



Revista Brasileira de Finanças

ISSN: 1679-0731

rbfin@fgv.br

Sociedade Brasileira de Finanças

Brasil

Barbos a Oliveira, André; Valls Pereira, Pedro Luiz
Mudança de Regime e Efeito ARCH em Volatilidade: Um Estudo dos Choques das
Cotações do Petróleo
Revista Brasileira de Finanças, vol. 15, núm. 2, abril-junio, 2017, pp. 197-225
Sociedade Brasileira de Finanças
Rio de Janeiro, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=305855642002>

- ▶ Como citar este artigo
- ▶ Número completo
- ▶ Mais artigos
- ▶ Home da revista no Redalyc



Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal
Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

Mudança de Regime e Efeito ARCH em Volatilidade: Um Estudo dos Choques das Cotações do Petróleo

(Switching Regime and ARCH Effect in Volatility Models: A Study for the Shock in Petroleum Prices)

André Barbosa Oliveira*

Pedro Luiz Valls Pereira **

Resumo

O petróleo é uma importante commodity energética, sendo insumo em diferentes atividades, possuindo efeito direto ou indireto sobre vários setores na economia. Esta commodity tem preços instáveis, resultado de choques geopolíticos bem como de choques de mercado numa perspectiva de inovação tecnológica na área de energia e mudança de padrões de consumo. Neste trabalho estudamos a volatilidade das principais cotações de referência do petróleo com três modelos: GARCH; GARCH com mudança de regime (MS-GARCH); e modelo de variância incondicional com mudança de regime (MSIH). Os modelos são comparados em termos de desempenho preditivo e valor em risco fora da amostra de estimação. Podemos identificar diferentes regimes sobre as cotações do petróleo, com melhores desempenhos preditivos e no valor em risco para os modelos com mudança de regime markoviana.

Palavras-chave: Modelos de Volatilidade com Mudança de Regime; GARCH; Preços do Petróleo.

Códigos JEL: G17, C53, C58.

Submetido em 15 de fevereiro de 2017. Reformulado em 8 de março de 2018.
Aceito em 21 de março de 2018. Publicado on-line em 12 de junho de 2018. O artigo foi
avaliado segundo o processo de duplo anonimato além de ser avaliado pelo editor. Editor
responsável: Marcio Laurini.

* Departamento de Economia, Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ, Brasil.
E-mail: aboliveira@id.uff.br

** Escola de Economia de São Paulo - FGV e CEQEF-FGV, São Paulo, SP, Brasil.
E-mail: pedro.valls@fgv.br. O segundo autor agradece o financiamento do CNPq
(309158/2016-8) e da FAPESP (2013-22930-0).

Rev. Bras. Finanças (Online), Rio de Janeiro, Vol. 15, No. 2, June 2017, pp. 197-225

ISSN 1679-0731, ISSN online 1984-5146

©2017 Sociedade Brasileira de Finanças, under a Creative Commons Attribution 3.0 license -
<http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>

Abstract

Petroleum is an important energy commodity, being used in different activities, having a direct or indirect effect on several sectors in the economy. This commodity has unstable prices, as a result of geopolitical shocks as well as market shocks in the perspective of technological innovation in the area of energy and changing consumption patterns. In this work we study the volatility of the main reference oil prices with three models: GARCH; GARCH with regime change (MS-GARCH); and unconditional variance model with regime change (MSIH). The models are compared in terms of predictive performance and value-at-risk outside the estimation sample. We can identify different regimes on oil prices. The models with Markovian Switching are the best models using predictive performance and also the value at risk performance metric.

Keywords: Volatility Models with Regime Switching; GARCH; Oil Prices.

1. Introdução

O petróleo é uma importante commodity energética, sendo usado na produção de combustível e apresentando inúmeros subprodutos nos mais diversos setores da economia. Entretanto seus preços são instáveis, resultantes de fatores geopolíticos além de choques de mercado (Economou, 2016; Hamilton, 2011). Neste caso a estimativa de modelos econôméticos fica dificultada, pois sua dinâmica de dependência e parâmetros se altera ao longo do tempo.

Os preços do petróleo passam por períodos de estabilidade e instabilidade ao longo do tempo. Em determinados períodos a variação dos preços é estável, apresentando baixa volatilidade que permanece por um determinado tempo; em outros períodos, após um choque, os preços possuem maior variação e permanecem em um estado de alta volatilidade.

Os preços do petróleo são uma commodity que possui retornos com as mesmas características das séries temporais financeiras, caracterizada pelos fatos estilizados dos retornos dos ativos financeiros (Tsay, 2010): pouca dependência nos retornos, com retorno médio próximo a zero e distribuição levemente assimétrica; aglomerados de volatilidade, períodos de alta volatilidade são seguidos por alta volatilidade e períodos de baixa volatilidade seguidos por menos volatilidade; caudas pesadas, com maior frequência de valores extremos do que a distribuição normal.

As cotações dos ativos possuem mudança de comportamentos dos retornos entre períodos de alta e baixa volatilidade. Os modelos de volatilidade descrevem as características das séries temporais financeiras, modelando os aglomerados de volatilidade através da correlação dos quadrados dos retornos.

A cadeia de Markov descreve um processo estocástico que transita ao longo do tempo entre um número finito de estados, com uma memória limitada de acordo com a especificação do processo (Ross, 2014). A mudança do comportamento dos preços entre períodos de alta e baixa volatilidade pode ser descrita com momentos condicionais aos estados (Krolzig, 1997; Hamilton, 1994), com transição entre os regimes de alta e baixa volatilidade ao longo do tempo.

A volatilidade descreve a dinâmica de dependência do risco, geralmente expresso pela variância ou desvio padrão. Neste artigo vamos estudar a volatilidade dos retornos dos preços do petróleo com modelos de volatilidade com mudança de regime, consideramos os dois principais preços de referência no mercado: Brent e WTI. Iremos comparar os modelos GARCH, GARCH com mudança de regime e modelo com variância com mudança de regime. Desta forma podemos controlar a importância das dinâmicas da heteroscedasticidade condicional e dependência dos estados para descrever a volatilidade.

No modelo GARCH temos um modelo de série temporal para heteroscedasticidade condicional. No modelo de variância com mudança de regime, descrevemos a volatilidade apenas pelas transições entre os estados de alto e baixo risco ao longo do tempo. No modelo GARCH com mudança de regime (MS-GARCH) temos a presença de heteroscedasticidade condicional que possui dinâmica diferente ao longo dos estados de alta e baixa dos preços no mercado de petróleo.

Existem diferentes especificações de modelo de volatilidade com mudança de regime. Cai (1994), Hamilton & Susmel (1994) consideram modelos ARCH com mudança de regime, o segundo introduzindo a mudança de regime por um fator de escala na volatilidade. Dueker (1997) estuda um modelo GARCH, mas apenas mudança de regime nos parâmetros ARCH e considerando distribuição t de Student com graus de liberdade condicional ao estado. Gray (1996), Klaassen (2002), Haas et al (2004), Marcucci (2005) e Bauwens et al (2010) consideram modelos GARCH com mudança de regime.



Klaassen (2002) condiciona mais informação na estimação da volatilidade em relação ao modelo de Gray (1996). Marcucci (2005) adiciona mudança de regime nos graus de liberdade da distribuição de caudas pesadas ao modelo de Klaassen (2002). A estimação do modelo GARCH com mudança de regime é dificultada pela dependência da trajetória dos estados, Bauwens et al (2010) propõem estimação bayesiana. O modelo MSGARCH de Haas et al (2004) se destaca por dinâmica bem-comportada e estimação simplificada, sendo o modelo GARCH com mudança de regime estimado na parte empírica.

Neste trabalho estudamos os choques dos preços do petróleo e comparamos modelos de volatilidade. A seção 2 apresenta os modelos de séries temporais com mudança de regime e os modelos de volatilidade, modelo GARCH com e sem mudança de regime. A seção 3 estuda as principais cotações dos preços do petróleo, caracterizando seu comportamento de mudanças de regime e volatilidade entre diferentes períodos de choques e crises financeiras. A seção 4 avalia os modelos de volatilidade dentro e fora da amostra de estimação. A seção 5 encerra o artigo com as considerações finais.

2 Modelos de Séries Temporais Financeiras

Os modelos de séries temporais descrevem a dependência temporal de uma sequência de realizações de uma variável no tempo. Entre os modelos de séries temporais temos os modelos para a dependência dos preços e retornos da classe ARIMA e os modelos de volatilidade GARCH. Nos modelos de série temporal com mudança de regime temos modelos de séries temporais que possuem dinâmica de dependência condicional aos estados, permitindo correlação diferente entre os estados de alta e baixa volatilidade. Começamos apresentando os modelos de série temporal com mudança de regime; depois o modelo GARCH; em seguida o modelo GARCH com mudança de regime (MSGARCH).

2.1 Modelo de Série Temporal com Mudança de Regime

Os modelos de série de temporal com mudança de regime consistem em modelos de série de tempo que se caracterizam por dois processos que descrevem a série temporal: um modelo de série temporal,

geralmente um modelo autoregressivo; e um processo estocástico para a descrição do estado subjacente ao regime da série temporal.

