação da LGD

De acordo com BCBS (2005c), a LGD é particularmente importante em abordagens IRB por causa da elevada sensibilidade do requerimento de capital a mudanças nesse parâmetro. Existem basicamente quatro métodos de estimação de LGD. As chamadas *Market* LGDs são derivadas da observação de preços de mercado de contratos que apresentaram descumprimento. As *Workout* LGDs são baseadas no desconto de fluxo de caixa futuro da data do descumprimento até o fim do processo de recuperação. As *Implied Market* LGDs são derivadas de preços de títulos que não entraram em descumprimento e estimadas por modelos de apreçamento de ativos. As *Implied Historical* LGDs são inferidas com base na experiência de perdas e estimativas de PD.

Segundo BCBS (2005c), há basicamente três principais componentes na estimação da *Workout* LGD: as recuperações (sendo caixa ou não), os custos (diretos e indiretos) e a taxa de desconto, fundamental para expressar todo o fluxo de caixa em termos de unidades monetárias na data do descumprimento.

Se todo o fluxo de caixa associado a um contrato em descumprimento da data do evento de descumprimento até o fim do processo de recuperação é conhecido, então a LGD realizada é dada pela equação 1.

$$LGD \text{ Realizada} = 1 - \frac{\sum_i R_i(r) - \sum_i P_j(r)}{EAD} \quad (1)$$

Onde  $R_i$  representa a  $i$ -ésima recuperação descontada,  $P_j$  representa o  $j$ -ésimo valor de pagamentos e custos descontados ocorridos no período de recuperação e  $r$  representa a taxa de desconto.

Quando a perda é calculada atribuindo o valor zero a todas as ob-

servações negativas, a LGD realizada passa a ser estimada de acordo com a equação 2.

$$LGD \text{ Realizada} = \text{Max} \left[ 1 - \frac{\sum_i R_i(r) - \sum_i P_j(r)}{EAD}, 0 \right] \quad (2)$$

## 2.1 *Market LGD*

Segundo BCBS (2005c), a *Market LGD* é uma medida do preço de mercado de um título em *default* logo após a data do evento de *default* – usualmente em torno de 30 dias – em relação ao seu preço de mercado imediatamente antes do evento de *default*. Grande parte dos estudos elaborados por agências de classificação de risco sobre taxas de recuperação utilizam essa abordagem. Esse método se baseia na ideia de que os preços refletem o valor descontado do montante recuperado. No entanto, se o mercado é ilíquido ou sofre choques não relacionados com o valor esperado das recuperações, o método de *Market LGD* pode não ser apropriado. Tal preocupação é particularmente relevante em mercados de títulos relativamente novos.

Schuermann (2004) destaca a menor suscetibilidade do método de *Market LGD* a debates sobre o apreçamento do montante recuperado, uma vez que nesse método tal montante é derivado da observação de preços de mercado. Os preços de mercado refletem a recuperação esperada pelos agentes e incluem, em tese, todos os aspectos da recuperação, como valores de principal e de juros, custos e incertezas do processo, etc.

## 2.2 *Implied Market LGD*

Segundo Schuermann (2004), o método de *Implied Market LGD* tem o objetivo de estimar a LGD através de dados de *spreads* de crédito de títulos emitidos por contrapartes que não entraram em descumprimento. Tais modelos, embora ainda não tenham migrado para as áreas de gestão de risco completamente, são muito utilizados em ambientes de *trading* para produtos de renda fixa e derivativos de crédito. O *spread* acima da taxa de juros livre de risco é, portanto, um indicador do prêmio de risco de determinado ativo. Esse *spread* reflete a perda esperada - e, portanto, PD e LGD - assim como prêmios de liquidez. Recentemente, alguns trabalhos propuseram a identificação e separação da influência da PD e da LGD sobre esses *spreads*. Alguns

exemplos podem ser vistos em Bakshi, Madan and Zhang (2001) e Unal, Madan and Guntay (2003). Citamos ainda como referências importantes os trabalhos de Duffie (1998), Duffie e Singleton (1999), Lando (1998), Longstaff e Schwartz (1995), Jarrow e Turnbull (1995) e Collin-Dufresne e Goldstein (2001).

### 2.3 *Implied Historical LGD*

A *Implied Historical LGD* usa estimativas de PD e a experiência de perdas totais na carteira para derivar a LGD implícita. BCBS (2005c) indica essa metodologia como possibilidade de aplicação apenas para a carteira de varejo.

## 3. Processo de validação da LGD

Segundo BCBS (2005c), o processo de validação envolve a análise de todos os elementos necessários para produzir estimativas de LGD. Constituem-se em objetos de análise todas as hipóteses utilizadas para construir o banco de dados, cálculo de LGD realizada e geração das estimativas de LGD a partir do banco de dados. Também faz parte da validação a verificação de que os requisitos mínimos regulatórios sejam devidamente cumpridos.

