



El Trimestre Económico

ISSN: 0041-3011

trimestreeditor@fondodeculturaeconomic  
a.com

Fondo de Cultura Económica  
México

Casares, Enrique R.

La composición del gasto gubernamental y el crecimiento económico en una economía  
dependiente

El Trimestre Económico, vol. LXXV, 2008, pp. 23-47

Fondo de Cultura Económica  
Distrito Federal, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=31340953002>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

## LA COMPOSICIÓN DEL GASTO GUBERNAMENTAL Y EL CRECIMIENTO ECONÓMICO EN UNA ECONOMÍA DEPENDIENTE\*

*Enrique R. Casares\*\**

### RESUMEN

Estudiamos la relación entre el gasto gubernamental y el crecimiento económico en un modelo de crecimiento endógeno. Hay dos sectores productivos y dos bienes de consumo, los comerciables y los que no participan en el comercio internacional. Hay dos externalidades. Descubrimos que cuando el gobierno sólo gasta en bienes que participan (no participan) en el comercio internacional, la tasa de crecimiento de estado estacionario aumenta (disminuye). De igual modo, cuando el gobierno gasta en las dos clases de bienes, descubrimos una combinación de estos bienes en la que el gasto gubernamental no afecta la tasa de crecimiento de estado estacionario. Así pues, la composición del gasto gubernamental entre las dos clases de bienes es un factor importante en la relación entre el gasto gubernamental y el crecimiento económico.

### ABSTRACT

We study the relation between government spending and growth in an endogenous growth model. There are two production sectors, and two consumption goods, tradable and non-tradable. There are two externalities. We find that when the gov-

\* *Palabras clave*: sector comerciable, aprendizaje en el trabajo, gasto gubernamental, crecimiento económico. *Clasificación JEL*: F43, E62, O41 [traducción del inglés de Eduardo L. Suárez].

\*\* Departamento de Economía de la Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco (correo electrónico [ercg@correo.azc.uam.mx](mailto:ercg@correo.azc.uam.mx)).

ernment only spends on tradable (non-tradable) goods, the steady state growth rate increases (decreases). Also, when the government spends on tradable and non-tradable goods, we find a combination of these goods where government spending does not affect the steady state growth rate. Thus, the composition of government spending between tradable and non-tradable goods is an important factor in the relation between government spending and growth.

## INTRODUCCIÓN

En los modelos del crecimiento económico endógeno, el monto del gasto gubernamental puede afectar la tasa de crecimiento de la economía a largo plazo. Por tanto, podemos descubrir en la bibliografía teórica que la relación entre el gasto gubernamental y el crecimiento económico puede ser negativa, neutral o positiva. En este estudio nos proponemos estudiar esta relación.

Hay resultados atractivos respecto a este problema en los modelos de crecimiento endógeno de un solo sector. Por ejemplo, cuando el gobierno financia su gasto improductivo mediante impuestos de suma fija, tenemos en el modelo *AK* que el monto del gasto público no afecta la tasa de crecimiento. En cambio, cuando el gasto público interviene en la función de producción y el gobierno financia su gasto mediante un impuesto al ingreso, la tasa de crecimiento depende positivamente del gasto público productivo y negativamente de la tasa del impuesto al ingreso. Así pues, la relación entre el gasto gubernamental y la tasa de crecimiento es una curva de U invertida (véase Barro, 1990). De igual modo, Cashin (1995) introduce el capital público y las transferencias públicas a la función de producción. Introduce dos tipos de impuestos a la producción, uno para financiar el capital público otro para financiar las transferencias públicas productivas. Destaca este autor el dilema entre el efecto positivo de los dos tipos de gasto público en el crecimiento económico y el efecto negativo de los dos tipos de impuestos en el crecimiento económico.<sup>1</sup>

Además, Devarajan, Swaroop y Zou (1996) introducen dos tipos de gasto gubernamental en la función de producción para estudiar la manera como la composición del gasto público afecta el crecimiento económico. Por ejem-

<sup>1</sup> Cashin (1995) descubre para los países de la OCDE una relación positiva entre la inversión pública, las transferencias públicas y el crecimiento, y una relación negativa entre los impuestos distorsionantes y el crecimiento económico.

plo, cuando el gobierno aumenta un tipo de gasto público y se incrementa la tasa del crecimiento económico, el gasto público se define como productivo; pero si disminuye la tasa del crecimiento económico, el gasto público se define como improductivo.<sup>2</sup> Chen (2003) introduce el gasto público en la función de utilidad y en la función de producción. Luego calcula la composición óptima entre la inversión y el consumo públicos y su relación con el crecimiento económico.

En cuanto a los modelos de crecimiento endógeno con dos sectores, Devereux y Love (1995) presentan un modelo con capital físico y humano. Introducen el consumo público en la función de utilidad como un sustituto imperfecto del consumo privado. Por ejemplo, cuando el gobierno incrementa el consumo público mediante impuestos de suma fija, aumenta la tasa del crecimiento económico. Sin embargo, cuando incrementa el consumo gubernamental mediante un impuesto al ingreso, o un impuesto a los salarios, disminuye la tasa del crecimiento económico. Por tanto, concluyen que para estudiar la relación entre el gasto público y el crecimiento económico es importante considerar la estructura impositiva. Además, Roubini y Milesi-Ferreti (1994) elaboran un modelo de una pequeña economía abierta. El gasto gubernamental no interviene en la función de utilidad ni en las funciones de producción.<sup>3</sup> En el caso general, demuestran que la tasa del crecimiento económico depende de la tasa del impuesto al ingreso del capital físico y humano.

Por último, Durlauf y Qua (1998) resumen la bibliografía empírica mostrando regresiones del crecimiento económico en la que la relación entre el consumo gubernamental y el crecimiento económico es negativa o positiva (sin embargo, la gran mayoría de los estudios muestran una relación negativa). También demuestran que el crecimiento del consumo gubernamental se correlaciona positivamente con el crecimiento económico, y que la inversión gubernamental se correlaciona positivamente con el crecimiento económico.

Así pues, tanto en la bibliografía teórica como en la empírica, la relación entre el crecimiento económico y el gasto gubernamental puede ser negativa, neutral o positiva. Por tanto, tomamos algunas percepciones de la bi-

<sup>2</sup> Devarajan, Swaroop y Zou (1996) descubren que los países en desarrollo han venido gastando en exceso en el capital, y poco en los gastos corrientes. Los países desarrollados han venido haciendo lo contrario.

<sup>3</sup> Corsetti y Roubini (1996) consideran que el gasto gubernamental interviene en la función de producción del sector de bienes finales, o en la función de producción del sector de capital humano. Los efectos externos del gasto gubernamental pueden afectar la productividad del capital físico o humano.

bliografía mencionada líneas arriba y estudiamos la relación entre el gasto gubernamental y el crecimiento económico en un modelo de crecimiento endógeno de dos sectores en una pequeña economía abierta con bienes comerciables y no comerciables (una economía dependiente). Con el modelo descubrimos que un aumento del gasto público puede aumentar o disminuir la tasa del crecimiento económico, o bien puede no afectar la tasa de crecimiento de estado estacionario de la economía.