O modelo de série temporal com mudança de regime Markoviana é um modelo dinâmico, com parâmetros variantes no tempo, de acordo com o estado em que o processo se encontra. Um modelo autoregressivo de ordem p , AR(p), para N estados para os regimes possíveis, $s_t \in \{1, 2, \dots, N\}$, denotado por MS(N)-AR(p) é dado por:

$$\begin{aligned} y_t &= v_{st} + \alpha_{1,st}y_{t-1} + \alpha_{2,st}y_{t-2} + \dots + \alpha_{p,st}y_{t-p} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &\sim N(0, \sigma_{st}^2) \\ P\{S_{t+1} = j | S_t = i\} &= p_{i,j} \\ \sum_{j=1}^N p_{i,j} &= 1, \quad i = 1, 2, \dots \quad \text{e } p_{i,j} \geq 0, \forall i, j. \end{aligned}$$

O modelo de série de tempo com mudança de regime é bastante flexível e podemos considerar como parâmetros dependentes do regime: a média¹ μ_{st} ; o termo de intercepto, v_{st} ; os coeficientes autoregressivos, $\alpha_{p,st}$; e a variância, σ_{st}^2 (Krolzig, 1997). Em geral nas aplicações empíricas alguns parâmetros do modelo apresentam mudança de regime enquanto outros componentes são invariantes ao regime.

No modelo com mudança de regime os estados assumidos pela série temporal ao longo do tempo, s_t , são descritos por uma cadeia de Markov. Num processo de Markov a transição entre os estados ao longo das realizações do processo estocástico depende apenas do estado presente e do estado a ser assumido no próximo período, e é independente dos estados passados (Ross, 2014).

$$P\{S_{t+1} = j | S_t = i, S_{t-1} = i_{n-1}, \dots, S_1 = i_1\} = P\{S_{t+1} = j | S_t = i\}$$

¹ Na análise de modelos de mudança de regime existe uma relação entre os modelos com média e intercepto. O modelo autoregressivo ajustado pela média é dado por: $(y_t - \mu_{s_t}) = \alpha_{st}(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) + \varepsilon_t$, enquanto o modelo com intercepto tem a forma $y_t = v_{st} + \alpha_{st}y_{t-1} + \varepsilon_t$. Assim, $\mu_{s_t} = (1 - \sum_{j=1}^p \alpha_{js_t})^{-1} * v_{st}$. A dinâmica de ajuste de modelo com mudança de regime com mudança na média é abrupta, após a transição de regime, enquanto o modelo com intercepto implica uma dinâmica de ajuste mais lenta.

A previsão do modelo com mudança de regime é feita pela esperança da série temporal l passos à frente condicionada ao conjunto de informação do período corrente, $E[y_{t+l}|y_t, s_t; \theta]$. Para o modelo com mudança de regime a previsão da observação da série temporal e de sua variância, um passo a frente, são expressas como:

$$E(y_{t+1}|y_t, s_t; \theta) = \sum_{st=1}^N y_{st+1} * P\{s_{t+1}|y_t; \theta\} \text{ e}$$

$$E(\sigma_{t+1}^2|y_t, s_t; \theta) = \sum_{st=1}^N \sigma_{st+1}^2 * P\{s_{t+1}|y_t; \theta\}.$$

A estimção do modelo de mudança de regime Markoviana é feita pela maximização da função de verossimilhança, a partir das densidades condicionais aos estados ponderadas pela probabilidade do regime (Kim; Nelson, 1999; Hamilton, 1994).

O modelo de série de tempo com mudança de regime no intercepto e na variância consiste em um modelo com heterocedasticidade condicional. Como a variância é condicional ao estado, a variância esperada é variante no tempo de acordo com a mudança da probabilidade do regime. A partir de um nível de baixa volatilidade, a volatilidade depende da variância do período passado e da probabilidade do regime que é inferida das observações correntes. Considere um modelo com dois regimes, a variância condicional é descrita por:

$$E(\sigma_{t+1}^2|y_t, s_t; \theta) = \sigma_{s1}^2 + (\sigma_{s2}^2 - \sigma_{s1}^2) * P\{S_{t+1} = 2|I_t\}.$$

2.2 Modelo GARCH

Os modelos de volatilidade da família GARCH incluem diversas formulações para a volatilidade (Tsay, 2010), que geralmente são uma adaptação do modelo GARCH. O modelo GARCH (Generalizado ARCH) descreve a volatilidade como função dos retornos passados e a própria volatilidade prévia. De forma geral, seja a série de retornos não correlacionados o modelo GARCH(r,s) será dado por:

$$r_t = u_t = h_t * v_t ; \quad v_t \sim NI(0,1)$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j h_{t-j}^2$$

Onde os erros v_t podem ser gaussianos, $N(0,1)$, ou ter uma distribuição t-Student com n graus de liberdade, t_n , ou qualquer outra distribuição

paramétrica. Seja no modelo GARCH(r,s), s=0 então temos o modelo ARCH(r).

A persistência no modelo de volatilidade é uma medida de permanência de impacto de um choque sobre a previsão da volatilidade, o fator de decaimento associado a solução da equação de diferenças da previsão da volatilidade. No modelo GARCH a persistência é dada pela soma dos coeficientes ARCH e GARCH, $\lambda = \sum_{i=1}^r \alpha_i + \sum_{j=1}^s \beta_j$.

A volatilidade tem um padrão de comportamento que se altera ao longo do tempo, em determinados períodos a volatilidade é maior que outros. Estudos de simulação mostram que os modelos GARCH têm persistência muito elevada quando há quebra estrutural na variância incondicional (Lamoreaux; Lastrapes, 1990) Ou Na Variância Condicional (Hwang; Valls Pereira, 2008; Hwang; Satchell; Valls Pereira, 2007). Se considerarmos a mudança de patamar da volatilidade, controlando com uma variável *dummy* na equação da volatilidade do modelo GARCH, podemos diminuir a persistência.

A grande persistência da volatilidade com viés sobre os parâmetros estimados está associada à quebra estrutural na variância não condicional. A volatilidade muda seu comportamento no tempo e se não modelarmos esta alteração de comportamento, como mudança de patamar, os parâmetros estimados acabam viesados com superestimação da persistência da volatilidade.

Uma forma de adaptar os modelos GARCH para uma correta estimação da persistência seria pela estimação de um modelo GARCH com variáveis dummies para os momentos de maior volatilidade, $t > t^*$. Sendo o modelo GARCH com variáveis dummy:

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_{0,i} * d_{i,t} + \sum_{i=1}^r \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j h_{t-j}^2.$$

Isto permite captar a mudança de patamar da volatilidade correspondendo a quebra estrutural na variância incondicional, que apresenta um processo com duas variâncias incondicionais:

$$VAR(u_t) = \begin{cases} \frac{\alpha_0}{1 - (\sum_{i=1}^r \alpha_i + \sum_{j=1}^s \beta_j)} , \text{no período de baixa volatilidade } t < t^*; \\ \frac{\alpha_0 + \alpha_{0,i}}{1 - (\sum_{i=1}^r \alpha_i + \sum_{j=1}^s \beta_j)} , \text{no período de alta volatilidade } t > t^*. \end{cases}$$



A solução de variáveis dummies no modelo GARCH compensa a incapacidade do modelo de alterar o nível da volatilidade, correspondendo à alteração na variância incondicional. O modelo tenta capturar este efeito alterando os coeficientes sobre os retornos passados e volatilidade anterior, cuja soma mais próxima da unidade alteram o patamar da variância não condicional.

No entanto, isto é uma solução *ad-hoc* e também determinística. O modelo GARCH com mudança de regime permite modelar a mudança do processo GARCH e da variância incondicional ao longo da amostra de acordo com um processo de Markov.

2.3 Modelo GARCH com Mudança de Regime

O modelo GARCH com mudança de regime (MSGARCH) é um modelo flexível para descrever a dinâmica da volatilidade. As correlações são diferentes nos períodos de alta e baixa volatilidade e temos a transição entre os períodos de alta e baixa volatilidade no tempo.

No modelo GARCH com mudança de regime os parâmetros são condicionais aos estados, o que implica que a própria volatilidade é condicional aos estados de alta e baixa volatilidade. No modelo GARCH com mudança de regime, assim como no modelo GARCH tradicional, a volatilidade depende dos choques passados e volatilidade passada. A volatilidade possui uma natureza recursiva, porém como temos diferentes estados criamos um modelo com estimação não factível, pois depende de todos as trajetórias da volatilidade nos estados.

Para tornar tratável a estimação da volatilidade com mudança de regime temos diferentes abordagens. Cai (1994) e Hamilton & Susmel (1994) consideram um modelo ARCH com mudança de regime, eliminando a dependência da volatilidade precedente e dos estados passados. Gray (1996), Klaasen (2002) e Marcucci (2005) especificam a dependência sobre o valor esperado da volatilidade passada, integrando sobre os regimes e limitando a dependência dos estados ao período passado. Haas (2004) considera a desagregação da volatilidade nos estados, permitindo um modelo mais tratável, com propriedades dinâmicas mais claras e estimação comprehensiva. Este último modelo será considerado neste artigo.