### 3.1 Texto para discussão nº 14

Por ocasião da publicação do texto para discussão nº 14 pelo Comitê de Basileia de Supervisão Bancária [BCBS (2005c)], as ferramentas quantitativas de validação para a LGD ainda se apresentavam em estágio bastante incipiente. De lá para cá, algumas metodologias quantitativas foram propostas, como podemos ver nos trabalhos de Fischer e Pfeuffer (2014) e Loterman et alli (2014). No entanto, tais metodologias quantitativas costumam se deparar com um problema comum: a escassez de dados para a realização de *backtesting*. Pelo fato do texto para discussão nº 14 ainda não ter sido revisado para incorporar tais abordagens quantitativas, acreditamos que o Comitê de Basileia continue vendo a validação da LGD como um processo primordialmente qualitativo - ao contrário do que acontece em relação à PD, em que são sugeridas várias ferramentas quantitativas de validação.

BCBS (2005c) sugere, para a validação de LGD calculada pelo método *workout*, que se avalie como medir as recuperações, alocar os

custos de *workout* e definir a taxa de desconto. Também é importante que se avalie a consistência da definição de *default* para os parâmetros PD e LGD.

### 3.2 Circular BACEN nº 3.648/2013

O Banco Central do Brasil disciplina, na Circular 3.648/2013, alguns requisitos para a estimação da LGD no contexto da abordagem IRB Avançada:

1. ser individualizada para cada tipo de exposição;
2. levar em conta as características particulares das exposições;
3. contemplar um ciclo econômico completo, incluindo períodos caracterizados por perdas elevadas em relação à média de longo prazo nas operações de crédito;
4. ser igual ou superior à média ponderada de longo prazo dos percentuais de perda dado o descumprimento;
5. adotar estimativas conservadoras, caso seja observada correlação positiva relevante entre a frequência de descumprimento e o valor do parâmetro LGD ou quando não seja possível demonstrar a inexistência da referida correlação;
6. refletir adequadamente os procedimentos de cobrança;
7. considerar eventuais diferenças entre os procedimentos de cobrança que geraram os dados e os atuais procedimentos utilizados pela instituição;
8. considerar potenciais descasamentos entre o valor de mercado dos colaterais empenhados e seu valor quando da liquidação, potenciais restrições à liquidação tempestiva do colateral e potenciais impedimentos ou dificuldades na transferência do colateral.

### 3.3 Orientações Adicionais de BCBS (2005b)

O trabalho de BCBS (2005b) procura detalhar alguns requisitos de estimação da LGD presentes em Basileia II.



## Princípio 1

O banco deve possuir um processo rigoroso e bem documentado com o objetivo de avaliar os efeitos, caso existam, de condições econômicas adversas nas taxas de recuperação e na produção de estimativas de LGD consistentes com tais condições adversas. O processo deve consistir nos seguintes componentes: (a) Identificação das condições econômicas adversas para cada tipo de exposição; (b) Identificação de dependência entre taxas de *default* e de recuperação; (c) Incorporação - caso seja relevante - da dependência entre taxas de *default* e de recuperação, a fim de produzir estimativas de LGD consistentes com condições econômicas adversas. Tais LGDs são chamadas de *downturn* LGDs.

## Princípio 2

Para as estimações de LGD, medidas de taxas de recuperação devem refletir os custos econômicos de se permanecer com os ativos em *default* ao longo do período de *workout*, incluindo um prêmio de risco apropriado.

A ideia é que, quando os valores a recuperar são incertos e envolvem riscos que não podem ser diversificados, os cálculos de valor presente líquido devem refletir o valor do dinheiro no tempo e um prêmio de risco apropriado para o risco não-diversificável. Ao estabelecer prêmios de risco apropriados para a estimação da LGD consistentes com condições econômicas adversas, o banco deve focar nas incertezas dos fluxos de caixa de recuperação associados com os eventos de descumprimento que ocorrem durante as condições econômicas adversas identificadas no primeiro princípio. Quando não há incerteza nos valores de recuperação, o valor presente líquido precisa refletir apenas o valor do dinheiro no tempo e, nesse caso, a adoção de uma taxa de juros livre de risco como taxa de desconto é apropriada.

### 3.4 Influência do ciclo econômico

BCBS (2005c) apresenta os conceitos *Point-in-Time* (PiT) e *Through-the-Cycle* (TTC) para sistemas de classificação de risco de crédito. Um sistema de rating do tipo PiT usa toda a informação disponível para determinar o *rating*. É esperado que o *rating* mude rapidamente com alteração das condições econômicas. *Ratings* PiT tendem a piorar em condições econômicas adversas e a melhorar em condições

econômicas favoráveis. Já um sistema de *rating* do tipo TTC utiliza características estáticas e dinâmicas do tomador, mas tende a não ajustar a classificação de risco em resposta a mudanças nas condições macroeconômicas. Assim, os *ratings* tendem a sofrer menos alterações dentro do ciclo econômico. De forma análoga aos sistemas de classificação de risco de crédito, é possível estender os conceitos PiT e TTC para a estimativa de LGD.

