

Venegas-Martínez, Francisco

Planes no creíbles de estabilización de precios, riesgo cambiario y opciones reales para posponer consumo. Un análisis con volatilidad estocástica

El Trimestre Económico, vol. LXXVII (4), núm. 308, octubre-diciembre, 2010, pp. 899-936

Fondo de Cultura Económica

Distrito Federal, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=31340965004>

# PLANES NO CREÍBLES DE ESTABILIZACIÓN DE PRECIOS, RIESGO CAMBIARIO Y OPCIONES REALES PARA POSPONER CONSUMO

Un análisis con volatilidad estocástica\*

Francisco Venegas-Martínez\*\*

## RESUMEN

En esta investigación se establece, con el supuesto de una economía monetaria, pequeña y abierta, un modelo estocástico de estabilización inflacionaria, en el que el tipo de cambio actúa como un ancla nominal y la credibilidad es imperfecta. Las expectativas de los agentes son conducidas por dos procesos: *i*) de difusión con saltos para la tasa de devaluación en la que el tamaño de una posible devaluación tiene una distribución de valores extremos y *ii*) de volatilidad estocástica con reversión a la media (la versión continua de un modelo GARCH(1,1)). Lo anterior con el fin de modelar adecuadamente una tasa de inflación mucho más persistente que una tasa de devaluación, como lo muestran los hechos estilizados respecto a devaluaciones extremas presentadas en México en 1994 y en Argentina en 2001. Se supone que no existe un mercado de coberturas contra posibles devaluaciones, es decir, los mercados son incompletos. Según este esquema, soluciones internas y de esquina son examinadas cuando un plan de estabilización con credibilidad imperfecta es aplicado.

\* *Palabras clave:* estabilización inflacionaria, productos derivados, valores extremos. *Clasificación JEL:* F31, F41, G13. Artículo recibido el 23 de julio de 2007 y aceptado el 24 de septiembre de 2009. El autor agradece los comentarios y sugerencias de dos dictaminadores anónimos de EL TRIMESTRE ECONÓMICO.

\*\* Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional (correo electrónico: fvenegas1111@yahoo.com.mx).

Se estudia también un experimento en el que la tasa media esperada de inflación toma un valor mayor a partir de cierto tiempo en el futuro y permanece allí para siempre, tomando en cuenta las probabilidades de que dicha política monetaria ocurra. Se estudia el caso de un horizonte estocástico de estabilización con distribución exponencial. Asimismo, se evalúa la opción real de posponer consumo cuando se espera que un plan de estabilización sea abandonado. También se estudia los efectos de choques exógenos en el consumo y el bienestar económico. Por último, se utiliza el modelo propuesto para realizar simulaciones que reproducen los auge de consumo privado antes de que los planes antiinflacionarios fueran abandonados en México en 1990-1994 y en Argentina en 2001-2003, cuando se produjeron devaluaciones extremas.

## ABSTRACT

This paper develops, under the framework of a small, open, and monetary economy, a stochastic model of inflation stabilization taking as a nominal anchor the exchange rate when credibility is imperfect. The agents have expectations driven by two processes: a diffusion-jump process for the devaluation rate where the size of a possible devaluation has an extreme value distribution, and a mean-reverting stochastic volatility process (a continuous version of the GARCH (1,1) model). This appropriately models that inflation is substantially more persistent than the devaluation rate; as showed the stylized facts about extreme devaluations registered in Mexico in 1994 and in Argentina in 2001. It is assumed that there is no a derivatives market to hedge against future devaluations, that is, the financial markets are incomplete. Under this framework, interior and corner solutions are examined when a stabilization plan with imperfect credibility is implemented.

It is also studied an experiment in which the mean expected inflation takes a greater value from some time in the future and stays there forever, taking into account the probability that this monetary policy occurs. The case of a stochastic horizon of stabilization with the exponential distribution is studied. Moreover, the real option to postpone consumption is valued when a stabilization plan is to be abandoned. Also, exogenous shocks on consumption and economic welfare are assessed. Finally, the proposed model is used to carry out simulations that reproduce the booms of private consumption before the anti-inflationary plans were abandoned in Mexico in 1990-1994 and in Argentine in 2001-2003, when extreme devaluations took place.

## INTRODUCCIÓN

De acuerdo con el Fondo Monetario Internacional (FMI), actualmente, más de 20% de los países en el mundo tienen regímenes cambiarios que utilizan al tipo de cambio como un ancla nominal. Esta proporción es similar a la que se obtuvo en 1990. Las experiencias de México en 1994 y de Argentina en 2001 invitan a resaltar la necesidad de que los planes de estabilización basados en el tipo de cambio tienen que ser creíbles. A fines de 1994 el público mexicano estaba escéptico acerca de las acciones del gobierno para defender una tasa fija de devaluación combinada con una banda ajustable, el resultado fue un déficit insostenible en la cuenta corriente de la balanza de pagos seguido de un repentino auge en el consumo y una devaluación extrema. Por otra parte, el caso del plan de convertibilidad del gobierno argentino inició en 1991 y se abandonó en diciembre de 2001. Una vez más, en 2000, el público argentino anticipó el final del plan de estabilización, lo cual condujo a un auge en el consumo seguido de una devaluación extrema. En conclusión, uno de los puntos importantes que las autoridades fiscal y monetaria y los encargados de elaborar la política económica deben tomar en cuenta cuando estructuran un plan antiinflacionario, basado en el tipo de cambio, es que en la mayoría de los casos el resultado final es un incremento considerable en el consumo y una devaluación extrema.

Algunas de las investigaciones en la bibliografía especializada en estabilización temporal que han considerado un marco estocástico son, por ejemplo, Drazen y Helpman (1988) que analizan la estabilización con un tipo de cambio estocástico, Calvo y Drazen (1997) que consideran la incertidumbre en la permanencia de reformas económicas y Venegas-Martínez (2001), (2006a), (2006b) y (2008) que estudia la estabilización cuando el tipo de cambio es conducido por un proceso de Itô. Asimismo es importante destacar los trabajos de Uribe (2002) y Uribe y Mendoza (2000) en cuanto a la explicación de los órdenes de magnitud de los auge inesperados de consumo y la incorporación de la incertidumbre en el análisis de los planes de estabilización temporal. Mientras que todas estas investigaciones han proporcionado avances teóricos considerables, existen todavía un par de regularidades empíricas que requieren ser explicadas, como lo señalan Helpman y Razin (1987), y Kiguel y Liviatan (1992). En primer lugar, en la mayoría de los casos, los planes de estabilización inflacionaria resultan en devaluaciones extremas y este hecho no ha sido incorporado todavía en el análisis y modelado de di-

chos planes y, en segundo lugar, la mayoría de los modelos carecen de una explicación plausible de la falta de credibilidad, incluso si no hay cambio en los parámetros que determinan las expectativas de devaluación.

Las opciones reales han cobrado recientemente un gran interés en macroeconomía; véase, por ejemplo, Strobel (2005) y Henderson y Hobson (2002). El principal objetivo asociado con opciones reales es como evaluar productos derivados de activos no negociables.<sup>1</sup> En esta investigación se evalúa la opción real de posponer consumo en vísperas de que un plan de estabilización sea abandonado. En este caso, el activo subyacente de la opción es el precio del dinero en términos de bienes, es decir, el poder adquisitivo de una unidad monetaria.<sup>2</sup> Es importante destacar que el presente artículo proporciona una fórmula analítica del valor de dicha opción.

Esta investigación desarrolla, según el supuesto de una economía abierta y pequeña, un modelo estocástico de estabilización con ancla nominal en el tipo de cambio, reconociendo el papel que desempeñan los movimientos extremos en la dinámica de las expectativas de devaluación. Se supone que las expectativas de devaluación siguen un movimiento browniano mezclado con un proceso de Poisson en el que el movimiento browniano conduce a la tasa de devaluación y el proceso de Poisson modela una posible devaluación. Además, el tamaño esperado de una posible devaluación se supone que tiene una distribución de valores extremos del tipo de Fréchet. Con base en este marco teórico y suponiendo un agente representativo con utilidad logarítmica se examina las dinámicas de equilibrio del consumo y la riqueza real cuando un plan de estabilización es instrumentado y el tamaño de una posible devaluación es conducido por una distribución de Fréchet. También, se estudia los efectos en el consumo y bienestar económico por cambios permanentes en los parámetros que determinan las expectativas.

El modelo propuesto se desarrolla según los tres siguientes supuestos: *i*) el ingreso del gobierno por señoreaje (*seignorage*) (impuesto inflacionario) no es rembolsado a los agentes, *ii*) los agentes perciben una tasa de devaluación estocástica y *iii*) no existe un mercado de derivados (futuros, opciones o estructurados) que cubran el riesgo de posibles devaluaciones. El modelo que se establece proporciona soluciones cerradas, lo que hace más fácil el

<sup>1</sup> Se sugiere al lector consultar dos libros clásicos de opciones reales: Dixit y Pindyck (1994) y Schwartz y Trigeorgis (2001).

