El Trimestre Económico
ISSN: 0041-3011
trimestreeditor@fondodeculturaeconomica.com
Fondo de Cultura Económica
México

Cantala, David
Grandes mercados de asignación con parejas
El Trimestre Económico, vol. LXXV, 2008, pp. 203-213
Fondo de Cultura Económica
Distrito Federal, México

EL TRIMESTRE ECONÓMICO, vol. LXXV, núm. especial, enero de 2008, pp. 203-213

GRANDES MERCADOS DE ASIGNACIÓN CON PAREJAS*

*David Cantala***

RESUMEN

Consideramos mercados de asignación uno a uno con parejas, en que el mercado se compone de mercados regionales. Analizamos la medida en que el supuesto de que el mercado es grande permite garantizar la existencia de una asignación estable. El resultado es muy poco realista; en particular, necesitamos suponer que sólo hay dos empresas en cada mercado regional.

ABSTRACT

We consider one-to matching markets with couples where the market is composed by regional markets. We analyze to which extend assuming that the market is large allows to guarantee the existence of a stable matching. The result turns out to be very unrealistic, in particular one needs to assume that there are only two firms in each regional market.

INTRODUCCIÓN

En mercados de asignación por las dos partes de las parejas, es bien conocido desde Roth (1984) que podría ocurrir que no hubiera ninguna asignación estable. A fin de garantizar la existencia de una asignación estable,

* *Palabras clave*: asignación, estabilidad, parejas. *Clasificación JEL*: C78, D78 [traducción del inglés de Eduardo L. Suárez].

** Centro de Estudios Económicos, El Colegio de México (correo electrónico: dcantala@colmex.mx).

Klaus y Klijn (2005) definen la condición de correspuesta: las preferencias de las parejas son correspondientes si el mejoramiento unilateral de uno de los socios es benéfico para ambos miembros de la pareja. Con esta condición, los autores mencionados demuestran que la existencia de una asignación estable está garantizada. Una subclase de preferencias de la correspuesta, la de las preferencias de correspuesta líder-seguidor, es un dominio realista para las parejas en las que uno de los miembros es un líder y el otro un seguidor que no evalúa su carrera tanto como la de su cónyuge.[1]

Desafortunadamente, las preferencias de correspuesta de líder-seguidor no son la pauta de las preferencias de parejas descritas en Roth y Sotomayor (1990).[2] Por lo contrario, los autores explican que el deseo de los cónyuges es encontrar empleos cercanos entre sí, en la misma área geográfica. La fuerte condición regional lexicográfica definida en Cantala (2004) intenta captar el compromiso entre las aspiraciones de la carrera y las privadas, que en nuestra opinión es el meollo del problema.

Reforzamos las preferencias regionales lexicográficas fuertes, que ahora se expresan así: *i*) las parejas dividen el conjunto de las posiciones de manera que las posiciones en el mismo elemento de la división pertenezcan a la misma región; *ii*) los cónyuges prefieren trabajar en la misma área a cualquiera otra situación; *iii*) las parejas prefieren que ambos miembros de la pareja trabajen para empresas que se encuentren en la misma región, en lugar de trabajar para empresas que pertenezcan a regiones diferentes; *iv*) dentro de cada región son independientes las preferencias de los miembros de cada pareja, y *v*) si no pueden encontrar un empleo en la misma región, buscarán puestos independientemente, y si una empresa es aceptable cuando ambos cónyuges se reúnen en una región, también es aceptable cuando no se reúnen.

Igualmente, con esta condición podría ocurrir que no exista ninguna asignación estable. Una característica de los ejemplos que exhiben la inexistencia es que existe una gran competencia por “buenos” empleos. Si creemos que las parejas están dispuestas a hacer concesiones acerca de su carrera para vivir juntos, podría ocurrir que el supuesto de que los mercados son suficientemente “grandes” ayudara a resolver el problema de la existencia. Nuestro enfoque dice que el gran mercado es grande si, siempre que los

[1] Klaus, Klijn y Massó (2003) demuestran que, con la restricción anterior acerca de las preferencias, las parejas podrían manipular el procedimiento de 1998 aplicándolo al NRMP como trabajadores solteros. También demuestran que el procedimiento de 1998 podría fácilmente no encontrar una igualación estable existente, obtenido por Gale y Shapley (1962), *Deferred Acceptance Algorithm*.