É importante destacar o aspecto PiT das estimativas de *Implied Market* LGD, que são muito influenciadas pelo ciclo econômico. Sob condições econômicas favoráveis, as firmas apresentam valor de mercado maior ou *spread* de CDS menor e o modelo responde a essa mudança estimando uma LGD menor. Situação análoga acontece sob condição econômica desfavorável. Tal aspecto difere-se significativamente da estimativa de *Workout* LGD, em que a característica *Through-the-Cycle* (TTC) tende a ser mais forte quando comparada ao método de *Implied Market* LGD, uma vez que o método de *Workout* não é influenciado pelo valor de mercado ou *spread* de CDS das empresas diretamente. Ele pode sofrer influência do ciclo econômico na observação das taxas de recuperação ao longo do tempo, mas, normalmente, de forma bem menos acentuada do que o método de *Implied Market*.

Na ausência de dados que possibilitem a realização de testes de aderência do referido modelo de *Implied Market* LGD, sugerimos que seja calculada LGD sob abordagem IRB básica para as exposições a instituições financeiras como exercício de adequação de capital e sejam comparados os valores de perda esperada e não-esperada com aqueles obtidos pelo modelo de *Implied Market* LGD.

#### 4. Relação entre PD e LGD

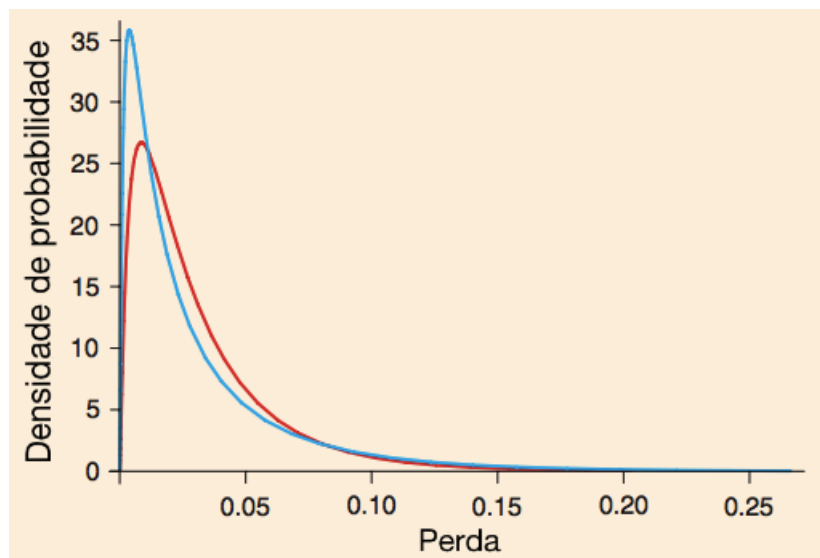
Segundo Giese (2005), os trabalhos de Altman, Resti e Sironi (2002), Frye (2000a), Frye (2000b) e Frye (2003) mostraram que existe uma correlação significativa entre frequência de descumprimento e taxas de recuperação para exposições do segmento *corporate*, o que pode ser explicado por sua dependência comum ao ciclo de negócios. Durante períodos de recessão, os ativos das firmas tendem a cair de valor, resultando em uma frequência de descumprimento mais alta. Simultaneamente, o valor de mercado dos colaterais tende a cair, resultando em LGDs mais altas. Conclui-se, dessa forma, que

a correlação entre a frequência de descumprimento e a LGD deve-se a uma dependência comum a uma terceira variável não-observável.

Giese (2005) faz um estudo comparativo entre duas distribuições de perdas, sintetizado na Figura 1. A linha vermelha representa a distribuição de perdas sob ausência de correlação entre PD e LGD, como acontece nas abordagens IRB; a linha azul incorpora uma correlação positiva entre esses parâmetros. A distribuição de perdas sob correlação positiva possui uma maior probabilidade de ocorrência de perdas muito pequenas - isto é, sob condições econômicas favoráveis uma baixa frequência de descumprimento tende a coincidir com uma LGD mais baixa - e uma maior probabilidade de ocorrência de perdas muito altas - pois, sob condições econômicas adversas, uma elevada frequência de descumprimento tende a coincidir com uma LGD mais alta.

**Figura 1**

**Análise comparativa da distribuição de perdas.** As linhas vermelha e azul representam, respectivamente, distribuições de perda sob hipóteses de correlação nula e positiva entre PD e LGD [Giese (2005)].

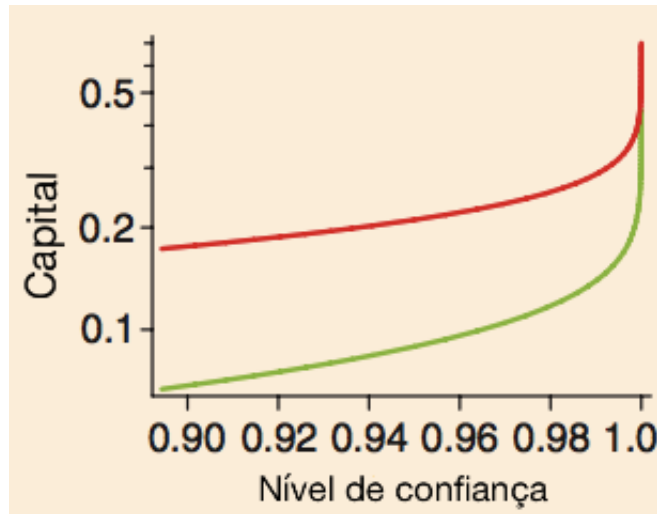


Na Figura 2, é possível ver uma comparação semelhante para o cálculo de capital. A linha vermelha representa o capital econômico, calculado sob correlação não-nula entre PD e LGD. Já a linha verde representa o capital regulatório sob abordagem IRB e calculado, por-

tanto, sob a hipótese de independência entre PD e LGD.

