El Trimestre Económico
ISSN: 0041-3011
trimestre@fondodeculturaeconomica.com
Fondo de Cultura Económica
México

Venegas-Martínez, Francisco

Mercados de notas estructuradas. Un análisis descriptivo y métodos de evaluación

El Trimestre Económico, vol. LXXIV (3), núm. 295, julio-septiembre, 2007, pp. 615-661
Fondo de Cultura Económica
Distrito Federal, México

EL TRIMESTRE ECONÓMICO, vol. LXXIV (3), núm. 295, julio-septiembre de 2007, pp. 615-661

MERCADOS DE NOTAS ESTRUCTURADAS
Un análisis descriptivo y métodos de evaluación*

*Francisco Venegas-Martínez***

RESUMEN

El presente trabajo analiza las notas estructuradas más comunes en el mercado. Se presenta una descripción detallada de dichos instrumentos financieros destacando sus características particulares y dificultades técnicas en el proceso de evaluación. Debido a que la mayoría de las notas estructuradas que se negocian en el mercado financiero mexicano son certificados de depósito con garantía del capital inicial, este trabajo proporciona los elementos básicos que se requieren para su evaluación, como son los bonos cuponados flotantes y los productos de las tasas de interés. Asimismo, para la mayoría de las notas estructuradas estudiadas aquí se desarrollan modelos teóricos de evaluación. Por último, con fines ilustrativos, varios ejemplos numéricos acerca de las notas son presentados.

ABSTRACT

This paper carries out an analysis of the most common structured notes traded in financial markets. A detailed description of such financial instruments emphasizing their particular characteristics and technical difficulties in the valuation process is provided. Due to the fact that most of the structured notes traded in the mexican financial markets are certificate deposits with granted capital, we supply the basic elements for their valuation, such as floating coupon-bearing bonds and interest-rate contingent claims. Moreover, for most of the studied structured notes, theoretical pricing models are developed. Finally, for illustrative purposes, several numerical examples of notes are fully developed.

INTRODUCCIÓN

En los años recientes la industria financiera ha experimentado grandes transformaciones debido, fundamentalmente, a los avances de

* *Palabras clave*: mercados financieros, evaluación de activos. *Clasificación JEL*: G1, G13. Artículo recibido el 8 de noviembre de 2005 y aceptado el 24 de agosto de 2006.

** Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional (correo electrónico: fvenegas@ipn.mx). El autor agradece los comentarios y sugerencias de dos dictaminadores anónimos de EL TRIMESTRE ECONÓMICO.

las tecnologías de información, el aumento en la competencia global y el desarrollo de la ingeniería financiera por medio de nuevos productos. Estos últimos elaborados para satisfacer diversas necesidades de inversionistas y emisores, entre los que destacan los productos derivados y las notas estructuradas.

En México, recientemente, las notas estructuradas han cobrado particular interés en los mercados financieros. En términos generales, las notas estructuradas, comparadas con los instrumentos de deuda, pueden producir mejores opciones de inversión para los fondos de pensiones, tesorerías de corporativos e inversionistas institucionales, ya que en dichas notas los pagos asociados a un instrumento de renta fija se vinculan a un índice bursátil o tipo de cambio, lo cual genera opciones de inversión con rendimientos potencialmente superiores a los que prevalecen en el mercado de dinero, sobre todo cuando las tasas de interés se mantienen bajas, o a la baja, durante periodos prolongados. En México existe un mercado creciente de certificados de depósito (Cede) estructurados con derivados, entre los que destacan: Cede *call spread*; Cede *put spread*; Cede dual; Cede gana si sube; Cede gana si baja; Cede THE *collar*; Cede THE *floor*; Cede *cap*; Cede *knock out, down and out*; Cede *knock out, up and out*; Cede *knock out, up and out, down and out* (*no touch*); Cede doble barrera (al *hit* acumulable); Cede extendible, y Cede *swaption.*

A diferencia de los productos derivados, cuyo valor depende sólo de un subyacente, las notas estructuradas son esencialmente combinaciones, o híbridos, de instrumentos de deuda y productos derivados. Por lo regular, el instrumento de deuda de que se trate es un bono cuponado flotante. Cada año aparecen en el mercado decenas de notas estructuradas que atienden necesidades específicas tanto de emisores como de inversionistas. Un ejemplo sencillo de una nota estructurada es la emisión de un bono cuponado flotante acompañado de la opción de recomprarlo en una fecha futura. La opción puede ser un techo (*cap*), un piso (*floor*) o un collar (*collar*). En este caso, las opciones inmersas en las notas estructuradas determinan el vencimiento del instrumento. También es posible que los pagos de las notas estructuradas estén vinculados a un índice o a un tipo de cambio.

Desde principios del decenio de los noventa el mercado estadunidense de notas estructuradas ha mostrado un importante crecimiento debido a varias de sus características. Por ejemplo, cuando las tasas de interés no son atractivas a los inversionistas, las notas estructuradas cuyos pagos están vinculados a algún índice bursátil o un tipo de cambio constituyen opciones de inversión con rendimientos por encima del mercado de dinero. Asimismo, muchas de las notas estructuradas en el mercado son emitidas por empresas patrocinadas por gobiernos (con líneas de crédito abiertas por parte de alguna institución gubernamental), por lo que tienen calidad crediticia alta y, en consecuencia, el riesgo-crédito es mínimo. En conclusión, los mercados de notas estructuradas son atractivos para los inversionistas por sus potenciales rendimientos y su alta calidad crediticia. Por otro lado, el tamaño considerable que han alcanzado los mercados de notas estructuradas en los Estados Unidos y el Reino Unido se debe en gran medida a la flexibilidad que estos instrumentos proporcionan a sus usuarios para entrar o salir rápidamente del mercado debido al producto derivado inmerso, el cual determina el vencimiento de la nota. Es también relevante subrayar que las notas estructuradas ofrecen al emisor y a los inversionistas un medio para aislar y redistribuir riesgos. En realidad, una de las causas de su creciente demanda es su capacidad para generar justamente la exposición al riesgo que el cliente esté dispuesto a tolerar y que, al mismo tiempo, se mantengan sus objetivos de inversión.[1]

Algunos ejemplos de emisores estadunidenses, calificados AAA, de notas estructuradas son: Federal Home Loan Bank of Dallas, Federal National Mortgage Association, Student Loan Marketing Association. En particular, el Federal Home Loan Bank of Dallas, uno de los principales emisores de notas estructuradas del mercado estadunidense, tiene más de 175 índices o combinaciones de índices con los cuales se calculan los pagos. Vale también la pena destacar que el Banco Mundial (el Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento) es un importante emisor de notas estructuradas, entre las que destacan: *i*) bonos cuponados flotantes llamables (redimibles) o con opción de recompra por el emisor (*callable bonds*); *ii*) bonos

[1] Véase un análisis pormenorizado de los beneficios y limitaciones del uso de notas estructuradas en, por ejemplo, McCann y Cilia (1994).

cuponados flotantes colocables o con opción de reventa por el emisor (*putable bonds*); *iii*) bonos cuponados flotantes con pisos, techos o collares; *iv*) bonos cuponados flotantes *step-up* y *step-down*; *v*) bonos cuponados flotantes vinculados a índices; *vi*) bonos cuponados flotantes duales de tipo de cambio; *vii*) bonos cuponados flotantes con opcionalidad de tipo de cambio.

Como era de esperarse, las características de estos instrumentos introducen varias complicaciones técnicas para su evaluación. La evaluación de una nota estructurada tiene un nivel de complejidad que requiere no únicamente entender el comportamiento del mercado, sino también del conocimiento de instrumentos y técnicas especializadas de evaluación.

El desarrollo del presente trabajo es como sigue. En la sección I se analiza algunos de los aspectos regulatorios de las notas estructuradas. En las secciones II y III se revisa brevemente los elementos necesarios de evaluación de bonos cuponados con tasa cupón flotante y productos derivados de tasas de interés para un mejor entendimiento de muchas de las notas estructuradas disponibles en el mercado financiero mexicano. En la sección IV se valúa diversos certificados de depósito estructurados. En las secciones V-VIII se analiza la evaluación de opciones sobre bonos. En la sección IX se estudia los *swaps* de tasas de interés con un índice de amortización, *swaps step-up* y *step-down*, los cuales representan una de las notas estructuradas de mayor demanda en el mercado. En el transcurso de la sección X se analiza las notas de un rango en la tasa de interés (*range notes*). En la sección XI se revisa las notas estructuradas formadas por bonos cupón cero con pagos vinculados a un tipo de cambio. A lo largo de la sección XII se estudia las notas estructuradas formadas por un bono cuponado llamable y un esquema *step-up* de tasas cupón. En la sección XIII se analiza las notas estructuradas formadas por opciones para modificar el índice de amortización cuando las tasas de interés cambian. En la sección XIV se estudia las notas estructuradas de índices duales. En la sección XV se analiza las notas estructuradas con tasas flotantes apalancadas y contraapalancadas. En la sección XVI se investiga las notas estructuradas de flotación inversa. Por último, se presenta las conclusiones, así como las limitaciones y sugerencias para futuras investigaciones.

I. Aspectos regulatorios de las notas estructuradas

En los mercados financieros estadunidenses las notas estructuradas recibieron particular atención por parte de los reguladores financieros a partir del primer semestre de 1994. Como resultado de los aumentos en las tasas de interés de la Reserva Federal, las notas estructuradas vinculadas a las tasas de interés experimentaron cambios radicales afectando su calendario de pagos y originando grandes e imprevistas pérdidas para los tenedores de estas notas. Los valores de mercado de estos instrumentos cayeron bajo par y sus cupones se redujeron comparados con los de otros instrumentos de deuda disponibles en el mercado. Estas pérdidas se realizaron aun cuando las notas estructuradas estaban calificadas AAA. Así, aunque el riesgo de crédito es mínimo en las notas estructuradas, los riesgos de mercado y liquidez prevalecen.

Durante el primer semestre de 1994 muchos fondos de inversión obtuvieron grandes pérdidas en notas estructuradas. Los reguladores entonces empezaron a normar el funcionamiento del mercado. La SEC (Securities and Exchange Comission) advirtió a los administradores (particularmente bancos) respecto a la adecuada cuantificación y administración de los riesgos de algunos tipos de notas estructuradas. En particular, notas con flotación inversa, flotación Cofi (*Cost of Funds Index*), flotación CMT (*Constant Maturity Treasury*), flotación dual de índices y flotación de rango.

Por otro lado, en el segundo semestre de 1994 la Reserva Federal emitió una circular en la cual se destaca el papel que desempeñan las notas estructuradas en la administración de riesgos y acentúa el cuidado que deben tener los bancos para la adecuada evaluación de sus carteras cuando contienen notas estructuradas. Por esas mismas fechas la Office of Thrift Supervision (OTS) emitió un boletín en el que reconoce que las notas estructuradas pueden ser un magnífico vehículo de inversión y puntualizó la importancia de realizar su evaluación con distintos panoramas en la tasa de interés. En dicho boletín, la OTS recomendó que las pruebas de estrés se efectuaran cada trimestre tomando en cuenta movimientos en las tasas de interés hasta de 400 puntos base.

A partir de 2002 la regulación en los mercados de notas estructuradas de los Estados Unidos y del Reino Unido se ha intensificado notoriamente. Las exigencias en las medidas prudenciales para administrar los riesgos de mercado de dichos instrumentos se han incrementado y los métodos para cuantificar riesgos se han hecho más confiables con el desarrollo de modelos en tiempo real.

En el caso mexicano, la regulación de un mercado naciente de notas estructuradas es todavía incipiente. Por supuesto, la experiencia del caso estadunidense, explicado brevemente líneas arriba, contiene varios elementos que las autoridades financieras mexicanas (Secretaría de Hacienda, Banco Central y la Comisión Reguladora de Valores) deben tomar en cuenta en la generación de recomendaciones en materia de administración del riesgo de mercado de dichas notas.