[2] Véase p. 141.

miembros de una pareja rechazan una asignación como "soltería", existe otra región tal que la pareja podría reunirse. Demostramos que, con esta condición, existe una asignación estable si no hay ningún trabajador soltero en el mercado y hay a lo sumo dos empresas por región.

El ensayo se organiza como sigue: las notaciones se presentan en la sección I, así como los conceptos de la estabilidad y las restricciones en las preferencias de la pareja. En la sección II defendemos el resultado de la existencia relacionada con la condición del mercado general grande.

I. Observaciones preliminares

1. *Agentes, preferencias y asignación*

Consideramos mercados de asignación uno a uno con parejas: $(F, W, C, \succ)$ en el que el conjunto de empresas es $F \quad \{f_1, ..., f_r\}$ y $W \quad \{w_1, ..., w_m\}$ es el conjunto de trabajadores, $F \cap W$. Las empresas se denotarán por f y los trabajadores por w. Algunos trabajadores son casados, lo que genera un número fijo n de parejas; C es el conjunto de parejas. El conjunto de trabajadores solteros se denota por W_s, y el conjunto de trabajadores casados por W_c. Así pues, C es un subconjunto particular de $W_c \quad W_c$.

Cada empresa f tiene una relación de preferencia estricta, transitiva y completa $\succ_f$ sobre $W \cup \{\emptyset\}$. Interpretamos el conjunto vacío en la relación de preferencia $\succ_f$ como que la empresa f no ha sido asignada a ningún trabajador. Cuando una empresa f coloca al conjunto vacío por encima de un trabajador w, ello significa que no desea contratar a w. Los trabajadores solteros tienen una relación de preferencia estricta, transitiva y completa $\succ_w$ en el conjunto $F \cup \{\emptyset\}$. Interpretamos el conjunto vacío en $\succ_w$ como que w está desempleado.

Seguimos a Roth y Sotomayor (1990) y definimos las preferencias de los miembros de una pareja en su relación y las de su cónyuge, o sea en $(F \cup \{\emptyset\})$ $(F \cup \{\emptyset\})$. Sea que $c \quad (w_1, w_2)$ una pareja, $(f_1, f_2) \succ_{w_1} (f_3, f_4)$ significa que el trabajador w_1 prefiere estar unido a f_1, y su compañero, w_2, a f_2, en lugar de estar unido a f_3 y f_4 respectivamente. Los perfiles de la preferencia son $(r \quad m)$-tuplos de las relaciones de preferencia y se representan por $\succ \quad (\succ_{f_1}, ..., \succ_{f_t}, \succ_{w_1}, ..., \succ_{w_m})$. En adelante supondremos como dado un mercado de asignación particular de uno a uno con pareja $(F, W_s, C, \succ)$.

Para cualquier empresa f definimos el conjunto aceptable de f por debajo de $\succ$ como el conjunto de trabajadores estrictamente preferido al conjunto vacío, es decir, $A_f(\succ) \quad \{w \quad W \mid w \succ_f \{\emptyset\}\}$.

A los trabajadores de $A_f(\succ)$ se les llama aceptables para f. De igual modo, para todo $w \quad W_s$ definimos el conjunto aceptable de w con $\succ$ como $A_w(\succ)$ $\{f \quad F \mid f \succ_w \{\emptyset\}\}$. A las empresas en $A_w(\succ)$ se les llama aceptables para w. Para cualquier pareja $(w_1, w_2) \quad C$ definimos el conjunto aceptable de (w_1, w_2) con $\succ$ como el conjunto de pares de compañeros (empresas o el conjunto vacío) preferidos al conjunto vacío por ambos cónyuges respectivamente; es decir,

$$A_{w_1, w_2}(\succ) \quad \{(p_1, p_2) \quad (F \cup \{\emptyset\})^2 \mid (p_1, p_2) \succeq_{w_1} (\emptyset, p_2), (p_2, p_1) \succeq_{w_2} (\emptyset, p_1)$$
$$(p_1, p_2) \succeq_{w_1} (\emptyset, \emptyset), (p_2, p_1) \succeq_{w_2} (\emptyset, \emptyset)\}$$

A los pares de empresas en $A_{w_1, w_2}(\succ)$ se les llama aceptables para $c \quad (w_1, w_2)$.