<sup>2</sup> Un análisis de la evaluación de opciones reales con información *a priori* se encuentra en Venegas-Martínez (2005).

entendimiento de diferentes aspectos en la estabilización temporal, sobre todo cuando el tamaño esperado de una posible devaluación alcanza un valor extremo.

Por último, se enumeran varias características distintivas del modelo: *i*) existe falta de credibilidad aun cuando los valores de los parámetros que determinan las expectativas de devaluación no son modificados; *ii*) trata con horizontes estocásticos de estabilización; *iii*) reproduce vía simulación Monte Carlo, con valores apropiados de los parámetros, los auges de consumo privado en los casos de México en 1990-1994 y Argentina en 2001-2003, los cuales resultaron en una devaluación extrema, y *iv*) se evalúa la opción real de espera cuando el consumo puede ser pospuesto en vísperas de que concluya un programa de estabilización de precios.

Es importante destacar también que en el modelo propuesto el proceso de inflación planteado no hereda todas las propiedades estadísticas del proceso estocástico del tipo de cambio, sino que el proceso de inflación mantiene un componente de mayor persistencia que la tasa de devaluación, tal y como lo muestra la evidencia empírica. Por otra parte, en cuanto a la decisiones óptimas del agente representativo se analiza: *i*) una solución interna en el sentido de que la fracción de la riqueza destinada a saldos monetarios reales es positiva pero menor a 1 y, por tanto, lo mismo aplica a la fracción de la riqueza destinada a bonos reales (que son los dos únicos activos), y *ii*) una solución de esquina, ya que el rendimiento real de los bonos es constante y el rendimiento real de los saldos monetarios reales sigue un proceso con tendencia estocástica con saltos hacia arriba, lo cual puede alentar al individuo a mantener sólo saldos reales. Por último, se estudia un experimento en el que la tasa media esperada de inflación toma un valor mayor a partir de cierto tiempo futuro y permanece allí para siempre. Es importante destacar que dicho experimento considera las probabilidades de que dicha política monetaria ocurra.

Este documento está organizado como sigue. En la sección I se considera una economía que produce y consume un solo bien y que está sujeta a una restricción *cash-in-advance*, en la que los agentes tienen expectativas de devaluación conducidas por un proceso de difusión con saltos de Poisson, y el tamaño esperado de una posible devaluación tiene una distribución de valores extremos. En la sección II se resuelve el problema de decisión de un consumidor representativo, tomador de precios y adverso al riesgo. Asimismo, en la sección III se realizan varios experimentos de política económica con di-

versos ejercicios de estadística comparativa. En la sección IV se examina el efecto en el bienestar por choques exógenos en los valores de los parámetros que determinan las características de la economía. En el transcurso de la sección V se estudia el comportamiento de la dinámica de la riqueza y el consumo, y se conduce varios experimentos de la política cambiaria. En la sección VI se efectúa simulaciones Monte Carlo en la respuesta del consumo a cambios permanentes en los valores de los parámetros relevantes del modelo, en el supuesto de que el tamaño esperado de una posible devaluación tiene una distribución de valores extremos del tipo de Fréchet. En la sección VII se evalúa la opción de posponer consumo en vísperas de que expire un programa de estabilización de precios. Por último se presenta un conjunto de conclusiones, limitaciones y sugerencias para posteriores investigaciones. Al final, tres apéndices contienen pormenores de varios resultados analíticos.

## I. ESTRUCTURA DEL MODELO

Se considera una economía pequeña y abierta poblada por consumidores con dotaciones y gustos idénticos, quienes viven para siempre en un mundo en el que sólo hay un bien homogéneo de consumo, el cual es internacionalmente comerciable. Los agentes mantienen dos activos: saldos reales y un bono real, cotizado y negociado internacionalmente, que paga una tasa de interés constante y libre de riesgo de incumplimiento.

### 1. *Paridad de poder de compra y dinámica del tipo de cambio*

Se supone que el bien internacionalmente comerciable es libre de barreras y aranceles para su compra o venta. El nivel general de precios internos,  $Q_t$ , está determinado por la condición de paridad de poder de compra, que está dada por

$$Q_t = Q_t^* / \pi_t \quad (1)$$

en que  $Q_t^*$  es el precio en moneda extranjera del bien en el resto del mundo y  $\pi_t$  es el tipo de cambio nominal. De ahora en adelante, se supone por simplificación, que

$$Q_t^* = Q_0^* = 1 \quad y \quad \pi_0 = 1$$

A continuación se modela la dinámica estocástica del nivel general de precios. Para ello se observa para el caso mexicano, en el periodo de análisis,

que una característica sobresaliente de la inflación (el cambio porcentual del índice nacional de precios al consumidor, INPC) es que es considerablemente más persistente que la tasa de devaluación (ambas medidas como el cambio en el logaritmo a 12 meses) (véase el apéndice 1). Con el propósito de modelar de manera adecuada la persistencia del proceso de inflación, se incorpora una versión continua de un proceso GARCH con media. En el apéndice 1 también se muestra que el modelo GARCH(1,1)-M describe de manera adecuada la persistencia del INPC, de modo que:

$$\ln Q_t - \ln Q_{t-1} = \frac{1}{t} \ln Z_t$$

y

$$\frac{1}{t-1} f = \frac{1}{t} (g - u Z_t^2)$$

en que  $g = 0$ ,  $Z_t \sim \mathcal{N}(0,1)$  y  $f, g, u \neq 0$  en cuyo caso se puede demostrar (véase el apéndice 2) que su versión continua satisface

$$\frac{dQ_t}{Q_t} = dt - \frac{1}{t} dt - u dB_t$$

y

$$d \frac{1}{t} = (f - k \frac{1}{t}) dt - u \frac{1}{t} dW_t$$

en que  $k = 1 - g - u$ , y  $dB_t$  y  $dW_t$  tienen ambos distribución  $\mathcal{N}(0, dt)$ . Como se observa el proceso que conduce a la varianza,  $\frac{1}{t}$ , presenta reversión a un valor medio,  $\frac{1}{t} \rightarrow f/k$ . Además, la solución de la ecuación diferencial estocástica de la varianza está dada por:

$$\frac{1}{t} = e^{(k - (1/2)u^2)t} - u W_t - \int_0^t e^{(k - (1/2)u^2)(s-t)} u (W_s - W_t) ds$$

En este caso, la distribución estacionaria de  $\frac{1}{t}$  es la distribución inversa con parámetros  $1 - 2k/u^2$  y  $s = 2f/u^2$ , es decir,  $1/\frac{1}{t} \sim \text{Inv}(s, s)$ .

Falta incorporar en el modelo los hechos estilizados de devaluaciones extremas. Para ello, de acuerdo con el análisis de estadístico de distribuciones de valores extremos realizado en el apéndice 1, en la ecuación de tendencia es conveniente añadir un proceso de Poisson,  $dN_t$ , con un tamaño de salto aleatorio,  $Z$ , conducido por una distribución del tipo de Fréchet, esto es,

$$\frac{dQ_t}{Q_t} = dt - \frac{1}{t} dt - dB_t - Z dN_t \quad (2)$$

$$\frac{2}{t} e^{(k - (1/2) \mu^2)t - \mu W_t} \int_0^t e^{(k - (1/2) \mu^2)(s-t) - \mu(W_s - W_t)} ds \quad (3)$$

en que  $(B_t)_{t \geq 0}$  es un movimiento browniano (o proceso de Wiener) definido en un espacio fijo de probabilidad con su filtración aumentada  $(\cdot, \mathcal{F}^B, (\mathcal{F}_t^B)_{t \geq 0}, \mathbb{P})$ . De igual manera, el espacio de probabilidad en el que se define  $dW_t$  es  $(\cdot, \mathcal{F}^W, (\mathcal{F}_t^W)_{t \geq 0}, \mathbb{P})$ . Aquí  $\mathcal{F}_t^B$  y  $\mathcal{F}_t^W$  representan información relevante disponible al momento  $t$ . Asimismo, se supone que  $dN_t$  es un proceso de Poisson con parámetro de intensidad  $\lambda$ . El tamaño de un salto hacia arriba es tal que

$$Z = \frac{1}{1 - X} - 1, \quad X = 0, \quad 0$$

y

$$X = \frac{Y}{\lambda}, \quad , \quad 0$$

en que  $Y$  es una variable aleatoria de tipo de Fréchet con parámetros  $\lambda$  y  $0$ . Claramente,  $Z = 0$ . Nótese que un incremento en  $Y$  conduce a un aumento en  $X$ , el cual, a su vez, incrementa el valor de  $Z$ . En este caso se puede verificar que la función de distribución acumulada de  $Y$  está dada por

$$F_Y(y) = \exp \left( -\frac{y}{\lambda} \right), \quad y > 0$$

y la función de densidad de  $Y$  satisface

$$f_Y(y) = -F_Y(y) \frac{1}{\lambda} e^{-y/\lambda}, \quad y > 0 \quad (4)$$

Obsérvese que si  $\lambda = 2$ , entonces

$$\mathbb{E}[Y] = 1 - \frac{1}{2}$$

y

$$\mathbb{E}[Y^2] = 2 - 1 - \frac{2}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Así que