II. Conceptos básicos sobre bonos cuponados con tasa cupón flotante

Antes de entrar de lleno en el estudio de notas estructuradas vale la pena hacer una breve revisión de los aspectos centrales del proceso de evaluación de un bono cuponado con tasa cupón flotante o bono cuponado flotante (también llamado FRN por sus siglas en inglés, *Forward Rate Note*). Considérese un bono que se coloca en $t = 0$ y paga, por ejemplo, tres cupones en las fechas futuras, T_1, T_2 y T_3. Supóngase que el principal es $N > 0$. Si los cupones se calculan como

$$C_1 = \tilde{R}_1 N, \qquad C_2 = \tilde{f}_{12} N, \qquad C_3 = \tilde{f}_{13} N \tag{1}$$

en los que

$$\tilde{f}_{12} = f(0, T_1, T_2)(T_2 - T_1) \tag{2}$$

y

$$\tilde{f}_{23} = f(0, T_2, T_3)(T_3 - T_2) \tag{3}$$

son, respectivamente, las tasas *forward* en $[T_1, T_2]$ y $[T_2, T_3]$ aplicadas a sus correspondientes periodos, entonces el precio del bono satisface

$$B_{\text{flot}}^{(0)} = \frac{\tilde{R}_1 N}{1 + \tilde{R}_1} + \frac{\tilde{f}_{12} N}{1 + \tilde{R}_2} + \frac{(\tilde{f}_{23} + 1) N}{1 + \tilde{R}_3} \tag{4}$$

en que $\tilde{R}_i = R(0, T_i)T_i$, $i = 1, 2, 3$. En equilibrio, lo cual implica la ausencia de oportunidades de arbitraje, se tiene que las tasas *forward* implícitas se obtienen mediante las siguientes relaciones:

$$(1 \quad \tilde{R}_1)(1 \quad \tilde{f}_{12}) \quad 1 \quad \tilde{R}_2$$

y

$$(1 \quad \tilde{R}_2)(1 \quad \tilde{f}_{23}) \quad 1 \quad \tilde{R}_3$$

Por tanto,

$$\tilde{f}_{12} \quad \frac{1 \quad \tilde{R}_2}{1 \quad \tilde{R}_1} \quad 1 \tag{5}$$

y

$$\tilde{f}_{23} \quad \frac{1 \quad \tilde{R}_3}{1 \quad \tilde{R}_2} \quad 1 \tag{6}$$

Si se sustituyen (5) y (6) en (4), se infiere que

$$\begin{aligned} B_{\text{flot}}^{(0)} \quad & \frac{\tilde{R}_1 N}{1 \quad \tilde{R}_1} \quad \frac{N}{1 \quad \tilde{R}_2} \frac{1 \quad \tilde{R}_2}{1 \quad \tilde{R}_1} \quad 1 \quad \frac{N}{1 \quad \tilde{R}_3} \frac{1 \quad \tilde{R}_3}{1 \quad \tilde{R}_2} \quad 1 \\ & \frac{\tilde{R}_1 N}{1 \quad \tilde{R}_1} \quad \frac{N}{1 \quad \tilde{R}_1} \quad \frac{N}{1 \quad \tilde{R}_2} \quad \frac{N}{1 \quad \tilde{R}_2} \quad \frac{N}{1 \quad \tilde{R}_3} \quad \frac{N}{1 \quad \tilde{R}_3} \\ & \frac{\tilde{R}_1 N}{1 \quad \tilde{R}_1} \quad \frac{N}{1 \quad \tilde{R}_1} \\ & N \end{aligned} \tag{7}$$

Es decir, un bono cuponado con tasa cupón flotante se negocia a la par. Obsérvese que aunque el ejercicio anterior toma en cuenta tres periodos, el mismo resultado se obtiene para cualquier número de periodos. Es evidente que si se evalúa el bono inmediatamente después del primer pago y se conoce la curva de rendimiento $R(T_1, T)$, entonces el precio del bono es $B_{\text{flot}}^{(1)} \quad N$. Adviértase además que si se denota el precio de un bono cupón cero que paga una unidad monetaria en el vencimiento T_i mediante $B_i \quad B(0, T_i) \quad 1/(1 \quad \tilde{R}_i)$, $i \quad 1, 2, 3$, y $N \quad 1$, entonces, a partir de (7), se tiene que

$$1 \quad \tilde{R}_1 B_1 \quad \tilde{f}_{12} B_2 \quad \tilde{f}_{23} B_3 \quad B_3 \tag{8}$$

Así, $R(0, T)$ puede considerarse como una curva de ceros, B_i, asociada al bono cuponado de tasa flotante.

Tasa interna de rendimiento asociada a un bono cuponado flotante con pagos anuales

En esta sección se establece la relación entre el concepto de tasa interna de rendimiento y el precio de un bono cuponado flotante. Obsérvese primero que a partir de la ecuación (4), se tiene que

$$N \quad \frac{\tilde{R}_1 N}{1 \quad \tilde{R}_1} \quad \frac{\tilde{f}_{12} N}{1 \quad \tilde{R}_2} \quad \frac{(\tilde{f}_{23} \quad 1)N}{1 \quad \tilde{R}_3}$$

o

$$0 \quad \frac{1}{1 \quad \tilde{R}_1} \quad \frac{\tilde{f}_{12}}{1 \quad \tilde{R}_2} \quad \frac{(\tilde{f}_{23} \quad 1)}{1 \quad \tilde{R}_3}$$

Si se supone que los pagos son anuales y $\tilde{f}_{12}$ y $\tilde{f}_{23}$ son valores de mercado y $y \quad \tilde{R}_1$, $(1 \quad y)^2 \quad 1 \quad \tilde{R}_2$ y $(1 \quad y)^3 \quad 1 \quad \tilde{R}_3$, entonces

$$0 \quad \frac{1}{1 \quad y} \quad \frac{\tilde{f}_{12}}{(1 \quad y)^2} \quad \frac{(\tilde{f}_{23} \quad 1)}{(1 \quad y)^3} \tag{9}$$

Es decir, y es la tasa interna de rendimiento asociada a un bono cuponado flotante con pagos anuales.

III. Opciones respecto a las tasas de interés

En esta sección se revisa algunos de los modelos más comunes para evaluar una opción de un bono cupón cero. Una característica que comparten estos modelos es su similitud con la fórmula de evaluación de opciones de acciones de Black-Scholes (1973).

1. *Modelo de Black para evaluar opciones de tasas* forward

El modelo de Black (1976) es uno de los más utilizados en la evaluación de opciones europeas de bonos cupón cero (una referencia básica que complementa en varios sentidos los conceptos que a continuación se presentan es Hull, 2005). El supuesto principal del modelo es que el subyacente, es decir, la tasa de interés, sigue una distribución lognormal, lo cual no es muy realista sobre todo cerca de la fecha de vencimiento. El modelo de Black es muy popular para evaluar *caps* y *floors*. Este tipo de derivados de tasas de interés son muy populares en los mercados de mostrador y usualmente la tasa flotante de referencia es la LIBOR.

Originalmente, el modelo de Black es formulado para evaluar una opción del precio futuro de una acción. Si el precio, S_t, de la acción es conducido por el movimiento geométrico browniano

$$\mathrm{d}S_t \qquad S_t\mathrm{d}t \qquad S_t\mathrm{d}W_t \tag{10}$$

en el que $(W_t)_{t \quad [0,T]}$ es un movimiento browniano definido de un espacio fijo de probabilidad con su filtración aumentada, (, $\mathcal{F}$, $(\mathcal{F}_t^W)_{t \quad [0,T]}$, IP), IR es el rendimiento medio esperado de la acción, 0 es la volatilidad instantánea de la acción, es un espacio muestral, $\mathcal{F}$ es una -álgebra de , $(\mathcal{F}_t^W)_{t \quad [0,T]}$ es una filtración de $\mathcal{F}$ e IP es una medida de probabilidad definida de $\mathcal{F}$, entonces el precio de una opción de dicha acción, con precio de ejercicio K que se inicia en t y vence en T, está dado por:

$$c(S_t, t) \quad S_t \quad (d_1) \quad Ke^{\ r(T \quad t)} \quad (d_2) \tag{11}$$

en que r es la tasa de interés libre de riesgo,

$$d_1 \quad \frac{\ln \dfrac{S_t}{K} \qquad r \quad \dfrac{1}{2} \ {}^2 \ (T \quad t)}{\sqrt{T \quad t}} \tag{12}$$

$$d_2 \quad d_1 \qquad \sqrt{T \quad t} \tag{13}$$

y

$$(d_i) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \ {}^{d_i} e^{\ \frac{1}{2}y^2}\mathrm{d}y, \qquad i \quad 1, 2$$

Obsérvese que el precio futuro de la acción, $F_{t,T} \quad S_t e^{r(T \quad t)}$, también sigue un movimiento geométrico browniano de la forma

$$\mathrm{d}F_{t,T} \quad (\quad r)F_{t,T}\mathrm{d}t \qquad F_{t,T}\mathrm{d}W_t \tag{14}$$

Si el precio futuro de la acción, $F_{t,T}$, se sustituye en (11), se tiene que

$$c(F_{t,T}, t) \quad B(t,T)[F_{t,T} \quad (d_1) \quad K \quad (d_2)] \tag{15}$$

en el que $B(t,T) \quad e^{\ r(T \quad t)}$,

$$d_1 \qquad \frac{\ln \dfrac{F_{t,T}}{K} \qquad \dfrac{1}{2} \quad {}^{2}(T \quad t)}{\sqrt{T \quad 1}} \tag{16}$$

y

$$d_2 \quad d_1 \qquad \sqrt{T \quad 1} \tag{17}$$

Considérese ahora $f(t, T, S)$, una tasa *forward* aplicable en $[T, S]$, $S \quad T$, con referencia en t tal que

$$\mathrm{d}f(t, T, S) \qquad {}_{f} f(t, T, S)\mathrm{d}W_t, \qquad\qquad {}_{f} \quad 0 \tag{18}$$

Supóngase que un agente contratará un crédito, de monto N, durante las fechas futuras, T y $S, S \quad T$, a la tasa *forward* $f(t, T, S)$. Aquí ${}_{f}$ es la volatilidad de la tasa *forward*. En el presente, al tiempo t, el agente desea comprar un contrato de opción europea, para cubrirse contra pérdidas cuando la tasa *forward* de mercado $f(t, T, S)$ exceda una cota superior f_K. El pago de esta opción, en el tiempo S (cuando vence el crédito), está dado por

$$N(S \quad T)\mathrm{E}[\max(f(t, T, S) \quad f_K, 0) \,|\, \mathcal{F}_f]$$

en el que $\mathrm{E}[\;|\mathcal{F}_t]$ es la esperanza condicional dada la información disponible asociada con $\mathcal{F}_t$. Obsérvese que el pago $N(S \quad T)\max(f(t, T, S) \quad f_K, 0)$ se determina en T pero se entrega hasta S. En este caso, el precio de una opción de la tasa *forward* es

$$c(t, T, S) \quad B(t, S)N(T \quad S)[f(t, T, S) \quad (d_1) \quad f_K \quad (d_2)] \tag{19}$$

en que

$$d_1 \qquad \frac{\ln \dfrac{f(t, T, S)}{f_K} \qquad \dfrac{1}{2} \quad {}^{2}_{f}(T \quad t)}{{}_{f}\sqrt{T \quad 1}} \tag{20}$$

y

$$d_2 \quad d_1 \qquad {}_{f}\sqrt{T \quad t} \tag{21}$$

El factor de descuento $B(t, S)$ para traer a valor presente el pago de la opción se supone conocido. Por último, obsérvese que la tasa *forward spot* se calcula mediante

$$f(t,T,S) \quad \frac{\ln[B(t,T)] \quad \ln[B(t,S)]}{S \quad T} \tag{22}$$

2. Caps, caplets

Supóngase, como antes, que un agente recibirá un crédito, de monto N, en una fecha futura, t_1, a tasa flotante. Supóngase también que el crédito se liquida en t_2. En el presente, t_0, el agente podría comprar un contrato de opción, europea, para cubrirse contra pérdidas cuando la tasa *forward* de mercado $f(t_0, t_1, t_2)$ exceda una cota superior, o techo, especificada de antemano, f_c. El pago de esta opción, en el vencimiento t_2, está dado por

$$N(t_2 \quad t_1)\max(f(t_0,t_1,t_2) \quad f_c, 0)$$

y el precio que se tendría que pagar por la opción, en condiciones de equilibrio, es

$$\mathrm{Cap}_0 \quad B(t_0, t_2)N(t_2 \quad t_1)\max(f(t_0,t_1,t_2) \quad f_c, 0)$$

Este tipo de contrato de opción recibe el nombre de *cap* de tasa de interés. Supóngase ahora que en lugar de comparar el valor de la tasa *forward* de mercado con la tasa *cap* en un solo periodo, se compara en dos periodos, t_2 y t_3. En este caso, el agente podría comprar dos opciones de valor total

$$\mathrm{Cap}_0 \quad B(t_0, t_2)N(t_2 \quad t_1)\max(f(t_0,t_1,t_2) \quad f_c, 0)$$
$$B(t_0, t_3)N(t_3 \quad t_2)\max(f(t_0,t_2,t_3) \quad f_c, 0)$$