**Figura 2**

**Análise comparativa do cálculo de capital.** As linhas verde e vermelha representam cálculos de capital sob hipóteses de correlação nula (IRB) e positiva (capital econômico) entre PD e LGD, respectivamente [Giese (2005)].



No contexto do modelo regulatório disciplinado na Circular BACEN nº 3.648/2013, caso encontremos correlação negativa entre taxas de *default* e de recuperação, obteremos um capital requerido subestimado e deduziremos um valor de perda esperada também subestimado do patrimônio de referência no exercício de IRB avançado, que pressupõe independência entre tais variáveis aleatórias.

O Art. 34 da Circular nº 3.648/2013 define o valor da parcela  $RWA_{CIRB}$  de acordo com a equação 3.

$$RWA_{CIRB} = \frac{\sum K_i \times EAD_i}{F} \quad (3)$$

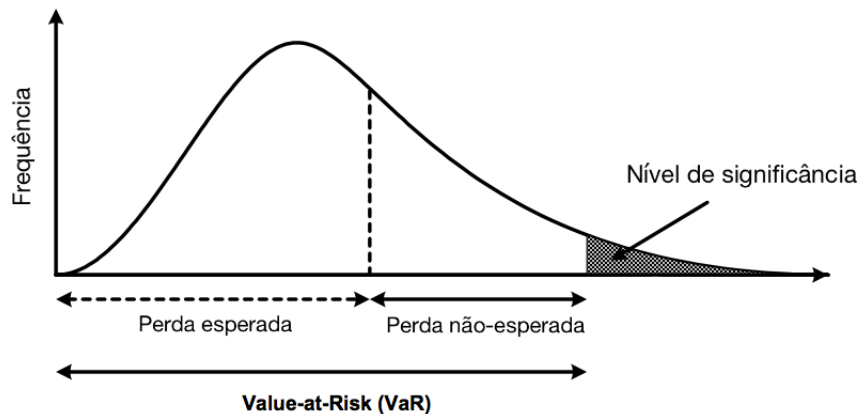
$$K = \left\{ LGD \times N \left[ \frac{N^{-1}(PD) + \sqrt{R} \times N^{-1}(0,999)}{\sqrt{1-R}} \right] \right\} \quad (4)$$

Em que:

N é a função de distribuição normal acumulada;

**Figura 3**

**Perdas esperada, não-esperada e total.** O requerimento de capital baseia-se na perda total líquida da perda esperada, ou seja, na perda não-esperada.



$N^{-1}$  é a inversa da função de distribuição normal acumulada;

PD é a probabilidade de descumprimento;

LGD é a perda dado o descumprimento;

M é o prazo efetivo de vencimento;

b é o coeficiente de ajuste do parâmetro M;

R é o fator de correlação entre ativos.

Da definição geral de covariância podemos obter a fórmula para a covariância entre PD e LGD, definida na equação 5.

$$Cov[PD, LGD] = E[PD \times LGD] - E[PD] \times E[LGD] \quad (5)$$

Dessa forma, a expressão para a perda esperada sob correlação não-nula é definida na equação 6.

$$E[PD \times LGD] = E[PD] \times E[LGD] + Cov[PD, LGD] \quad (6)$$

Quando  $Cov(PD, LGD) = 0$ , obtemos a equação 7, que se trata da equação mais comumente utilizada para o cálculo da perda esperada em termos percentuais, desconsiderando o valor da EAD:

$$E[PD \times LGD] = E[PD] \times E[LGD] \quad (7)$$

Quando PD e RR são negativamente correlacionadas, PD e LGD são positivamente correlacionadas e a perda esperada sofre um acréscimo equivalente à covariância entre a PD e a LGD. Em relação à perda total, destaca-se que todos os modelos de VaR de crédito apresentados por Altman et alli (2002) pressupõem independência estatística entre PDs e LGDs. No caso de existir dependência positiva entre tais variáveis, a perda não-esperada, utilizada no cálculo do requerimento de capital, estará subestimada.

Altman et alli (2002) propõem uma forma de se analisar a dependência entre frequências de descumprimento e de recuperação com base em um modelo de regressão linear. Tal abordagem apresenta uma fraqueza importante: a impossibilidade de se capturar formas não-lineares de dependência. Giese (2005) propõe algumas transformações nas variáveis de interesse para capturar não-linearidades, como o uso de funções logarítmicas, quadráticas e exponenciais. Embora tal abordagem seja benéfica na análise de uma carteira individualmente, passa a ser difícil comparar a força dessa relação de dependência entre diversas carteiras de crédito, pois cada carteira pode apresentar melhor adequação a um determinado modelo não-linear. Além disso, é possível que a relação teórica entre as variáveis não seja adequadamente especificada no modelo econométrico, levando a resultados enganosos.