$$\text{Var}[Y^2] = 2 - 1 - \frac{2}{2} = 2 - 1 - \frac{1}{2}$$

Por otra parte, ya que el número de devaluaciones esperadas (es decir, saltos hacia arriba en el tipo de cambio) por unidad de tiempo sigue un proceso de Poisson  $dN_t$  con intensidad  $\lambda$  se tiene que

$$P_N\{\text{un salto durante } dt\} = P_N\{dN_t = 1\} = \lambda dt$$

y

$$P_N\{\text{más de un salto durante } dt\} = P_N\{dN_t \geq 1\} = o(dt)$$

así que

$$P_N\{\text{ningún salto durante } dt\} = P_N\{dN_t = 0\} = 1 - \lambda dt = o(dt)$$

en que  $o(dt)/dt \rightarrow 0$  cuando  $dt \rightarrow 0$ . Obsérvese que el tiempo esperado hasta el próximo salto es  $1/\lambda$ . Por último, es fácil mostrar que

$$E[dN_t] = \text{Var}[dN_t] = \lambda dt$$

## 2. Activos disponibles en la economía

El consumidor representativo mantiene dos activos reales: saldos reales,  $m_t$  y  $M_t/Q_t$ , en que  $M_t$  es el acervo nominal de dinero y un bono internacional real de precio  $b_t$ . El bono paga una tasa de interés real constante  $r$  (es decir, paga un rendimiento de  $r$  unidades del bien de consumo por unidad de tiempo). De esta manera, la riqueza real del consumidor,  $y_t$ , está dada por

$$y_t = m_t + b_t \quad (5)$$

en la que  $y_0$  es determinado exógenamente.

## 3. Financiación del consumo

La economía está equipada con una restricción *cash-in-advance*:

$$m_t = \int_t^t c_s ds \quad (6)$$

en la que  $c_t$  es consumo y  $\int_t^t c_s ds$  es el tiempo que el dinero debe ser mantenido para financiar el consumo. La condición (6) es fundamental para vincular la dinámica del tipo de cambio con el consumo. Adviértase que

$$m_t = \int_t^t c_s ds = (c_t / \lambda) \cdot o(1/\lambda)$$

en la que sigue se supondrá que el término del error  $o(1/\sqrt{t})$  es despreciable, en cuyo caso  $m_t = c_t$ . Es decir,

$$E \frac{m_t}{c_t}$$

#### 4. Rendimiento de saldos reales

La tasa de rendimiento estocástica por mantener saldos reales,  $dR_m$ , es sencillamente el cambio porcentual en el valor del dinero en términos de bienes. Al aplicar el lema de Itô al inverso del nivel de precios (es decir, al poder adquisitivo de una unidad monetaria), con (2) como la ecuación que conduce el proceso subyacente con volatilidad media  $\sigma$  y un valor de  $\lambda$  despreciable, ya que la evidencia empírica, en el apéndice 1, muestra un valor  $|\lambda| < 1$ , en cuyo caso se tiene

$$\begin{aligned} d \frac{1}{Q_t} &= -\frac{1}{Q_t^2} Q_t - \frac{1}{2} \frac{2}{Q_t^3} \sigma^2 Q_t^2 dt - \frac{1}{Q_t^2} Q_t dB_t \\ &\quad - \frac{X}{Q_t} - 1 - \frac{1}{Q_t} dN_t \\ &= \frac{1}{Q_t} [(-\sigma^2) dt - dB_t - X dN_t] \end{aligned} \quad (7)$$

El signo menos que aparece en el término  $-X dN_t$  es debido a que saltos en el tipo de cambio afectan de manera negativa los saldos reales. En conclusión, la tasa de rendimiento estocástica por la tenencia de saldos reales está dada por

$$dR_m = (-\sigma^2) dt - dB_t - X dN_t \quad (8)$$

## II. PROBLEMA DE DECISIÓN DEL CONSUMIDOR

El cambio marginal de la riqueza real del consumidor en términos de la composición de la cartera  $m_t/y_t$  y  $1 - b_t/y_t$ , así como del consumo,  $c_t$ , está dada por

$$dy_t = y_t dt dR_m = y_t (1 - b_t) r dt - c_t dt$$

con  $y_0$  exógenamente determinada. La ecuación anterior puede ser reescrita, al sustituir (8) en la expresión anterior, como

$$dy_t = y_t [(r - \gamma) dt + dB_t - \gamma X dt + dN_t] \quad (9)$$

en la que

$$\gamma = r - \frac{\sigma^2}{2}$$

La función de utilidad esperada del tipo Von Neumann-Morgenstern al momento  $t$ ,  $I(y_t, t)$ , de un consumidor representativo, competitivo y adverso al riesgo, con riqueza  $y_t$ , se supone que es de la forma:

$$I(y_t, t) = E \int_t^{\infty} \log(c_s) e^{-rs} ds | \mathcal{F}_t \quad (10)$$

en la que  $\mathcal{F}_t = \mathcal{F}_t^B \cup \mathcal{F}_t^W$  representa toda la información disponible al momento  $t$ . Por simplificación, se supone que la tasa subjetiva de descuento del agente coincide casualmente con la tasa de interés internacional real,  $r$ , la cual se supone constante y libre de riesgo de incumplimiento. Este supuesto simplifica la dinámica estocástica del consumo. Se ha considerado la función de utilidad logarítmica con el propósito de obtener soluciones simples que hagan el análisis subsiguiente más sencillo.

### 1. *Condiciones de primer orden para una solución interna*

La ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman del problema de control óptimo estocástico (o programación dinámica estocástica en tiempo continuo) de maximización de utilidad con  $\log(c_t) = \log(y_t) - I_t(y_t, t)$ , según el supuesto de que es estocásticamente independiente de  $dN_t$ , está dada por

$$\begin{aligned} \max_t H(y_t, t; y_{t+1}, t+1) &= \max_t \{\log(y_{t+1}) e^{-rt} - I_y(y_t, t) y_t (r - \gamma) - I_t(y_t, t) \\ &\quad - \frac{1}{2} I_{yy}(y_t, t) y_t^2 - \frac{1}{2} \sigma^2\} - E[I(y_{t+1} | X_{t+1}, t+1, t) - I(y_t, t)] = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

La condición de primer orden es

$$\frac{\partial H}{\partial y_t} = 0$$

Dado el descuento de tipo exponencial en (10), se postula  $I(y_t, t)$  de manera separable como

$$I(y_t, t) = G(y_t) g(t) \quad (12)$$

en la que  $G(y_t) = \gamma_0 + \gamma_1 \log(y_t)$  y  $g(t) = e^{-rt}$ . En este caso, las constantes  $\gamma_0$  y  $\gamma_1$  se determinan a partir de (11). Así pues, la condición (11) conduce a

$$\max_t H(y_t; y_t, t) = \max_t \left[ \log(y_t) - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1-r} \frac{X_t^2}{X_t} - 1 \right) L(y_t) \right] = 0 \quad (13)$$

en que

$$L(y_t) = E[\log(y_t X_t - 1)] \quad (14)$$

Adviértase que el argumento en la función logarítmica en (14) permanece positivo. Con el objetivo de calcular la condición de primer orden es necesario encontrar

$$\frac{\partial}{\partial t} L(y_t) = E \frac{\partial}{\partial t} \log(y_t X_t - 1) = E \frac{X_t}{X_t - 1}$$

A partir del resultado anterior se puede concluir que  $y_t$  óptima es invariante en el tiempo, esto es,  $y_t$  y satisface

$$\frac{1}{1} = -E \frac{X}{X - 1} \quad 2 \quad (15)$$

Si se considera el siguiente cambio de variable

$$\underline{y}$$

la esperanza matemática en (15) puede ser reescrita como

$$\begin{aligned} E \frac{X}{X - 1} &= \int_0^1 \frac{[(y - 1)/1]}{[(y - 1)/1]} f_Y(y) dy \\ &= \int_0^1 e^{-u} du \\ &= \frac{1}{1} e^{1/} \quad (1, 1/ ) \end{aligned} \quad (16)$$

en que

$$(1, 1/ ) = (0, 1/ ) = e^{1/}$$

Se debe tener presente para el análisis subsiguiente la siguiente fórmula para

$$\begin{aligned} (0, 1/ ) &= \int_{1/}^1 \frac{e^{-u}}{u} du \\ &= e^{-1/} (1 - o( )) \end{aligned} \quad (17)$$

en la que  $(\cdot, \cdot)$  es la función incompleta. Se puede mostrar que  $(0,0)$ ,  $(0, \cdot)$  0 y  $(0,1)$   $e^{-1} \cdot 0(1) = 2/9$ . Por tanto, si se utilizan (16) y (17), la condición de primer orden puede ser escrita como

$$\frac{1}{1} - 1 - \frac{1}{2} e^{1/2} (0, 1/2) = 0 \quad (18)$$

Si se supone que  $0 < 1$ , entonces la aproximación  $(0, 1/2) \approx e^{1/2} (1, 1)$  es aceptable, y se puede escribir la condición de primer orden como

$$\frac{1}{1} - 1 - \frac{1}{2} e^{1/2} (1, 1) = 0 \quad (19)$$

la cual representa una ecuación cuadrática en  $\cdot$  (con raíces reales). Una vez que un óptimo  $\cdot$  es escogido, los coeficientes  $\cdot_0$  y  $\cdot_1$  son determinados a partir de (11), en cuyo caso:

$$(1 - r \cdot_1) \log(y_t) - r \cdot_0 - r \cdot_1 \log(\cdot) - \frac{1}{2} [1 - 1/2 \cdot^2 - L(\cdot)] = 0 \quad (20)$$

lo cual conduce a

$$1 - r \cdot^2 - r \cdot_0 - \frac{1}{r} [1 - \log(\cdot)] - \frac{1}{r^2} - \frac{1}{2} \cdot^2 - L(\cdot) = 0 \quad (21)$$