O modelo MS(2)GARCH(1,1) denota o modelo GARCH(1,1) com mudança de regime com dois estados. O modelo MS(2)GARCH(1,1) é dado por:

$$Y_t = h_t \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim NI(0, \sigma^2); \\ h_t^2(S_t = 1) = \alpha_{0_1} + \alpha_{1_1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_{1_1} h_{t-1}^2(S_t = 1), \quad se S_t = 1; \\ h_t^2(S_t = 2) = \alpha_{0_2} + \alpha_{1_2} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_{1_2} h_{t-1}^2(S_t = 2), \quad se S_t = 2;$$

, com as probabilidades de transição:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}.$$

No modelo MSGARCH do Haas et al (2004) a volatilidade depende da chegada de nova informação e volatilidade passada no mesmo estado. Desta forma temos um modelo em que uma maior (menor) volatilidade passada leva a maior (menor) volatilidade corrente, no mesmo regime. Desagregamos a volatilidade entre os diferentes estados.

Uma vantagem desta especificação é que os parâmetros têm a mesma interpretação que o modelo GARCH usual, onde α_1 mede o impacto do choque passado e β_1 a memória da volatilidade. Nas especificações de Gray (1996) e Klaasen (2002), podemos ter mais volatilidade em um estado de baixa que não resulta da maior volatilidade passada neste estado, mas do aumento da probabilidade do regime de alta volatilidade no período passado.

Podemos generalizar o modelo MSGARCH com mudança de regime para S estados, com a seguinte especificação matricial:

$$H_t = A_0 + A_1 \varepsilon_{t-1}^2 + B_1 H_{t-1}$$

, onde $H_t = [h_t^2(s=1) \ h_t^2(s=2) \ ... \ h_t^2(s=S)]'$;

$$A_0 = [\alpha_{0_1} \ \alpha_{0_2} \ ... \ \alpha_{0_S}]';$$

$$A_1 = [\alpha_{1_1} \ \alpha_{1_2} \ ..., \ \alpha_{1_S}]';$$

$$B_1 = diag(\beta_{1_1}, \ \beta_{1_2}, \ ..., \ \beta_{1_S});$$

e

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1s} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{s1} & p_{s2} & \dots & p_{ss} \end{bmatrix}.$$

A estimação do MSGARCH é feita a partir da maximização da função de log-verossimilhança. Semelhante a estimação dos modelos de séries temporais com mudança de regime.

3. Cotações do Petróleo: Choques Sobre os Preços e Volatilidade

Esta seção descreve e caracteriza a evolução dos preços do petróleo e faz uma análise da persistência da volatilidade estimada pelos modelos GARCH. Consideramos as duas principais cotações de preços de referência para o petróleo, as cotações do petróleo tipo Brent e WTI entre 1987 a 2016.

Os preços do petróleo têm sua evolução marcada principalmente por questões geopolíticas; de oferta, com atuação importante da OPEP com exercício de poder de mercado; demanda, relacionada ao crescimento/recessão dos países. A atuação da OPEP por ora leva a pressões altistas outras baixistas, devido à dificuldade de alinhamento de interesses dos membros com violações das quotas do cartel. Outro fator importante é a dinâmica da indústria, que tem passado por um movimento de eficiência energética e surgem fontes alternativas de energia.

A presença de fatores geopolíticos, além dos movimentos usuais de oferta e demanda, leva a um comportamento instável dos preços do petróleo. Podemos dividir o período de análise em intervalos com choques de volatilidade, agrupando eventos anormais que levaram a incerteza e movimentos extremos dos preços até se dissiparem. As séries de preços do petróleo Brent e WTI (Figura 1) tem sua evolução ao longo de tempo marcada por diferentes fases com choques sobre os preços.

Inicialmente a cotação está num nível mais baixo, cerca de 20 US\$/barril, que é interrompido com um salto em agosto de 1990 com a Guerra do Golfo após invasão do Kuwait pelo Iraque, o incremento da produção da Arábia Saudita permite a estabilização dos preços e a atuação bélica americana rápida leva ao término da guerra em abril de 1991. No período de 1992 a 1998, o mercado começa estável por longo período, mas

termina com queda dos preços com um quadro recessivo com as crises do Sudeste Asiático em 1997 seguida pela crise da Rússia em 1998. Entre 1999 e 2001, começamos com aumentos dos preços com a recuperação econômica em 1999 em conjunto com a diminuição da produção da OPEP frente à demanda mundial menos aquecida que ocorre desde o período de crise. Em 2001 ocorre uma queda dos preços em função da incerteza mediante os ataques terroristas nos EUA.

A trajetória de expansão nos preços permanece a partir de 2003 com a economia aquecida com importante atuação das economias emergentes com crescimento acelerado, com destaque para China para a demanda por petróleo. Entre o final de 2001 até o final de 2004 os preços experimentam uma primeira trajetória de alta, em julho de 2004 supera o valor de US\$40/barril mas volta a ficar abaixo desta cotação até o final do ano, esta trajetória é marcada por dois choques em 2002: a crise na Venezuela, com greve no setor petrolífero que compromete a produção como uma nova tentativa de retirar Hugo Chavez do poder após o Golpe de estado fracassado; e a invasão das tropas americanas ao Iraque, no contexto da luta contra o terrorismo e pela alegada posse do Iraque de armas de destruição em massa.

A partir de 2005 os preços evoluem em uma segunda trajetória de alta no super ciclo das commodities, superando e se mantendo acima dos US\$40/barril, inaugurando um novo patamar de preços que ficam persistentemente acima dos níveis mais elevados desde o início da série. O movimento de alta entre 2005 e 2009 é interrompido apenas com a crise Sub-prime que fez os preços caírem vertiginosamente, com a apreensão de redução da demanda no quadro recessivo da economia mundial. Os preços começam a se recuperar durante 2009 e voltam a aumentar já em 2010, com a sinalização de recuperação econômica de vários países.

No período de 2010 a 2014, temos um processo de alta nos preços que apresentam salto em 2011 com a Primavera Árabe e se mantêm neste patamar até o primeiro semestre de 2014, mesmo com as instabilidades durante a crise Grega e da zona do Euro. A partir do início de 2015 os preços iniciam uma nova fase de baixos preços, marcada por excesso de capacidade de produção em relação à demanda.

Os preços do petróleo possuem movimentos de alta quando a demanda pressiona a capacidade de produção e de queda quando a capacidade de produção se torna maior que a demanda do mercado. Os movimentos de queda de preços neste período tiveram a contribuição



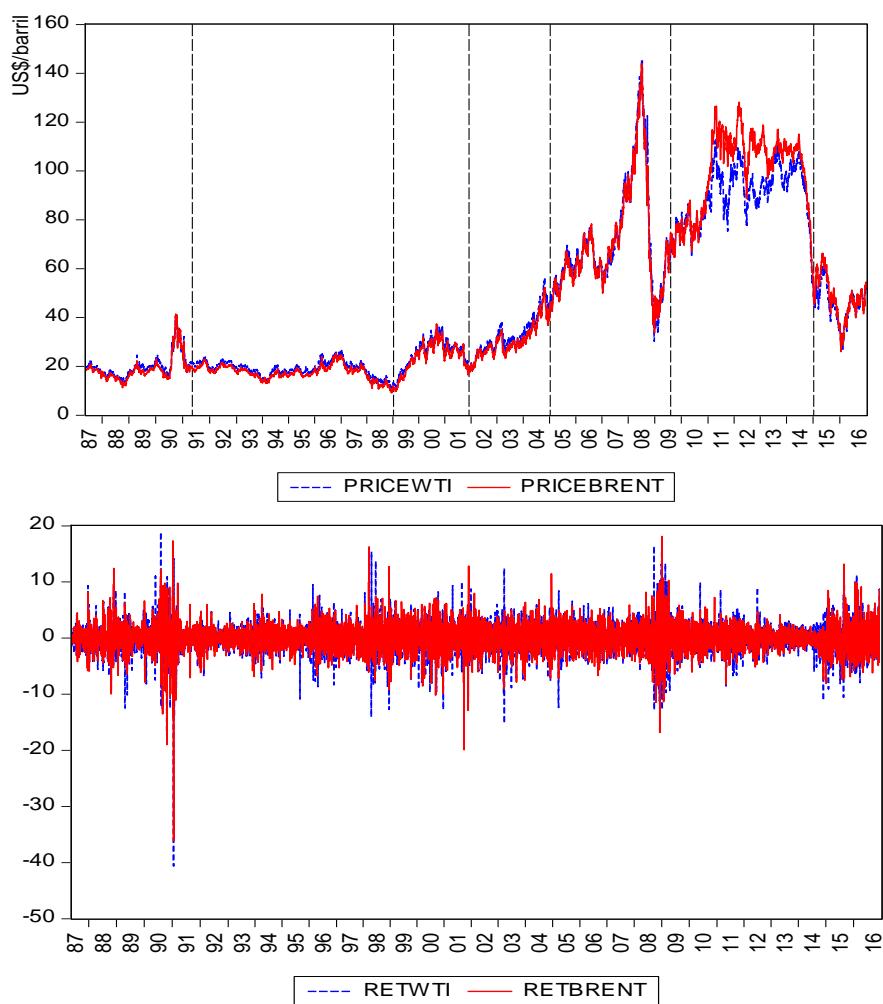
importante do aumento de produção dos países fora da OPEP com destaque para a exploração de petróleo não convencional nos EUA no final da série (Pedrosa; Corrêa, 2016). A demanda dos países emergentes foi um fator importante para aumento dos preços neste período (Hamilton, 2011). Os choques geopolíticos e crises econômicas amplificam os movimentos de preços ao longo das interações de oferta e demanda.