Es frecuente llamar a cada opción *caplet* y a la suma de las ellas *cap*. En equilibrio, las tasas *forward*, $f(t_0, t_1, t_2)$ y $f(t_0, t_2, t_3)$, satisfacen

$$(1 \quad R(t_0,t_1)(t_1 \quad t_0))(1 \quad f(t_0,t_1,t_2)(t_2 \quad t_1)) \quad 1 \quad R(t_0,t_2)(t_2 \quad t_0)$$

y

$$(1 \quad R(t_0,t_2)(t_2 \quad t_0))(1 \quad f(t_0,t_2,t_3)(t_3 \quad t_2)) \quad 1 \quad R(t_0,t_3)(t_3 \quad t_0)$$

en que $R(t_0, t_1)$ y $R(t_0, t_2)$ son cantidades conocidas. Dado que

$$R(t_0, t_i) \qquad \ln[B(t_0,t_i)]/(t_i \quad t_{i \quad 1})$$

también se cumple que

$$f(t_0, t_1, t_2) \quad \frac{\ln[B(t_0, t_1)] \quad \ln[B(t, t_2)]}{t_2 \quad t_1} \tag{23}$$

y

$$f(t_0, t_1, t_3) \quad \frac{\ln[B(t_0, t_2)] \quad \ln[B(t, t_3)]}{t_3 \quad t_2} \tag{24}$$

3. *Evaluación de* caps *con el supuesto tasa* forward *lognormal*

Cada *caplet* puede evaluarse, en t, utilizando el modelo de Black (1976) en el que la variable subyacente es la tasa *forward* implícita, la cual se supone que tiene distribución lognormal. A continuación se introduce la siguiente notación para el precio de este tipo de opciones de tasas de interés:

$$\text{Caplet}_{t,t_i \quad 1} \quad B(t, t_i)N(t_i \quad t_i \quad _1)\text{E}[\max(f(t_0, t_i \quad _1, t_i) \quad f_c, 0)|\mathcal{F}_t], \qquad i \quad 2, 3$$

En general, si t es la fecha en que se pacta un *cap* con *n caplets*, el precio del *cap* es la suma de los precios de los *caplets*, es decir,

$$\text{Cap}_t \quad \overset{n \quad 1}{\underset{i \quad 2}{}} \text{Caplet}_{t,t_i \quad 1} \tag{25}$$

Con el supuesto de que la tasa *forward* tiene una distribución lognormal, se infiere que

$$\begin{aligned} &\text{Caplet}_{t,t_i \quad 1} \quad B(t, t_i)N(t_i \quad t_i \quad _1) \\ &f(t, t_i \quad _1, t_i) \quad (d_i) \quad f_c \quad (d_i \quad _f\sqrt{t_i \quad t_i \quad _1}) \end{aligned} \tag{26}$$

en que

$$d_i \quad \frac{\ln(f(t, t_i \quad _1, t_i)/f_c) \quad (\ ^2_f/2)(t_i \quad t_i \quad _1)}{_f\sqrt{t_i \quad t_i \quad _1}} \tag{27}$$

y $_f$ es la volatilidad de la tasa *forward*. En este caso, la tasa *forward spot* se calcula como

$$f(t, t_i \quad _1, t_i) \quad \frac{\ln[B(t, t_i \quad _1)] \quad \ln[B(t, t_i)]}{t_i \quad t_i \quad _i} \tag{28}$$

Obsérvese también que

$$Caplet_{t,t_{i\ 1}}$$

$$\mathrm{E}[B(t,t_i)N(t_i \quad t_{i\ 1})\max(f(t_0,t_{i\ 1},t_i) \quad f_c,0)|\mathcal{F}_t]$$

$$\mathrm{E}[B(t,t_{i\ 1})B(t_{i\ 1},t_i)N(t_i \quad t_{i\ 1})\max(f(t,t_{i\ 1},t_i) \quad f_c,0)|\mathcal{F}_t]$$

$$\mathrm{E}\ \ B(t,t_{i\ 1})B(t_{i\ 1},t_i)N(t_i \quad t_{i\ 1})\max \quad \frac{1}{B(t_{i\ 1},t_i)} \quad 1 \ \frac{1}{t_i \quad t_{i\ 1}} \quad f_c,0 \ \Big| \mathcal{F}_t$$

$$\mathrm{E}\ \ B(t,t_{i\ 1})B(t_{i\ 1},t_i)N \max \quad \frac{1}{B(t_{i\ 1},t_i)} \quad 1 \quad f_c\,(t_i \quad t_{i\ 1}),0 \ \Big| \mathcal{F}_t$$

$$\mathrm{E}[B(t,t_{i\ 1})N\max(1 \quad B(t_{i\ 1},t_i) \quad f_cB(t_{i\ 1},t_i)(t_i \quad t_{i\ 1}),0)|\mathcal{F}_t]$$

Es decir,

$$\mathrm{Caplet}_{t,t_{i\ 1}} \quad NB(t,t_{i\ 1})\mathrm{E}[\max(1 \quad B(t_{i\ 1},t_i)(1 \quad f_c(t_i \quad t_{i\ 1})),0)|\mathcal{F}_t]$$

Si se denota $\hat{f}_c \quad 1 \quad f_c(t_i \quad t_{i\ 1})$, se tiene que

$$\mathrm{Caplet}_{t,t_{i\ 1}} \quad NB(t,t_{i\ 1})\mathrm{E}[\max(1 \quad B(t_{i\ 1},t_i)\hat{f}_c,0)|\mathcal{F}_t]$$

De esta manera un *caplet* puede verse también como un *put* sobre $B(t_{i\ 1},t_i)\hat{f}_c$ con precio de ejercicio 1.

4. Floors *y* floorlets

De manera similar a un *cap* un *floor* es una opción de venta que cubre al propietario de pérdidas cuando la tasa de interés es menor que un cierto piso, f_p. En el caso de un *floor*, si se utiliza el modelo de Black (1976), se tiene la siguiente fórmula de evaluación

$$\mathrm{Floor}_t \quad \sum_{i\ 2}^{n\ 1} \mathrm{Floorlet}_{t,t_{i\ 1}} \tag{29}$$

en que

$$\begin{aligned} &\mathrm{Floolet}_{t,t_{i\ 1}} \quad B(t,t_i)N(t_{i\ 1} \quad t_i) \\ &f(t,t_{i\ 1},t_i) \quad (\ d_i) \ f_p \quad (\ d_i \quad {}_f\sqrt{t_{i\ 1} \quad t_i}) \end{aligned} \tag{30}$$

y

$$d_i \quad \frac{\ln(f(t,t_{i\ 1},t_i)/f_p) \quad (\ {}^2_f/2)(t_i \quad t_{i\ 1})}{{}_f\sqrt{t_i \quad t_{i\ 1}}} \tag{31}$$

5. *Paridad* cap-floor

En esta sección se establece la relación entre *caps*, *floors* y *swaps*, la paridad *cap-floor*. Considérese una cartera consistente de una posición larga de un *cap* con tasa *cap* f_c y una posición corta con un *floor* con tasa *floor* f_p. Supóngase que $f_c = f_p = f_K$, dado que

$$\text{Caplet}_{t,t_{i-1}} = B(t,t_i)N(t_i - t_{i-1})\text{E}[\max(f(t,t_{i-1},t_i) - f_K, 0)]$$

y

$$\text{Floorlet}_{t,t_{i-1}} = B(t,t_i)N(t_i - t_{i-1})\text{E}[\max(f_K - f(t,t_{i-1},t_i), 0)]$$

lo que implica que

$$\text{Caplet}_{t_{i-1}} - \text{Floorlet}_{t_{i-1}} = B(t,t_i)N(t_i - t_{i-1})[f(t,t_{i-1},t_i) - f_K]$$

Al sumar sobre i, se tiene que

$$\sum_{i=2}^{n+1}\text{Caplet}_{t,t_{i-1}} - \sum_{i=2}^{n+1}\text{Floorlet}_{t_{i-1}} = \sum_{i=2}^{n+1}B(t,t_i)N(t_i - t_{i-1})[f(t,t_{i-1},t_i) - f_K]$$

o

$$\text{Cap}_t - \text{Floor}_t = V_t$$

en que V_t es el precio de un *swap* con tasa *swap* f_K.

6. *Collares*

En un contrato de collar se establece una cota inferior, f_p, y una cota superior, f_c, en la tasa *forward*, es decir, un contrato de collar es una cartera con una posición larga en un *cap* con tasa *cap* f_c y una posición corta en un *floor* con tasa floor f_p. De esta manera un contrato de collar efectúa pagos en el vencimiento si la tasa *forward* excede a f_c o es menor que f_p.

7. Swaptions, captions *y* floortions

Con un *call swaption* el propietario tiene el derecho de cambiar pagos de tasa flotante a pagos de tasa fija. Mientras que en un *put swaption* el propietario tiene el derecho de cambiar pagos de tasa fija a pagos de tasa flotante. *Captions* y *floortions* son opciones de *caps* y *floors*, respectivamente.

IV. Certificados de depósitos estructurados

Entre las notas estructuradas que más se operan en el mercado financiero mexicano se encuentran los certificados de depósito estructurados que ofrecen al vencimiento una garantía del capital inicialmente invertido. Los certificados de depósito estructurados (Cedes) son instrumentos de deuda emitidos principalmente por la banca comercial, cuyo rendimiento está en función del valor de mercado del derivado inmerso y cuyas características varían dependiendo del subyacente y de la estrategia vinculada al Cede. Las características generales de estos instrumentos se presentan en el cuadro 1.

Estos certificados se estructuran con opciones europeas tanto *plain vanilla* como exóticas. Por ejemplo, entre las primeras se encuentran: *put spreads*, *call spreads*, *collars* y *floors*. Entre las exóticas se tienen: *knock outs*, doble barrera y *cash or nothing*. Los

Cuadro 1. *Características generales de los Cedes*

Emisor	Instituciones bancarias
Tipo de mercado	Mercado de dinero
Mercados donde cotiza	BMV y OTC
Fuentes de información	BMV, Indeval, Bloomberg y Reuters
Tipo de valor	*F*, certificado de depósito
Valor nominal	100 pesos
Curva utilizada en la evaluación	Curva nominal bancaria asociada al riesgo emisor Curva nominal libre de riesgo de tasa bruta Curvas internacionales libres de riesgo Curva de tasa de interés interbancaria de equilibrio
Subyacentes de referencia	Tipo de cambio Tasas de interés Índices accionarios Acciones inscritas en la BMV
Rendimiento	Variable
Volatilidad	Para opciones de índices accionarios y acciones se usa la superficie de volatilidades de opciones listadas Para tipos de cambio se usa la volatilidad de opciones *at the money* tomadas de Bloomberg y/o Reuters Para tasas de interés se usa la superficie de volatilidades o volatilidad dinámica calculada con una ventana de 252 días y una 0.90

CUADRO 2. *Características específicas de los Cedes*

Nota	*Tipo de certificado de depósito*	*Derivado inmerso*	*Subyacente*
1	Cede *call spread*	Opciones *call* tipo europeas	Índices bursátiles accionarios
2	Cede *put spread*	Opciones *put* tipo europeas	Índices bursátiles accionarios
3	Cede *collar* (*spread* de tasas de interés)	*Caps* de tasas de interés	TIIE 28
4	Cede *floor*	*Floorlets* de tasas de interés	TIIE 28
5	Cede gana si sube y Cede gana si baja	Opción binaria: *cash or nothing* no dependiente de la trayectoria del subyacente	FIX MXP/USD, subasta Cetes 28
6	Cede *knock out, down out* y Cede *knock out, up and out*	Opción binaria con barreras dependiente de la trayectoria del subyacente	FIX MXP/USD
7	Cede dual tipo de cambio	Opción de tasa de interés	Tipo de cambio

subyacentes empleados en este tipo de certificados de depósito son, principalmente, índices accionarios, acciones registradas en bolsa, tipo de cambio, generalmente FIX, y tasas de interés (Cetes 28 y TIIE 28). Dependiendo de las características específicas de cada una de las notas estructuradas, los modelos de evaluación y los insumos son diferentes como se muestra en el cuadro 2.

1. *Cede* call spread

El rendimiento de este instrumento depende del *spread* que exista al vencimiento entre el valor del subyacente y su nivel inicial determinado al momento de pactar la operación. Esta nota se estructura con: *i*) un bono cuyo valor al vencimiento es igual a 100% del capital invertido y *ii*) una cartera de opciones: un *call* largo y otro corto, en los que la condición es que el precio de ejercicio del *call* largo, K_1, sea menor al pactado en la posición corta, K_2 El precio del Cede *call spread* está dado por:

$$P_V \quad B \quad (P_D \quad F)$$

en que B precio de un bono cupón cero, y P_D prima neta de las opciones inmersas en la estrategia, el cual está dado por:

$$P_D \quad c_1 \quad c_2$$

en que c_1 y c_2 representan las primas de los *calls* con precios de ejercicio K_1 y K_2, respectivamente, y F es el factor establecido en el prospecto del certificado, determinado por el emisor desde el inicio del depósito, el cual ajusta el rendimiento del certificado de depósito.