Así, la condición de primer orden produce

$$\frac{r}{1} - 1 - \frac{1}{r} - \frac{1}{r^2} - \frac{1}{2} \cdot^2 - L(\cdot) = 0$$

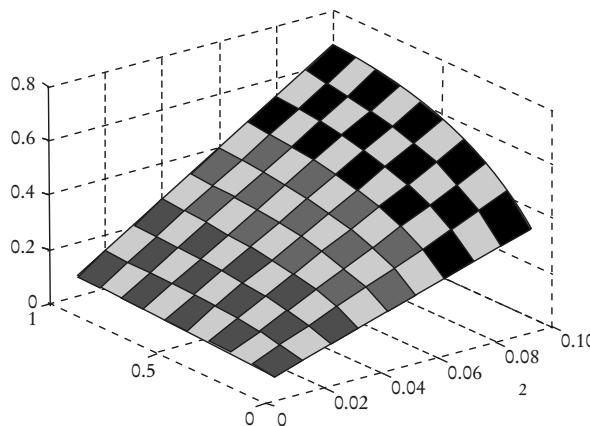
la cual es una ecuación cuadrática con raíces reales y sólo una raíz positiva dada por

$$1 - \frac{(\cdot - 1) \sqrt{(\cdot - 1)^2 - 4 \cdot^2 - 2r}}{2 \cdot^2} = 0 \quad (22)$$

La gráfica 1 muestra el valor óptimo de  $\cdot$  en función de  $r$  y  $\cdot^2$ , con  $r = 0.0850$ .

## 2. Análisis de soluciones de esquina

La solución del problema de optimización de un consumidor racional obtenida en la sección anterior, ecuación (22), conduce a una solución interna en el sentido de que la proporción de la riqueza que se asigna a la tenencia de sal-

GRÁFICA 1. *El valor óptimo de  $y$  en función de  $y^2$* 

dos monetarios reales es positiva pero menor a 1 y, por tanto, lo mismo sucede para la proporción de la riqueza destinada a bonos reales (estos son los dos únicos activos). Sin embargo no hay nada en la economía propuesta que asegure que esto se pueda cumplir. Por lo contrario, dados los supuestos del modelo es muy probable que esto no se cumpla y que se llegue a una solución de esquina. Lo anterior se debe simplemente a que la tasa de rendimiento real de los bonos es constante, mientras que el rendimiento real de los saldos monetarios reales sigue un proceso con tendencia estocástica y además permite saltos grandes. Es fácil imaginar situaciones en esta economía en la que los agentes mantengan sólo saldos reales y no bonos, debido a que el rendimiento de los saldos reales puede alcanzar un mayor monto respecto a los bonos reales. En efecto, obsévese que el rendimiento de los bonos es  $r$  y que el rendimiento esperado de los saldos reales es  $r^2$ . Ahora bien, en virtud de la identidad  $r^2 = r^2$ , se tiene que

$$r^2 = ( )^2 = ( )^2$$

siempre y cuando  $( )^2 > ( )^2$  (basta pedir que el consumidor no esté ansioso por el consumo presente y que la probabilidad de un salto y la volatilidad media de largo plazo sean pequeñas). A pesar de esta desigualdad entre rendimientos el agente no puede sólo mantener bonos ya que hay una restricción *cash-in-advance*. Si se desea que el consumidor sólo mantenga saldos reales será necesario compensarlo no sólo con  $r^2$  sino con algo más, digamos de tal suerte

$$r \quad ( \quad ) \quad 2$$

Situación que también es congruente con el resultado principal de la sección anterior

$$\underline{r} \quad 2$$

cuando  $1$ .

### III. EXPERIMENTOS DE ESTÁTICA COMPARATIVA

En esta sección se realiza algunos experimentos de estática comparativa en relación con la decisión óptima  $\hat{d}$ . Se analiza el efecto en la óptima,  $0 \hat{d} 1$ , por cambios en la tasa media esperada de la inflación  $\hat{r}$ , la volatilidad instantánea de la inflación y el parámetro de intensidad  $\alpha$ . Al diferenciar totalmente la condición de primer orden, se tiene

$$\hat{d} - (1 - \hat{d})^2 - \hat{d} - (\hat{r})\hat{d} = 0 \quad (23)$$

en que

$$(\hat{r}) = \frac{\hat{r}}{2}$$

Un primer resultado relevante es que un incremento en la tasa de devaluación, la cual conlleva a un incremento en el costo de oportunidad de compra de bienes, conduce a una disminución permanente en la proporción de la riqueza asignada a saldos monetarios para facilitar el consumo. Para considerar esto, es suficiente utilizar (23), lo cual conduce a

$$- \frac{1}{(\hat{r})} = 0 \quad (24)$$

Nótese también que un incremento en la varianza del componente de difusión producirá un efecto contrario al de  $\hat{r}$  en  $\hat{d}$  debido a que

$$- \frac{1}{2} \frac{1}{(\hat{r})} = 0 \quad (25)$$

Dicho de otra manera, el consumidor asigna una mayor proporción de su riqueza para mantener saldos reales a fin de financiar consumo para enfrentar una mayor varianza en el precio del consumo.

Otro resultado importante es la respuesta de la proporción de la riqueza

que se asigna en equilibrio a la tenencia de saldos reales, , por cambios en el parámetro de intensidad, . Un incremento en el número esperado de devaluciones extremas por unidad de tiempo causa un aumento en el costo de oportunidad de comprar bienes. Esto, a su vez, disminuye permanentemente la riqueza asignada a saldos monetarios para facilitar el consumo. Además, a partir de (11), se tiene

$$-\frac{1}{( )} = 0 \quad (26)$$

Evidentemente, los cambios marginales (24), (25) y (26) están relacionados mediante

$$-\frac{1}{1} = \frac{1}{2}$$

#### IV. EFECTO EN EL BIENESTAR ECONÓMICO

Ahora se evalúan los efectos de choques exógenos en el bienestar económico. Como es usual, el criterio de bienestar económico, , del agente representativo es la utilidad máxima con riqueza real,  $y_0$ , es decir, la utilidad indirecta que proporciona la riqueza  $y_0$ . Así, el bienestar está dado por la expresión:

$$\begin{aligned} ( , 2, ; y_0) &= I(y_0, 0) - \frac{1}{r} [1 - \log(y_0) - \log( )] \\ &\quad - \frac{1}{r^2} L( ) \end{aligned} \quad (27)$$

Con objeto de calcular el bienestar económico , se necesita encontrar explícitamente,  $L( )$ . Para ello, se usa el mismo cambio de variable que en (16), así

$$E[\log(X - 1)] = \int_0^1 \log(X - 1) e^{-X} dX \quad (28)$$

Es importante señalar que (16) puede ser obtenido al derivar (28), en efecto,

$$\begin{aligned} -e^{1/} (0, 1/ ) &= \frac{1}{2} e^{1/} (0, 1/ ) - e^{1/} \frac{(0, 1/ )}{(1/ )} - \frac{(1/ )}{(1/ )} \\ &= \frac{1}{2} e^{1/} (0, 1/ ) - e^{1/} (e^{-1/}) - \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} e^{1/} (0, 1/ ) - 1 \end{aligned}$$

Adviértase que, debido a que se presenta una derivada en  $L(\ )$  en la condición de primer orden, se puede usar ahora la aproximación  $(0, 1/ ) e^{1/} (1 O(\ ))$ , de esta manera

$$L(\ ) \approx 0 \frac{dx}{dt}$$

Así pues, los efectos en el bienestar económico por cambios en la tasa promedio de devaluación, la volatilidad y la probabilidad de devaluación son, respectivamente:

$$-\frac{1}{r^2} 0, \quad -\frac{1}{2} \frac{2}{2r^2} 0 \quad y \quad -\frac{1}{r^2} 0$$

## V. DINÁMICA DE LA RIQUEZA Y EN EL CONSUMO

Ahora se considera el proceso estocástico que genera la riqueza real del individuo cuando el óptimo es aplicado. Si se sustituye el punto óptimo en (9), se obtiene

$$dy_t = y_t [(-\frac{1}{2} \frac{2}{2}) dt + dB_t + X dN_t] \quad (29)$$

La solución de la ecuación diferencial estocástica anterior, con condición inicial  $y_0$ , es

$$y_t = y_0 e^{-t} \quad (30)$$

en que

$$\begin{aligned} t &= t, \quad t \sim \mathcal{N}[F(\ )t, G(\ )t], \quad t = H(\ , X)N_t \\ F(\ ) &= -\frac{1}{2}, \quad G(\ ) = \frac{2}{2} \quad y \quad H(\ , X) = \log(X) - 1 \end{aligned} \quad (31)$$