Os choques geopolíticos, que descrevem os conflitos armados nos países produtores, afetam a capacidade esperada de produção pela incerteza quanto à possibilidade de extração e transporte. Entre 1987 a 2016, os choques geopolíticos apresentam menor magnitude e frequência e temos maior destaque para os choques dirigidos por fatores econômicos (Economou, 2016).

O comportamento instável dos preços com efeito de choques geopolíticos, choques de demanda e oferta faz com que os retornos para as cotações do petróleo sejam muito instáveis (Figura 1). Como resultado os retornos para o petróleo apresentam “*clusters*” de volatilidade, com grupamentos de instabilidade e estabilidade se adensando ao longo do tempo, similar as séries financeiras. Os retornos do petróleo exibem características comuns aos retornos financeiros.

Conforme os inúmeros choques sobre as cotações do Petróleo Brent e seu retorno sobre o período analisado os modelos de série temporal apresentam um ajuste limitado devido às quebras estruturais. Na presença de mudança estrutural no processo gerador da variância os modelos GARCH apresentam uma elevada persistência (Hwang; Valls Pereira, 2008; Hwang; Satchell; Valls Pereira, 2007; Lamoreaux; Lastrapes, 1990).

Figura 1 – Cotações e Retornos do Petróleo Brent e WTI (1987-2016)



Nota: Períodos selecionados: 21/05/1987 a 30/04/1991 - Guerra do Golfo; 01/05/1991 a 31/12/1998 - Crise Asiática e Crise Russa; 01/01/1999 a 19/11/2001- Ataque Terrorista de 11 de Setembro; 20/11/2001 a 30/12/2004- Crise Venezuelana e Invasão Americana ao Iraque; 01/01/2005 a 28/07/2009 - Crise Sub-prime; 29/07/2009 a 31/12/2014 - Primavera Árabe e Crise da Zona do Euro; 01/01/2015 a 30/12/2016 - Excesso de Capacidade.

Os modelos GARCH apresentam persistência superestimada quando o processo da variância incondicional possui quebra estrutural, mudança do nível da volatilidade e a quebra estrutural na variância incondicional. Como discutido na seção 2.2 para se adaptar a mudança da variância incondicional ao longo das realizações da série financeira a persistência pode se elevar ou o termo da constante da equação da variância. A estimativa dos modelos GARCH em sub-amostras permite o intercepto e persistência distinta sobre as sub-amostras em relação ao modelo estimado sobre a série inteira. O uso de *dummies* para os períodos de sub-amostras é uma alternativa para permitir a variância condicional e incondicional se alterar sobre a série.

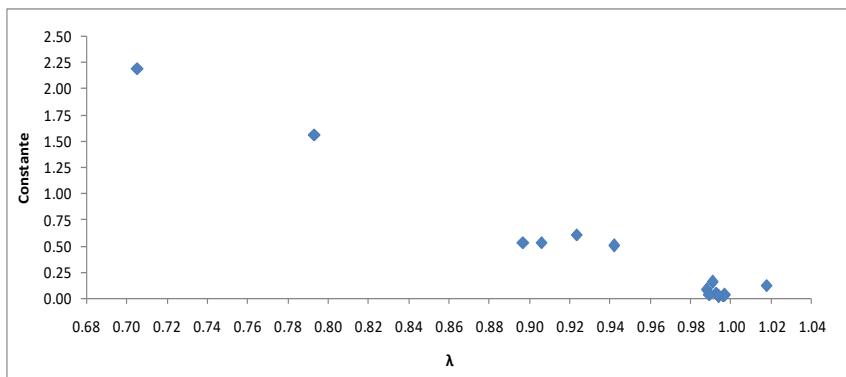
A tabela 1 apresenta os resultados da estimativa dos modelos GARCH em sub-amostras e amostra completa. Podemos observar que a persistência difere entre o modelo para a amostra completa e sub-amostras de forma importante caracterizando o viés de persistência.

Nas estimativas para os retornos do Petróleo Brent temos maior variação da persistência, do que para os retornos das cotações do Petróleo wti. A primeira sub-amostra, 1987-1991, corresponde a um período de instabilidade relacionado a problemas geopolíticos do petróleo, justificando a alta instabilidade e persistência, $\lambda = 1.0175$, para esta subamostra há evidências que o modelo adequado seria um IGARCH. A segunda subamostra, 1991 a 1998 se situa no período com menos choques, no entanto a persistência permanece elevada, 0.9959. A terceira subamostra, 1999-2001, indica uma menor persistência estimada, 0.9231 em consonância com a menor presença de choques. No quarto período de sub-amostra, 2001-2004, os preços estão se elevando devido ao aumento da pressão de demanda, no entanto a persistência é 0.8969 e a instabilidade menor. No período, 2004-2009, engloba a crise subprime e momento de recessão indo de elevada queda da cotação até uma tendência de recuperação, onde os agentes estão “tateando” os preços em busca de determinar seu valor fundamental justificando a maior persistência, 0.9936. No último período a persistência se reduz.

Os retornos para o petróleo wti também apresentam variação da persistência nas amostras estimadas, as maiores persistências se concentram nos períodos de maior instabilidade como durante a crise Subprime, período da primavera árabe e da crise da zona do Euro e durante a amostra que engloba a guerra do Golfo.

Pela análise da volatilidade dos modelos GARCH e a persistência estimada dos choques os preços do petróleo, após a guerra do Golfo, saíram de um período de menor instabilidade/volatilidade se desenhandando um mercado mais instável para as amostras mais recentes. Ainda existe uma relação inversa entre a persistência e a constante da equação da variância (Figura 2), caracterizando os ajustes sobre estes parâmetros para se adaptar a mudanças da variância não condicional ao longo do tempo.

Figura 2 – Diagrama de Dispersão: Persistência x Constante da Equação da Variância.



A mudança de constante para a equação da variância ajuda a diminuir a persistência, mas isto não foi suficiente para uma melhor estimativa da persistência nos modelos. A escolha das sub-amostras referentes aos períodos de maior volatilidade foi baseada na informação histórica e observação do comportamento da série, um procedimento *ad-hoc*. A identificação de períodos de mais alta e mais baixa volatilidade deve ser feita por inferência usando os dados, se tivermos certeza acerca deles e sua transição mesmo o modelo de volatilidade determinístico usando sub-amostras poderia dar uma estimativa correta da persistência.

Tabela 1 – Persistência para os Modelos GARCH(1,1): Amostra e Sub-amostras

| Amostra | 1987-2016 | 1987-1991 | 1991-1998 | 1999-2001 | 2001-2004 | 2005-2009 | 2009-2014 | 2015-2016 |
|--------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Série: Brent | | | | | | | | |
| c | 0.0285 (0.0000) | 0.1190 (0.0083) | 0.0222 (0.0328) | 0.6061 (0.0199) | 0.5337 (0.0368) | 0.0429 (0.0393) | 0.0168 (0.0125) | 1.5597 (0.0248) |
| α | 0.0585 (0.0000) | 0.1855 (0.0000) | 0.0446 (0.0000) | 0.1055 (0.0000) | 0.0520 (0.0329) | 0.0367 (0.0000) | 0.0500 (0.0000) | 0.0911 (0.0036) |
| β | 0.9383 (0.0000) | 0.8320 (0.0000) | 0.9513 (0.0000) | 0.8176 (0.0000) | 0.8448 (0.0000) | 0.9557 (0.0000) | 0.9436 (0.0000) | 0.7021 (0.0000) |
| λ | 0.9969 | 1.0175 | 0.9959 | 0.9231 | 0.8969 | 0.9924 | 0.9936 | 0.7932 |
| Observações | 7413 | 1004 | 1909 | 717 | 770 | 1142 | 1358 | 513 |
| AIC | 4.1973 | 4.3074 | 3.8925 | 4.7999 | 4.4878 | 4.4887 | 3.6202 | 4.8559 |
| SC | 4.2019 | 4.3319 | 3.9071 | 4.8255 | 4.5180 | 4.5064 | 3.6356 | 4.8889 |
| Série: WTI | | | | | | | | |
| c | 0.0504 (0.0000) | 0.1537 (0.0069) | 0.0316 (0.0161) | 2.1905 (0.0227) | 0.5327 (0.0089) | 0.0761 (0.0486) | 0.0330 (0.0285) | 0.5011 (0.0355) |
| α | 0.0637 (0.0000) | 0.1260 (0.0000) | 0.0408 (0.0000) | 0.1179 (0.0000) | 0.0745 (0.0000) | 0.0593 (0.0000) | 0.0468 (0.0000) | 0.1056 (0.0017) |
| β | 0.9291 (0.0000) | 0.8648 (0.0000) | 0.9522 (0.0000) | 0.5874 (0.0000) | 0.8315 (0.0000) | 0.9285 (0.0000) | 0.9427 (0.0000) | 0.8363 (0.0000) |
| λ | 0.9928 | 0.9908 | 0.9930 | 0.7053 | 0.9059 | 0.9878 | 0.9894 | 0.9420 |
| Observações | 7413 | 1004 | 1909 | 717 | 770 | 1142 | 1358 | 513 |
| AIC | 4.3204 | 4.5588 | 3.9845 | 4.8147 | 4.5641 | 4.5563 | 3.8137 | 4.9421 |
| SC | 4.3260 | 4.5881 | 4.0019 | 4.8466 | 4.5943 | 4.5828 | 3.8367 | 4.9834 |