La evaluación de cada uno de los componentes del Cede se lleva a cabo de la siguiente manera: se calcula, primero, el precio del bono, el cual es con capital protegido al vencimiento (con valor nominal establecido en el prospecto) mediante:

$$B \quad \frac{N}{1 \quad R(t,T)\,(T \quad t)}$$

en el que: N valor nominal del Cede; $T \quad t$ número de días por vencer del Cede como proporción de año; $R(t,T)$ tasa de rendimiento asociada al número de días por vencer, la cual se obtiene de las curvas nominales bancarias de acuerdo con el riesgo emisor.

Posteriormente, el valor de la prima de ambas opciones se obtiene mediante la fórmula de Black y Scholes (1973):

$$c_i \quad S_t e^{(b \quad r)(T \quad t)} \quad (d_1) \quad K_i e^{\quad r(T \quad t)} \quad (d_2), \qquad i \quad 1, 2$$

en la que:

$$d_1 \quad \frac{\ln(S_t/K) \quad b \quad \frac{1}{2} \quad (T \quad t)}{\sqrt{T \quad t}}$$

$$d_2 \quad d_1 \quad \sqrt{T \quad t}$$

y

- c_i prima de la opción tipo *call* con precio de ejercicio K_i, $i \quad 1, 2$;
- S_t precio *spot* del subyacente;
- K_i precio de ejercicio de la opción, $i \quad 1, 2$;
- r tasa de interés libre de riesgo continuamente capitalizable;
- ( ) probabilidad acumulada de una variable aleatoria normal estándar;
- volatilidad del rendimiento del subyacente;
- $b \quad r \quad q$, en que q es la tasa anual de dividendos decretados.

2. *Cede* put spread

Los certificados Cede *put spread* comprenden una estrategia *bear spread* integrada con dos opciones tipo *put* europeas. Para el caso de los *puts* incorporados en el Cede, el precio de ejercicio de la posición larga, K_2, es mayor al precio de ejercicio de la posición corta, K_1. El precio de evaluación del Cede *put spread* está dado por:

$$P_V \quad B \quad (P_D \quad F)$$

en el que B es el precio del bono cupón cero, P_D es la prima neta de las opciones inmersas en la estrategia dada por:

$$P_D \quad p_2 \quad p_1$$

en las que p_1 y p_2 son las primas de los *puts* con precios de ejercicio K_1 y K_2, respectivamente, y F es el factor establecido en el prospecto del certificado determinado por el emisor desde el inicio del depósito y ajusta el rendimiento del certificado de depósito.

Los valores tanto del bono cupón cero como de los *puts* incorporados en el Cede se determinan de la siguiente manera. Primero, se calcula el precio del bono cupón cero mediante:

$$B \quad \frac{N}{1 \quad R(t, T)(T \quad t)}$$

Posteriormente, se determina el valor de las primas de ambos *puts* con la fórmula de Black y Scholes:

$$p_i \quad K_i e^{\ r(T \quad t)} \quad (\ d_2) \quad S_t e^{(b \quad r)(T \quad t)} \quad (\ d_2), \qquad i \quad 1, 2$$

en la que

$$d_1 \quad \frac{\ln(S_t/K) \quad b \quad \frac{1}{2} \quad (T \quad t)}{\sqrt{T \quad t}}$$

$$d_2 \quad d_1 \quad \sqrt{T \quad t}$$

p_i prima de la opción tipo *put* con precio de ejercicio K_i, $i \quad 1, 2$;
S_t precio *spot* del subyacente;
K_i precio de ejercicio de la opción, $i \quad 1, 2$;

( ) probabilidad acumulada de una variable aleatoria normal estándar, $\mathcal{N}(0, 1)$;

volatilidad del rendimiento del subyacente;

$T \quad t$ número de días al vencimiento de la opción como proporción de año;

$b \quad r \quad q$, en que q es igual a la tasa anual de dividendos decretados, en caso de que éstos existan.

3. *Cede* collar (spread *de tasas de interés*)

Esta estructura considera una estrategia de opciones con tasas de interés. Esta estrategia se forma con un *collar* limitado a una tasa piso y otra techo y se estructura con dos *caps* de tasas de interés. Como ya se dijo líneas arriba los *caps* de tasas de interés consisten en una serie de opciones europeas tipo *call* llamados individualmente *caplets*. El número de *caplets* que se utiliza para estructurar esta nota es igual al número de cupones n menos uno, dado que para el primer cupón la tasa se conoce al inicio de la emisión.

Por lo anterior, si R es el rendimiento de referencia y es la sobretasa pactada en el protocolo, entonces la tasa de rendimiento para los cupones que van del segundo hasta el n-ésimo depende de las siguientes condiciones en la fecha de vencimiento de cada *caplet* como se muestra en el cuadro 3.

CUADRO 3. *Condiciones en la fecha de vencimiento*

Rango	*Tasa cupón*
$R \quad K_1$	K_1
$K_1 \quad R \quad K_2$	R
$R \quad K_2$	K_2

Este tipo de instrumento está integrado por: *i*) un bono flotante con pagos periódicos de interés; *ii*) una posición larga sobre un *cap* integrado por una serie de *caplets* con precio de ejercicio igual a la tasa piso y plazo igual al de los cupones que componen el bono, y *iii*) una posición corta sobre un *cap* integrado por una serie de *caplets*, con precio de ejercicio igual a la tasa techo y plazo igual al de los cupones del bono. El precio de evaluación del Cede *collar* es:

$$P_V = B_f + P_D$$

en el que $B_f =$ precio teórico del bono flotante; $P_D =$ prima de las opciones que integran la estrategia dada por:

$$P_D = \sum_{i=2}^{n} (c_{1,i} - c_{2,i})$$

en la que $c_{j,i} =$ precio de un *caplet* con precio de ejercicio igual a K_j; $j = 1, 2$, para el i-ésimo periodo; $n =$ número de cupones que componen el Cede estructurado.

La evaluación de cada uno de los componentes del Cede se efectúa de la siguiente manera. Primero, se obtiene el precio del bono, después se determinan los flujos del bono flotante. El primer flujo pendiente de pago se calcula con la tasa cupón vigente; mientras que los siguientes flujos se calculan con la tasa de mercado al día de la evaluación (en caso de que lo especifique el prospecto se agrega la sobretasa). En el último flujo se agrega el valor nominal de acuerdo con:

$$\;_i = \begin{cases} N \cdot DC_i \cdot TC_V (t_i - t_{i-1}) & \text{para } i = 1 \\ N \cdot DC_i \cdot TC_M (t_i - t_{i-1}) & \text{para } i = 2, \ldots, n-1 \\ N \cdot DC_i \cdot TC_M (t_i - t_{i-1}) + N & \text{para } i = n \end{cases}$$

en los que:

$\;_i =$ flujo correspondiente al periodo i;
$N =$ valor nominal;
$t_i - t_{i-1} =$ número de días, como proporción de año, del i-ésimo cupón;
$TC_V =$ tasa del cupón vigente, ésta es conocida desde el último corte de cupón;
$TC_M =$ tasa cupón de mercado, que corresponde a la tasa de referencia del bono en el día de evaluación más la sobretasa especificada en el prospecto.

Posteriormente, se calcula el precio del bono flotante con el valor presente de sus flujos:

$$B_f = \sum_{i=1}^{n} \frac{\;_i}{(1 + R_s)^{D_i/}}$$

en el que

D_i número de días del cupón i (fecha en la que vence el cupón i menos la fecha de evaluación) como proporción de año;

n número de cupones pendientes de pago, incluyendo al vigente; periodo del cupón;

R_s estructura de plazos obtenida a partir de

$$R_s \quad R_{\text{ref}}$$

para descontar los flujos, capitalizable al plazo del cupón; sobretasa especificada en el prospecto de la emisión;

R_{ref} tasa de referencia asociada al periodo cupón del bono.

Después, el valor de la prima para cada *caplet* se obtiene mediante la fórmula de Black (1976). En este caso, el valor de cada *caplet* es:

$$c_{j,i} \quad \frac{M \quad D}{1 \quad f(0, t_{i \quad 1}, t_i) D} e^{\quad rT} [f(0, t_{i \quad 1}, t_i) \quad (d_1) \quad K \quad (d_2)]$$

en el que

$$d_1 \quad \frac{\ln[f(0, t_{i \quad 1}, t_i)/K_j] \quad \frac{1}{2} \quad {}^2 T}{\sqrt{T}}$$

$$d_2 \quad d_1 \quad \sqrt{T}$$

$c_{j,i}$ prima del i-ésimo *caplet* con precio de ejercicio igual a K_j, $j \quad 1, 2$;

M valor nominal del bono flotante;

D plazo *forward* asociado, como proporción de año, a la tasa *forward* $f(0, t_{i \quad 1}, t_i)$ con referencia en $t \quad 0$;

$f(0, t_{i \quad 1}, t_i)$ tasa *forward*, obtenida a partir de la curva cupón cero correspondiente al subyacente en el día de la evaluación que va de $t_{i \quad 1}$ a t_i;

r tasa libre de riesgo continuamente capitalizable;

T número de días al vencimiento del *caplet*, como proporción de año;

$(\ )$ probabilidad acumulada de una variable normal estándar;

volatilidad del rendimiento del subyacente.

En consecuencia, el precio limpio de evaluación del Cede está dado por la siguiente expresión:

$$PLV \quad PV \quad ID$$

en la que PV precio sucio de evaluación del Cede *collar*, e ID intereses devengados del cupón vigente.

4. *Cede* floor

Esta estructura comprende una estrategia formada por un *floor*, con lo que se garantiza que la tasa de interés del bono flotante no sea inferior a cierto nivel acotado por una tasa piso. El número de *floorlets* que componen un certificado de depósito THE-*floor*, será igual al total de cupones del bono menos uno, dado que para el primer cupón la tasa se conoce al inicio de la emisión. De esta manera, si R es el rendimiento de referencia, K_1 es la tasa piso y es la sobretasa establecida en el inicio de la emisión, entonces la tasa de interés para los cupones que van desde el segundo hasta el n-ésimo será determinada por las condiciones en la fecha de vencimiento de cada *floorlet* que se resumen en el siguiente cuadro.

CUADRO 4. *Determinación de la tasa de interés*

Rango	*Tasa cupón*
Si $R \quad K_1$	K_1
Si $R \quad K_1$	R

En virtud de que este instrumento representa la estructuración de una nota integrada por: *i*) un bono flotante con pagos periódicos de interés y *ii*) una posición larga sobre un *floor* integrado por una serie de *floorets* con precio de ejercicio igual a la tasa piso y plazo igual al de los cupones que componen el bono, el precio de evaluación del Cede THE-*floor* está dado por:

$$P_V \quad B_f \quad Floor$$

en el que B_f precio teórico del bono flotante, y $Floor$ valor del *floor* que integra la estrategia.

La evaluación por separado de cada uno de los componentes del Cede se realiza de la siguiente manera. Obsérvese primero que el precio del bono flotante se calcula de la misma manera que el Cede *collar*, visto en la sección anterior. El valor de la prima de la opción se obtiene mediante la fórmula de Black (1976). Las siguientes expresiones determinan el valor de la prima para el *floor* que conforma la estructura del certificado de depósito:

$$Floor \qquad {}_{i \quad 2}^{\quad n} Floorlet_i$$

en la que el valor del *i*-ésimo *floorlet* es determinado por:

$$Floorlet_i \qquad \frac{M \quad (t_i \quad t_{i \quad 1})}{1 \quad f(0, t_{i \quad 1}, t_i)(t_i \quad t_{i \quad 1})}$$

$$e^{\;r(t_i \quad t_{i \quad 1})}[\; f(0, t_{i \quad 1}, t_i) \quad (\quad d_1) \quad K \quad (\quad d_2)]$$

en que

$$d_1 \qquad \frac{\ln[f(0, t_{i \quad 1}, t_i)/K] \quad \frac{1}{2} \quad {}^{2}(t_i \quad t_{i \quad 1})}{\sqrt{(t_i \quad t_{i \quad 1})}}$$

$$d_2 \quad d_1 \qquad \sqrt{(t_i \quad t_{i \quad 1})}$$

con:

M valor nominal del bono flotante;
$f(0, t_{i \quad 1}, t_i)$ tasa *forward*, obtenida a partir de la curva cupón cero correspondiente al subyacente en el día de evaluación que va de $t_{i \quad 1}$ a t_i;
r tasa libre de riesgo continuamente capitalizable;
$(\;)$ probabilidad acumulada de una variable aleatoria normal estándar;
volatilidad del rendimiento del subyacente.

Finalmente, el precio limpio de evaluación del Cede está dado por:

$$PLV \quad PV \quad ID$$

en el que, como antes: PV precio sucio de evaluación del Cede *collar* e ID intereses devengados del cupón vigente.