Nótese que

$$\begin{aligned} E[t] &= [F(\ ) + E[H(\ , X)]]t \\ &= [F(\ ) + (1 - o(\ ))]t \end{aligned} \quad (32)$$

En virtud de (6), el proceso estocástico para el consumo, en (30), puede ser escrito como

$$c_t = y_0 e^{-t} \quad (33)$$

Esto indica que, en la ausencia de un mercado de productos derivados, el riesgo de devaluación tiene un efecto en la riqueza vía la incertidumbre en

, esto es, la incertidumbre cambia el conjunto de oportunidades que enfrenta el consumidor. Por otra parte, el riesgo de devaluación también afecta la cartera de inversión vía efectos en . Así, un cambio en las variables de política estará acompañado tanto por efectos de riqueza como de sustitución. No se puede determinar el monto del consumo en este marco estocástico. Sólo se puede calcular la probabilidad de que, en un cierto intervalo de tiempo dado, un cierto monto de consumo ocurra. Asimismo, adviértase que de la desigualdad de Jensen, se tiene que el consumo esperado satisface

$$E[c_t] = y_0 e^{E[\pi_t]} \quad (34)$$

### 1. Consumo inesperado

En esta subsección se analiza una política de la forma:

$$\begin{array}{ll} 1 & \text{si } 0 \leq t < T \text{ con probabilidad } q_1 \\ t & \\ 2 & \text{si } t \geq T \text{ con probabilidad } q_2 \end{array}$$

en la que  $T$  (fecha en que se abandona el plan de estabilización) es exógenamente determinado y  $1 < 2$ . Nótese que en el modelo estocástico existe falta de credibilidad, aun cuando los parámetros permanecen constantes debido a que los agentes siempre asignan alguna probabilidad al evento de devaluación de la moneda nacional. A continuación se analiza la respuesta de consumo debido a la política anterior. A partir de (33) se puede escribir

$$\frac{c_T}{c_T} = \frac{2}{1} b_T(1, 2, q_1, q_2)$$

en que

$$b_T(1, 2, q_1, q_2) = \frac{\frac{q_1}{q_1 - q_2} \exp\{-\pi_T(1)\}}{\frac{q_2}{q_1 - q_2} \exp\{-\pi_T(2)\}}$$

tiende a  $q_1/q_2$  cuando  $0$  c.s. (casi seguramente). Así,

$$\lim_{0} c_T = c_T \frac{2q_1}{1q_2} \text{ c.s.} \quad (35)$$

También, se puede observar que  $2/1 > 1$ , junto con (35), implica que  $(q_1/q_2)c_T > \lim_{0} c_T$  c.s., lo que indica un salto en el consumo al momento

T. Si  $q_1$  fuera constante para siempre, es decir, si  $q_1 = q_2$  para toda  $t \geq 0$  y  $q_1 \neq q_2$ , entonces se tendría

$$c_t = c_t b_t(\cdot; q_1, q_2, q_1, q_2) \quad (36)$$

Por otro lado, a partir de (36), el término  $b_t(\cdot; q_1, q_2, q_1, q_2) = 1$  cuando  $q_1 = q_2$ . En consecuencia, el consumo sería continuo c.s. para toda  $t$ . Si el plan de estabilización es temporal, entonces  $(q_1/q_2)c_T \lim_{t \rightarrow \infty} c_T$  c.s., lo que indica un salto en el consumo al momento  $T$ , como se mostró antes. En particular, si  $q_1 \neq q_2$ , se tiene que  $c_T \lim_{t \rightarrow \infty} c_T$ ; en caso contrario, aunque hay un salto, la desigualdad es ambigua y dependerá de las magnitudes de  $q_1$  y  $q_2$ .

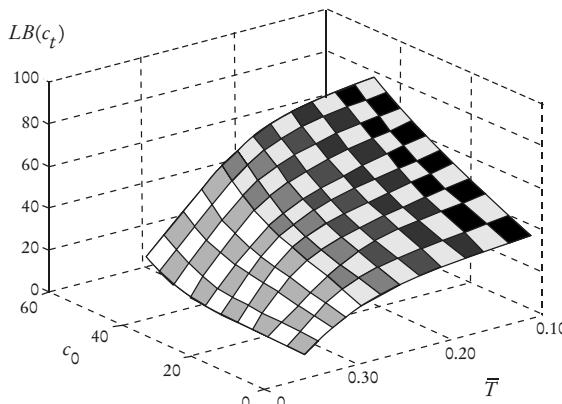
## 2. Horizontes de estabilización estocástica

Sea  $T$  una variable aleatoria distribuida exponencialmente con parámetro  $\bar{T}^{-1}$ . Supóngase que  $T$  es independiente de  $dB_t$ ,  $dN_t$  y  $Y$ . Si se desprecia el término  $o(\cdot)$  en (32) y se supone  $c_0 = y_0$ , entonces la tasa de crecimiento del consumo está dada por

$$E[\log(c_T/c_0)] = E[E[\log(c_T/c_0)|T]] = [F(\bar{T}) - (1 - \bar{T})\bar{T}]$$

Si se aplica la desigualdad de Jensen en (34) el consumo tiene una cota inferior dada por  $LB(c_t) = c_0 e^{E[\bar{T}t]}$ . La gráfica 2 muestra a  $LB(c_t)$  en función de  $c_0$  y  $\bar{T}$ . Las unidades de  $c_0$  están en términos de 10 a pesos (mexicanos) de 1993. Se observa que cuando  $c_0$  y  $\bar{T}$  aumentan,  $LB(c_t)$  también aumenta.

GRÁFICA 2.  $LB(c_t)$  en función de  $c_0$  y  $\bar{T}$



## VI. EJERCICIO DE SIMULACIÓN

El siguiente experimento consiste en intentar simular con el método Monte Carlo la respuesta del consumo a cambios en los valores de los parámetros que determinan las expectativas de la tasa de devaluación. El cuadro 1 presenta dos vectores con valores de los parámetros,  $(\alpha_j, \beta_j, \gamma_j)$ ,  $j = 1, 2$ , que reproducen las tendencias del consumo observado en México entre 1989 y 1994.<sup>3</sup> Se supone también que  $r = 0.0850$  y  $y_0 = 1.849 \cdot 10^{12}$  (pesos de 1993). En este caso, se supone que  $\delta = 1$  y  $\sigma = 0$ .

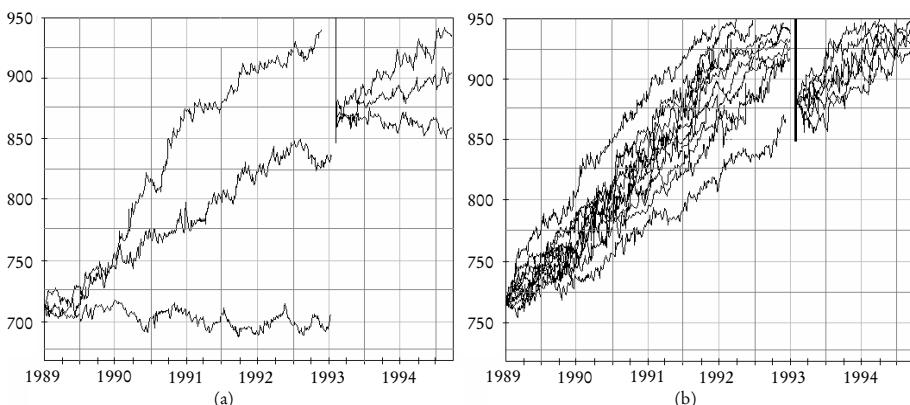
CUADRO 1. *Valores de los parámetros (caso mexicano)*

1	0.455	2	0.444
1	0.192	2	0.298
2	0.499	2	0.409
1	0.010	2	0.100

En la gráfica 3(a) se han simulado trayectorias de: el movimiento browniano, el movimiento geométrico browniano y el proceso de difusión con

GRÁFICA 3. (a) simulación de trayectorias del movimiento browniano, movimiento geométrico browniano y procesos de difusión con saltos de Poisson y valores extremos; (b) simulación de varias trayectorias del consumo antes y después del primer trimestre de 1993