Sugerimos, então, a adoção de medidas estatísticas não-lineares que possam ser aplicadas diretamente às variáveis analisadas e que produzam estatísticas comparáveis entre diversas carteiras de crédito. Utilizaremos as estatísticas de Kendall e Somers e o ROC não-binário, apresentados por Sanches (2014) no contexto de validação de sistemas internos de classificação de risco de crédito.

#### 4.1 Medidas estatísticas não-lineares

##### Estatísticas de Kendall e Somers

De acordo com BCBS (2005c), o teste de Kendall é um teste estatístico cujo objetivo é medir o grau de dependência entre duas variáveis aleatórias. A noção de dependência comonotônica presente nele generaliza o conceito de dependência linear, expresso pelo coeficiente de correlação. Na literatura de ciências atuariais, a dependência comonotônica é considerada a forma mais forte de dependência entre variáveis aleatórias.

Seja  $(X, Y)$  um par de variáveis aleatórias. A estatística  $\tau$  de Kendall é definida de acordo com a equação 8.

$$\tau_{XY} = P(X_1 < X_2, Y_1 < Y_2) + P(X_1 > X_2, Y_1 > Y_2) - P(X_1 < X_2, Y_1 > Y_2) - P(X_1 > X_2, Y_1 < Y_2) \quad (8)$$

$(X_1, Y_1)$  e  $(X_2, Y_2)$  são realizações independentes de  $(X, Y)$ . A estatística  $\tau_{XY}$  de Kendall pode ser vista como uma diferença entre duas probabilidades: a probabilidade de o maior valor de  $X$  estar associado ao maior valor de  $Y$ , e a probabilidade de o maior valor de  $X$  estar associado ao menor valor de  $Y$ .

A estatística  $D$  de Somers é definida em função da estatística  $\tau$  de Kendall, conforme ilustra a equação 9.

$$D_{XY} = \frac{\tau_{XY}}{\tau_{YY}} \quad (9)$$

Ela também pode ser vista a partir da equação 10, em que  $S_M$  e  $S_B$  representam respectivamente escores de instituições más (*defaulters*) e boas (*non-defaulters*).

$$D = P(S_M < S_B) - P(S_M > S_B) \quad (10)$$

## ROC não-binário

Obuchowski (2005) desenvolve metodologia não-paramétrica para estimação de ROC não-binário e cria estimadores para os casos discreto e contínuo, de acordo com a figura 4. Utilizaremos apenas o estimador para o caso contínuo no presente trabalho. O ROC não-binário contínuo é interessante para variáveis aleatórias contínuas – como no caso de frequências de descumprimento e de recuperação, que são números reais presentes no intervalo  $[0,1]$ .

## 4.2 Dados

Para exemplificar o cálculo das medidas estatísticas propostas, utilizamos os dados do trabalho de Ou, Chiu e Metz (2011), que apresenta estatísticas de eventos de descumprimento, perdas e transição de classificação de risco de títulos corporativos e emissões de dívida para o período 1920-2010. Tal estudo cobre instituições financeiras, não-financeiras e *utilities* que possuem classificação de risco de longo

**Figura 4**

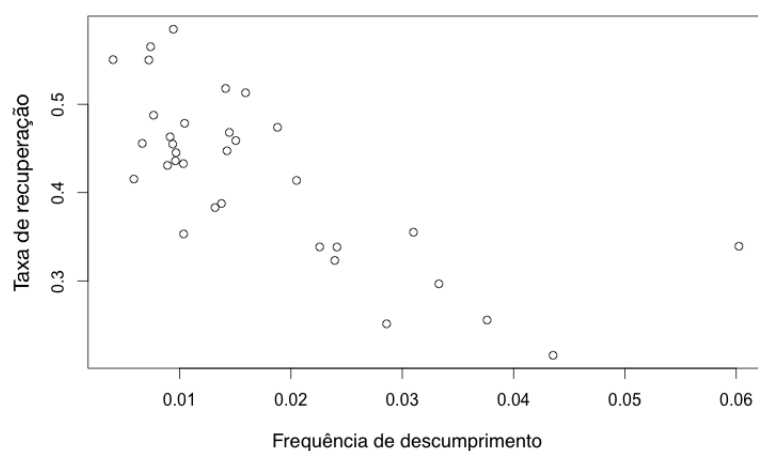
**Estimadores de ROC não-binário.** Obuchowski (2005) desenvolve metodologia não-paramétrica para estimação de ROC não-binário e cria estimadores para os casos discreto e contínuo.