5. *Cede gana si sube y Cede gana si baja*

Este tipo de instrumentos comprende una opción de tipo binaria *cash or nothing*, cuyo subyacente es regularmente el tipo de cambio

FIX determinado por el Banco de México o bien la tasa de subasta de Cetes a 28 días. No obstante, la característica binaria del pago al vencimiento de la opción incorporada en esta nota no es dependiente de la trayectoria del subyacente. En este sentido, una opción *cash or nothing* paga un monto preestablecido X al vencimiento si la opción en la fecha de ejercicio termina *in the money*. Dado que este instrumento representa una estructura integrada por: *i*) un bono cupón cero y *ii*) una opción de tipo binaria *cash or nothing*, con precio de ejercicio igual al nivel inicial del tipo de cambio establecido en el prospecto de la emisión, el precio de evaluación del Cede gana si sube (gana si baja) está dado por:

$$P_V \quad B \quad P_D$$

en el que B precio del bono cupón cero; P_D prima de la opción binaria *cash or nothing*, inmersa en el Cede determinada por: $P_D \quad c_b$ para un Cede gana si sube y $P_D \quad p_b$ para un Cede gana si baja.

La evaluación por separado de cada componente del Cede se determina de la siguiente manera. En primer lugar, el valor del bono cupón cero en la fecha de la evaluación está determinado por:

$$B \quad \frac{N}{1 \quad R(t, T)(T \quad t)}$$

Después, el valor de la prima de la opción puede obtenerse mediante la fórmula de Rubinstein y Reiner (1991) para la evaluación de opciones binarias *cash or nothing*. Las siguientes expresiones determinan, respectivamente, el valor de la prima de la opción inmersa en un Cede gana si sube (*call*) y para un Cede gana si baja (*put*):

$$c_b \quad Xe^{\quad r(T \quad t)} \quad (d)$$

$$p_b \quad Xe^{\quad r(T \quad t)} \quad (\quad d)$$

en que

$$d \quad \frac{\ln(S_t/K) \quad r \quad r_f \quad \frac{1}{2} \quad {}^{2} \, (T \quad t)}{\sqrt{(T \quad t)}}$$

$$X \quad N\frac{TIM}{360}$$

en que:

c_b prima de la opción *call cash or nothing* (gana si sube);
p_b prima de la opción *put cash or nothing* (gana si baja);
X monto preestablecido desde la emisión si la opción expira *in the money* representado por la tasa de interés máxima (TIM);
S_t valor del subyacente;
K precio de ejercicio;
r tasa libre de riesgo compuesta de manera continua;
r_f tasa libre de riesgo extranjera compuesta de manera continua;
( ) probabilidad acumulada de una variable aleatoria normal estándar;
volatilidad del rendimiento del subyacente;
$T \quad t$ número de días al vencimiento de la opción, como proporción de año;
plazo de la emisión;
TIM tasa de interés máxima establecida en el prospecto de la emisión.

6. *Cede* knock out down and out y *Cede* knock out up and out

Los Cedes *knock out* son certificados de depósito que llevan inmersa una opción binaria de barrera, la cual por lo regular se encuentra vinculada al comportamiento de la paridad cambiaria peso-dólar. La principal característica de este tipo de notas estructuradas es que el rendimiento que pueden generar se paga al vencimiento y depende de si el subyacente alcanza o no la barrera especificada en los términos del contrato. El perfil de pago de un Cede *knock out* del tipo *down and out* es:

N si en algún tiempo t $S_t \quad H_L$

$N \quad X$ si para todo tiempo t $S_t \quad H_L$

Mientras que para un Cede *knock out* del tipo *up and out*, el perfil de pago es:

$N \quad X$ si para todo tiempo t $S_t \quad H_U$

N si en algún tiempo t $S_t \quad H_U$

en que:

S_t valor del subyacente;
N valor nominal del Cede;

X flujo generado por el rendimiento establecido en el contrato;
H_L barrera inferior del subyacente que se especifica para un Cede *down and out*;
H_U barrera superior del subyacente que se especifica para un Cede *up and out*.

La barrera para cada uno de los Cedes (H_L y H_U) se establece en la fecha de emisión del certificado. Para el *down and out* la barrera se encuentra por debajo del nivel del subyacente a la fecha de emisión, mientras que en el *up and out* la barrera tiene un nivel superior.

Dado que este tipo de instrumentos representa la estructuración de una nota integrada por: *i*) un bono cuyo valor al vencimiento es igual a 100% del capital invertido y *ii*) una opción binaria *down and out* (*up and out*), en la que el subyacente es la paridad cambiaria FIX MXP/USD con plazo igual al del bono, el precio de evaluación del Cede está dado por:

$$P_V \quad B \quad P_D$$

en que B precio del bono cupón cero y P_D prima de la opción binaria de barrera insertada en el Cede determinada por:

$$P_D \quad \begin{array}{l} c_O \ \textit{down and out} \\ c_U \ \textit{up and out} \end{array}$$

en la que c_O prima de una opción binaria de barrera *down and out* y c_U prima de una opción binaria de barrera *up and out*.

La evaluación de cada componente del Cede se determina de la siguiente manera. El valor del bono cupón cero en la fecha de la evaluación se calcula mediante:

$$B \quad \frac{N}{1 \quad R(t,T)(T \quad t)}$$

El precio de las opciones *down and out* y *up and out* utiliza el modelo propuesto por Rubinstein y Reiner (1991):

$$P_D \quad A \quad C$$

en el que

$$A \quad Xr^{\ \ T} N(\ x_1 \qquad \sqrt{T \quad t})$$

$$C \quad Xr \quad \frac{H}{S_t}^{2 \quad\; 2} N(\;\; y_1 \qquad \sqrt{T \quad t}\,)$$

con

$$x_1 \qquad \frac{\ln(S_t/H)}{\sqrt{T \quad t}} \qquad \sqrt{T \quad t}$$

$$y_1 \qquad \frac{\ln(H/S_t)}{\sqrt{T \quad t}} \qquad \sqrt{T \quad t}$$

$$1 \quad \frac{\;}{\;^{2}}$$

$$\ln \frac{r}{\;} \quad \frac{1}{2} \quad {}^{2}$$

en los que:

X monto preestablecido desde la emisión si la opción expira *in the money* representado por la tasa de interés máxima (TIM);

r 1 tasa libre de riesgo;

volatilidad del rendimiento del subyacente;

( ) probabilidad acumulada de una variable aleatoria normal estándar;

H barrera;

S_t precio del subyacente;

1 tasa de rendimiento del activo subyacente asociada al plazo anualizado.

y son términos binarios cuyo valor depende del tipo de opción; 1, 1, para la opción *down and out* (c_O); 1, 1, para la opción *up and out* (c_U).

7. *Cede dual tipo de cambio*

La estructura de este Cede considera una opción de tasas de interés. Este instrumento agrega a la tasa de rendimiento mínima garantizada (TMG) un rendimiento que está en función de la paridad cambiaria MXP/USD. Esta nota tiene estructurado un *bullet bond* con una tasa mínima garantizada fija, la cual se determina al inicio de la emisión.

El subyacente de estos certificados de depósito es el rendimiento del tipo de cambio FIX que se obtenga en una fecha específica, respecto a un nivel inicial de tipo de cambio MXP/USD establecido por el emisor al inicio del certificado de depósito.

Este instrumento se integra por: *i*) un bono (*bullet bond*) cuyo único cupón se paga al vencimiento, junto con el principal 100% garantizado, y *ii*) una opción europea de tasas de interés, con precio de ejercicio igual a la tasa mínima garantizada establecida en el prospecto de la emisión.

El precio sucio de la evaluación del Cede dual tipo de cambio es:

$$P_V \quad B_b \quad P_D$$

en el que B_b precio del *bullet bond* y P_D prima de la opción de tasas de interés incorporada en el Cede calculada mediante:

$$P_D \quad \max(TMG,\ TR)$$

en la que TMG tasa mínima garantizada establecida en el prospecto de la emisión y TR tasa de rendimiento vinculada al tipo de cambio final.

La evaluación de cada componente del Cede se obtiene a continuación: primero se calcula el precio del *bullet bond*, mismo que liquidará a su vencimiento 100% del capital invertido (valor nominal establecido en el prospecto), más los intereses devengados a la tasa mínima garantizada. De esta manera, el valor del bono está dado por:

$$B_b \quad \frac{N \quad (1 \quad TMG(\ /360))}{1 \quad R(t,T)\,(T \quad t)}$$

en el que

N valor nominal del Cede;

TMG tasa mínima garantizada establecida en el prospecto de la emisión;

plazo de la emisión;

R tasa de rendimiento asociada al número de días por vencer, que se obtiene de las curvas nominales bancarias;

$T \quad t$ días por vencer de la emisión a la fecha de la evaluación.

Posteriormente, la prima de la opción se obtiene a partir de la fórmula propuesta por Black (1976) para la evaluación de futuros de tasa. Sin embargo, existen algunas consideraciones que hay que tomar en cuenta en la evaluación de la opción de tasas de interés inmersa en este tipo de nota.

i) El *pay-off* de la opción inmersa en el Cede es ajustado mediante un factor o porcentaje de garantía establecido en el prospecto de la emisión, es decir, el tipo de cambio final debe ajustarse por dicho factor;

ii) El rendimiento adicional a la tasa mínima garantizada que puede pagar el certificado de depósito es liquidado justamente al vencimiento de la emisión junto con el valor al vencimiento del *bullet bond* con el cual fue estructurada la nota. Por esta razón el valor futuro de dicho rendimiento (en caso de que éste tenga valor en la fecha de la evaluación) es descontado desde la fecha de vencimiento del certificado de depósito;

iii) Dado que el prospecto de la emisión establece una fecha determinada para la observación del tipo de cambio final (FIX final) que será tomado como referencia a fin de obtener el valor de la opción al vencimiento. El valor del tipo de cambio de referencia para cada uno de los días que van desde la fecha de emisión hasta la fecha de la observación es calculado de la siguiente manera:

$$TC_{\mathrm{ref}_t} \quad FIX_t \quad PF$$

en el que FIX_t tipo de cambio FIX dado a conocer por el Banco de México en la fecha de la evaluación t y PF puntos *forward* del día de la evaluación;

iv) Con el tipo de cambio de referencia obtenido a partir del inciso anterior, se calcula la tasa de rendimiento vinculada al tipo de cambio final $TC_{f,T}$ a la fecha de la evaluación mediante:

$$TR_f \quad \max \quad \frac{TC_{f,t} \quad F}{TC_i} \quad 1 \ \frac{1}{\ }, 0$$

en la que:

TR_f tasa de rendimiento vinculada al tipo de cambio final;
$TC_{f,t}$ tipo de cambio de referencia en la fecha de la evaluación t;

F factor establecido en el prospecto de la emisión (porcentaje de garantía);
TC_i tipo de cambio inicial;
plazo de la emisión como proporción de año.

Según las consideraciones expuestas líneas arriba, la prima de la opción de tasas con la cual es estructurado el certificado de depósito se obtiene a partir de:

$$P_D \quad N \quad e^{\ r(T \quad t)}[TR_f \quad (d_1) \quad TMG \quad (d_2)]$$

en que:

$$d_1 \quad \frac{\ln(TR_f / TMG) \quad \frac{1}{2} \quad ^2 \ (T \quad t)}{\sqrt{T \quad t}}$$

$$d_2 \quad d_1 \quad \sqrt{(T \quad t}$$

en que:

N valor nominal del Cede;
plazo de la emisión del Cede;
r tasa libre de riesgo compuesta de manera continua;
TR_f tasa de rendimiento vinculada al tipo de cambio final;
TMG tasa mínima garantizada establecida en el prospecto de la emisión;
( ) probabilidad acumulada de una variable aleatoria normal estándar;
volatilidad del rendimiento del subyacente;
$T \quad t$ número de días al vencimiento de la opción.

En consecuencia, el precio limpio de evaluación del Cede está dado por:

$$PLV \quad PV \quad ID$$

en el que, como antes, PV es el precio sucio del Cede dual tipo de cambio e ID son los intereses devengados del cupón vigente.