El modelo tiene las características generales siguientes. Suponemos que los dos bienes, comerciables y no comerciables, se producen, consumen y acumulan. Por tanto, hay dos sectores de producción y dos bienes de consumo. Suponemos que el sector de bienes comerciables produce más cambio tecnológico. Para simplificar, el sector de bienes comerciables es el único sector que genera conocimiento tecnológico mediante el aprendizaje en el trabajo. El conocimiento producido en el sector de bienes comerciables queda a la disposición del sector de bienes no comerciables (el sector de no aprendizaje). Así pues, tenemos dos externalidades en el modelo. El precio relativo del bien no exportable se determina endógenamente por los cambios ocurridos en la oferta y la demanda de este bien. Hay comercio internacional en bienes, pero no en activos.<sup>4</sup> Introducimos el gasto gubernamental improductivo. El gobierno financia su gasto mediante impuestos de suma fija. El monto total del gasto público puede gastarse en bienes comerciables y no comerciables.

Con este modelo estudiamos la manera como el gasto gubernamental puede afectar a la tasa de crecimiento de estado estacionario de la economía. El resultado principal es que la composición del gasto público entre bienes comerciables y no comerciables es un elemento importante para entender la manera como el gasto gubernamental afecta la tasa de crecimiento de la economía. Por ejemplo, cuando el gobierno gasta sólo en bienes no comerciables, vemos que disminuye la tasa de crecimiento de estado estacionario. Luego, en el largo plazo, cuando el gobierno aumenta la demanda de bienes no comerciables, incrementa el precio relativo de los bienes no comerciables y el sector de bienes no comerciables atrae trabajadores, de modo que el sector de los bienes comerciables (el sector del aprendizaje) es perjudicado. Así

<sup>4</sup> Véase Obstfeld y Rogoff (1996) y Turnovsky (2000a) para observar las consecuencias del grado de movilidad del capital en estos tipos de modelos. Gavin (1991) demuestra que la movilidad internacional del capital tiende a atenuar la respuesta del precio relativo de los bienes no comerciables ante los cambios exógenos.

pues, disminuye la tasa de crecimiento de la economía. De igual modo, cuando el gobierno aumenta la demanda de bienes comerciables, baja el precio relativo de los bienes no comerciables y el sector de los bienes no comerciables se ve perjudicado. En consecuencia, el sector de los bienes comerciables atrae trabajadores a largo plazo y aumenta la tasa de crecimiento de estado estacionario de la economía.

Además, cuando el gobierno gasta en bienes comerciables y no comerciables hay una combinación de estos bienes en la que el gasto gubernamental no afecta al precio relativo de los bienes no comerciables, de modo que no cambia la tasa de crecimiento de estado estacionario de la economía.

Así pues, podemos decir que el gasto público puede ser “procrecimiento” (“anticrecimiento”) si aumenta (disminuye) la tasa del crecimiento económico, lo que refleja en parte el trabajo de Devarajan, Swaroop y Zou (1996). Además, el gasto público produce un efecto negativo, positivo o neutral en la tasa del crecimiento económico, como en la bibliografía mencionada líneas arriba. Por tanto, nuestros resultados son originales en la bibliografía del crecimiento económico endógeno porque estos resultados se demuestran en un modelo con dos tipos de capital, con trabajo, con rendimientos crecientes a escala, con bienes no comerciables, con un sector de aprendizaje y dos externalidades. Podemos encontrar resultados comparables en Obstfeld y Rogoff (1996) y en Turnovsky (1996), (1997), (2000a) y (2000b).

El ensayo está organizado como sigue. En la sección I elaboramos un modelo de una economía de mercado competitiva en el que introducimos el gasto gubernamental improductivo. En la sección II construimos un sistema de ecuaciones diferenciales que describen a las variables estacionarias. En la sección III estudiamos la manera como el monto del gasto público afecta la tasa de crecimiento de estado estacionario de la economía. Al final se presenta nuestras conclusiones.

## I. LA ECONOMÍA DE MERCADO COMPETITIVA

La economía es una pequeña economía abierta con comercio internacional en bienes, pero, para simplificar, no hay movilidad internacional del capital. Por tanto, el excedente del comercio internacional es 0. La economía toma como dado el precio de los bienes comerciables. Ambos bienes se producen, consumen y acumulan. La producción de cada sector de la producción se elabora mediante capital físico, trabajo y conocimiento tecnológico. La ofer-

ta de trabajo total es constante. El trabajo puede moverse libremente entre los sectores productivos. La gente tiene horizontes infinitos.<sup>5</sup> El gobierno recauda impuestos de suma fija y gasta en bienes comerciables y no comerciables. En este ensayo destacamos el efecto del gasto público en el crecimiento económico en el que la política fiscal se simplifica.

### 1. *El sector comerciable*

Hay un gran número de empresas comerciables competitivas,  $N_T$ , con la misma función de producción. Eliminamos el indicador del tiempo en aras de la sencillez. Suponemos que la función de producción para la empresa comerciable número  $i$  es Cobb-Douglas:

$$Y_{Ti} = K_{Ti}^\alpha L_{Ti}^{1-\alpha} E_1$$

en la que  $Y_{Ti}$  es la producción de la empresa comerciable número  $i$ ,  $K_{Ti}$  es el acervo de capital físico acumulado a partir del bien comerciable de la empresa comerciable número  $i$ ,  $L_{Ti}$  es la cantidad de trabajo empleada en la empresa comerciable número  $i$ , y  $1 - \alpha$  son las participaciones de  $K_{Ti}$  y  $L_{Ti}$ , respectivamente, y  $E_1$  es una externalidad. Se supone que la empresa comerciable número  $i$  sólo usa  $K_{Ti}$ .

Sea  $K_T$  el acervo agregado de capital físico acumulado a partir del bien comerciable en el sector comerciable. El conocimiento tecnológico se crea mediante el aprendizaje en el trabajo en el sector comerciable, de modo que el conocimiento es un subproducto de la inversión (Arrow, 1962). Entonces, el conocimiento de la empresa comerciable número  $i$  aumenta de manera paralela con  $K_{Ti}$ . Dado que el conocimiento es un bien público, hay efectos de derrama del conocimiento de cada empresa entre las empresas. Por tanto, el conocimiento de la empresa comerciable número  $i$  es una función del aprendizaje total en el sector comerciable, es decir,  $K_T$  es el índice del acervo de conocimiento. Estos beneficios intraindustriales del conocimiento son completamente externos a la empresa comerciable individual, de modo que se asegura la existencia de precios competitivos. Así pues,  $E_1$  es el efecto externo de  $K_T$  en la función de producción comerciable número  $i$ ,  $E_1 = K_T^\beta$ .

Puesto que estamos suponiendo que el exponente de  $K_T$  en la externalidad  $E_1$  es 1, la función de producción de la empresa comerciable número

<sup>5</sup> Casares (2000) estudia las políticas del gasto público en un modelo de crecimiento endógeno con generaciones sobrepuestas, en el que el gasto público afecta el crecimiento económico.

$i$  tiene rendimientos constantes respecto a  $K_{Ti}$  y  $L_{Ti}$  (a una medida amplia del capital), de modo que la economía tiene un crecimiento endógeno (Romer, 1989). La función de producción de la empresa comerciable número  $i$  tiene rendimientos crecientes a escala si consideramos todos los insumos al mismo tiempo.