Tipo	Estimador		
Binário	$\hat{\theta} = \frac{1}{n_t n_s} \sum_{i=1}^{n_t} \sum_{j=1}^{n_s} \Psi(X_{it}, X_{js})$	$\Psi = 1$	$X_{it} > X_{js}$
		$\Psi = 0.5$	$X_{it} = X_{js}$
		$\Psi = 0$	$X_{it} < X_{js}$
Contínuo	$\hat{\theta}' = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \Psi(X_{it}, X_{js})$	$\Psi = 1$	$t > s$ e $X_{it} > X_{js}$
		$\Psi = 1$	$s > t$ e $X_{js} > X_{it}$
		$\Psi = 0.5$	$t = s$ ou $X_{it} = X_{js}$
		$\Psi = 0$	c.c.
Ordinal	$\hat{\theta}'' = 1 - \sum_{t=1}^T \sum_{s \geq t}^T w_{ts} L(t, s) (1 - \hat{\theta}_{ts})$	$\hat{\theta}_{ts}$ é o estimador binário	

prazo realizada pela agência Moody's. Os dados de recuperação e descumprimento são apresentados na tabela 1.

**Figura 5**

**Taxa de recuperação como função da frequência de descumprimento.**



## 5. Downturn LGD

Segundo Ozdemir e Miu (2009), períodos de elevada frequência de descumprimento tendem a coincidir com períodos de elevada LGD, provocando uma intensificação das perdas realizadas. No cálculo de capital econômico e regulatório, tal fenômeno pode ser levado em con-



**Tabela 1**

Dados de Ou et al (2011)

Year	RR	DR
1982	35.3%	1.04%
1983	44.5%	0.97%
1984	45.5%	0.94%
1985	43.6%	0.96%
1986	47.4%	1.88%
1987	51.3%	1.59%
1988	38.8%	1.38%
1989	32.3%	2.39%
1990	25.6%	3.76%
1991	35.5%	3.10%
1992	45.9%	1.50%
1993	43.1%	0.89%
1994	45.6%	0.66%
1995	43.3%	1.03%
1996	41.5%	0.59%
1997	48.8%	0.77%
1998	38.3%	1.32%
1999	33.8%	2.41%
2000	25.1%	2.86%
2001	21.6%	4.35%
2002	29.7%	3.33%
2003	41.4%	2.05%
2004	58.5%	0.94%
2005	56.5%	0.74%
2006	55.0%	0.72%
2007	55.1%	0.40%
2008	33.9%	2.26%
2009	33.9%	6.02%
2010	51.8%	1.41%
2011	46.3%	0.91%
2012	44.7%	1.42%
2013	46.8%	1.45%
2014	47.8%	1.04%
Mean	42.1%	1.7%

Estatística	Valor
Kendall's $\tau$	-0.496
Somers' $D$	-0.496
ROC não-binário	0.747

**Tabela 2**

Estatísticas de Kendall e Somers e ROC não-binário

sideração através da incorporação da correlação entre PDs e LGDs. A adoção de estimativas conservadoras de LGD é vista como uma forma de compensar uma possível subestimação do capital pela abordagem IRB avançada, que assume independência estatística entre PDs e LGDs. A estimativa conservadora de LGD, capaz de incorporar tal relação de dependência, é chamada de *downturn* LGD, como vimos na seção 3.

Ozdemir e Miu (2009) sugerem três formas para calcular a *downturn* LGD: através da LGD realizada em período de estresse, LGD estressada advinda de modelo matemático e incorporação explícita da correlação entre PD e LGD na estimação. O Banco Central do Brasil, por meio da Circular 3.648/2013, demonstra particular preocupação com a possível existência de correlação entre a frequência de descumprimento e a LGD. No Art. 75, inciso V da referida circular, é disciplinada a adoção de estimativas conservadoras de LGD quando tal correlação existe de forma significativa ou quando não é possível demonstrar que ela não existe. Dessa forma, o Banco Central do Brasil afirma explicitamente que o grau de conservadorismo aplicado na LGD de *downturn* deve levar em consideração a magnitude da relação de dependência entre PD e LGD.

### 5.1 Ajuste pela perda esperada

Altman et alli (2002) mostram, a partir de um exercício de simulação, que o erro percentual da perda esperada derivado da assunção de ausência de correlação entre PD e LGD é semelhante ao erro percentual da perda não-esperada derivado da mesma assunção. Dessa forma, a partir da definição de covariância entre PD e LGD, derivamos uma forma de calcular a LGD que leva ao cálculo da perda esperada sob correlação não-nula entre tais variáveis.