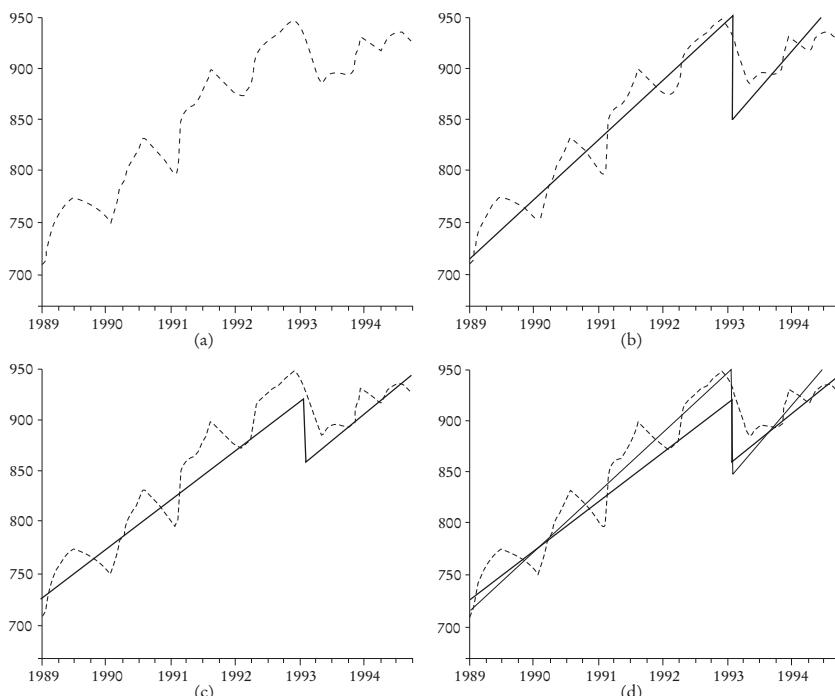
(Miles de millones de pesos de 1993)



<sup>3</sup> Se tomaron cerca de 800 combinaciones de valores de los parámetros.

GRÁFICA 4. *Simulación de tendencias del consumo: (a) consumo observado, (b) simulación de tendencia del consumo con la componente de difusión y saltos de Poisson, (c) simulación de la tendencia del consumo con la componente de difusión y saltos de Poisson y valores extremos, (d) se compara la tendencia en (b) y (c)*

(Miles de millones de pesos de 1993)

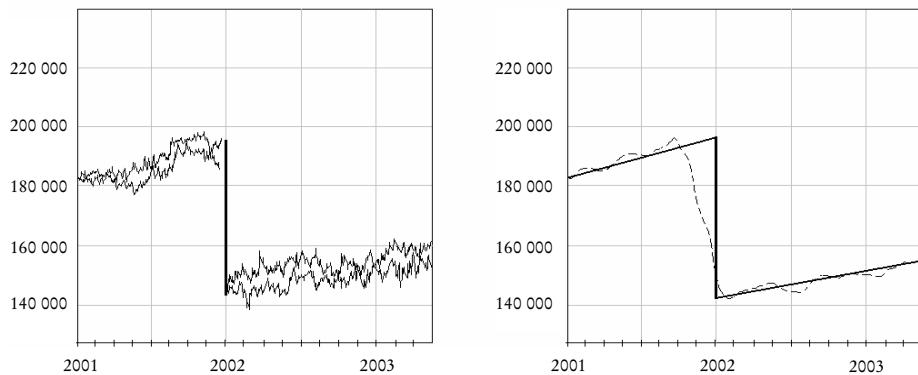


saltos de Poisson y valores extremos.<sup>4</sup> En la gráfica 3(b) varias trayectorias simuladas son mostradas antes y después del primer trimestre de 1993. En la gráfica 4(a) la línea punteada corresponde a consumo observado. En la gráfica 4(b) la línea continua clara representa la tendencia simulada del consumo con el componente de difusión con saltos de Poisson. La gráfica 4(c) muestra una línea continua ancha que representa la tendencia simulada del consumo con la componente de difusión con saltos de Poisson con un tamaño de salto conducido por la función de distribución del tipo de Fréchet. Finalmente, la gráfica 4(d) compara la tendencia en 4 (b) y 4(c).<sup>5</sup> Nótese que,

<sup>4</sup> Se utilizó un *software* estadístico denominado *Xtremes* (Reiss y Thomas, 2001) y la metodología de Ripley (1987) para las simulaciones por Monte Carlo.

<sup>5</sup> Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática, México.

GRÁFICA 5. (a) *Simulación de trayectorias de consumo, (b) simulación de tendencias. La línea punteada corresponde al consumo observado en millones de pesos argentinos de 1993*



con los valores de los parámetros, la simulación estocástica que considera una distribución de valores extremos imita el orden de magnitud del salto en el consumo observado en el primer trimestre de 1993; un salto de alrededor de 60 mil millones de pesos de 1993. El cuadro 2 y la gráfica 5 repiten el mismo ejercicio para el caso de Argentina 2001-2003.<sup>6</sup>

CUADRO 2. *Valores de los parámetros (el caso argentino)*

$q_1$	0.1	2	0.4
1	0.517	2	0.468
${}_1$	0.110	${}_2$	0.161
${}_2$	0.371	${}_2$	0.412
${}_1$	0.011	2	0.053

## VII. OPCIÓN REAL DE POSPONER EL CONSUMO

En esta sección se caracteriza el precio de la opción real de posponer el consumo como la solución de una ecuación diferencial-integral. En primer lugar, obsérvese que la ecuación (7) puede ser reescrita como

$$dS_t = S_t dt + S_t dB_t + S_t dN_t \quad (37)$$

en la que

$$S_t = 1/Q_t, \quad ^2 \quad y \quad X$$

<sup>6</sup> Instituto Nacional de Estadística y Censos de la República de Argentina.

Nótese que  $S_t / 1/Q_t$  es el precio del dinero en términos de bienes, es decir, el poder adquisitivo de una unidad monetaria; un activo no negociado. A partir de la definición de  $Z$  dada en (2), se tiene

$$\frac{1}{1 - Z} = 1$$

Así, de (37), la tasa de rendimiento estocástica de los saldos reales,  $dR_m = dS_t / S_t$ , puede ser escrita como

$$dR_m = dt - dB_t - dN_t \quad (38)$$

Si  $V(S_t, t)$  denota el valor de la opción real de espera cuando el consumo se pospone y se utiliza el lema de Itô se tiene

$$dV = \frac{V}{t} - \frac{V}{S_t} S_t - \frac{1}{2} \frac{2V}{S_t^2} S_t^2 dt - \frac{V}{S_t} dB_t - [V(S_t(-1), t) - V(S_t, t)] dN_t \quad (39)$$

o

$$dV = V dt - V dB_t - V dN_t$$

en la que

$$\frac{1}{V} \frac{V}{t} - \frac{V}{S_t} S_t - \frac{1}{2} \frac{2V}{S_t^2} S_t^2$$

$$\frac{1}{V} \frac{V}{S_t} S_t$$

y

$$\frac{1}{V} [V(S_t(-1), t) - V(S_t, t)]$$

En este caso, la restricción presupuestaria del consumidor, en términos de la cartera  $1_{1t} m_t / y_t$ ,  $2_{1t} V_t / y_t$ ,  $1 - 1_{1t} - 2_{1t} b_t / y_t$ , y consumo,  $c_t$ , está dada por

$$dy_t = y_t (1_{1t} - 2_{1t}) r dt + c_t dt$$

con  $y_0$  exógenamente determinado. Es evidente que  $dR = dV/V$ . Así, si se sustituye (38) y (39) en la expresión anterior, la restricción presupuestaria puede ser reescrita como

$$dy_t = y_t [(r - (r)_{1t} - (r)_{2t}) dt + (1_{1t} - 2_{1t}) dB_t + (1_{1t} - 2_{1t}) dN_t] \quad (40)$$

en la que  $2$  La ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman para el problema del control óptimo estocástico que maximiza la utilidad, con  $\log(c_t) = \log(y_{t-1t})$ , satisface

$$\begin{aligned}
 \max_{1t, 2t} H(y_{1t}, y_{2t}, t) &= \max_{1t, 2t} \{\log(y_{1t}) e^{-rt} - I_y(y_{1t}, t) y_{1t} [r - (r)_{1t} - (r)_{2t}] \\
 &\quad - \frac{1}{2} I_{yy}(y_{1t}, t) y_{1t}^2 (1_{1t} - 1_{2t})^2\} \\
 &= E[I(y_{1t}(1_{1t} - 1_{2t} - 1), t) - I(y_{1t}, t)] = 0
 \end{aligned} \tag{41}$$

en que

$$I(y_{1t}, t) = E \int_t^T \log(c_s) e^{-rs} ds | \mathcal{F}_t^B$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{H}{1t} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{H}{2t} = 0$$

Se postula  $I(y_t, t)$  de manera separable (multiplicativamente), es decir,

$$I(y_t, t) = e^{-rt} [1 \log(y_t) - \phi]$$

en que  $\phi$  y  $\phi_1$  son determinados de (41). Si se sustituye el candidato anterior en (41), se obtiene

$$\begin{aligned}
 \max_{1t, 2t} H(y_{1t}, y_{2t}; y_t, t) &= \max_{1t, 2t} \{\log(y_{1t}) e^{-rt} - \phi_1 [r - (r)_{1t} - (r)_{2t}] \\
 &\quad - r [1 \log(y_t) - \phi] - \frac{1}{2} \phi_1 (1_{1t} - 1_{2t})^2\} \\
 &= 1 E [\log(y_{1t} - 1)] \}
 \end{aligned}$$