Nota: (1) Os períodos das Sub-amostras são: 21/05/1987 a 30/04/1991; 01/05/1991 a 31/12/1998; 01/01/1999 a 19/11/2001; 20/11/2001 a 30/12/2004; 01/01/2005 a 28/07/2009; 29/07/2009 a 31/12/2014; 01/01/2015 a 30/12/2016. (2) Os p-valores estão em parênteses.

O propósito desta seção foi mostrar que os modelos de volatilidade GARCH resultam em estimação enviesada da persistência quando a série temporal tem mudança do patamar da volatilidade em suas observações. Esta alteração da volatilidade corresponde a um processo gerador dos dados com variância incondicional que se altera sobre os regimes, os modelos de volatilidade GARCH tentam capturar isto alterando o nível do termo de intercepto e da persistência, mas a especificação correta é um modelo de mudança de regime.

4. Resultados Empíricos

No estudo da volatilidade iremos estimar os modelos para as duas principais cotações do petróleo: Brent, cotação de referência para o mercado europeu; Wti, preço de referência para o mercado americano. Para uma análise detalhada consideramos dois períodos: período de baixa volatilidade, 01/01/1994 a 19/11/2001, onde o mercado está mais estável com instabilidade mais presente no final do período com a crise financeira asiática e russa; período de alta volatilidade, 01/01/2010 a 30/12/2016, onde temos a ocorrência de crises financeiras na zona do euro e mudanças tecnológicas no mercado com queda dos preços.

Fazemos uma avaliação dentro e fora da amostra de estimação. Na análise dentro da amostra de estimação agrupamos todas as observações do período de baixa e depois todas as observações do período de alta volatilidade. Na análise fora da amostra de estimação, nos dois períodos, separamos uma parte da amostra para estimação e analisamos o desempenho das previsões um passo à frente.

4.1 Análise Dentro da Amostra de Estimação

Para as duas séries foram estimados três modelos: MSIH, GARCH e MSGARCH. Para os retornos das duas cotações do petróleo, considerando o modelo de série de tempo com mudança de regime, optamos pela estimação de um modelo apenas com constante em função da baixa dependência dos retornos diários. Nos dois períodos o modelo com melhores critérios de informação foi a especificação com 3 regimes.

As estimativas do MSIH para os retornos do petróleo Brent (Tabela 2) no primeiro período, nem todos os parâmetros são significativos para a média, enquanto na volatilidade podemos identificar um regime de baixa volatilidade, média volatilidade e alta volatilidade. O regime de média volatilidade apresenta desvio padrão 52% maior em relação ao regime de baixa volatilidade, enquanto o regime de alta volatilidade possui desvio padrão 2,54 vezes maior. Pela análise da matriz de probabilidades de transição os regimes possuem elevada recorrência, uma vez que entramos em um regime temos elevada probabilidade de permanecer nele.

As estimativas do MSIH para os retornos do petróleo Brent no segundo período também possuem baixa significância para a média, com três regimes para a volatilidade que possuem maior diferença entre as



estimativas em cada estado. O regime de média volatilidade possui desvio padrão aproximadamente duas vezes em relação ao regime de baixa, e desvio padrão no regime de alta volatilidade aproximadamente 3 vezes maior que no regime de baixa. A maior instabilidade fica caracterizada no segundo período, com maiores diferenças entre os desvios padrão em cada regime.

Nos modelos de volatilidade (Tabela 3) apresento apenas os resultados de estimação para a equação da variância, visto que estamos interessados em estimar a volatilidade, para todas as especificações a equação da média foi estimado com um modelo AR(1) sem constante (não era significativa). O modelo GARCH com melhores critérios de informação para a cotação Brent foi o modelo GARCH(1,1), no primeiro período a distribuição normal foi mais adequada enquanto no segundo período o melhor ajuste foi com a distribuição t de Student. A persistência nos dois períodos é elevada, levemente maior no segundo período. Os parâmetros possuem alta significância (com exceção apenas da constante no segundo período, que possui 10% de significância) e os testes de correlação dos quadrados dos resíduos padronizados caracterizam que as correlações não possuem significância relevante.

O modelo GARCH com mudança de regime foi estimado com apenas dois regimes. O modelo de volatilidade com mudança de regime tem muitos parâmetros para serem estimados, frente a muitos regimes nem todos os parâmetros são significativos e nem sempre ocorre convergência. Para a proposta do trabalho de estimar fora da amostra com re-estimação diária, frente ao grande número de estimações optou-se por manter apenas dois regimes por questão de parcimônia.

Para o retorno Brent o modelo MS(2)GARCH, nos dois períodos, indica um primeiro regime de menor nível de volatilidade, menor resposta ao choque passado e maior memória da volatilidade; e um segundo regime de maior nível de volatilidade, maior efeito da chegada de informação e menor memória. Isto caracteriza que no regime de alta volatilidade para as cotações do petróleo Brent temos maior efeito dos choques recentes sobre a volatilidade. Frente a choques no mercado em períodos de alta volatilidade se observa mais o efeito dos movimentos mais próximos, semelhante a períodos de pânico com reação maior aos movimentos recentes do mercado. O regime de alta volatilidade tem menor recorrência, com maior probabilidade de transição do regime de alta volatilidade para o regime de baixa volatilidade em relação à probabilidade de permanecer

no estado de alta volatilidade. Os coeficientes das constantes da volatilidade nem sempre foram significativos.

No modelo MSGARCH temos resposta à variância que muda sobre a amostra com ajustes dos parâmetros com uma equação em cada regime, que desempenha o mesmo papel da estimativa com uma equação em cada sub-amostra como realizado na seção 3.

Tabela 2 – Estimativas do modelo MSIH para os retornos do petróleo tipo Brent.

| | série: retbrent (01/01/1994 - 19/11/2001) | | | série: retbrent (01/01/2010 - 30/12/2016) | | |
|-------------------------|--|---------------|-------------------------|--|----------------|---------------|
| c(s) | s=1 0.0016 | s=2 0.1052 | s=3 -1.0617 | s=1 0.0156 | s=2 -0.1308 | s=3 0.4686 |
| s.e. | (0.0654) | (0.0911) | (0.7977) | (0.0431) | (0.0843) | (0.5649) |
| p-valor | [0.9811] | [0.2483] | [0.1834] | [0.7170] | [0.1210] | [0.4069] |
| $\sigma(s)$ | 1.6044 | 2.4373 | 5.6727 | 1.0459 | 1.9739 | 4.1409 |
| P | $\begin{bmatrix} 0.9921 & 0.0079 & 0.0000 \\ 0.0062 & 0.9758 & 0.0180 \\ 0.0000 & 0.2246 & 0.7754 \end{bmatrix}$ | | | $\begin{bmatrix} 0.9858 & 0.0142 & 0.0000 \\ 0.0098 & 0.9456 & 0.0447 \\ 0.0138 & 0.2555 & 0.7307 \end{bmatrix}$ | | |
| <hr/> | | | | | | |
| Critérios de Informação | | | Critérios de Informação | | | |
| AIC | 4.3995 | | AIC | 3.9232 | | |
| SC | 4.4337 | | SC | 3.9605 | | |

Nota: Erros padrão entre parênteses; valor p entre colchetes; AIC é o critério de informação de Akaike; SC é o critério de informação de Schwarz.

No modelo MSGARCH a persistência em um regime pode ser maior que 1 e ainda sim o modelo ser estacionário. Uma condição necessária para volatilidade com segundo momento finito é que o beta em cada regime seja menor que 1 (HAAS et al, 2004). Para condições suficientes para estacionariedade ver Abranson e Choen (2007).