Recordemos ahora lo que es una asignación.

Definición 1. Una asignación es una proyección del conjunto $F \cup W$ en $F \cup W \cup \{\emptyset\}$ tal que para todo $f \quad F$ y $w \quad W$:

i) $| \ (f)| \quad 1$ y $(f) \quad W$, o $(f) \quad \emptyset$,
ii) $| \ (w)| \quad 1$ y $(w) \quad F$, o $(w) \quad \emptyset$,
iii) $(w) \quad f$ si y sólo si $w \quad (f)$.

La condición *i*) dice que una empresa será unida con un trabajador o permanecerá soltera. En cuanto a la condición *ii*) un trabajador será unido con una empresa o permanecerá soltero. La condición *iii*) establece la naturaleza recíproca de la relación. Para representar las asignaciones emplearemos la notación

$$_1 \quad \begin{matrix} f_1 & f_2 & f_3 & \emptyset \\ w_3 & w_1 & \emptyset & w_2 \end{matrix}$$

en que, por ejemplo, f_1 se aparea con w_3 y w_2 no se aparea.

2. *La estabilidad de los mercados iguales con parejas*

Dado una igualación , decimos que un trabajador soltero w obstruye si prefiere permanecer solo a unirse con (w); es decir, $\emptyset \succ_w \ (w)$.

La asignación es obstruida por una pareja (w_1, w_2) C si:

a $[(\emptyset, \ (w_2)) \succ_{w_1} (\ (w_1), \ (w_2))$ y $(\ (w_2), \emptyset) \succ_{w_2} (\ (w_2), \ (w_1))]$,
b $[(\ (w_1), \emptyset) \succ_{w_1} (\ (w_1), \ (w_2))$ y $(\emptyset, \ (w_1)) \succ_{w_2} (\ (w_2), \ (w_1))]$, o
c $[(\emptyset, \emptyset) \succ_{w_1} (\ (w_1), \ (w_2))$ y $(\emptyset, \emptyset) \succ_{w_2} (\ (w_2), \ (w_1))]$.

Por último, la empresa f obstruye a si $\emptyset \succ_f \ (f)$.

Una asignación es individualmente racional si no es obstruida por ninguna empresa individual, ningún trabajador soltero o ninguna pareja. Una asignación es obstruida por un par (w, f), en el que w W_s, si w (f), $w \succ_f \ (f)$ y $f \succ_w \ (w)$.

Decimos que una asignación es obstruida por un par (w_1, f) en el que w_1 (w_1, w_2), si w_1 (f), $w_1 \succ_f \ (f)$, $(f, \ (w_2)) \succ_{w_1} (\ (w_1), \ (w_2))$ y $(\ (w_2), f) \succ_{w_2} (\ (w_2), \ (w_1))$. Una asignación es obstruida por un trío $((w_1, w_2), f)$, (w_1, w_2) C, si w_1 (f), $w_1 \succ_f \ (f)$, $(f, \emptyset) \succ_{w_1} (\ (w_1), \ (w_2))$ y $(\emptyset, f) \succ_{w_2} (\ (w_2), \ (w_1))$.[3] Por último, una asignación es obstruida por un cuarteto $((w_1, w_2), f_1, f_2)$, (w_1, w_2) C, si w_1 (f_1), w_2 (f_2), $w_1 \succ_{f_1} \ (f_1)$, $w_2 \succ_{f_2} \ (f_2)$, $(f_1, f_2) \succ_{w_1} (\ (w_1), \ (w_2))$ y $(f_2, f_1) \succ_{w_2} (\ (w_2), \ (w_1))$. Decimos que una asignación es grupalmente estable si no es obstruida por ninguna par, trío o cuarteto.

Definición 2. Una asignación es estable si es individualmente racional y grupalmente estable.