Si se calcula ahora las condiciones de primer orden se encuentra que los valores óptimos de  $y_{1t}$  y  $y_{2t}$  satisfacen

$$\frac{1}{1_{1t}} = E \frac{1}{1_{1t} - 1_{2t} - 1} \quad r - (r)_{1t} - (r)_{2t} = 0$$

y

$$E \frac{1}{1_{1t} - 1_{2t} - 1} = r - (r)_{1t} - (r)_{2t}$$

Hasta ahora no se ha hecho algún supuesto de los valores de los parámetros. De ahora en adelante, sin pérdida de generalidad, se supone que  $r = r$ , esto es  $r = r$ . Si para evaluar la opción se supone una solución de esquina,  $y_{1t} = 1$  y  $y_{2t} = 0$ , se tiene que

$$\frac{1}{1} \quad E \quad \frac{1}{1} \quad r \quad (42)$$

y

$$E \quad \frac{1}{1} \quad r \quad (43)$$

En este caso, se puede mostrar que  $\frac{1}{1} = r^2$ . Después de algunos cálculos simples, se tiene que las condiciones (42) y (43) conducen a

$$r^2 = E \quad \frac{1}{1} \quad (44)$$

y

$$E \quad \frac{1}{1} \quad r \quad (45)$$

De (45) se sigue que

$$E \quad \frac{V(S_t(1), t) - V(S_t, t)}{1} = \frac{V}{t} - \frac{V}{S_t} S_t - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S_t^2} S_t^2 - rV - \frac{V}{S_t} S_t$$

Si ahora se sustituye (44) en la ecuación anterior, se tiene

$$E \quad \frac{V(S_t(1), t) - V(S_t, t)}{1} = \frac{S_t - \frac{V}{S_t}}{1} = \frac{V}{t} - \frac{V}{S_t} rS_t - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S_t^2} S_t^2 - rV = 0 \quad (46)$$

Se supone que las condiciones de frontera son de la forma  $V(0, t) = 0$  y  $V(S_t, t) = \max(S_t - K, 0)$ , en la que  $K$  es el precio de ejercicio de la opción real (de posponer el consumo hasta el “último minuto”  $T$ ). Obsérvese que el valor esperado anterior

$$E \quad \frac{V(S_t(1), t) - V(S_t, t)}{1} = \frac{V(S_t(1), t) - V(S_t, t)}{1} f(\cdot) d\cdot$$

en que  $f(\cdot)$  es la función de densidad de  $\cdot$  que produce en (46) una ecuación diferencial-integral. Obsérvese que si  $\cdot$  es constante en (46), redefiniendo como  $\cdot/(1)$ , se obtiene la fórmula de Merton (1976). Por último, obsérvese que cuando  $\cdot = 0$  o  $\cdot = 0$ , la ecuación (46) se reduce a la ecuación diferencial parcial parabólica de segundo orden de Black-Scholes (1973). Ahora bien, nótese que si se escribe

$$\underline{y}$$

entonces

$$\begin{aligned} E \frac{X}{X-1} &= E \frac{X}{X-1} \\ &= \frac{[(y-1)/]}{[(y-1)/]} f_Y(y) dy \\ &= \int_0^1 e^{-y} dy \\ &= e^{-1} \end{aligned}$$

en que  $e^{-1} = (0,1) - (0,1) e^{-1}$ . Se puede mostrar que  $(0,1) = 2/9$  (de hecho,  $(0,1) = 0.219383934\dots$ ). De aquí que la ecuación (46) se pueda escribir como

$$E \frac{V(S_t(1-\epsilon), t) - V(S_t, t)}{1} = \frac{V}{t} - \frac{1}{2} \epsilon^2 S_t^2 \frac{2V}{S_t^2} = r - \frac{2}{9} \epsilon^2 S_t \frac{V}{S_t} = rV - \epsilon^2 V = 0$$

Una posibilidad para determinar  $V(S_t, t)$  consiste en definir una sucesión de variables aleatorias  $Y_n$  con la distribución del producto de  $n$  variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas  $\sim 1$  con  $Y_0 \sim 1$ . Es decir, si  $\{Y_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  es una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, se define:

$$\begin{aligned} Y_0 &\sim 1 \\ Y_1 &\sim 1 \\ Y_2 &\sim (1-1)(2-1) \\ &\vdots \\ Y_n &\sim (n-1) \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned}$$

En este caso, la solución de la ecuación (46) con condiciones de frontera  $V(0, t) = 0$  y  $V(S_t, t) = \max(S_t - K, 0)$ , está dada por

$$V(S_t, t) = \sum_{n=0}^{\infty} E_{Y_n} \frac{e^{-(T-t)/(n-1)} [(T-t)/(n-1)]^n}{n!} V_{BS}(S_t Y_n) e^{-E_{Y_n} [(n-1)/(n-1)] (T-t)}, \quad (47)$$

en que  $V_{BS}(S_t Y_n)$  es independiente de  $\{Y_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  y  $V_{BS}(S_t Y_n)$  es la solución de Black-Scholes (véase el apéndice 3).

Con el objetivo de obtener aproximaciones numéricas de (47), la cantidad dentro de la esperanza matemática en (47) dada por

$$M_{,Y_n} = \sum_{n=0}^{1000} \frac{e^{-(T-t)/(\lambda-1)} [(T-t)/(\lambda-1)]^n}{n!} V_{BS}^{(n)}$$

es simulada usando el *software* estadístico *Xtremes* (Reiss y Thomas, 2001) y la metodología de Ripley (1987) para las simulaciones Monte Carlo. Posteriormente, se calcula el promedio de 10 mil valores simulados de  $M_{,Y_n}$  para obtener, con un valor particular de  $\lambda$ , una solución aproximada de la opción real de posponer el consumo. Para ello, en primer lugar se consideran los valores de los parámetros presentados en el cuadro 3 para calcular el precio de referencia de Black-Scholes  $V_{BS}^{(0)}$ .

CUADRO 3. *Valores de los parámetros del precio de referencia de Black-Scholes*

$S_t$	$K$	$r$	$T-t$	$V_{BS}^{(0)}$
42.00	41.00	0.11	0.13	0.25

En el cuadro 3 la variable  $S_t$  representa el poder adquisitivo de una unidad monetaria, el parámetro  $K$  es el precio de ejercicio de posponer el consumo hasta el último minuto,  $r$  es la tasa de interés y  $T-t$  es el plazo. El cuadro 4 muestra las aproximaciones numéricas del precio de la opción real al analizar simulaciones Monte Carlo para diferentes valores de  $\lambda$  con  $E[\lambda / (\lambda-1)] = e^{-1/(\lambda-1)}$ . Se supone que, para propósitos de simulación,  $\lambda$  sigue una distribución del tipo de Fréchet con media 0.01 y varianza 0.001. Las unidades de  $S_t$  y  $K$  están en pesos mexicanos de 1993.

CUADRO 4. *Simulación del valor de la opción real*

	$E[\lambda / (\lambda-1)]$	$e^{-1/(\lambda-1)}$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$V(S_t, t)$	2.646	2.673	2.698	2.726	2.742	2.845	2.865	2.898	3.012	3.081		

Se puede concluir, del cuadro 4, que el precio de la opción real de posponer el consumo aumenta cuando el número promedio de saltos de Poisson por unidad de tiempo se incrementa debido a un aumento en  $\lambda$ , lo cual aumenta el costo de oportunidad para comprar bienes en el futuro.

## CONCLUSIONES

Se ha establecido un modelo estocástico de estabilización inflacionaria según el supuesto de que la credibilidad de sus alcances y duración es imperfecta. Las expectativas de los agentes fueron modeladas con un proceso de difusión con saltos para la tasa de devaluación, la cual presenta saltos provenientes de una distribución de valores extremos y un proceso de volatilidad estocástica con reversión a la media. Una característica importante de esta formulación es que existe falta de credibilidad aun cuando los valores de los parámetros del proceso estocástico que conduce la tasa de devaluación permanecen constantes, ya que los agentes siempre asignan una probabilidad positiva el evento de devaluación. Al emplear una función de utilidad de tipo logarítmico se obtuvieron soluciones cerradas que permitieron analizar las repercusiones de una dinámica de devaluaciones extremas. Estas soluciones explícitas, aunque sencillas, también permitieron un análisis de importancia medular para explicar las consecuencias de los planes de estabilización que se espera que sean temporales.

Es importante destacar que el hecho de combinar un movimiento browniano con un proceso Poisson con el tamaño del salto conducido por una distribución de valor extremo aporta nuevos elementos para efectuar experimentos de simulación e investigación empírica de diversos hechos estilizados presentados en estabilizaciones temporales. Con este esquema, soluciones internas y de esquina fueron examinadas cuando es aplicado un plan de estabilización con credibilidad imperfecta.