V. Evaluación de opciones de bonos: Enfoque de ecuaciones diferenciales parciales

Supóngase que la tasa corta o tasa instantánea, r_t, sigue una dinámica conducida por

$$\mathrm{d}r_t \quad (r_t, t)\mathrm{d}t \quad (r_t, t)\mathrm{d}W_t \tag{32}$$

en la que $(W_t)_{t \quad [0,T]}$ es un movimiento browniano definido en un espacio fijo de probabilidad con una filtración, $(\quad , \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \quad [0,T]}, \mathrm{IP})$ y (r_t, t) y (r_t, t) son funciones conocidas. Si $B \quad B(r_r, t; T)$ es el precio de un bono cupón cero, entonces B satisface

$$\frac{B}{t} \quad (\ (r_t, t) \quad (r_t, t) \ (r_t, t)) \frac{B}{r_t} \quad \frac{1}{2} \quad {}^2(r_t, t) \frac{{}^2B}{r_t^2} \quad r_t B_t \quad 0 \tag{33}$$

junto con la condición final $B(r_t, T; T) \quad 1$. Las condiciones de frontera dependen de la forma funcional de (r_t, t) y (r_t, t). Si el bono paga cupones (r_t, t) durante cada instante dt, entonces (33) se modifica de la siguiente manera

$$\frac{B}{t} \quad (\ (r_t, t) \quad (r_t, t) \ (r_t, t)) \frac{B}{r_t} \quad \frac{1}{2} \quad {}^2(r_t, t) \frac{{}^2B}{r_t^2} \quad r_t B_t \quad (r_t, t) \quad 0$$

Si el bono paga cupones de manera discreta (r_t, t_i) en los tiempos $t \quad t_1, t_2, \ldots, t_n$, entonces (33) se mantiene y se incluyen las condiciones

$$B(r_t, t_i \ ; T) \quad B(r_t, t_i \ ; T) \quad (r_t, t_i), \qquad i \quad 1, 2, \ldots, n$$

en las que t_i y t_i son, respectivamente, los límites por la derecha y por la izquierda a t_i. Obsérvese que la ecuación (33) y el lema de Itô producen el siguiente sistema de dos ecuaciones:

$$\frac{B}{t} \quad \frac{1}{2} \quad {}^2(r_t, t) \frac{{}^2B}{r^2} \quad (\ (r_t, t) \quad (r_t, t) \ (r_t, t)) \frac{B}{r_t} \quad r_t B \quad 0$$

$$\mathrm{d}B \quad \frac{B}{t} \quad \frac{1}{2} \quad {}^2(r_t, t) \frac{{}^2B}{r_t^2} \quad \frac{B}{r_t} \quad (r_t, t) \ \ \mathrm{d}t \quad \frac{B}{r_t} \quad (r_t, t)\mathrm{d}W_t$$

lo que conduce a

$$\begin{aligned} \mathrm{d}B \quad r_t B \mathrm{d}t \quad & (r_t, t) \ (r_t, t) \frac{B}{r_t} \mathrm{d}t \quad \frac{B}{r_t} \quad (r_t, t)\mathrm{d}W_t \\ & (r_t, t) \frac{B}{r_t} (\ (r_t, t)\mathrm{d}t \quad \mathrm{d}W_t) \end{aligned} \tag{34}$$

En conclusión, si se denota

$$\mathrm{d}\widetilde{W}_t \quad (r_t, t)\mathrm{d}t \quad \mathrm{d}W_t$$

entonces la tasa corta, r_t, y el precio del bono, $B(r_t, t)$, satisfacen

$$\mathrm{d}r_t \quad (\ (r_t, t) \quad (r_t, t) \ (r_t, t))\mathrm{d}t \quad (r_t, t)\mathrm{d}\widetilde{W}_t \tag{35}$$

y

$$\mathrm{d}B \quad r_t B\mathrm{d}t \quad (r_t, t)\frac{B}{r_t}\mathrm{d}\widetilde{W}_t \tag{36}$$

De esta manera las componentes estocásticas de (34) y (36) son idénticas. En este caso el teorema de Girsanov es un instrumento útil que garantiza que $\mathrm{d}\widetilde{W}_t$ es también un movimiento browniano, aunque definido en otro espacio de probabilidad, $\widetilde{\mathrm{IP}}$, equivalente al original IP en el sentido de que están definidos en el mismo espacio muestra y comparten los mismos conjuntos de probabilidad cero. A continuación, dado que (r_t, t) no es una variable observable directamente, se supone, por simplificación, que $(r_t, t) \quad 0$. Ahora bien, si $c \quad c(r_t, t; T, S)$ es el precio de una opción europea de compra en un bono cupón cero que se coloca en T, con precio de ejercicio K y vencimiento en S, $S \quad T$, entonces c satisface

$$\frac{c}{t} \quad (r_t, t)\frac{c}{r_t} \quad \frac{1}{2} \ {}^2(r_t, t)\frac{{}^2 c}{r_t^2} \quad r_t c_t \quad 0 \tag{37}$$

sujeto a

$$c(r_t, T; T, S) \quad \max(B(r_t, T; S) \quad K)$$

en el que B es solución de

$$\frac{B}{t} \quad (r_t, t)\frac{B}{r_t} \quad \frac{1}{2} \ {}^2(r_t, t)\frac{{}^2 B}{r_t^2} \quad r_t B_t \quad 0 \tag{38}$$

con

$$B(r_t, T; T) \quad 1$$

De esta manera el precio de la opción en el bono c se determina en dos etapas. En la primera etapa se resuelve una ecuación diferencial para B y en la segunda se resuelve otra ecuación diferencial para c.

La ecuación diferencial parcial de un bono llamable (redimible)

Si la tasa corta sigue una dinámica conducida por

$$\mathrm{d}r_t \quad (r_t, t)\mathrm{d}t \quad (r_t, t)\mathrm{d}W_t \tag{39}$$

en la que (r_t, t) y (r_t, t) son funciones conocidas y $B_a \quad B_a(r_t, t; T)$ es el precio de un bono llamable (redimible) que paga cupones (r_t, t_i) en

$t_i, i \quad 1, 2, \ldots n$, y que se puede recomprar en $a \quad a(t)$ en fechas futuras $_j, j \quad 1, 2, \ldots, m$, entonces B_a satisface

$$\frac{B_a}{t} \quad (\ (r_t, t) \qquad (r_t, t) \ \ (r_t, t)) \frac{B_a}{r_t} \quad \frac{1}{2} \quad {}^2(r_t, t) \frac{{}^2 B_a}{r_t^2} \quad r_t B_a \quad 0 \tag{40}$$

junto con las condiciones

$$B_a(r_t, T; T) \quad 1$$

$$B_a(r_t, t_i \ ; T) \quad B_a(r_t, t_i \ ; T) \qquad (r_t, t_i), \qquad i \quad 1, 2, \ldots, n$$

y

$$B_a(r_t, t; T) \quad a(t), \qquad j \quad 1, 2, \ldots, m$$

Esta última condición reduce el precio del bono. Obsérvese que si la estructura de plazos $R(t, t_j)$, asociada al bono cuponado B_a cuando r_t sigue (40), es baja, entonces el precio $B_a(r_t, t_j; T)$ es alto por lo que el emisor recomprará el bono.[2] Entre las limitaciones de este tipo de bonos se destaca, por un lado, que los inversionistas se exponen al riesgo de reinversión y, por otro, se reduce la duración efectiva de estos instrumentos, lo cual no es atractivo para inversionistas institucionales como fondos de pensión o compañías de seguros, para los cuales la duración de sus pasivos de manera característica excede a la de sus activos.

VI. Evaluación de opciones de bonos cuando la tasa corta sigue el modelo de Vasicek (modelo de Jamshidian)

En esta sección se revisa, brevemente, el modelo de Vasicek (1977) de tasa corta para evaluar un bono cupón cero y el modelo de Jamshidian (1989) para evaluar una opción sobre dicho cupón cero. Supóngase que la dinámica estocástica de la tasa corta sigue un proceso con reversión a la media dado por

$$\mathrm{d}r_t \quad a(b \quad r_t)\mathrm{d}t \qquad \mathrm{d}W_t \tag{41}$$

en el que $(W_t)_{t \quad [0,T]}$ es un movimiento browniano definido en un espacio fijo de probabilidad con una filtración, $(\quad , \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \quad [0,T]}, \mathrm{IP})$ y

[2] Métodos numéricos para calcular soluciones aproximadas de este tipo de problemas pueden encontrarse en Venegas-Martínez (2005).

a, b y son cantidades positivas, constantes y conocidas. La expresión (41) es conocida en la bibliografía como el modelo de Vasicek para la dinámica de la tasa corta. En este caso el precio de un bono cupón cero que se emite en t y que paga una unidad monetaria en el tiempo T está dado por:

$$B(t,T) \quad \mathrm{E} \ \exp \quad {}_t^T r_s \mathrm{d}s \,\Big|\, \mathcal{F}_t \tag{42}$$

Se puede verificar, fácilmente, que

$$r_t \quad r_0 e^{\ \ at} \quad b(1 \quad e^{\ \ at}) \qquad {}_0^t e^{\ \ a(t \quad s)} \mathrm{d}W_s \tag{43}$$

De esta manera, r_t tiene distribución normal con media (condicional)

$$\mathrm{E}[r_t | \mathcal{F}\,] \quad r_0 e^{\ \ at} \quad b(1 \quad e^{\ \ at}) \tag{44}$$

y varianza (condicional)

$$\mathrm{Var}[r_t | \mathcal{F}\,] \qquad {}^2 \ {}_0^t e^{\ \ 2a(t \quad s)} ds \quad \frac{^2}{2a}(1 \quad e^{\ \ 2at}) \tag{45}$$

Debido a la propiedad de normalidad de la tasa corta en el modelo de Vasicek se cumple que

$$B(r_t, t;T) \quad e^{A(t,T) \quad r_t D(t,T)} \tag{46}$$

en que

$$D(t,T) \quad \frac{1 \quad e^{\ \ a(T \quad t)}}{a}$$

y

$$A(t,T) \quad \frac{1}{a^2}(D(t,T) \quad T \quad t) \ a^2 b \quad \frac{1}{2} \ {}^2 \qquad \frac{{}^2 D(t,T)^2}{4a}$$

Por último, la curva de rendimiento, $R(t,T)$, se calcula, mediante (46), como

$$R(t,T) \quad \frac{r_t D(t,T) \quad A(t,T)}{T \quad t}$$

En este caso el precio de una opción que vence en T con precio de ejercicio K en un bono cupón cero que se coloca en T y vence en S está dado por:

$$c \quad N[B(t,S) \quad (h) \quad KB(t,T) \quad (h \qquad _P)] \tag{47}$$

en que

$$h \quad \frac{\ln \dfrac{B(t,S)}{KB(t,T)} \quad \dfrac{1}{2} \; {}^{2}_{P}}{{}_{P}} \quad \frac{1}{{}_{P}} \ln \frac{B(t,S)}{KB(t,T)} \quad \frac{{}_{P}}{2} \tag{48}$$

El parámetro de volatilidad, $_P$, se calcula mediante

$$\begin{aligned} {}^{2}_{P} &= \mathrm{Var}[\ln(B(T,S))\,|\mathcal{F}_t] \\ &= \mathrm{Var}[r_T\,(D(T,S))\,|\mathcal{F}_t\,] \\ &\quad \frac{{}^{2}}{2a}(1 \quad e^{\;2a(T \quad t)})D(T,S)^2 \end{aligned}$$

en el que $\mathrm{Var}[\;|\mathcal{F}_t]$ es la varianza condicional dada la información disponible en t.

VII. Evaluación de opciones de bonos cuando la tasa corta sigue el modelo de Ho y Lee

En el modelo propuesto por Ho y Lee (1986) la tendencia de la tasa corta se calibra con base en los precios de mercado actuales, de manera que los precios del mercado coincidan con los precios teóricos. Es importante destacar que, al igual que en el modelo de Vasicek, el de Ho y Lee puede producir valores negativos de r_t con probabilidad positiva. En este caso el comportamiento de la tasa corta es conducido por el siguiente proceso:

$$\mathrm{d}r_t \quad h_t \mathrm{d}t \quad\quad \mathrm{d}W_t \tag{49}$$

en el que $\quad 0$ es una cantidad constante, h_t es una función del tiempo y $W_t \sim \mathcal{N}(0, t)$. Es decir, la dinámica estocástica de la tasa corta sigue una distribución normal y

$$r_t \quad r_0 \quad {}_0^{t} h_s \mathrm{d}s \quad\quad {}_0^{t} \mathrm{d}W_s$$

La media y varianza de la tasa corta satisfacen, respectivamente,

$$\mathrm{E}[r_t\,|\mathcal{F}\,] \quad r_0 \quad {}_0^{t} h_s \mathrm{d}s$$

y

$$\mathrm{Var}[r_t\,|\mathcal{F}\,] \quad\quad {}^{2}t$$

en las que $\mathcal{F}_0$ es la información relevante disponible en $t \quad 0$. La función h_t determina, en promedio, hacia dónde se moverá r_t en el futuro. Obsérvese también que aunque h_t es dependiente del tiempo, es independiente del nivel de r_t. La función h_t se eligirá de manera que la estructura de plazos de la tasa de interés sea congruente con los precios actuales. El modelo no presenta reversión a la media y la volatilidad es constante, es decir, es independiente del nivel de la tasa corta y del tiempo. En este caso, se tiene que

$$h_t \quad \frac{}{t} f(0,t) \quad {}^2 t \tag{50}$$

y el precio de un bono cupón cero está dado por

$$B(t,T) \quad e^{A(t,T) \quad r_t(T \quad t)} \tag{51}$$

en el que

$$A(t,T) \quad \ln \frac{B(0,T)}{B(0,t)} \quad (T \quad t)\frac{}{t} \ln B(0,t) \quad \frac{{}^2}{2} t(T \quad t)^2 \tag{52}$$

En la práctica, se utiliza la aproximación

$$\frac{}{t} \ln B(0,t) \quad f(0,t) \quad \frac{\ln B(0,t \quad t) \quad \ln B(0,t)}{t}$$

en la que t es un tiempo suficientemente pequeño. Con esta aproximación se cambia el término de segundo orden ${}^2 t(T \quad t)^2/2$ por ${}^2 t(T \quad t)[(T \quad t) \quad t]/2$.