3. *Restricción en las preferencias de las parejas*

Ahora fortalecemos el gran dominio lexicográfico regional de las preferencias. Las dos primeras condiciones son similares a las de Cantala (2004), es decir, que las parejas quieran vivir juntas y, por tanto, obtengan un empleo en la mima región y prefieran estar unidas en la misma región a cualquiera otra situación, o sea a trabajar en regiones distintas o que una de ellas obtenga un (buen) empleo y la otra permanezca desunida. Las tres condiciones siguientes son nuevas. Tercero, dentro de cada región son independientes las preferencias de los cónyuges; en particular, los cónyuges pueden competir por los empleos. Cuarto, si no pueden encontrar puestos en la misma región, sus preferencias acerca de las parejas aceptables serán independientes tam-

[3] La obstrucción por un trío no operará en nuestro contexto de preferencias.

bién. Por último, si una empresa es aceptable cuando se encuentra al cónyuge en la región, también lo es cuando no se encuentra al cónyuge en el área.

Definición 3. Sea $c \quad (w_1, w_2) \quad C$. Decimos que los ordenamientos $\succ_{w_1}$ y $\succ_{w_2}$ satisfacen las condiciones regionales lexicográficas fuertes si

i) Existe una partición de $F^c \quad \{F_1^c, \ldots, F_p^c\}$ tal que para todos los pares de empresas $(f_1, f_2) \quad F_q^c \quad F_q^c$ y $(f_3, f_4) \quad F_q^c \quad F_q^c, q \quad q$, en que ambos son aceptables para (w_1, w_2), si $q \quad q$ entonces $[(f_1, f_2) \succ_{w_1} (f_3, f_4)$ y $(f_2, f_1) \succ_{w_2} (f_4, f_3)]$.

ii) Para todos los pares de empresas $(f_1, f_2) \quad F_q^c \quad F_q^c$, que son aceptables para (w_1, w_2), entonces para todos los pares de compañeros $p_1 \quad (F_q^c \cup \{\emptyset\}), p_2 \quad (F_q^c \cup \{\emptyset\}), q \quad q$, tenemos $(f_1, f_2) \succ_{w_1} (p_1, p_2)$ y $(f_2, f_1) \succ_{w_2} (p_2, p_1)$.

iii) Para todo $F_q^c \quad F^c, q \quad 1, \ldots, p$, siempre que exista f_1, f_2 y $f_3 \quad F_q^c$ tal que $(f_1, f_3) \succ_i (f_2, f_3)$, entonces $(f_1, f_4) \succ_i (f_2, f_4)$ para todo $f_4 \quad F_q^c$ e $i \quad w_1, w_2$.

iv) Para todos los pares de compañeros $(p_1, p_3) \quad (F_q^c \cup \{\emptyset\}) \quad (F_q^c \cup \{\emptyset\})$, $(p_2, p_3) \quad (F_q^c \cup \{\emptyset\}) \quad (F_q^c \cup \{\emptyset\})$, que sean aceptables para $c \quad (w_1, w_2)$, $q \quad q$, $q \quad q$, si $(p_1, p_3) \succ_i (p_2, p_3)$ entonces $(p_1, p_4) \succ_i (p_2, p_4)$ para todo $p_4 \quad (F_{\tilde{q}}^c \cup \{\emptyset\})$, $\tilde{q} \quad q, \tilde{q} \quad q$, e $i \quad w_1, w_2$.

v) Si $(f, f) \quad (F_q^c \quad F_q^c)$ es aceptable para $c \quad (w_1, w_2)$, entonces $(f, p) \quad (F_q^c \quad (F_q^c \cup \{\emptyset\}), q \quad q$, es también aceptable para $c \quad (w_1, w_2)$.

La condición *i*) indica que existe un ordenamiento común de los elementos de la partición del conjunto de empresas. La motivación de estas particiones es que las parejas enfrentan restricciones geográficas que permiten a las parejas vivir juntas o no. Las parejas tienen preferencias respecto a los pares aceptables de empresas que dependen del elemento de la partición al que pertenezcan; denotamos los elementos más preferidos con un subíndice. Nos referimos a F^c como la partición de *c*. La condición *ii*) muestra que las parejas prefieren siempre unirse al mismo elemento de la partición, independientemente de su deseabilidad, a situaciones en las que los cónyuges están separados o sólo uno de ellos tiene empleo; llamamos a esto unicidad. La condición *iii*) representa la independencia dentro de la región; la condición *iv*) es la independencia entre las regiones, y la condición *v*) es la congruencia.