En el equilibrio, todas las empresas comerciables hacen la misma elección. Agregando entre las empresas, tenemos que  $Y_T = \sum_i Y_{Ti}$ ,  $K_T = \sum_i K_{Ti}$  y  $L_T = \sum_i L_{Ti}$ , en que  $Y_T$  es la producción agregada del sector comerciable,  $K_T$  es el acervo agregado del capital físico formado a partir de los bienes comerciables y  $L_T$  es el trabajo agregado empleado en el sector comerciable. Entonces, la función de producción agregada del sector comerciable es:

$$Y_T = K_T^\alpha L_T^{1-\alpha} \quad (1)$$

En el miembro derecho de la segunda igualdad hemos tomado explícitamente en cuenta el valor de la externalidad, de modo que la función de producción agregada tiene rendimientos constantes a una medida amplia del capital y rendimientos crecientes a escala si consideramos todos los insumos al mismo tiempo.

Definimos  $P_T^*$  como el precio mundial del bien comerciable (que es constante). Empleamos el bien comerciable como el numerario ( $P_T^* = 1$ ). La empresa comerciable número  $i$  tiene una previsión perfecta, de modo que toma en cuenta el valor presente y el valor futuro esperado de las trayectorias temporales del salario,  $w$ , y de la tasa de interés,  $r$ ; o sea, la empresa número  $i$  conoce la secuencia  $\{w_t, r_t\}_{t=0}^{\infty}$ . El problema de decisión de la empresa comerciable número  $i$  en el momento 0 consiste en elegir las trayectorias temporales de la inversión y el empleo que maximicen el valor presente de su flujo de efectivo:

$$\max V(0) = \int_0^{\infty} [K_{Ti}^\alpha L_{Ti}^{1-\alpha} - E_{Ti} - w L_{Ti} - I_{Ti}] e^{-\int_0^t r_v dv} dt$$

sujeta a  $\dot{K}_{Ti} = I_{Ti}$ , en que  $I_{Ti}$  es la inversión neta en  $K_{Ti}$ . Suponemos que  $K_{Ti}$  tiene una tasa de depreciación 0. El hamiltoniano es el tradicional. Tomando la externalidad como dada, y considerando que en el equilibrio todas las empresas comerciables hacen la misma elección, las condiciones de primer orden son:

$$w = (1 - \alpha) K_T^\alpha L_T^{-\alpha} \quad (2)$$

$$r = \alpha K_T^{\alpha-1} L_T^{1-\alpha} \quad (3)$$



$$\lim_t e^{\int_0^t r_v dv} {}_T K_T = 0 \quad (4)$$

y  ${}_T P_T^* = 1$ , en el que  ${}_T$  es el precio sombra, en el momento  $t$ , de una unidad adicional de  $K_{Ti}$  en el momento  $t$ . La ecuación (2) dice que la tasa salarial es igual al valor del producto marginal del trabajo en el sector comerciable. La ecuación (3) dice que la tasa de interés es igual al rendimiento total de  $K_T$ . Por tanto, la ecuación (3) es la condición del equilibrio dinámico para  $K_T$ . La ecuación (4) es la condición de transversalidad.

Se supone que la empresa comerciable número  $i$  expide bonos para financiar la inversión neta. La emisión de bonos comerciables agregados,  $B_T$ , está dada por:

$$B_T = I_T \quad (5)$$

La empresa comerciable número  $i$  distribuye dividendos a las familias. Los dividendos agregados,  ${}_T Y_T$ , son:

$${}_T Y_T = wL_T + rB_T \quad (6)$$

## 2. El sector no comerciable

Hay gran número de empresas no comerciables competitivas,  $N_N$ , con la misma función de producción. Suponemos que la función de producción de la empresa no comerciable número  $i$  es Cobb-Douglas:

$$Y_{Ni} = K_{Ni}^\alpha L_{Ni}^{1-\alpha} E_2$$

en la que  $Y_{Ni}$  es la producción de la empresa no comerciable número  $i$ ,  $K_{Ni}$  es el acervo de capital físico acumulado a partir del bien no comerciable en la empresa no comerciable número  $i$ ,  $L_{Ni}$  es la cantidad de trabajadores empleados en la empresa no comerciable número  $i$ , y  $\alpha$  y  $1-\alpha$  son las participaciones de  $K_{Ni}$  y  $L_{Ni}$ , respectivamente, y  $E_2 = K_T^{-1}$  es una externalidad. Suponemos que la función de producción de la empresa no comerciable número  $i$  emplea sólo  $K_{Ni}$ . Dado que hay efectos de desbordamiento de conocimientos entre los sectores, entonces  $E_2$  es la contribución del conocimiento tecnológico generado en el sector comerciable pero empleado en el sector no comerciable (véase Young, 1991). Consideramos que estos beneficios del conocimiento entre las industrias son puramente externos a la empresa no comerciable número  $i$ , de modo que en el sector no comerciable

existen precios competitivos. Puesto que estamos suponiendo que el exponente de  $K_T$ , en la externalidad  $E_2$ , es 1, la función de producción de la empresa no comerciable número  $i$  tiene rendimientos constantes a una medida amplia del capital y rendimientos crecientes a escala si consideramos todos los insumos al mismo tiempo. Adviértase que, con esta condición, y la correspondiente en el sector comerciable, el modelo tiene una solución y revela un crecimiento económico endógeno.

En equilibrio todas las empresas no comerciables hacen las mismas elecciones. Agregando entre las empresas, tenemos que  $Y_N = \sum_i Y_{Ni}$ ,  $K_N = \sum_i K_{Ni}$  y  $L_N = \sum_i L_{Ni}$ , en que  $Y_N$  es la producción agregada en el sector no comerciable,  $K_N$  es el acervo agregado de capital físico formado a partir del bien no comerciable,  $L_N$  es el trabajo total empleado en el sector no comerciable. Entonces, la función de producción agregada en el sector no comerciable es:

$$Y_N = K_N^\alpha L_N^{1-\alpha} E_2 = K_N^\alpha K_T^{1-\alpha} L_N^{1-\alpha} \quad (7)$$

La función de producción agregada tiene rendimientos constantes a una medida amplia del capital, y rendimientos crecientes a escala si consideramos todos los insumos al mismo tiempo.

Dado que la empresa no comerciable número  $i$  tiene una previsión perfecta, conoce los precios presentes y futuros y los toma como dados, es decir, la empresa enfrenta las trayectorias temporales del precio relativo de los bienes no comerciables en términos de los bienes comerciables,  $p_N$ , salario,  $w$ , y tasa de interés,  $r$ , es decir,  $\{p_{Ni}, w_t, r_t\}_{t=0}^{\infty}$ . El problema de decisión de la empresa no comerciable número  $i$  es la selección de trayectorias temporales de la inversión y el empleo que maximicen el valor presente de su flujo de efectivo:

$$\max V(0) = \int_0^{\infty} [p_N K_{Ni} L_{Ni}^\alpha E_2 - w L_{Ni} - p_N I_{Ni}] e^{-\int_0^t r_v dv} dt$$

sujeito a  $K_{Ni} = I_{Ni}$ , en que  $I_{Ni}$  es la inversión neta en  $K_{Ni}$ . Suponemos que  $K_{Ni}$  tiene una tasa de depreciación de 0. El hamiltoniano es el tradicional. Tomando la externalidad como dada, y considerando que en el equilibrio todas las empresas no comerciables hacen la misma elección, las condiciones de primer orden son:

$$w = p_N K_N^\alpha K_T^{1-\alpha} (1-\alpha) L_N^{-\alpha} \quad (8)$$

$$r = K_N^{1-\alpha} K_T^{1-\alpha} L_N^{1-\alpha} \frac{p_N}{p_N} \quad (9)$$

y la condición de transversalidad  $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\int_0^t r_v dv} p_N K_N = 0$  en la que  $p_N$  es el precio sombra en el momento  $t$  de una unidad adicional de  $K_N$  en el momento  $t$ . La ecuación (8) dice que la tasa salarial es igual al valor del producto marginal del trabajo en el sector no comerciable. La ecuación (9) es la condición de equilibrio dinámico para  $K_N$ . Dice que la tasa de interés es igual al rendimiento total de  $K_N$ , es decir, la tasa de interés es igual al producto marginal de  $K_N$  más las ganancias de capital.