El precio de una opción que vence en T con precio de ejercicio K de un bono cupón cero que se coloca en T y vence en S está dado por:

$$c \quad N[B(t,S) \quad (h) \quad KB(t,T) \quad (h \quad {}_P)] \tag{53}$$

en que

$$h \quad \frac{\ln \dfrac{B(t,S)}{KB(t,T)} \quad \dfrac{1}{2} \; {}^2_P}{{}_P} \quad \frac{1}{{}_P} \ln \frac{B(t,S)}{KB(t,T)} \quad \frac{{}_P}{2} \tag{54}$$

Ahora, el parámetro de volatilidad, ${}_P$, se calcula mediante

$$\begin{aligned} {}^2_P &= \mathrm{Var}[\ln(B(T,S))|\mathcal{F}_t] \\ &= \mathrm{Var}[r_T(S \quad T)|\mathcal{F}_t] \\ &\quad (S \quad T)^2 \quad (T \quad t) \end{aligned}$$

Así, ${}^2_P \quad (S \quad T) \sqrt{T \quad t}$.

VIII. EVALUACIÓN DE OPCIONES DE BONOS CUANDO LA TASA CORTA SIGUE EL MODELO DE HULL Y WHITE

El modelo de Hull y White (1990) extiende el modelo de Vasicek para incluir un parámetro dependiente del tiempo; específicamente se supone que b es dependiente del tiempo, lo cual se denotará mediante b_t, de esta manera

$$\mathrm{d}r_t \quad a(b_t \quad r_t)\mathrm{d}t \qquad \mathrm{d}W_t \tag{55}$$

Si se supone que a y han sido estimadas por algún método estadístico, se desea ahora seleccionar b_t de manera que los precios de mercado y los teóricos coincidan. En este caso, se infiere que

$$b_t \quad \frac{1}{a}\frac{}{t} f(0,t) \quad f(0,t) \quad \frac{^2}{2a^2}(1 \quad e^{\ 2at}) \tag{56}$$

equivalentemente

$$b_t \qquad \frac{1}{a}\frac{}{t^2}\ln B(0,t) \quad \frac{}{t}\ln B(0,t) \quad \frac{^2}{2a^2}(1 \quad e^{\ 2at})$$

Si $B \quad B(r_t,T)$ es el precio de un bono cupón cero cuya dinámica es guiada por (8.2), entonces B satisface

$$B(r_t,t;T) \quad e^{A(t,T) \quad r_t D(t,T)} \tag{57}$$

en que

$$D(t,T) \quad \frac{1 \quad e^{\ a(T \quad t)}}{a}$$

y

$$A(t,T) \quad \ln \frac{B(0,T)}{B(0,t)} \quad D(t,T)\frac{}{t}\ln B(0,t) \quad \frac{^2}{4a}D^2(t,T)(1 \quad e^{\ 2at}) \tag{58}$$

En la práctica, se utilizan en (8.20) las siguientes aproximaciones

$$\frac{}{t}\ln B(0,t) \quad \frac{\ln B(0,t \qquad t) \quad \ln B(0,t)}{t}$$

con t pequeña. De manera que

$$A(t,T) \quad \ln \frac{B(0,T)}{B(0,t)} \quad \frac{D(t,T)}{t}\ln \frac{B(0,t \qquad t)}{B(0,t)} \quad \frac{^2}{4a}D^2(t,T)(1 \quad e^{\ 2at}) \tag{59}$$

Obsérvese también que

$$D(t, t \quad t) \quad \frac{1 \quad e^{a \quad t}}{a} \quad a \quad t$$

ya que $e^{a \quad t} \quad 1 \quad a \quad t$ si T es suficientemente pequeña. Por tanto,

$$A(t,T) \quad \ln \frac{B(0,T)}{B(0,t)} \quad \frac{D(t,T)}{D(t,t \quad t)} \ln \frac{B(0,t \quad t)}{B(0,t)}$$
$$\frac{^2}{4a} D^2(t,T)(1 \quad e^{2at}) \tag{60}$$

Es frecuente utilizar en esta aproximación un término cuadrático en $D(t,T)$ modificado de manera que

$$A(t,T) \quad \ln \frac{B(0,T)}{B(0,t)} \quad \frac{D(t,T)}{D(t,t \quad t)} \ln \frac{B(0,t \quad t)}{B(0,t)}$$
$$\frac{^2}{4a}(1 \quad e^{2at}) D(t,T)[D(t,T) \quad D(t,t \quad t)] \tag{61}$$

El precio de una opción que vence en T con precio de ejercicio K de un bono cupón cero que se coloca en T y vence en S está dado por:

$$c \quad N[B(t,S) \quad (h) \quad KB(t,T) \quad (h \quad _P)] \tag{62}$$

en que

$$h \quad \frac{\ln \dfrac{B(t,S)}{KB(t,T)} \quad \dfrac{1}{2} \ {}^2_P}{_P} \quad \frac{1}{_P} \ln \frac{B(t,S)}{KB(t,T)} \quad \frac{_P}{2} \tag{63}$$

En este caso, el parámetro de volatilidad, $_P$, se calcula mediante

$$\begin{aligned} {}^2_P &= \mathrm{Var}[\ln(B(T,S))|\mathcal{F}_t] \\ &= \mathrm{Var}[r_T D(T,S)|\mathcal{F}_t] \\ & \frac{^2}{2a}(1 \quad e^{2a(T \quad t)}) D(T,S)^2 \end{aligned}$$

IX. *SWAPS* DE TASAS DE INTERÉS CON UN ÍNDICE DE AMORTIZACIÓN, *SWAPS STEP-UP* Y *STEP-DOWN*

Un *swap* de tasas de interés es un acuerdo entre dos partes para intercambiar intereses en un nominal N en varias fechas futuras con base en una fórmula predeterminada. Una de las partes, la posición larga, paga a la contraparte intereses a tasa fija a cambio de intereses a tasa flotante. Un *swap* de tasas de interés con un índice de amortización es un acuerdo entre dos partes para intercambiar intereses en un nominal que decrece o se amortiza de acuerdo con $I(r_t)N$, en el que $I(\ )$ es una función decreciente. Los *swaps* de tasas de interés con un índice de amortización son también llamados *swaps* del tipo *step-down*. Los *swaps* del tipo *step-up* son aquellos en que $I(\ )$ es una función creciente.

X. Notas respecto a un rango en la tasa de interés

Las notas de un rango en la tasa de interés (*range notes*) pagan al propietario intereses sobre un nocional, N, cada día que la tasa de interés, r_t, permanezca entre dos cotas preestablecidas $r_l \quad r_t \quad r_u$, hasta el vencimiento T. Suponga que la tasa corta sigue una dinámica conducida por

$$\mathrm{d}r_t \quad (r_t, t)\mathrm{d}t \quad (r_t, t)\mathrm{d}W_t \tag{64}$$

en la que $(W_t)_{t \quad [0,T]}$ es un movimiento browniano definido en un espacio fijo de probabilidad con una filtración, $(\quad , \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \quad [0,T]}, \mathrm{IP})$, y (r_t, t) y (r_t, t) son funciones conocidas. Si $V \quad V(r_t, T)$ es el precio de una nota de un rango en la tasa de interés, entonces satisface la siguiente ecuación diferencial parcial

$$\frac{V}{t} \quad \frac{1}{2}\frac{^2V}{r_t^2} \quad (t,T)^2 r_t^2 \quad \frac{V}{r_t} \quad (r_t, t)r_t \quad r_t V \quad r_t 1_{\{r_l \quad r_t \quad r_u\}} \quad 0 \tag{65}$$

con $V(r_t, T) \quad 0$.

XI. Notas estructuradas formadas por bonos cupón cero con pagos vinculados a un tipo de cambio

A continuación se estudia una de las notas estructuradas más comunes. Muchas de las notas estructuradas tienen opciones inmersas y su evaluación es todo un desafío. Asimismo, se analiza de manera intuitiva por qué para inversionistas, con determinadas expectativas en el mercado, ciertos tipos de notas estructuradas podrían ser atractivas.

Una de las notas estructuradas más sencillas en el mercado consiste en un bono cupón cero con pagos vinculados al tipo de cambio. Supóngase que una empresa local A está larga en dólares (posee dólares) que compró a $\overline{S}$ 11.00 unidades de moneda nacional (MN) por dólar. Existe el riesgo de que cuando quiera cambiar sus dólares por moneda nacional obtenga menos de 11.00 unidades. Es decir, existe el riesgo de que sus dólares se deprecien. Supóngase que una contraparte, B, emite una nota estructurada a un año que paga una tasa de interés de 7% en un nominal predeterminado si la proporción MN/USD 11.00, en caso contrario paga 0%. Muchas de las notas estructuradas que se encuentran en el mercado responden a la necesidad que tienen los inversionistas de cubrir riesgos específicos. Desde luego, la empresa A puede adquirir la nota para especular; si la proporción MN/USD < 11.00, A recibirá un premio, si se equivoca, estará atada a una inversión que no le generará intereses durante todo un año.

Supóngase que el tipo de cambio S_t es conducido por el movimiento geométrico browniano

$$\mathrm{d}S_t \quad S_t \mathrm{d}t \quad S_t \mathrm{d}V_t \tag{66}$$

en el que $(V_t)_{t \quad [0,T]}$ es un movimiento browniano definido en un espacio fijo de probabilidad con su filtración aumentada, $(\quad ,\mathcal{F}, (\mathcal{F}_t^V)_{t \quad [0,T]}, \mathrm{IP}^V)$, IR es el tipo de cambio promedio y 0 es la volatilidad instantánea del tipo de cambio. Suponga que la tasa corta tiene una dinámica estocástica conducida por

$$\mathrm{d}r_t \quad (r_t, t)\mathrm{d}t \quad (r_t, t)\mathrm{d}W_t \tag{67}$$

en la que $(W_t)_{t \quad [0,T]}$ es un movimiento browniano definido en un espacio fijo de probabilidad con una filtración, $(\quad ,\mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)^W_{t \quad [0,T]}, \mathrm{IP}^W)$ y (r_t, t) y (r_t, t) son funciones conocidas. Por simplificación, supóngase que $\mathrm{Cov}(\mathrm{d}V_t, \mathrm{d}W_t) \quad 0$. Sea $B \quad B(r_t, S_t, t; T)$ el precio de un bono cupón cero cuyo pago depende del comportamiento de S_t, específicamente si $S_t \quad \overline{S}$, entonces $B(r_t, S_t, T; T) \quad 1$, mientras que si $S_t \quad \overline{S}$, entonces $B(r_t, S_t, \quad ; T) \quad 0$, en que $\quad \min\{t | S_t \quad \overline{S}\}$. En este caso B satisface

$$\begin{aligned} \frac{B}{t} \quad S_t \frac{B}{S_t} \quad \frac{1}{2} \quad {}^2 \frac{{}^2 B}{S_t^2} \quad (\ (r_t, t) \quad (r_t, t) \ \ (r_t, t)) \\ \frac{B}{r_t} \quad \frac{1}{2} \quad {}^2 (r_t, t) \frac{{}^2 B}{r_t^2} \quad r_t B_t \quad 0 \end{aligned} \tag{68}$$

junto con las condiciones

$$B(r_t, S_t, T; T) \quad 1 \quad \text{si} \quad S_t \quad \overline{S}$$

y

$$B(r_t, S_t, \ ; T) \quad 0 \quad \text{si} \quad S_t \quad \overline{S}, \qquad \min\{t \,|\, S_t \quad \overline{S}\}$$

Por supuesto, el planteamiento anterior puede extenderse al pago de cupones.