Como visto na seção 4, no caso geral, a perda esperada é função

dos valores esperados de PD e LGD e da covariância entre essas variáveis:

$$E[PD \times LGD] = E[PD] \times E[LGD] + Cov[PD, LGD]$$

Definimos DLGD como o valor de  $E[LGD]$  que dispensa o termo de covariância para chegar ao mesmo valor de perda esperada:

$$E[PD] \times E[LGD] + Cov[PD, LGD] = E[PD] \times DLGD$$

Obtemos então, na equação 11, a fórmula para a DLGD.

$$DLGD = E[LGD] + \frac{Cov[PD, LGD]}{E[PD]} \quad (11)$$

Dividindo ambos os lados por  $E[LGD]$ , temos:

$$\frac{DLGD}{E[LGD]} = 1 + \frac{Cov[PD, LGD]}{E[PD] \times E[LGD]} \quad (12)$$

Definindo  $EL^*$  como a perda esperada sob ausência de correlação, temos:

$$\frac{DLGD}{E[LGD]} = 1 + \frac{Cov[PD, LGD]}{EL^*} \quad (13)$$

Ou ainda, de forma mais compacta, podemos escrever DLGD como uma função linear de  $E[LGD]$ .

$$DLGD = \gamma \times E[LGD] \quad (14)$$

$$\gamma = 1 + \frac{Cov[PD, LGD]}{EL^*} \quad (15)$$

## 5.2 Quantis para a *downturn* LGD

Para níveis de confiança mais elevados no cálculo do VaR, como o de noventa e nove e nove décimos por cento, Altman et alli (2002) sugerem que o erro percentual da perda não-esperada é ligeiramente maior que o da perda esperada. Assim, a correção proposta na subseção 5.1 pode não ser suficiente para a total correção da perda não-esperada. Enquanto a perda esperada é afetada apenas por relações lineares entre PD e LGD, a perda não-esperada pode sofrer alteração em virtude de estruturas não-lineares de dependência entre tais variáveis.

BCBS (2005c) sugere a adoção de técnicas de *bootstrapping* ou distribuições analíticas para a previsão da LGD. Ozdemir e Miu (2009) também propõem uma metodologia de estimação baseada em quantis de uma determinada distribuição. Dessa forma, é bastante comum, na indústria e na academia, a obtenção de estimativas de LGD com base em quantis de distribuições de probabilidade simuladas ou teóricas. Definem-se a LGD esperada com base na média da distribuição e a *downturn* LGD com base em um quantil mais conservador da mesma distribuição. A escolha do quantil apropriado é de vital importância pois, devido à elevada sensibilidade do requerimento de capital ao parâmetro LGD, quantis muito baixos podem provocar subestimação do capital, enquanto quantis muito elevados podem ser responsáveis por estimativas de capital excessivamente conservadoras, gerando valores proibitivos de requerimento de capital na abordagem IRB avançada.

Propomos, então, a seguinte metodologia para a obtenção da *downturn* LGD:

1. Calcule, para cada carteira de crédito, a covariância histórica, as estatísticas de Kendall e Somers e o ROC não-binário para a dupla formada por frequência de descumprimento e LGD;
2. Gere  $n$  distribuições de probabilidade teóricas ou simuladas para a previsão da LGD relativas a  $n$  carteiras de crédito;
3. Obtenha, para cada distribuição de probabilidade, o quantil equivalente ao valor de DLGD segundo a equação 14;
4. Redefina o quantil obtido no passo anterior por meio da divisão da área à direita por dois;
5. Verifique se os quantis respeitam a ordem de dependência obtida pelas estatísticas não-lineares.
6. Caso haja discordância no passo anterior, eleve os quantis necessários até que tal discordância desapareça.

Destaca-se que o passo 4 tem o objetivo de corrigir, de forma *ad hoc*, a possível diferença existente entre a subestimação das perdas esperada e não-esperada, uma vez que a DLGD presente na equação 14 leva em consideração apenas o erro relativo à perda esperada.

No passo 5, caso as estatísticas apresentem sinalizações conflitantes, fica a critério do gestor de risco de crédito escolher aquela(s) que servirá(ão) de base para a tomada de decisão, devendo tal escolha ser respeitada durante todo o procedimento.

## 6. Conclusão

É muito importante que as instituições financeiras estejam atentas ao disposto não apenas pelo Banco Central do Brasil e pelo Conselho Monetário Nacional, em seus normativos a respeito das abordagens IRB, mas também a todo o arcabouço técnico de que dispõe o Comitê de Basileia de Supervisão Bancária e outros trabalhos de referência na literatura sobre o tema. O presente trabalho detalha algumas análises importantes que as instituições financeiras precisam realizar no âmbito da validação do parâmetro LGD na abordagem IRB avançada.

Vimos como são definidos os quatro grandes métodos de estimação de LGD: *Workout LGD*, *Market LGD*, *Implied Market LGD* e *Implied Historical LGD*. Cada método tem suas peculiaridades. O gestor de risco deve ficar sempre atento ao definir qual método será o mais indicado para cada caso considerando, por exemplo, a base de dados de que dispõe – sobretudo em relação ao número observado de eventos de descumprimento, a possibilidade de obtenção de *spreads* de crédito advindos de derivativos de crédito, entre outros aspectos.

Em relação ao processo de validação da LGD, observamos que alguns trabalhos importantes da literatura, como BCBS (2005c) e BCBS (2005b), são fundamentais para o pleno entendimento dos requisitos impostos pela Circular BACEN nº 3.648/2013. Na validação de metodologias do tipo *Implied Market LGD*, é preciso ter especial atenção ao aspecto PiT da estimativa, notadamente mais forte do que em outras metodologias de LGD.