Hasta ahora, las particiones de parejas no se relacionan entre sí, mientras que su existencia es motivada por restricciones geográficas que son las mismas para todas las parejas.

Definición 4. Sea C el conjunto de parejas y supongamos que sus preferencias coinciden en cuanto a la deseabilidad de la empresa. Decimos que las parejas enfrentan las mismas restricciones geográficas si hay una partición $\{F_1, \ldots, F_p\}$ de F tal que para todas las parejas $c \quad C$, existe una permutación de uno a uno $\quad_c : \{1, \ldots, p\} \quad \{1, \ldots, p\}$ con la propiedad de que $\{F_1^c, \ldots, F_p^c\} \quad \{F_{\ c(1)}, \ldots, F_{\ c(p)}\}$.

II. El mercado general grande

Necesitamos otra condición para obtener nuestro resultado de existencia: que el mercado sea suficientemente grande para que cualquier asignación obstruida por un cónyuge sin su compañero sea igualmente obstruido por la pareja, posiblemente en una región diferente. Es decir, siempre es posible que las parejas encuentren un empleo juntas.

Definición 5. Para todas las asignaciones obstruidas por (f_1, w_1), $w_1 \quad (w_1, w_2)$ tal que, si hay otra empresa f_2 en la misma región que f_1, w_2 no se une con f_2 ni obstruye a f_2, entonces el mercado es grande si existe una región formada por (f_3, f_4) y $((w_1, w_2), (f_3, f_4))$ conforma una obstrucción cuádruple. Ahora estamos preparados para enunciar el teorema 1.

Teorema 1. Sea $(F, W_s, C, \succ)$ un mercado de uno a uno con parejas. Si W_s , las preferencias de las parejas satisfacen las condiciones lexicográficas regionales fuertes, todas las parejas enfrentan las mismas restricciones geográficas, hay a lo sumo dos empresas en cada región y se da la condición del mercado grande, entonces existe una asignación estable.

Prueba. Supongamos que no hay ningún trabajador soltero, las preferencias de las parejas satisfacen las condiciones lexicográficas regionales fuertes, todas las parejas enfrentan las mismas restricciones geográficas, hay dos empresas por región y se da la condición del mercado grande. Para demostrar que no está vacío el conjunto de las asignaciones estables, adaptamos la prueba no constructiva de Sotomayor (1996). El principio de la prueba es el siguiente: primero, definimos el conjunto de las asignaciones inestables en que las coaliciones obstructoras no perjudican a ningún trabajador (en el sentido de que su formación no empeorará la situación de ningún trabajador). Sotomayor (1996) llama simples a estas asignaciones. En su contexto, se aceptan todos los pares obstructores que impliquen a empresas no apareadas (Roth, Blum y Rothblum, 1998, llaman también, a estas asignaciones, firmes cuasi estables, pero las respectivas generalizaciones de los conceptos de asignaciones simples y firmes cuasi estables a nuestro modelo no coinciden porque su empleo teórico es diferente). En nuestro contexto son necesarias las condiciones siguientes.

Definición 6. Una asignación es simple si es individualmente racional y si *i*) toda coalición obstructora implica a empresas no apareadas; *ii*) si un trabajador w implicado en una coalición obstructora está unida a una empresa f , la otra empresa de la región (si hay alguna) f , está o no está unida al cónyuge de w (quien, por la unicidad, está implicado en el mismo cuádruplo obstructor que w); *iii*) una empresa está unida como "soltera" en una región, la otra empresa de la región, si hay alguna, no está unida.

Segundo, observamos que el conjunto de asignaciones simples es no vacío porque contiene las asignaciones en las que ninguno de los agentes está unido. Tercero, consideramos las asignaciones que son débilmente óptimas en el sentido de Pareto para los trabajadores en el conjunto de las asignaciones simples y observamos que esta asignación es estable. Recordamos la definición de lo débilmente óptimo en el sentido de Pareto para los trabajadores.

Definición 7. Una asignación es débilmente óptima en el sentido de Pareto para los trabajadores (entre todas las asignaciones simples) si es simple y no hay ninguna asinación simple tal que: *i*) a todos los trabajadores les gusta por lo menos tanto como , y *ii*) por lo menos un trabajador prefiere a .