La empresa no comerciable número  $i$  emite bonos para financiar la inversión neta. La emisión de bonos no comerciables agregados,  $B_N$ , es:

$$B_N = p_N I_N \quad (10)$$

La empresa no comerciable número  $i$  distribuye dividendos. Los dividendos agregados,  $D_N$ , son:

$$D_N = p_N Y_N - w L_N - r B_N \quad (11)$$

### 3. La familia representativa

El problema de decisión de la familia representativa consiste en escoger una trayectoria de consumo agregado que maximice el valor presente de una función de utilidad instantánea sujeta a la restricción presupuestaria dinámica. La canasta de consumo óptima, que se define como el consumo de bienes comerciables y no comerciables, se determina por una maximización estática de la utilidad. Dado que la familia representativa tiene una previsión perfecta, el consumidor conoce los valores presentes y futuros de  $w$ ,  $r$  y  $p_N$  y los toma como dados. Por tanto, el problema de la familia es:

$$\max U(0) = \int_0^{\infty} \frac{C^{1-1/\sigma}}{1-1/\sigma} e^{-\int_0^t r_v dv} dt \quad (12)$$

sujeito a la restricción presupuestaria de flujo de la familia:

$$\dot{A} = rA - w[L_T + L_N] - T - N - T - C_T - p_N C_N \quad (13)$$

y a la condición de solvencia  $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\int_0^t r_v dv} A = 0$ . Entonces,  $C$  es el consumo real agregado,  $\sigma$  es la elasticidad de sustitución intertemporal y  $\rho$  es el factor de descuento subjetivo. Observamos que en la ecuación (13) los activos son  $A = B_T + B_N$ . El ingreso de la familia es la suma de los rendimientos de los bonos, los salarios y los dividendos de las empresas.  $T$  es un impuesto

de suma fija. El ingreso disponible se asigna al consumo o el ahorro. El consumo total es la demanda de consumo de bienes comerciables,  $C_T$ , y el consumo de bienes no comerciales,  $C_N$ . El ahorro es la demanda de nuevos bonos,  $A = B_T - B_N$ .

Luego, podemos definir  $C$  como un índice homotético de  $C_T$  y  $C_N$ :  $C = DC_T C_N^1$ , en el que  $D = 1/[ (1 - \gamma)^1 ]$  es un parámetro y  $\gamma$  y  $1 - \gamma$  son las participaciones de  $C_T$  y  $C_N$  respecto al gasto total en consumo. El índice de precios relativos del consumidor,  $p_C$ , debe definirse como  $p_C = p_N^1$ . El gasto total en consumo es:

$$p_C C = C_T + p_N C_N \quad (14)$$

Adviértase que cuando dividimos el gasto total en el consumo total entre el índice de precios del consumidor, la  $C$  resultante es una medida de la utilidad de la familia representativa. Con la ecuación (14) podemos reescribir la restricción presupuestaria de flujo de la familia como:

$$A = rA + w[L_T + L_N] - T + N - T - p_C C \quad (15)$$

Entonces, el problema de la familia representativa consiste en maximizar (12) sujeta a (15). El hamiltoniano es tradicional. Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial H}{\partial C} = p_C = r \quad (16)$$

$$\frac{\partial H}{\partial p_C} = C^{-1/\gamma} \quad (17)$$

y la condición  $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-(r-\rho)t} A = 0$ , en la que  $\rho$  es el precio sombra, en el momento  $t$ , de  $A$  en el momento  $t$ .

Luego, considerando que  $p_N$  es variable con el tiempo, y  $p_C$  también, podemos diferenciar la ecuación (17) respecto al tiempo y obtener:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{C}{p_C} \right) = (1 - \gamma) \frac{C}{p_C} \frac{\partial p_C}{\partial t} \quad (18)$$

Podemos diferenciar el índice de precios al consumidor y obtener:

$$\frac{\partial p_C}{\partial t} = (1 - \gamma) \frac{p_N}{p_N} \frac{\partial p_N}{\partial t} \quad (19)$$

Sustituyendo las ecuaciones (18) y (19) en (16) obtenemos la condición de la asignación dinámica para el consumo agregado:

$$\frac{C}{C} = (r - 1) \frac{p_N}{p_N} \quad (20)$$

La canasta de consumo de  $C_T$  y  $C_N$  resulta de la maximización de la función de utilidad  $u = C_T C_N^1$  sujeta al gasto total en el consumo, ecuación (14), en que  $p_C C$  está dado por la restricción presupuestaria de flujo de la familia (15). La condición estática de primer orden es:

$$\frac{U_{C_T}}{U_{C_N}} = \frac{C_N}{(1 - \alpha) C_T} = \frac{1}{p_N} \quad (21)$$

en la que  $U_{C_T}$  y  $U_{C_N}$  son las utilidades marginales del bien comerciable y el bien no comerciable, respectivamente, de modo que la tasa marginal de sustitución de  $C_T$  para  $C_N$  es igual a la proporción del precio.

Empleando el gasto total en consumo, ecuación (14), y la condición previa (21), vemos que el nivel de  $C_T$  es:

$$C_T = p_C C \quad (22)$$

y el nivel de  $C_N$  es:

$$C_N = (1 - \alpha) \frac{p_C C}{p_N} \quad (23)$$

#### 4. El gobierno

El gobierno compra bienes, así que  $G$  es el monto del gasto público. El gasto público no interviene en la función de utilidad ni en las funciones de producción. Si introducimos el gasto gubernamental en una función de utilidad aditivamente separable, se obtienen todos los resultados. En cuanto a la política fiscal, el gobierno sólo puede financiar su gasto mediante impuestos de suma fija,  $T$  (impuesto no distorsionante). Por tanto, la restricción del presupuesto gubernamental equilibrado es:

$$T = G \quad (24)$$

Suponemos que el monto del gasto público puede gastarse en bienes comerciables,  $G_T$ , y en bienes no comerciales,  $G_N$ , es decir:

$$G = G_T + p_N G_N \quad (25)$$

De esta manera, vemos que la restricción del presupuesto gubernamental equilibrado se torna:

$$T - G_T - p_N G_N \quad (26)$$

El monto del gasto público en bienes comerciables es una fracción fija  $g_T$  de  $Y_T$ , y el monto del gasto público en bienes no comerciables es una fracción fija  $g_N$  de  $p_N Y_N$ , en que  $g_T$  y  $g_N$  son constantes y se fijan arbitrariamente (véase Turnovsky, 2000b). Por tanto, el monto del gasto público en bienes comerciables se expresa por la regla siguiente:

$$G_T = g_T Y_T \quad (27)$$

y el monto del gasto público en bienes no comerciables es:

$$p_N G_N = g_N (p_N Y_N) \quad (28)$$

### 5. El equilibrio de los mercados de bienes y de trabajo

Podemos proceder ahora a obtener la condición del equilibrio agregado para el mercado de bienes a precios mundiales. Considerando que:  $A = B_T = B_N$ , podemos consolidar la restricción del presupuesto de flujo del consumidor, (15), con las identidades de la emisión de bonos, (5) y (10), y la definición de los dividendos agregados, (6) y (11), para obtener:

$$Y_T - p_N Y_N - T - C_T - p_N C_N - I_T - p_N I_N \quad (29)$$

Sustituyendo la restricción del presupuesto gubernamental equilibrado, (26), en la ecuación anterior, obtenemos:

$$Y_T - p_N Y_N - C_T - p_N C_N - I_T - p_N I_N - G_T - p_N G_N \quad (30)$$

esta es la restricción de los recursos de la economía a precios mundiales, o la condición del equilibrio agregados para el mercado de bienes a precios mundiales, en el que la producción total de los dos bienes producidos,  $Y$ , es  $Y = Y_T + p_N Y_N$ . Ahora bien, podemos definir  $G/Y$  como la proporción gasto gubernamental/total de la producción. Luego podemos definir la condición de equilibrio para el mercado del bien no comerciable como:

$$p_N Y_N - p_N C_N - p_N I_N - p_N G_N \quad (31)$$

El precio del bien no comerciable es flexible, lo que asegura que este mercado esté siempre equilibrado; por tanto,  $p_N$  se determina por la condición de vaciamiento del mercado. Con la condición de equilibrio del mercado de bienes no comerciables, la ecuación (30) se convierte en:

$$Y_T = C_T + I_T + G_T \quad (32)$$

El tamaño de la población total es constante e igual al trabajo total,  $L$ , de modo que la oferta total de trabajo es también constante y normalizada a 1. Así pues, la condición de equilibrio del mercado de trabajo es:

$$L_T = L_N = L = n + (1 - n) = 1 \quad (33)$$

en la que  $n$  es la fracción del trabajo empleada en el sector comerciable y  $(1 - n)$  es la fracción del trabajo empleado en el sector de los bienes no comerciables. Los valores de  $n$  y  $(1 - n)$  son menores que 1.

## 6. Las variables estacionarias

Dado que  $C$ ,  $K_T$ ,  $K_N$  y  $Y$  están creciendo todo el tiempo, para resolver el modelo será conveniente definir las variables del modelo en términos de variables estacionarias. La característica de estas variables es que permanecen constantes y finitas en el estado estacionario (véase Barro y Sala-i-Martin, 1995). Por ejemplo, sea  $z = K_N/K_T$  la primera variable estacionaria y sea  $a = C/K_N$  la segunda variable estacionaria. En virtud de que  $n$  es constante y finita en el estado estacionario podemos emplearla como la tercera variable estacionaria. Empleando la definición de  $z$  y la condición de pleno empleo para el trabajo, (33), podemos reescribir las condiciones de primer orden (2), (3), (8) y (9) como:

$$w = (1 - \alpha)K_T n \quad (34)$$

$$r = \alpha n^{\alpha-1} \quad (35)$$

$$w = p_N z K_T (1 - \alpha)(1 - n) \quad (36)$$

$$r = z^{\alpha-1} (1 - n)^{\alpha-1} \frac{p_N}{p_N} \quad (37)$$

Igualando (34) y (36), obtenemos:

$$(1 - \alpha)n = p_N z (1 - \alpha)(1 - n) \quad (38)$$

Esta es la condición de la asignación estática eficiente para el trabajo entre los sectores, en la que el valor del producto marginal del trabajo en ambos sectores debe ser igual.

Con las ecuaciones (35) y (37), obtenemos:

$$n^1 = z^{-1}(1-n)^1 \frac{p_N}{p_N} \quad (39)$$

Esta es la condición del arbitraje dinámico para los dos bienes de capital, en la que los rendimientos privados totales para ambos capitales deben ser iguales. Así pues, la ecuación (39) dice que el producto marginal privado de  $K_T$  es igual al producto marginal privado de  $K_N$  más las ganancias de capital en  $K_N$ .

Empleando las ecuaciones (20) y (35) podemos definir la tasa de crecimiento del consumo como:

$$\frac{C}{C} = n^1 = (1-n)^1 \frac{p_N}{p_N} \quad (40)$$

o de otro modo con las ecuaciones (20) y (37) como:

$$\frac{C}{C} = z^{-1}(1-n)^1 \frac{p_N}{p_N} = (1-n)^1 \frac{p_N}{p_N} \quad (41)$$

Por último, reescribimos las restricciones (31) y (32) en términos de las variables estacionarias. Primero, empleando la definición de  $z$  y la condición de pleno empleo para el trabajo, reescribimos la función de producción agregada como:

$$Y_T = K_T n^1 \quad (42)$$

$$Y_N = K_T z (1-n)^1 \quad (43)$$

Considerando la anterior función del sector comerciable, (42), la definición de  $a = C/K_N$  el nivel de  $C_T$ , (22), la identidad  $I_T = K_T$  y el índice de precios relativos del consumidor, podemos reescribir ahora la ecuación (32) como:

$$\frac{K_T}{K_T} = n^1 = p_N^1 a z \frac{G_T}{K_T} \quad (44)$$

en la que  $K_T/K_T$  es la tasa de crecimiento de  $K_T$  y  $G_T/K_T$  está dada por:

$$\frac{G_T}{K_T} = g_T n^1 \quad (45)$$



Por otra parte, con la función de producción agregada del sector de bienes no comerciables, (43), la condición para el nivel de  $C_N$ , (23), la identidad  $I_N = K_N$  y el índice de precios relativos al consumidor, puede reescribirse la condición de equilibrio para el mercado de bienes no comerciables, (31), como:

$$\frac{K_N}{K_N} = \frac{(1-n)^1}{z^1} (1-n) \frac{1}{p_N} a \frac{G_N}{K_N} \quad (46)$$

en la que  $K_N/K_N$  es la tasa de crecimiento de  $K_N$  y  $G_N/K_N$  está dada por:

$$\frac{G_N}{K_N} = g_N z^{1-n} (1-n)^1 \quad (47)$$

## II. EL SISTEMA DINÁMICO

Tenemos un sistema con una variable lenta,  $z$ , y dos variables de salto,  $a$  y  $n$ . Pasamos ahora a formar un sistema dinámico en términos de estas variables, es decir:

$$\begin{aligned} z &= f_1(z, n, a) \\ n &= f_2(z, n, a) \\ a &= f_3(z, n, a) \end{aligned} \quad (48)$$

en la que  $f_i$  son funciones no lineales.