Na literatura de gestão de risco de crédito, é possível encontrar alguns trabalhos sobre a relação de dependência entre PDs e LGDs, entre os quais se destacam Altman et alli (2002) e Giese (2005), ambos baseados em modelos de regressão linear. O presente artigo propõe a adoção de medidas estatísticas não-lineares para caracterizar tal dependência e possibilitar uma análise comparativa entre diversas carteiras de crédito.

O Banco Central do Brasil, por meio da Circular nº 3.648/2013,

demonstra especial preocupação com a potencial subestimação do requerimento de capital na abordagem IRB avançada advinda da existência de correlação entre PDs e LGDs. Derivamos, então, uma fórmula para a *downturn* LGD que incorpora tal correlação e produz estimativas de perda esperada em linha com a existência de dependência linear. Uma vez que a perda não-esperada pode ser afetada por estruturas de dependência estatística não-lineares, propomos um ajuste conservador para a *downturn* LGD, a ser obtida mediante um quantil da distribuição prevista da LGD. Tal metodologia pode apresentar ganhos em termos de capital bastante relevantes, sobretudo quando o gestor de risco de crédito tem por hábito adotar quantis excessivamente elevados para a *downturn* LGD que não se relacionam com o grau de dependência entre PDs e LGDs.

## Referências

Altman, Edward & Brady, Brooks. (2002). Explaining aggregate recovery rates on corporate bond defaults. NYU Salomon Center.

Altman, Edward; Resti, Andrea & Sironi, Andrea. (2002). The link between default and recovery rates: effects on the procyclicality of regulatory capital ratios. *Working paper 113*. Bank for International Settlements.

Bakshi, Gurdip; Madan, Dilip & Zhang, Frank X. (2001). Recovery in Default Risk Modeling: *Theoretical Foundations and Empirical Applications*. FEDS 2001-37.

BCBS - Basel Committee on Banking Supervision (2005a). An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions. *Bank for International Settlements*.

BCBS - Basel Committee on Banking Supervision (2005b). Guidance on Paragraph 468 of the Framework Document. *Bank for International Settlements*.

BCBS - Basel Committee on Banking Supervision (2005c). Studies on the validation of internal rating systems. Working paper 14. *Bank for International Settlements*.

BCBS - Basel Committee on Banking Supervision (2006). International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. A

Revised Framework. Comprehensive Version. *Bank for International Settlements*.

Collin-Dufresne, Pierre & Goldstein, Robert S. (2001). Do credit spreads reflect stationary leverage? Reconciling structural and reduced-form frameworks. *Journal of Finance*, **56** (5): 1929–1957.

Duffie, Darrell (1998). Defaultable term structure models with fractional recovery of par. Graduate School of Business, Stanford University.

Duffie, Darrell & Singleton, Kenneth J. (1999). Modeling the term structures of defaultable bonds. *Review of Financial Studies*, **12**: 687-720.

Fischer, Matthias & Pfeuffer, Marius (2014). A statistical repertoire for quantitative LGD validation: overview, illustration, pitfalls, extensions, *Journal of Risk Model Validation*, **8**(1): 1-27.

Frye, Jon (2000a). Collateral damage. *Risk*, **91**(4).

Frye, Jon (2000b). Collateral damage detected. Federal Reserve Bank of Chicago. Working Paper. *Emerging Issues Series*, 1-14.

Jarrow, Robert A. & Turnbull, Stuart M. (1995). Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk. *Journal of Finance*, **50**: 53-86.

Lando, David (1998). On Cox processes and credit risky securities. *Review of Derivatives Research*, **2**: 99-120.

Loterman, Gert; Debruyne, Michiel; Branden, Karlien. V.; Gestel, Tony V. & Mues, Christophe (2014). A proposed framework for back-testing loss given default models, *Journal of Risk Model Validation*, **8**(1): pp. 69-90.

Litterman, Robert & Iben, Thomas (1991). Corporate bond valuation and the term structure of credit spreads. *Financial Analysts Journal*, **17**(3): 52-64.

Longstaff, Francis A. & Schwartz, Eduardo S. (1995). A simple approach to valuing risky fixed and floating rate debt. *Journal of Finance*, **50**: 789-819.

Obuchowski, Nancy A. (2005). Estimating and comparing diagnos-

tic tests' accuracy when the gold standard is not binary. *Academic Radiology*, **12(1)**:198-204.

Ou, Sharon; Chiu, David & Metz, Albert (2011). Corporate Default and Recovery Rates, 1920-2010. Moody's Investors Service.

Ozdemir, Bogie & Miu, Peter (2009). Basel II implementation: A guide to developing and validating a compliant internal risk system. McGraw-Hill.

Sanches, Guilherme F. (2014). Validação de sistemas internos de classificação de risco de crédito sob o arcabouço prudencial de Basileia. *Revista do BNDES*, **42**.

Schuermann, Til (2004). What do we know about loss given default? Working Paper 04-01. The Wharton Financial Institutions Center.

Unal, Haluk; Madan, Dilip & Guntay, Levent (2003). Pricing the Risk of Recovery in Default with APR Violations. *Journal of Banking & Finance*, **27 (6)**: 1001–1025.