En virtud de que el conjunto de las asignaciones simples es finito y no vacío, y de que las preferencias de los trabajadores son transitivas, existe por lo menos una asigación que es débilmente óptima en el sentido de Pareto para los trabajadores de este conjunto. Demostramos que es estable. Supongamos que no es así, entonces es obstruido por pares y/o cuádruplos que implican empresas no unidas (la obstrucción por un trío no tiene sentido en nuestro contexto debido a la independencia interregional).

Paso 1. La asignación no es obstruida por f_1 y un cónyuge w_1 (w_1, w_2) como "soltero".

1.1. w_2 no se une con la otra empresa (si hay alguna) en la región, f_2.

Por la condición del mercado grande existe (f_3, f_4) que también obstruye la asignación con (w_1, w_2). En efecto, podría ocurrir que (f_3, f_4) obstruyera también la asignación con otras parejas o "solteros". Se unen (f_3, f_4) con las parejas favoritas para f_3, digamos (w_3, w_4), manteniendo a todos los demás agentes unidos con los mismos compañeros que con . Sea ^{1} la nueva asignación. Dado que a f_3 se le ha asignado su mejor trabajador extraído de los cuádruplos obstructores, ningún cuádruplo obstructor implica a (f_3, f_4) en ^{1}.

Caso a. Ni f_3 ni f_4 obstruyen ^{1} con un "soltero".

Sostenemos que ^{1} es simple. Pudiera ser que hayan aparecido coaliciones obstructoras que impliquen a las parejas respectivas de w_3 y w_4 en . Dado que es simple, la condición *iii*) para μ dice que los "solteros" se unen solos en cualquier región. Por tanto, si estos "solteros" están implicados en nuevas coaliciones obstructoras, no se violan las condiciones *ii*) y *iii*) para las asignaciones simples en el caso de ^{1}.

Si las asignaciones respectivas de w_3 y w_4 están implicadas en ^{1} con compañeros ya unidos en la misma región, estas parejas no violan la condición *ii*).

Además, la pareja (w_3, w_4) podría implicarse todavía en la obstrucción de cuádruplos con otras empresas; dado que se unen juntos, no se viola *ii*). Todas las demás coaliciones obstructoras existían ya en porque todos los trabajadores que han mejorado se sienten indiferentes. Por tanto, ^{1} es simple. Dado que ^{1} es débilmente superior a μ en el sentido de Pareto para los trabajadores (w_3, w_4 han mejorado, otros son indiferentes por la condición *i*) de la asignación simple para), hemos llegado a una contradicción.

Caso b, f_3 y/o f_4 obstruyen a ^{1} con un "soltero".

De nuevo, dado que el mercado es grande podemos repetir el procedimiento que acabamos de seguir para elaborar ^{2} y llegar a los mismos subcasos, *i*) y *ii*). Dado que es finito el número de parejas y empresas, y que las preferencias de las parejas son transitivas (ninguna pareja mejorará infinitamente), aunque a lo largo de la secuencia se observen sólo subcasos *ii*), en una iteración dada acabarán unidas todas las parejas y, por tanto, no se observará ninguna obstrucción por "solteros" (por la unicidad), así que sólo subsistirá la conclusión de *i*).

1.2. w_2 se une con la otra empresa (si hay alguna) en la región, f_2.

Dado que es simple, f_2, que se une con w_2, no obstruye a . Por *1.1*, ningún otro "soltero" obstruye a .

De nuevo, los mismos argumentos anteriores establecen que ninguna coalición obstructora nueva viola el hecho de que la nueva asignación sea simple. Por ejemplo, la asignación f_1 con w_1 conducirá a una asignación simple y superior en el sentido de Pareto, lo que es una contradicción.

Paso 2. La asignación de no es obstruida por cuádruplos $((f_1, f_2), (w_1, w_2))$. Podría ocurrir que (f_1, f_2) obstruya a con muchas parejas, en cuyo caso las unirá con la preferida por f_1 en . Por el paso 1 y dado que es simple, f_1 y f_2 no estaban unidas y no habrá obstrucción por un soltero. Dado que a f_1 se le ha asignado su mejor trabajador de entre los cuádruplos obstructores, (f_1, f_2) no están implicadas en las coaliciones obstructoras. De nuevo, el argumento tradicional dice que ninguna de las coaliciones obstructoras nuevas que son posibles viola la condición de que ^{1} sea simple. Por tanto, ^{1} es simple y superior a en el sentido de Pareto, lo que es una contradicción. ■

La condición del número de las empresas por región es muy fuerte. Desafortunadamente, no puede relajarse, como lo revela el ejemplo 1.