Empleando la definición de  $z$ , la tasa de crecimiento de  $z$  es:

$$\frac{z}{z} = \frac{K_N}{K_N} \frac{K_T}{K_T} \quad (49)$$

A partir de la condición de la asignación eficiente para el mercado de trabajo, (38), podemos obtener el nivel de  $p_N$  en términos de las variables estacionarias (se repite aquí por conveniencia).

$$p_N = \frac{(1-n)(1-n)}{z(1-n)n} \quad (50)$$

Así pues, la tasa de crecimiento de  $z$  está dada por las ecuaciones (44), (45), (46), (47), (49) y (50). Luego, podemos obtener la tasa de crecimiento de la variable  $n$ . Tomando logaritmos y derivadas de ambos miembros de la condición de asignación eficiente del trabajo, obtenemos:

$$\frac{n}{n} = \frac{(1-n)}{[(1-n)/n]} \frac{p_N}{p_N} \frac{z}{z} \quad (51)$$

Empleando la condición del arbitraje dinámico para los dos bienes de capital, (39), podemos obtener  $p_N/p_N$  (la ecuación se repite aquí por conveniencia):

$$\frac{p_N}{p_N} = n^1 \quad z^{-1} (1-n)^1 \quad (52)$$

Entonces la tasa de crecimiento de  $n$  está dada por las ecuaciones (44), (45), (46), (47), (49), (50), (51) y (52).

Luego, sabemos que la tasa de crecimiento de  $a = C/K_N$  está dada por:

$$\frac{a}{a} = \frac{C}{C} \frac{K_N}{K_N} \quad (53)$$

en la que se obtiene la tasa de crecimiento del consumo substituyendo la ecuación (52) en las ecuaciones (40) o (41), lo que resulta:

$$\frac{C}{C} = [n^1 \quad (1-n)^1 \quad z^{-1} (1-n)^1] \quad (54)$$

Entonces, la tasa de crecimiento de  $a = C/K_N$  está dada por las ecuaciones (46), (47), (50), (53) y (54). En resumen, nuestro sistema dinámico (48) se forma por las ecuaciones (44), (45), (46), (47), (49), (50), (51), (52), (53) y (54). Podemos observar que el sistema depende sólo de  $z$ ,  $n$ ,  $a$  y de los parámetros. Suponemos que . Turnovsky (1996, 2000a y b) estudia, en un modelo comparable, que la dinámica de su modelo depende decisivamente de la intensidad relativa del capital.

Por último, puede demostrarse que la tasa de crecimiento de la producción total,  $Y = Y_T + p_N Y_N$ , es:

$$\frac{Y}{Y} = \frac{Y_T}{Y} \frac{Y_T}{Y_T} + \frac{p_N Y_N}{Y} \frac{Y_N}{Y_N} \frac{p_N}{p_N} \quad (55)$$

en la que  $Y_T/Y = 1/(1 - (p_N z (1-n)^1 / n^1))$  es la participación de  $Y_T$  en el valor de la producción total y  $p_N Y_N/Y = 1/((n^1 / p_N z (1-n)^1) - 1)$  es la participación de  $p_N Y_N$  en el valor de la producción total. Observamos que la tasa de crecimiento de la economía se refiere, en este modelo, a la tasa de crecimiento de la producción total. Las tasas de crecimiento de  $Y_T$  and  $Y_N$  están dadas por:

$$\frac{Y_T}{Y_T} \frac{K_T}{K_T} (1 - \frac{n}{n}) \quad (56)$$

$$\frac{Y_N}{Y_N} \frac{z}{z} \frac{K_T}{K_T} (1 - \frac{n}{n} \frac{n}{n}) \quad (57)$$

En la sección siguiente analizaremos la propiedad de estado estacionario de este sistema.

### III. EL GASTO GUBERNAMENTAL Y LA TASA DE CRECIMIENTO DE ESTADO ESTACIONARIO

En esta sección estudiamos, en el estado estacionario, cómo afecta el gasto gubernamental a la tasa de crecimiento de la economía. Destacamos la importancia de la composición del gasto público entre los bienes comerciables y los no comerciables para entender mejor la relación entre el gasto gubernamental y el crecimiento económico. Antes de estudiar cómo afecta el gasto gubernamental al crecimiento económico a largo plazo, explicamos las propiedades de estado estacionario del modelo.

En el estado estacionario la tasa de crecimiento de las variables estacionarias es 0, de modo que con las ecuaciones (49) y (53) tenemos que  $K_N/K_N$ ,  $K_T/K_T$  y  $C/C = K_N/K_N$ . Así que los bienes de consumo y de capital crecen a la misma tasa en estado estacionario. Dado que  $p_N$  depende de  $z$ ,  $n$  y los parámetros [véase la ecuación (50)], tenemos también que  $p_N$  es constante en el estado estacionario. Dado que el valor de la producción total de los dos bienes es  $Y = Y_T + p_N Y_N$ , y dado que  $p_N$  es constante en el estado estacionario, puede demostrarse fácilmente que  $Y$  crece a la misma tasa que  $C$ ,  $K_T$  y  $K_N$ . En el estado estacionario, por tanto, la tasa de crecimiento de  $Y$  es constante e igual a  $x^*$ .

Ahora bien, podemos demostrar que el nivel de  $n^*$  en el estado estacionario es:

$$n^* = \frac{(1 - \frac{1}{\sigma})}{(1 - \frac{1}{\sigma})} \left( \frac{1}{\sigma} \right)^{1/\sigma} \frac{1}{(p_N^*)^{1/\sigma}} \quad (58)$$

Considerando, por el momento, que está dado el precio relativo de los bienes no comerciables en el estado estacionario,  $p_N^*$ , y que  $\sigma$ , podemos observar que hay una relación negativa entre  $n^*$  y  $p_N^*$ . De igual modo, podemos demostrar que el nivel de  $z^*$  en el estado estacionario es:

$$z^* = (1/n^*)^{1/1} \frac{(1/n^*)}{(n^*)^{1/1}} \quad (59)$$

Podemos ver que hay una relación negativa entre  $z^*$  y  $n^*$ . De igual modo, podemos demostrar fácilmente que el nivel de  $a^*$  en el estado estacionario depende negativamente de  $p_N^*$  y por tanto depende negativamente de  $z^*$  y positivamente de  $n^*$ . La tasa de crecimiento del estado estacionario es:

$$x^* = (n^{*1}) \quad (60)$$

También podemos deducir que existe una relación positiva entre  $x^*$  y  $n^*$ . A fin de analizar el comportamiento del modelo, podemos considerar que  $p_N^*$  aumenta (por ejemplo, si  $g_N$  aumenta, hay un exceso de demanda en el sector no comerciable y el gasto gubernamental impulsa a  $p_N^*$  hacia arriba) o que  $p_N^*$  disminuye (si  $g_T$  aumenta hay un exceso de demanda en el sector no comerciable y el gasto público impulsa a  $p_N^*$  hacia abajo). Así pues, dado un incremento (decremento) de  $p_N^*$ , podemos decir que el nivel de  $n^*$  disminuye (aumenta), el nivel de  $z^*$  aumenta (disminuye),  $a^*$  disminuye (aumenta) y el nivel de  $x^*$  disminuye (aumenta). Demostraremos las relaciones anteriores mediante simulaciones numéricas.

Podemos obtener los valores de estado estacionario de las variables mediante simulaciones numéricas y estudiar la relación entre el gasto público y el crecimiento económico. Empleamos los valores siguientes de los parámetros: 0.6, 0.3, 0.10, 0.04 y 0.5. Estos valores paramétricos son sólo para propósitos ilustrativos.