XII. NOTAS ESTRUCTURADAS FORMADAS POR UN BONO CUPONADO LLAMABLE Y UN ESQUEMA *STEP-UP* DE TASAS CUPÓN

Estas notas estructuradas son bonos cuponados llamables por el emisor que usualmente pagan cupones mayores que un bono gubernamental cuponado que tiene los mismos tiempos de pago y maduración. Los cupones de esta nota estructurada se incrementan en puntos predeterminados en el tiempo si el emisor no recompra. Como ejemplo considérese una nota a cinco años emitida por el FHLB en mayo de 1994 con un nominal de 10 mil dólares. La emisión es llamable en 2 años y los cupones se incrementan con base en el siguiente esquema:

6.25%	para el año 1	(1 de mayo de 1994)
6.50%	para el año 2	(1 de mayo de 1995)
7.00%	para el año 3	(1 de mayo de 1996)
8.20%	para el año 4	(1 de mayo de 1997)
9.25%	para el año 5	(1 de mayo de 1998)

La primera fecha de llamada es mayo de 1996. Por tanto, únicamente los dos primeros cupones están garantizados para el inversionista. Esta nota tiene una opción *call* europea adquirida por el emisor para recomprar el bono el 1 de mayo de 1996, 1997 o 1998. Debido a que esta nota tiene tres fechas de llamada, tiene tres opciones de compra inmersas. De esta manera el emisor ha comprado tres opciones que le permitirán beneficiarse cuando las tasas de interés sean bajas al recomprar, a la par, la deuda antes del vencimiento y refinanciarse con tasas menores disponibles en el mercado. De la misma manera, si las tasas se mantienen estables, es muy probable que la nota sea llamada puesto que está pagando por encima del mercado. Por lo anterior, en lugar de considerar esta nota con vencimiento dentro de cinco años, tiene más sentido considerarla como una inversión a dos años, la cual puede extenderse otros tres años.

Por último obsérvese que esta nota estructurada puede verse como un instrumento en el que el inversionista ha comprado una serie de pisos (*floors*) y vendido una serie de techos (*caps*) periódicos.

XIII. NOTAS ESTRUCTURADAS FORMADAS POR OPCIONES PARA MODIFICAR EL ÍNDICE DE AMORTIZACIÓN CUANDO LAS TASAS DE INTERÉS CAMBIAN

Una nota estructurada vinculada a un índice de amortización (*Index-Amortization Notes* o IAN por sus iniciales en inglés) es un acuerdo mediante el cual el principal se amortiza de acuerdo con un programa determinado. El programa de amortización está vinculado a un índice predeterminado (usualmente LIBOR). En estas notas, el emisor tiene la opción de modificar el esquema de amortización del principal a través de un *cap*.

En este tipo de notas, si el índice predeterminado (LIBOR) se eleva por encima de un cierto nivel R_c, entonces la vida promedio de la nota se extiende. Si, por lo contrario, el índice predeterminado se mantiene en R_c, o por debajo de R_c, el principal de la nota será rápidamente amortizado, lo que hace que la vida promedio se contraiga. El resto del principal se establece de acuerdo con un esquema predeterminado.

Como ilustración, considérese una nota estructurada vinculada a un índice de amortización emitida por la FHLB el 15 de septiembre de 1994 y con fecha de vencimiento el 15 de septiembre de 1999. La tasa cupón se calcula trimestralmente (LIBOR a 3 meses 42 pb) aunque el pago de cupones es anual. Sin embargo, esta nota tiene una restricción, la diferencia entre dos cupones consecutivos trimestrales no puede ser mayor de 50 pb. De manera que la diferencia entre cupones anuales no puede ser mayor de 200 pb. Asimismo, se establece una tasa máxima (*cap*) de 9.5% durante la vida del instrumento. En el primer año el principal permanece sin cambio y, en consecuencia, el esquema de amortizaciones es irrelevante. El 15 de septiembre de 1994 la tasa LIBOR a tres meses fue de 5.0625%. Así, el cupón inicial fue de 5.4825% (5.0625 0.42). Observe también que en un ambiente sin cambios en la tasa de interés (LIBOR debajo de 6%), el 100% del principal estará intacto el primer año. El programa de amortización trimestral de la nota se muestra en el cuadro 5.

CUADRO 5. *Programa de amortización trimestral de la nota*

(Porcentaje)

LIBOR a 3 meses	*Principal remanente*
9.00 o más	100.00
8.75	96.25
8.50	92.50
8.00	85.00
7.75	80.00
7.50	75.00
7.00	65.00
6.50	32.50
6.25	16.25
6.00 o menos	0.00

Supóngase que el inversionista compra esta nota por 1 millón de dólares. Si el 15 de septiembre de 1995 la tasa LIBOR está en 7.50%, en virtud del cuadro 5 se observa que se devuelve 25% del principal (250 mil), dejando un saldo en el principal de 750 mil. De acuerdo con la fórmula se espera que el cupón del principal remanente sea de 7.92% (7.50%   42 pb), sin embargo, debido a la restricción (*cap*) que tenemos en el tamaño del cupón, la cantidad por pagar será de 7.4825%. Esto se obtiene de lo siguiente. El 15 de septiembre de 1994 la tasa inicial del cupón fue de 5.4825%, pero el siguiente cupón no puede ser mayor en 50 pb que el cupón precedente, así que lo más que puede valer es 50 pb cada trimestre, lo que conduce a que en un año se tiene un total de 200 pb. Por tanto, si las tasas aumentan rápidamente el inversionista podría verse atado a un instrumento a cinco años con rendimientos no deseables.

Después de esta amortización parcial del principal se ajusta el principal para el siguiente periodo. Si la tasa LIBOR aumenta a 8.0% para el siguiente trimestre, entonces en virtud del cuadro 5, se observa que se devuelve 15% del principal, dejando un principal remanente de 637 500 (750 000   85%). El pago del cupón sería de 8.42%, pero la restricción nos indica que el cupón es 7.9825%, en cuyo caso el inversionista estará obteniendo una ganancia un poco menor que la tasa LIBOR a 3 meses. Obsérvese que al bajar la tasa LIBOR, la nota se amortiza rápidamente. Si la tasa LIBOR permanece igual el inversionista recibe 100% del principal y habrá obtenido una tasa inferior a la del mercado.

XIV. Notas estructuradas de índices duales

Una nota de índice dual, o nota de *spread* de índices, es un instrumento cuyo cupón está vinculado a la diferencia (*spread*) entre dos índices de mercado. Los índices más comunes en este tipo de notas son:

i) Constant Maturity Treasury (CMT),
ii) Treasury Bill (*T-Bill*),
iii) 12-Month Treasury Average (MTA),
iv) Cost of Deposits Index (Codi),
v) 11th District Cost of Funds Index (Cofi),
vi) Cost of Savings Index (Cosi),
vii) London Inter Bank Offering Rates (LIBOR),
viii) Certificates of Deposit Indexes (CD),
ix) Prime Rate,
x) Fannie Mae's Required Net Yield (RNY).

De la enumeración anterior, los índices que utilizan con mayor frecuencia son CMT, Cofi y LIBOR. Este tipo de notas estructuradas intentan recompensar a los inversionistas que anticipan movimientos a la alza o a la baja de las curvas de rendimiento asociadas a índices. Estas notas pueden también estar vinculadas a otro tipo de índices como los bursátiles de precios de bienes.

Un ejemplo de una nota atractiva para un inversionista con expectativas de una curva de rendimiento plana, asociada a CMT, sería una tasa cupón que flota de la siguiente manera:

Tasa cupón CMT a 5 años CMT a 10 años sobretasa

Con base en la fórmula anterior el cupón se incrementa, junto con la sobretasa, si la curva de rendimiento entre cinco y diez años es plana. Por otra parte, si el inversionista tiene expectativas de una curva de rendimiento creciente, una nota atractiva para él sería la que paga una tasa cupón de la siguiente forma:

Tasa cupón CMT a 10 años CMT a 5 años sobretasa

Considérese, como ejemplo, una nota emitida en agosto de 1993 con un periodo de maduración de cinco años. Esta emisión paga una tasa cupón inicial de 5.00% para el primer año y para los cuatro años restantes la tasa cupón flota de acuerdo con:

Tasa cupón CMT a 5 años CMT a 10 años 432 pb

Un año después de la emisión, el rendimiento de CMT a cinco años estaba en 4.70% y el rendimiento CMT a diez años estaba en 5.34%, lo que produjo una diferencia de 64 pb. La tasa cupón de la nota para los restantes cuatro años está dada por 3.68% 4.70% 5.34% 4.32%. Por supuesto, los compradores de este instrumento tenían expectativas de una curva de rendimiento todavía más plana.

XV. Notas estructuradas con tasas flotantes apalancadas y contraapalancadas

Las notas estructuradas con tasa flotante apalancada ofrecen al inversionista la oportunidad de recibir un rendimiento inicial por encima del mercado y la tasa cupón se ajusta en una cantidad preestablecida M 1 sobre la tasa de interés relevante (por ejemplo, LIBOR). Es decir, si M 1.5, entonces la tasa cupón, se calcula como:

Tasa cupón 1.5 LIBOR 100 pb

De la misma manera, en una nota estructurada con tasa flotante contraapalancada, la tasa cupón se ajusta en una fracción preestablecida m 1 sobre la tasa de interés relevante (LIBOR). Si m 0.5, entonces

Tasa cupón 0.5 LIBOR 100 pb

Los inversionistas de este tipo de notas anticipan estabilidad en la dinámica de las tasas de interés. Por supuesto, con base en estas notas sencillas se pueden construir otras más complicadas, por ejemplo, una nota que calcule la tasa cupón como

max (4.125%, 50% tasa de bonos de tesoro a 10 años 125 pb)

Es pertinente destacar que este tipo de notas se desempeña mal ante volatilidades en la tasa de interés, no importa la dirección de la volatilidad. Por tanto, los inversionistas que adquieren este tipo de productos pronostican que las tasas de interés serán estables en el horizonte de inversión.

XVI. Notas estructuradas de flotación inversa

Este tipo de notas estructuradas tienen una tasa cupón que varía inversamente a un índice preestablecido. Por ejemplo, si el índice preestablecido es LIBOR o Cofi y éste baja, la tasa cupón aumenta y viceversa. Existen en el mercado notas de flotación inversa de los índices enumerados en la sección XIII. El ejemplo siguiente ilustra una nota de flotación inversa emitida por la FNMA en 1992, en la cual la tasa cupón estaba vinculada al nivel del Cofi. La tasa cupón flotaba de la siguiente manera:

Tasa cupón 11.95% Cofi

Esta tasa cupón se recalculaba mensualmente pero los pagos eran semestrales. Esta nota vencía el 16 de noviembre de 1995. De acuerdo con la fórmula anterior el cupón del instrumento aumentaba si el índice Cofi caía y viceversa. El nivel del cupón el 16 de septiembre de 1994 fue de 8.09%, momento en que el Cofi estaba en 3.86 por ciento.

Conclusiones

En México el tema de las notas estructuradas ha cobrado gran interés en los mercados financieros. Estos instrumentos pueden producir mejores opciones de inversión para los fondos de pensiones, ya que los pagos se vinculan a algún índice bursátil o a un tipo de cambio, lo cual genera opciones de inversión con rendimientos potencialmente superiores a los que proporciona el mercado de dinero.

En el presente trabajo se realizó una descripción detallada de las notas estructuradas más comunes en el mercado. Se destacó las dificultades técnicas en el proceso de evaluación de dichos instrumentos. En la mayoría de los casos estudiados se propuso un modelo teórico de evaluación y se desarrollaron varios ejemplos numéricos. Evidentemente, el modelado con supuestos más realistas será una tarea permanente en nuestro programa de investigación.

Referencias bibliográficas

Black, F. (1976), "The Pricing of Commodity Contracts", *The Journal of Financial Economics*, vol. 3, núms. 1-2, pp. 167-179.

Black, F., y Scholes (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *The Journal of Political Economy*, vol. 81, núm. 3, pp. 637-654.

Hull, J. (2005), *Options, Futures and Other Derivatives*, Reino Unido, Prentice Hall International, sexta edición.

——, y A, White (1990), "Pricing Interest Rate Derivatives Securities", *Review of Financial Studies*, vol. 3, núm. 4, pp. 573-592.

Jamshidian, F. (1973), "An Exact Bond Option Pricing Formula", *The Journal of Finance*, vol. 44, núm. 1, pp. 205-220.

Manual de metodologías de certificados de depósito estructurados con derivados (2005), Valmer, Valores de Mercado, S. A. de C. V.

McCann, K., y J. Cilia (1994), "Structured Notes. Federal Reserve Bank of Chicago, Financial Markets Unit (Supervision and Regulation)", manuscrito.

Rubinstein, M., y E. Reiner (1991), "Breaking Down the Barriers", *Risk*, vol. 4, pp. 28-35.

Vasicek, O. (1977), "An Equilibrium Characterization of the Term Structure", *Journal of Financial Economics*, vol. 5, núm. 2, pp. 177-188.

Venegas-Martínez, F. (2005), "Bayesian Inference, Prior Information on Volatility, and Option Pricing: A Maximum Entropy Approach", *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, vol. 8, núm. 1, pp. 1-12.