Considerando todos os modelos estimados para a cotação Brent, os critérios de informação indicam que a melhor especificação no primeiro período é do modelo MS(2)GARCH(1,1). No segundo período o melhor modelo seria o GARCH(1,1), mas com valores muito próximos do MS(2)GARCH(1,1). Fica caracterizado a dinâmica complexa da volatilidade e bons resultados para a proposta de modelo de volatilidade com mudança de regime.



Tabela 3 – Estimativas dos modelos GARCH e MSGARCH para os retornos do petróleo tipo Brent.

| | série: retbrent (01/01/1994 - 19/11/2001) | | | série: retbrent (01/01/2010 - 30/12/2016) | | |
|-------------|---|--|--------------------|--|--------------------|--------------------|
| | GARCH(1,1) | MS(2)GARCH(1,1) | GARCH(1,1) | MS(2)GARCH(1,1) | | |
| a0 | 0.0647 [0.0021] | 0.0063 [0.1352] | 0.2389 [0.1560] | 0.0113 [0.0827] | 0.0042 [0.0825] | 0.0053 [0.0000] |
| a1 | 0.0756 [0.0000] | 0.0145 [0.0000] | 0.3930 [0.0036] | 0.0440 [0.0000] | 0.0173 [0.0007] | 0.2209 [0.0362] |
| b1 | 0.9173 [0.0000] | 0.9787 [0.0000] | 0.8593 [0.0000] | 0.9551 [0.0000] | 0.9733 [0.0000] | 0.9269 [0.0000] |
| gI | - | - | - | 5.98 [0.0000] | - | - |
| P | - | $\begin{bmatrix} 0.9099 & 0.0901 \\ 0.6571 & 0.3429 \end{bmatrix}$ | - | $\begin{bmatrix} 0.8988 & 0.1012 \\ 0.5900 & 0.4100 \end{bmatrix}$ | | |
| | Estatísticas | p-valor | Estatísticas | p-valor | Estatísticas | p-valor |
| AIC | 4.4232 | - | 4.3728 | - | 3.8901 | - |
| SC | 4.4347 | - | 4.3985 | - | 3.9056 | - |
| Q_2(7) | 10.507 | [0.105] | 13.04 | [0.0711] | 12.185 | [0.058] |
| Q_2(14) | 17.862 | [0.163] | 18.708 | [0.1764] | 14.036 | [0.371] |
| LM-ARCH(7) | 1.5114 | [0.1588] | 13.016 | [0.0717] | 1.7123 | [0.1018] |
| LM-ARCH(14) | 1.3297 | [0.1814] | 19.38 | [0.1509] | 1.0435 | [0.4061] |
| | | | | | 10.677 | [0.7112] |

Nota: Valor p entre colchetes; AIC representa o critério de informação de Akaike; SC representa o critério de informação de Schwarz; Q_2(k) é o teste Ljung-Box de correlação dos quadrados dos resíduos padronizados em defasagem k; LM-ARCH(k) é o teste multiplicador de Lagrange do efeito ARCH até a defasagem k.

Para a série dos retornos do tipo WTI (Tabela 4), o modelo MSIH com 3 regimes possui maior recorrência para o regime de alta volatilidade no segundo período, permitindo maior choques na volatilidade com a transição para o regime de alta volatilidade e maior permanência neste regime em relação ao primeiro período.

Considerando o modelo GARCH (Tabela 5), no primeiro período o modelo mais adequado entre as diferentes especificações GARCH foi o modelo ARCH(2), no segundo período voltamos a empregar o modelo GARCH(1,1). Os modelos MS(2)GARCH(1,1), novamente possuem um regime de alta volatilidade com maior nível de volatilidade, maior resposta a chegada de informação e menor dependência da volatilidade passada

(menor beta). No primeiro período o melhor critério de informação foi para o MSGARCH, no segundo o modelo GARCH.

Tabela 4 – Estimativas do modelo MSIH para os retornos do petróleo tipo WTI

| | série: retwti (01/01/1994 - 19/11/2001) | | | série: retwti (01/01/2010 - 30/12/2016) | | |
|-------------------------|--|---------------------------|----------------------------|---|----------------------------|----------------------------|
| c(s) | s=1 0.0418 (0.0745) | s=2 0.0868 (0.0616) | s=3 -0.6780 (0.4746) | s=1 0.0620 (0.0506) | s=2 -0.0645 (0.0676) | s=3 -0.0378 (0.2065) |
| s.e. | | | | | | |
| p-valor | [0.5743] | [0.1590] | [0.1533] | [0.2205] | [0.3400] | [0.8547] |
| $\sigma(s)$ | 1.2862 | 2.0904 | 5.3930 | 1.0783 | 1.8132 | 3.6727 |
| P | $\begin{bmatrix} 0.9885 & 0.0115 & 0.0000 \\ 0.0024 & 0.9559 & 0.0417 \\ 0.0028 & 0.3424 & 0.6549 \end{bmatrix}$ | | | $\begin{bmatrix} 0.987 & 0.013 & 0.000 \\ 0.007 & 0.972 & 0.020 \\ 0.000 & 0.052 & 0.948 \end{bmatrix}$ | | |
| <hr/> | | | | | | |
| Critérios de Informação | | | Critérios de Informação | | | |
| AIC | 4.4483 | | AIC | 4.1231 | | |
| SC | 4.4826 | | SC | 4.1604 | | |

Nota: Erros padrão entre parênteses; valor p entre colchetes; AIC é o critério de informação de Akaike; SC é o critério de informação de Schwarz.

Temos modelos alternativos que podem descrever a heterocedasticidade condicional (Figura 3 – a, b e c). O modelo GARCH descreve a dependência dos quadrados dos erros, descrevendo a dependência temporal no segundo momento. O modelo MSIH descreve a heteroscedasticidade pela variância condicional aos estados e pela transição entre os regimes ao longo do tempo. O modelo MSGARCH considera a dependência dos quadrados dos choques, porém permitindo que sua correlação seja diferente nos regimes de alta e baixa volatilidade.



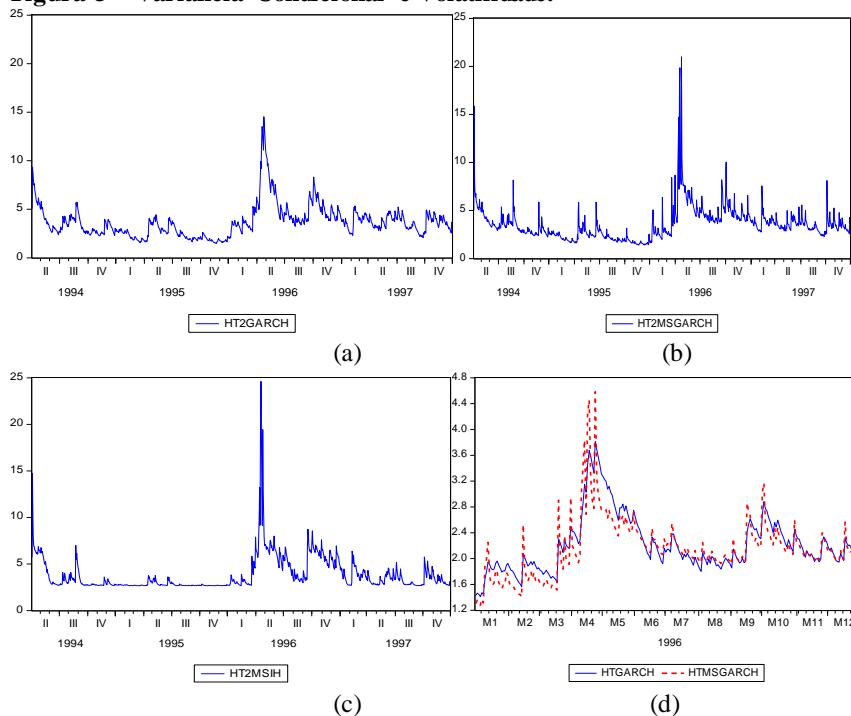
Tabela 5 – Estimativas dos modelos GARCH e MSGARCH para os retornos do petróleo tipo WTL

| | série: retwti (01/01/1994 - 19/11/2001) | | | série: retwti (01/01/2010 - 30/12/2016) | | |
|-------------|---|--|--------------------|---|--|--------------------|
| | ARCH(2) | MS(2)GARCH(1,1) | GARCH(1,1) | MS(2)GARCH(1,1) | | |
| a0 | 4.7219 [0.0000] | 0.0050 [0.1377] | 0.0805 [0.0055] | 0.0257 [0.0375] | 0.0143 [0.0235] | 0.5554 [0.1439] |
| a1 | 0.0912 [0.0030] | 0.0103 [0.0000] | 0.5157 [0.0270] | 0.0593 [0.0000] | 0.0303 [0.0000] | 0.0957 [0.1507] |
| a2 | 0.1336 [0.0002] | - | - | - | - | - |
| b1 | - | 0.9830 [0.0000] | 0.8687 [0.0000] | 0.9370 [0.0000] | 0.9561 [0.0000] | 0.9439 [0.0000] |
| g.l. | 4.48 [0.0000] | - | - | 6.53 [0.0000] | - | - |
| P | | $\begin{bmatrix} 0.9257 & 0.0743 \\ 0.6037 & 0.3963 \end{bmatrix}$ | | | $\begin{bmatrix} 0.9640 & 0.0360 \\ 0.4696 & 0.5304 \end{bmatrix}$ | |
| | Estatísticas | p-valor | Estatísticas | p-valor | Estatísticas | p-valor |
| AIC | 4.4783 | - | 4.4359 | - | 4.1041 | - |
| SC | 4.4925 | - | 4.4616 | - | 4.1196 | - |
| Q_2(7) | 11.265 | [0.081] | 9.0066 | [0.2522] | 8.996 | [0.174] |
| Q_2(14) | 14.046 | [0.371] | 21.224 | [0.0960] | 14.589 | [0.334] |
| LM-ARCH(7) | 1.5435 | [0.1481] | 8.8917 | [0.2605] | 1.266248 | [0.2633] |
| LM-ARCH(14) | 0.9695 | [0.4824] | 20.589 | [0.1126] | 1.039253 | [0.4104] |
| | | | | | 12.338 | [0.5792] |