Ahora resolveremos el sistema dinámico (48) en el estado estacionario ( $z = 0, n = 0, a = 0$ ). En el cuadro 1 presentamos los valores de estado estacionario de las variables cuando el gasto gubernamental es 0. Podemos ver que la tasa de crecimiento de la economía es 3.6%. Dados todos los supuestos anteriores, podemos obtener soluciones viables para el nivel de  $n(n = 1)$ .

En el cuadro 2 presentamos la solución del modelo cuando  $G = 0$ . Primero, para entender la relación entre el gasto público y el crecimiento económico estudiamos cómo responde la economía cuando la fracción  $G/Y$  es aproximadamente similar y cambia la composición del gasto gubernamental. Por ejemplo en el cuadro 2, en la primera hilera, consideramos el caso en que el gobierno gasta en bienes comerciables y no comerciables, es decir, cuando  $g_T = 0.10$  y  $g_N = 0.10$ ,  $G/Y = 0.10$ . Recuérdese que  $g_T$  y  $g_N$  se fijan de manera arbitraria. Cuando comparamos este con el caso en el que el gasto guberna-

CUADRO 1. *Los valores del estado estacionario*

	$z^*$	$n^*$	$a^*$	$p_N^*$	$x^*(\%)$
$G = 0$	0.41	0.37	2.83	1.17	3.6

mental es 0 (véase el cuadro 1), podemos ver que los niveles de  $z^*$ ,  $n^*$ ,  $p_N^*$  y  $x^*$  son los mismos y que el nivel de  $a^*$  es menor. La presencia del gasto gubernamental conduce a una eliminación de 100 % de la cantidad de  $a^*$ . Así pues, el aumento del consumo público compensa la disminución del consumo privado provocada por la caída del ingreso disponible. Por tanto, en este caso el gasto gubernamental es neutral.

En seguida consideramos la situación cuando el gobierno gasta sólo en bienes comerciables, es decir, cuando  $g_T = 0.20$  ( $G/Y = 0.11$ ) y  $g_N = 0$ . Comparamos este caso con el de  $g_T = 0.10$  y  $g_N = 0.10$  (véase el cuadro 2). Podemos observar que el nivel de estado estacionario de  $z^*$  disminuye, el nivel de  $n^*$  aumenta y  $a^*$  se incrementa. Por ejemplo, aumenta la tasa de rendimiento del capital en la economía, y la tasa de crecimiento de la economía a largo plazo aumenta de 3.6 a 3.8% por año. Así pues, cuando  $g_T$  aumenta y  $g_N$  disminuye, baja la demanda de bienes no comerciables y disminuye el valor de estado estacionario de  $p_N^*$  (véase el cuadro 2). Dado que el gasto gubernamental impulsa a  $p_N^*$  hacia abajo, el sector no comerciable es perjudicado. Como resultado de esto, el sector comerciable (el sector del aprendizaje) atrae trabajo a largo plazo y aumenta el nivel de  $n^*$ . La inversión en  $K_T$  es estimulada y la inversión en  $K_N$  es desalentada, de modo que disminuye el nivel de  $z^*$ . Por tanto, aumenta la tasa de crecimiento de estado estacionario de la economía. En este caso, el cambio en la composición del gasto gubernamental promueve el crecimiento económico.

Consideremos ahora el caso en que el gobierno gasta sólo en bienes no comerciables, es decir, cuando  $g_T = 0$  y  $g_N = 0.20$  ( $G/Y = 0.11$ ). Comparamos este caso con el de  $g_T = 0.10$  y  $g_N = 0.10$  (véase cuadro 2). Podemos observar que aumenta el nivel de  $z^*$ ,  $n^*$  y  $a^*$  disminuyen. Por tanto, disminuye la tasa de rendimiento del capital en la economía y la tasa del crecimiento económico disminuye de 3.6 a 3.3%. Así pues, cuando  $g_N$  aumenta y  $g_T$  disminuye se incrementa la demanda de bienes no comerciables así como también el precio de estado estacionario de los bienes no comerciables. Dado que el gasto público impulsa a  $p_N^*$  hacia arriba, el sector no comerciable atrae trabajo a largo plazo y disminuye el nivel de  $n^*$ . La inversión en  $K_N$  es estimu-

CUADRO 2. *Los valores del estado estacionario*

		$z^*$	$n^*$	$a^*$	$p_N^*$	$x^*(\%)$
$g_T$	0.10	0.41	0.37	2.54	1.17	3.6
$g_N$	0.10					
$g_T$	0.2	0.34	0.42	2.91	1.10	3.8
$g_N$	0					
$g_T$	0	0.48	0.31	2.19	1.25	3.3
$g_N$	0.2					

CUADRO 3. *Los valores del estado estacionario*

		$z^*$	$n^*$	$a^*$	$p_N^*$	$x^*(\%)$
$g_T$	0.15	0.41	0.37	2.40	1.17	3.6
$g_N$	0.15					
$g_T$	0.3	0.31	0.46	2.95	1.07	4.0
$g_N$	0					
$g_T$	0	0.53	0.28	1.87	1.30	3.2
$g_N$	0.3					

lada y la inversión en  $K_T$  es desalentada, de modo que aumenta el nivel de  $z^*$ . En consecuencia, el sector comerciable (el sector del aprendizaje) es perjudicado y disminuye la tasa de crecimiento de estado estacionario. En este caso, el cambio en la composición del gasto gubernamental perjudica al crecimiento económico.

Estudemos ahora la relación entre el gasto gubernamental y el crecimiento económico cuando aumenta la fracción  $G/Y$  y no cambia la composición del gasto gubernamental. Primero, estudiamos la situación en que el gobierno aumenta  $G/Y$  y sólo gasta en bienes comerciables. Por ejemplo, cuando  $g_T$  aumenta de 0.2 ( $G/Y = 0.11$ ) a 0.3 ( $G/Y = 0.18$ ), y  $g_N = 0$ , se incrementa la tasa de crecimiento económico de estado estacionario (véase los cuadros 2 y 3). Así pues, cuando aumenta la fracción  $G/Y$  con el gasto en bienes comerciables, el sector no comerciable tiene un exceso de oferta y  $p_N^*$  disminuye. En virtud de que el gasto público impulsa a  $p_N^*$  hacia abajo, el sector comerciable atrae trabajo y el nivel de  $n^*$  aumenta. De igual modo, la inversión en  $K_T$  es estimulada y la inversión en  $K_N$  es desalentada, de modo que disminuye el nivel de  $z^*$ . Así pues, la tasa de crecimiento económico de estado estacionario aumenta de 3.8 a 4.0%. En esta situación, el aumento en  $G/Y$  con bienes comerciables promueve el crecimiento económico.

Estudiamos ahora la situación existente cuando el gobierno aumenta  $G/Y$  y sólo gasta en bienes no comerciables. Por ejemplo, cuando  $g_N$  aumenta de  $g_N = 0.20(G/Y = 0.11)$  a  $0.30(G/Y = 0.17)$ , y  $g_T = 0$ , disminuye la tasa del crecimiento económico (véase los cuadros 2 y 3). Cuando la fracción  $G/Y$  aumenta con el gasto en bienes no comerciables, el sector de bienes no comerciables tiene un exceso de demanda y  $p_N^*$  aumenta. En virtud de que el gasto público impulsa a  $p_N^*$  hacia arriba, el sector no comerciable atrae trabajo y el nivel de  $n^*$  disminuye. De igual modo, la inversión en  $K_N$  se ve estimulada y la inversión en  $K_T$  es desalentada, de modo aumenta el nivel de  $z^*$ . Por tanto, la tasa del crecimiento económico de estado estacionario disminuye de 3.3 a 3.2%. En este caso, el aumento de  $G/Y$  con bienes no comerciables perjudica al crecimiento económico. Advertimos que hemos experimentado con diferentes valores paramétricos y los resultados se mantienen.