Ejemplo 1. Sea $(F, W_s, C, \succ)$ el mercado de asignación de uno a uno con parejas en que $F \quad \{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7\}$, $W_s \quad \emptyset$, $c_1 \quad (w_1, w_2)$, $c_2 \quad (w_3, w_4)$, $c_3 \quad (w_5, w_6)$, y $\succ$ es tal que

$$
\begin{array}{ll}
\succ_{f_1} & w_1, w_6 \\
\succ_{f_2} & w_3, w_2 \\
\succ_{f_3} & w_5, w_4 \\
\succ_{f_4} & w_1, w_6 \\
\succ_{f_5} & w_5, w_2 \\
\succ_{f_6} & w_3, w_6 \\
\succ_{f_7} & w_5, w_4
\end{array}
$$

Supongamos que las parejas enfrentan la misma restricción geográfica y que su ordenamiento de las "regiones" es el mismo, o sea $F_1^c \quad \{f_1, f_2, f_3\}$, $F_2^c \quad \{f_4, f_5\}$, $F_3^c \quad \{f_6, f_7\}$ para todo $c \quad c_1, c_2, c_3$; además, supongamos que $\succ_{w_1}$ y $\succ_{w_2}$ y $\succ_{w_3}$ y $\succ_{w_4}$ y $\succ_{w_5}$ y $\succ_{w_6}$ satisfacen la unicidad. Finalmente, todas las empresas son aceptables para los trabajadores. El lector puede verificar que en este mercado no hay ninguna asignación estable. El ejemplo siguiente muestra que el resultado de la existencia no se aplica con trabajadores solteros.[4]

[4] Agradecemos el ejemplo a un dictaminador anónimo de EL TRIMESTRE ECONÓMICO.

Ejemplo 2. Sea $(F, W_s, C, \succ)$ el mercado de asignación uno a uno con parejas, en que $F \quad \{f_1, f_2, f_3, f_4\}$, $W_s \quad \{w_3\}$, $c \quad (w_1, w_2)$ y $\succ$ es tal que

$$\begin{array}{ll} \succ_{f_1} & w_3, w_1 \\ \succ_{f_2} & w_2, w_3 \\ \succ_{f_3} & w_2 \\ \succ_{f_4} & w_1 \end{array}$$

Suponemos que las parejas enfrentan la misma restricción geográfica y que su ordenamiento de las "regiones" es la misma, es decir, $F_1^c \quad \{f_1, f_2\}$, $F_2^c \quad \{f_3, f_4\}$, para c; además, supongamos que $\succ_{w_1}$ y $\succ_{w_2}$ satisfacen la unicidad y el trabajador soltero, w_3, prefiere f_2 a f_1. Por último, todas las empresas son aceptables para todos los trabajadores. El lector puede verificar que en este mercado no hay ninguna asignación estable.

Referencias bibliográficas

Cantala, D. (2004), "Matching Markets: The Particular Case of Couples", *Economics Bulletin*, vol. 3, núm. 45, pp. 1-11.

Klaus, B., y F. Klijn (2005), "Stable Matching and Preferences of Couples", *Journal of Economic Theory*, 121, pp. 75-106.

——, —— y J. Massó (2003), "Some Things Couples Always Wanted to Know About Stable Matchings (but Were Afraid to Ask)", Universitat Autónoma de Barcelona, mimeografiado.

Roth, A. E. (1984), "The Evolution of the Labor Market for Medical Interns and Residents: A Case Study in Game Theory", *Journal of Political Economy*, 92, pp. 991-1016.

——, y M. O. A. Sotomayor (1990), "Two-Sided Matching. A Study in Game Theoretical Modeling and Analysis", *Econometric Society Monograph*, vol. 18, Cambridge, Cambridge University Press.

Sotomayor, M. O. A. (1996), "A Non-Constructive Elementary Proof of the Existence of Stable Marriages", *Games and Economic Behavior*, 13, pp. 135-137.