Nota: Valor p entre colchetes; AIC representa o critério de informação de Akaike; SC representa o critério de informação de Schwarz; Q_2(k) é o teste Ljung-Box de correlação dos quadrados dos resíduos padronizados em defasagem k; LM-ARCH(k) é o teste multiplicador de Lagrange do efeito ARCH até a defasagem k.

Uma característica importante é que o modelo MSGARCH descreve a volatilidade com menor persistência do que o modelo GARCH tradicional (Figura 3 – d). Após um choque a volatilidade aumenta, porém no modelo MSGARCH a volatilidade reduz seu nível mais rapidamente ao invés de suavizar o choque por longo período. Isto ocorre porque o regime de alta volatilidade embora possua maior nível e resposta ao choque passado é o regime com menor persistência, pois tem menos memória. Outro elemento que opera para reduzir a persistência é a queda da probabilidade do regime de alta volatilidade com os retornos voltando ao padrão normal após um grande choque.

Figura 3 – Variância Condisional e Volatilidade.



Nota: HT2GARCH, refere-se a variância condicional do modelo GARCH; HT2MSGARCH a variância condicional do MSGARCH; HT2MSIH a variância condicional do modelo MSIH; HTGARCH e HTMAGARCH, são desvios padrão condicionais.

4.2 Análise Fora da Amostra de Estimação

No teste fora da amostra de estimação os cinco primeiros anos foram considerados para estimação, enquanto as observações seguintes são para avaliação. Os modelos são estimados com uma janela móvel dos primeiros cinco anos de dados diários e utilizados para previsões um passo à frente, com frequência de estimação diária. Assim, no período de baixa volatilidade os dados de 01/01/1994 a 31/12/1998 fazem parte da janela de estimação, enquanto as observações de 01/01/1999 a 19/11/2001 são para avaliação das previsões um passo à frente. Da mesma forma, no período de alta volatilidade 01/01/2010 a 31/12/2014 faz parte da amostra de estimação e 01/01/2015 a 30/12/2016 contém a amostra de avaliação. A

cada nova estimativa retira-se a observação mais antiga e adiciona-se a observação mais recente, fazendo previsão sempre um passo à frente fora da amostra de estimativa.

Os dois períodos da análise fora da amostra de estimativa são dois intervalos selecionados da série dos preços analisadas na seção 3, que agrupa intervalos com choques históricos sobre a volatilidade das cotações do petróleo. O primeiro período 01/01/1999 - 19/11/2001 corresponde a terceira amostra. O segundo período 01/01/2015 - 30/12/2016 corresponde a última sub-amostra. Adicionando a janela de estimativa de 5 anos ao período fora da amostra de estimativa recuperamos os intervalos utilizados na avaliação dentro da amostra de estimativa.

A medida de desempenho preditivo adotada foi do erro quadrático médio da previsão de cada modelo de volatilidade em relação à volatilidade instantânea, obtida pelo quadrado dos retornos diários. No primeiro período (01/01/1999 – 19/11/2001) o menor erro de previsão usando a função perda quadrática foi do MSIH, para as duas cotações. Na série Brent pelo teste de Diebold-Mariano o MSIH tem melhor desempenho preditivo sobre a volatilidade ao nível de significância de pelo menos 6%, tanto em relação ao GARCH quanto para o MSGARCH. Para o WTI mantém o menor erro de previsão, porém que possui significância de 14 %.

No período de 01/01/2015 a 30/12/2016 o menor erro de previsão foi obtido pelo GARCH no preço Brent e para o MSGARCH para o WTI. Porém o melhor desempenho preditivo não é significativo em relação a cada modelo alternativo.

O modelo MSIH teve o melhor desempenho nas duas séries no período de baixa volatilidade. No período de alta volatilidade, na série Brent o melhor desempenho foi do modelo GARCH; na série WTI o melhor desempenho foi do MSGARCH. Pelos resultados encontrados a mudança de regime é importante para o desempenho preditivo da volatilidade.

Complementamos a análise dos modelos de volatilidade fora da amostra de estimativa pelo emprego dos modelos de volatilidade em gerar estimativas confiáveis de risco de perda, a partir do valor em risco. O valor em risco é base para definir reservas para proteção contra risco de mercado por instituições financeiras.

Tabela 6 – Desempenho preditivo 1 Passo a frente da volatilidade.

| | MSIH | GARCH | MSGARCH | MSIH | GARCH | MSGARCH |
|---|---------------|---------------|---------|---------------|----------|---------------|
| série: retbrent (01/01/1999 - 19/11/2001) | | | | | | |
| EQM | 364.38 | 371.96 | 376.93 | 305.44 | 308.88 | 314.15 |
| DM. H _{alternativa} : menor | -1.5695 | -1.9345 | | -1.0881 | -1.0842 | |
| p. valor | [0.0585] | [0.0267] | | [0.1385] | [0.1393] | |
| série: retwti (01/01/1999 - 19/11/2001) | | | | | | |
| EQM | 226.15 | 222.39 | 224.59 | 234.29 | 230.66 | 228.38 |
| DM. H _{alternativa} : menor | -0.9035 | -0.7955 | | -0.9657 | -0.5160 | |
| p. valor | [0.1833] | [0.2134] | | [0.1673] | [0.3030] | |
| série: retwti (01/01/2015 - 30/12/2016) | | | | | | |
| EQM | 226.15 | 222.39 | 224.59 | 234.29 | 230.66 | 228.38 |
| DM. H _{alternativa} : menor | -0.9035 | -0.7955 | | -0.9657 | -0.5160 | |
| p. valor | [0.1833] | [0.2134] | | [0.1673] | [0.3030] | |

Nota: EQM representa o erro quadrático médio; DM é a estatística do teste Diebold-Mariano que possui hipótese nula que os dois modelos têm igual desempenho preditivo e hipótese alternativa que o modelo comparado possui menor desempenho preditivo; valor p entre colchetes.

Para o petróleo Brent no primeiro período a menor frequência de violações foi do MSGARCH, para todos os quantis analisados. No segundo período o MSGARCH continua com menor frequência de violações para os quantis de 5% e 2.5%, porém no quantil de 1% o melhor desempenho é para o modelo GARCH com distribuição t de Student. Não podemos rejeitar para o MSGARCH que o valor em risco atende a percentual de violações do quantil pelo teste de Kupiec, e que a ocorrência de violações é independente em primeira ordem pelo teste de Christoffersen.

Para o WTI no primeiro período o MSGARCH possui desempenho semelhante ao MSIH para 5% de probabilidade e melhor desempenho para 2,5%. Para o quantil de 1 % temos menos violações no modelo GARCH. No segundo período o GARCH possui mesmo desempenho que o MSGARCH no primeiro quantil e menos violações nos dois últimos quantis.

Podemos observar que o modelo MSGARCH foi o mais adequado para estimação do valor em risco nos quantis de 5 e 2,5 por cento. No quantil extremo de 1% o melhor desempenho, nas duas séries foi para o GARCH com distribuição t de Student.



Tabela 7 – Valor em risco para os retornos do petróleo tipo Brent.

| MSIH | | | GARCH | | | MSGARCH | | |
|---|-----------------|-------------|-------------|-----------------|-------------|-------------|-----------------|-------------|
| série: retbrent (01/01/1999 - 19/11/2001) | | | | | | | | |
| quantil | freq. violações | p. valor K. | p. valor C. | freq. violações | p. valor K. | p. valor C. | freq. violações | p. valor K. |
| 5 | 0.0530 | 0.7151 | 0.3918 | 0.0516 | 0.8446 | 0.3628 | 0.0460 | 0.6208 |
| 2.5 | 0.0321 | 0.2445 | 0.2272 | 0.0251 | 0.9857 | 0.7687 | 0.0209 | 0.4718 |
| 1.0 | 0.0195 | 0.0234 | 0.0416 | 0.0167 | 0.0983 | 0.1078 | 0.0153 | 0.1826 |
| série: retbrent (01/01/2015 - 30/12/2016) | | | | | | | | |
| quantil | freq. violações | p. valor K. | p. valor C. | freq. violações | p. valor K. | p. valor C. | freq. violações | p. valor C. |
| 5 | 0.0780 | 0.0070 | 0.0201 | 0.0682 | 0.0720 | 0.1824 | 0.0565 | 0.5058 |
| 2.5 | 0.0468 | 0.0047 | 0.0183 | 0.0253 | 0.9606 | 0.7118 | 0.0214 | 0.5969 |
| 1.0 | 0.0253 | 0.0034 | 0.0099 | 0.0097 | 0.9538 | 0.9503 | 0.0136 | 0.4317 |
| | | | | | | | | 0.6662 |

Nota: p. valor K. refere-se ao p valor do teste de Kupiec; p. valor C. refere-se ao p valor do teste de Christoffersen.