En resumen, cuando el gobierno gasta sólo en bienes comerciables, aumenta la tasa del crecimiento económico de estado estacionario y podemos decir que el gasto gubernamental puede ser “procrecimiento”. Cuando el gobierno gasta sólo en bienes no comerciables, la tasa del crecimiento económico disminuye y podemos decir que el gasto público puede ser “anticrecimiento”. Estos resultados reflejan en parte el trabajo de Devarajan, Swaroop y Zou (1996). Además, en nuestro modelo el gasto público produce un efecto negativo, positivo o neutral en la tasa del crecimiento económico de estado estacionario, como también ocurre en la bibliografía empírica mencionada líneas arriba.

Ahora, usando los mismos valores paramétricos, calculamos las raíces características de la linealización del sistema (48) alrededor del estado estacionario, con o sin gasto público, y obtenemos una raíz negativa y dos positivas. Dado que  $n$  y  $a = C/K_N$  son variables de salto y  $z$  es una variable lenta, tenemos que el número de las variables de salto es igual al número de las raíces positivas. Por tanto, el modelo, con y sin gasto gubernamental, resulta ser de punto silla localmente estable. Además, la presencia del gasto gubernamental no produce indeterminación. Raurich (2001) estudia la situación en que un modelo de crecimiento con gasto público improductivo puede exhibir indeterminación (cuando el número de las variables de salto no es igual al número de las raíces positivas el sistema no tiene ninguna solución o tiene un número infinito de soluciones). Por último, para obtener la solución óptima necesitamos interiorizar las dos externalidades. Advertimos

que el gasto gubernamental aún es exógeno en la economía planeada ( $g_T$  y  $g_N$  aún se fijan arbitrariamente). Así pues, podemos demostrar que, con un subsidio a la inversión en el sector comerciable de la economía de mercado, podemos reproducir la solución óptima.

## CONCLUSIONES

Hemos elaborado un modelo de crecimiento económico endógeno de una pequeña economía abierta con bienes comerciables y no comerciables donde hemos introducido el gasto gubernamental improductivo. Hemos supuesto que el sector comerciable es el sector del aprendizaje, de modo que es el líder en términos tecnológicos. Hemos empleado el modelo para estudiar la relación entre el gasto público y el crecimiento económico. Hemos descubierto que la composición del gasto gubernamental entre los bienes comerciables y no comerciables es un elemento importante para entender cómo afecta el gasto gubernamental a la tasa de crecimiento de estado estacionario de la economía.

Hemos estudiado cómo responde la economía cuando la proporción gasto gubernamental/producción total es aproximadamente similar y cambia la composición del gasto gubernamental, y cuando la misma proporción cambia y la composición del gasto gubernamental no cambia. El resultado básico del artículo es que, cuando el gobierno cambia el precio relativo de los bienes no comerciables, cambia la tasa del crecimiento económico del estado estacionario. Por ejemplo, cuando el gobierno sólo gasta en bienes comerciables, impulsa hacia abajo el precio relativo de los bienes no comerciables, de modo que el sector comerciable, que es el sector del aprendizaje, es estimulado y aumenta la tasa de crecimiento económico de estado estacionario de la economía. Por lo contrario, cuando el gobierno gasta sólo en bienes no comerciables, impulsa el precio relativo de los bienes no comerciables hacia arriba, de modo que el sector comerciable es perjudicado y disminuye la tasa de crecimiento de la economía a largo plazo.

De igual modo, cuando el gobierno gasta en bienes comerciables y no comerciables descubrimos una combinación de estos bienes en la que el gasto público no afecta el precio relativo de los bienes no comerciables, de modo que no puede cambiar la tasa de crecimiento de estado estacionario de la economía. Así pues, en este artículo hemos destacado que la composición del gasto gubernamental entre bienes comerciables y no comerciables es un



factor importante para entender mejor la relación entre el gasto gubernamental y el crecimiento económico.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arrow, K. J. (1962), "The Economic Implication of Learning by Doing", *Review of Economic Studies*, 29, pp. 155-173.
- Barro, R. J. (1990), "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth", *Journal of Political Economy*, 98, 5, S103-S125.
- , y X. Sala-i-Martin (1995), *Economic Growth*, McGraw-Hill, Inc.
- Casares, E. R. (2000), "Reducción de aranceles en un modelo de crecimiento endógeno impulsado por el sector exportador con generaciones sobrepuestas", *EL TRIMESTRE ECONÓMICO*, vol. LXVII (2), núm. 266, pp. 159-190.
- Cashin, P. (1995), "Government Spending, Taxes, and Economic Growth", *IMF Staff Papers*, vol. 42, núm. 2, pp. 237-269.
- Chen, B. L. (2003), "Economic Growth with Optimal Public Spending Composition", IEAS Working Paper, Institute of Economics, Academia Sinica, Taiwán.
- Corsetti, G., y N. Roubini (1996), "Optimal Government Spending and Taxation in Endogenous Growth Models", NBER, Working Paper núm. 5851.
- Devarajan, S., V. Swaroop y H. Zou (1996), "The Composition of Public Expenditure and Economic Growth", *Journal of Monetary Economics*, 37, pp. 313-344.
- Devereux M. N., y D. R. F. Love (1995), "The Dynamic Effects of Government Spending Policies in a Two-Sector Endogenous Growth Model", *Journal of Money, Credit, and Banking*, vol. 27, núm. 1, pp. 232-256.
- Durlauf, S. N., y D. T. Quah (1998), "The New Empirics of Economic Growth", NBER, Working Paper núm. 6422.
- Gavin, M. (1991), "Tariffs and the Current Account: On the Macroeconomics of Commercial Policy", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 15, pp. 27-52.
- Obstfeld y Rogoff (1996), *Foundations of International Macroeconomics*, The MIT Press.
- Raurich, X. (2001), "Indeterminacy and Government Spending in a Two-Sector Model of Endogenous Growth", *Review of Economic Dynamics* 4, pp. 210-229.
- Romer, P. M. (1989), "Capital Accumulation in the Theory of Long Run Growth", R. Barro (comp.), *Modern Business Cycle Theory*, Basil Blackwell.
- Roubini, N., y G. M. Milesi-Ferretti (1994), "Taxation and Endogenous Growth in Open Economies", NBER, Working Paper núm. 4881.
- Turnovsky, S. (1996), "Endogenous Growth in a Dependent Economy with Traded and Nontradable Capital", *Review of International Economics*, 4(3), pp. 300-321.
- (1997), *International Macroeconomic Dynamics*, The MIT Press.

- Turnovsky, S. (2000a), "Growth in an Open Economy: Some Recent Developments", Banco Nacional de Bélgica, Working Paper núm. 5, mayo.
- (2000b), *Methods of Macroeconomic Dynamics*, segunda edición, The MIT Press.
- Young, A. (1991), "Learning by Doing and the Dynamic Effect of International Trade", *Quarterly Journal of Economics*, 106, pp. 369-406.