Tabela 8 – Valor em risco para os retornos do petróleo tipo WTI

| MSIH | | | GARCH | | | MSGARCH | | |
|---|-----------------|-------------|-------------|-----------------|-------------|-------------|-----------------|-------------|
| série: retwti (01/01/1994 - 19/11/2001) | | | | | | | | |
| quantil | freq. violações | p. valor K. | p. valor C. | freq. violações | p. valor K. | p. valor C. | freq. violações | p. valor C. |
| 5 | 0.0544 | 0.5944 | 0.7239 | 0.0711 | 0.0144 | 0.0381 | 0.0558 | 0.4847 |
| 2.5 | 0.0404 | 0.0149 | 0.0508 | 0.0363 | 0.0700 | 0.1934 | 0.0349 | 0.1099 |
| 1.0 | 0.0223 | 0.0043 | 0.0113 | 0.0167 | 0.0983 | 0.1078 | 0.0223 | 0.0043 |
| série: retwti (01/01/2010 - 30/12/2016) | | | | | | | | |
| quantil | freq. violações | p. valor K. | p. valor C. | freq. violações | p. valor K. | p. valor C. | freq. violações | p. valor C. |
| 5 | 0.0604 | 0.2933 | 0.0780 | 0.0546 | 0.6388 | 0.7975 | 0.0546 | 0.6388 |
| 2.5 | 0.0292 | 0.5490 | 0.5314 | 0.0234 | 0.8136 | 0.7292 | 0.0312 | 0.3870 |
| 1 | 0.0175 | 0.1207 | 0.2554 | 0.0078 | 0.6020 | 0.8458 | 0.0097 | 0.9538 |
| | | | | | | | | 0.9503 |

Nota: p. valor K. refere-se ao p valor do teste de Kupiec; p. valor C. refere-se ao p valor do teste de Christoffersen.

Os resultados indicam que o modelo de GARCH com mudança de regime permite descrição das caudas da distribuição com maior detalhe, embora para os valores extremos seja bem semelhante aos resultados do GARCH com caudas pesadas.

Embora o modelo MSIH tenha apresentado desempenho de erro de previsão melhor ou igual aos modelos GARCH e MSGARCH, não teve bons resultados na estimativa do VaR. O bom resultado do MSIH ao descrever o resultado em média da volatilidade, não foi acompanhado na estimativa do risco sobre os valores na cauda das perdas da distribuição dos retornos. A análise do valor em risco permite maior discernimento sobre os modelos de volatilidade do que o estudo do desempenho preditivo, pois

usa a informação de vários quantis ao invés de considerar apenas o resultado médio de uma função perda dos erros de previsão.

5. Considerações Finais

A volatilidade possui características não lineares. Em determinados períodos os mercados estão calmos e em outros temos alta volatilidade, onde períodos de alta volatilidade tendem a ser seguidos por maior volatilidade e períodos de baixa volatilidade tendem a se manter estáveis. Informações inesperadas podem levar a aumentos do risco e formação de agrupamentos de volatilidade.

Duas formas de modelar as características não lineares da volatilidade são com modelo de heterocedasticidade condicional, com os modelos GARCH que descrevem a autocorrelação dos quadrados dos erros; e os modelos com mudança de regime, com distribuição condicional aos estados e mudança dos regimes ao longo do tempo.

Neste trabalho compararamos o desempenho do modelo de série temporal com mudança de regime, o modelo GARCH e o modelo GARCH com mudança de regime. O objetivo era comprar a importância da mudança de regime e do efeito ARCH, bem como a combinação dos dois, para modelar a volatilidade. Existem diferentes modelos GARCH com mudança de regime, escolheu-se o modelo MSGARCH de Haas et al (2004) por suas boas propriedades dinâmicas, momentos e condições de estacionariedade bem definidos, simplicidade de interpretação dos parâmetros que mantêm a análise do modelo GARCH e estimativa compreensiva.

Os diferentes modelos foram estimados com as observações diárias das duas principais cotações do petróleo: Brent e WTI. As estimativas foram feitas com janela móvel, com frequência de estimativa diária incorporando a cada dia a observação mais recente e descartando a observação mais antiga. A estimativa a cada dia foi utilizada para previsão da volatilidade fora da amostra de estimativa um passo à frente.

As estimativas da volatilidade dos diferentes modelos foram comparadas por medidas de desempenho preditivo em relação à volatilidade instantânea e pelo valor em risco. Em termos de desempenho preditivo, podemos observar o bom desempenho do modelo MSIH nos



períodos de baixa volatilidade, enquanto nos períodos de alta volatilidade tanto o modelo GARCH quanto MSGARCH tiveram bom desempenho.

A análise do valor em risco permitiu identificar as principais diferenças entre os modelos, onde o MSGARCH esteve entre os melhores resultados para descrever a volatilidade em diferentes níveis de risco. Isto destaca a dinâmica de mudança de regime presente na volatilidade. Porém no maior nível de perdas o modelo GARCH, embora mais simples, teve resultados semelhantes.

Referências

- Abramson, A.; Cohen, I. (2007). On the Stationarity of Markov-Switching GARCH Processes. *Econometric Theory*, 23(3): 485-500.
- Bauwens, L.; Preminger, A.; Rombouts, J. V. K. (2010). Theory and Inference for a Markov Switching GARCH Model, *Econometrics Journal*, 13 (2): 218-244.
- Cai, J. A. (1994). Markov Model of Switching-Regime ARCH. *Journal of Business and Economics Statistics*, 12 (3): 3019-316.
- Dueker, M. J. (1997). Markov Switching in GARCH Processes and Mean-Reverting Stock-Market Volatility. *Journal of Business and Economic Statistics*, 15 (1): 26-34.
- Economou, A. (2016). Oil Price Shocks: A Measure of the Exogenous and Endogenous Supply Shocks of Crude Oil. Oxford Institute for Energy Studies Working paper.
- Gray, S. F. (1996). Modeling the Conditional Distribution of Interest Rates as a Regime-Switching Process, *Journal of Financial Economics*, 42(1): 27-62.
- Haas, M.; Mittink, S.; Paolella, M. S. A. (2004). New Approach to Markov-Switch GARCH Models. *Journal of Financial Econometrics*, 2.(4): 493-530.
- Hamilton, J. F. (1994). Time Series Analysis. Princeton University Press.
- Hamilton, J. D. (2011). Historic Oil Shocks. NBER Working paper.
- Hamilton, J. D.; Susmel, R. (1994). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity and Changes of Regime. *Journal of Econometrics*, 64 (1-2): 307-333.

- Hwang, S.; Satchell, S. E.; Valls Pereira, P. L. (2007). How Persistent is Stock Return Volatility? An Answer with Markov Regime Switching Stochastic Volatility Models. *Journal of Business Finance and Accounting*, 34 (5-6): 1002-1024.
- Hwang, S.; Valls Pereira, P. L. (2008). The Effects of Structural Breaks in ARCH and GARCH Parameters on Persistence of GARCH Models. *Communications in Statistics, Simulation and Computation*, 37 (3): 571-578.
- Kim, C.-J.; Nelson, C. R. (1999). State-Space Models with Regime Switching: Classical and Gibbs Sampling Approaches with Applications. MIT Press.
- Klaassen, F. (2002). Improving GARCH Volatility Forecasts with Regime-Switching GARCH. *Empirical Economics*, 27 (2): 363-394.
- Krolzig, H.-M. (1997). Markov Switching Vector Autoregressions: Modelling, Statistical Inference, and Applications to Business Cycle Analysis. Spring-Verlag Berlin Heidelberg.
- Lamoureux; C. G.; Lastrapes, W. D. (1990). Persistence in Variance, Structural Change, and the GARCH Model. *Journal of Business and Economic Statistics*, 8 (2): 225-234.
- Marcucci, J. (2005). Forecasting Stock Market Volatility with Regime-Switching GARCH Models. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 9 (4): 1158-1578.
- Pedrosa, O.; Corrêa, A. A. (2016). Crise do Petróleo e os Desafios do Pré-Sal. *Boletim Energético*. FGV-ENERGIA, 2016.
- Ross, S. M. (2014). Introduction to Probability Models. Eleventh edition. Academic Press.
- Tsay, R. S. (2010). Analysis of Financial Time Series. Third edition. Wiley.