Se examinó también un experimento en el que la tasa media esperada de inflación toma un valor mayor a partir de cierto tiempo en el futuro y permanece allí para siempre, tomando en cuenta las probabilidades de que dicha política monetaria ocurra. Otro resultado importante que se obtuvo fue una expresión analítica para el precio de la opción real de posponer el consumo en vísperas de que el programa antiinflacionario sea abandonado. Y aunque los resultados obtenidos dependen, en gran medida, de la función de utilidad logarítmica, la cual es un caso límite de la familia de funciones de utilidad con coeficiente constante de aversión al riesgo, el precio de la opción real de posponer el consumo es independiente de las preferencias (por el consumo) del agente.

En la sección III en la que se realiza varios experimentos de política económica por medio de diversos ejercicios de estadística comparativa, los resulta-

dos son muy intuitivos e interesantes. Es importante resaltar, ya sea en el supuesto de *cash in advance* o equivalentemente en el supuesto de *transaction costs* (como en Uribe, 2002), que los resultados dependen del comportamiento de los saldos reales, ya que al actuar la inflación como un impuesto (que distorsiona) al abandonar el programa desinflacionario se puede producir el efecto opuesto. La parte novedosa de los resultados encontrados es que la varianza de la inflación también puede ejercer un efecto que refuerza el efecto de la inflación media en el consumo si al disminuir la inflación también se reduce la varianza (*inflation uncertainty*); la bibliografía empírica del tema ha hecho gran hincapié en la correlación y/o causalidad de dichas variables.

Asimismo en la sección VI en la que se intenta simular por medio del método Monte Carlo la respuesta del consumo a cambios en los valores de los parámetros que determinan las expectativas de la tasa de devaluación, los resultados de la simulación son muy interesantes, pues se observa que la dinámica generada de inflación por dichas simulaciones está muy cercana a la observada.

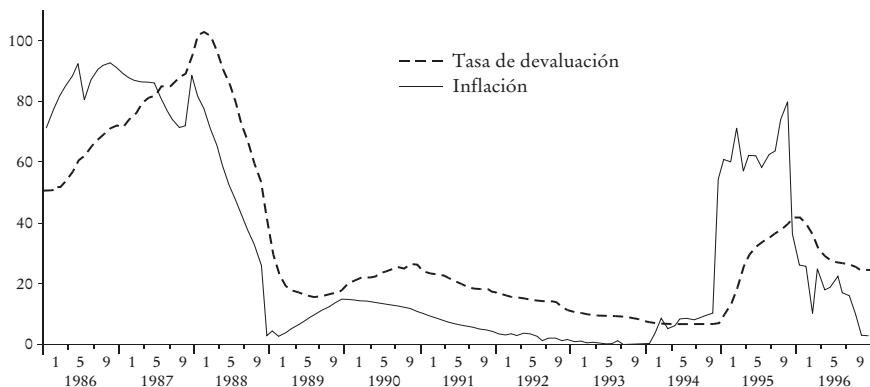
Falta, por supuesto, extender el modelo para incluir bienes duraderos, lo cual proporcionará supuestos más realistas. Esta extensión dará lugar a dinámicas más complejas de analizar, pero los resultados serán todavía más acordes con lo que se observa en la realidad.

#### APÉNDICE

##### 1. *Proceso de volatilidad estocástica para modelar la persistencia en la tasa de inflación*

En este apéndice se propone un proceso de volatilidad estocástica para modelar la persistencia en la tasa de inflación mediante un modelo GARCH(1,1)-M; obsérvese en la gráfica A1 que la inflación (la tasa de crecimiento del INPC) es mucho más persistente que la tasa de devaluación. Posteriormente se incorporará un proceso de salto de Poisson cuyo tamaño es conducido por una distribución Fréchet, la cual será estimada de manera empírica.

Para contrastar el modelo con la realidad, se decidió analizar la inflación mexicana en el periodo comprendido entre enero de 1986 y septiembre de 1997. Evidentemente, si se desea ajustar un modelo GARCH(1,1)-M a los datos de inflación y tipo de cambio durante dicho periodo para captar la persistencia de la inflación, la presencia de observaciones extremas lo hace casi imposible; los coeficientes obtenidos son no significativos, son negativos o implican varianza explosiva. En consecuencia, se

GRÁFICA A1. *La inflación es más persistente que la tasa de devaluación*

analiza los datos separándolos en períodos, lo cual no implica que se está utilizando un modelo de análisis de intervenciones o un modelo discontinuo, pues el proceso de Poisson se encuentra siempre latente aunque sin saltar la mayor parte del tiempo, y cuando éste se dispara lo hace de manera aleatoria por medio de una distribución Fréchet; así a causa de la persistencia en la inflación, ésta permanece relativamente alta en el corto plazo, a pesar de los esfuerzos de la autoridad monetaria. El periodo de inflación “no extrema” que se seleccionó para ajustar satisfactoriamente un GARCH(1,1) es de marzo de 1989 a enero de 1994, tal y como lo muestra el cuadro A1.

CUADRO A1. *Ajuste GARCH*

Variable dependiente: SER,1DIINF

Método: ML-ARCH

Muestra (ajustada): 1988M04 1994M01

Observaciones incluidas: 70

Convergencia alcanzada después de 23 iteraciones

GARCH C(2) C(3)\*RESID(-1)<sup>2</sup> C(4)\*GARCH(-1)

	Coeficiente	Error característico	Estadística z	Prob.
SER1DIDEV	0.730305	0.034662	21.06933	0.0000

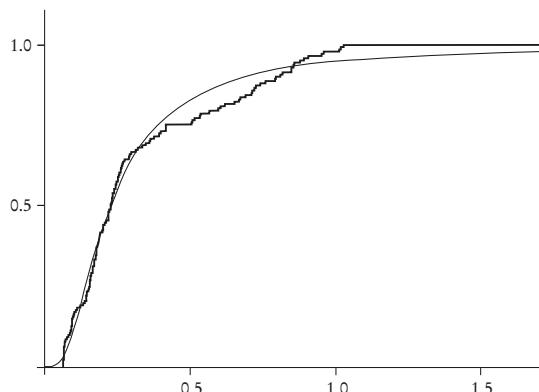
Por razones de espacio se omite las pruebas de raíces unitarias de Dickey-Fuller, Phillips-Perron y KPSS, además de la prueba LM para efectos GARCH y los correlogramas de residuales y residuales al cuadrado, todas las cuales fueron pasadas satisfactoriamente con una confianza de 95% (todas ellas están disponibles a solicitud). Una vez comprobado que las inflaciones “no extremas” siguen un proceso GARCH (1,1)-M, se procede a mostrar que todo el proceso en estudio puede ser considerado como el resultado de saltos de Poisson de tamaño Fréchet. Esto se hace ajustando

CUADRO A2. *Estadísticas del ajuste*

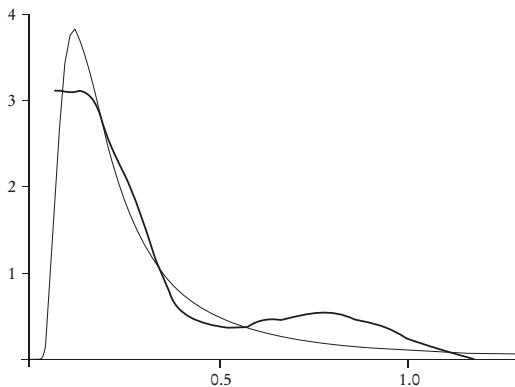
Ecuación de la varianza				
C	4.96E-06	5.80E-06	0.854492	0.3928
RESID( 1) <sup>2</sup>	0.465094	0.129701	3.585806	0.0003
GARCH( 1)	0.574187	0.058770	9.770135	0.0000
<i>R</i> <sup>2</sup>	0.399950	Media variable dependiente	0.013461	
<i>R</i> <sup>2</sup> ajustada	0.372675	D.T. var. dependiente	0.027976	
S. E. de la regresión	0.022158	Criterio de Akaike	6.009999	
Suma de cuadrados de residuales	0.032406	Criterio de Schwaez	5.881513	
Log-verosimilitud	214.3499	Est. Durbin-Watson	1.432543	

una distribución Fréchet al conjunto de datos  $\ln(\text{INPC}_t) - \ln(\text{INCP}_{t-1})$  para lo cual se utiliza el programa *Xtremes3.01* que genera funciones de verosimilitud y estima los parámetros de funciones de densidad de valores extremos, además de ajustar funciones de cuantiles teóricas y distintos *kernels* a los datos. Una vez introducidos los datos a *Xtremes3.01*, se corre la función *sample path* que genera la función de distribución acumulada multiplicada (escalada) por el tamaño de los datos, la cual se muestra en la gráfica A2.

Para ajustar una densidad de valor extremo a los datos, se le pide a *Xtremes3.01* que estime los parámetros de forma y escala para la función en cuestión EV1 (Fréchet). Esto se hace utilizando la función de verosimilitud dada por el logaritmo natural del producto de  $n$  (141) veces la función de distribución Fréchet. El proceso de obtención de verosimilitud es el usual; se toman primeras derivadas y se igualan a 0, se sabe que son máximos por tratarse de funciones cóncavas. Todo esto produce (estimando EV1/EV2) 1.43112, 0, 0.1687117. Con estos parámetros

GRÁFICA A2. *Distribución acumulada empírica*

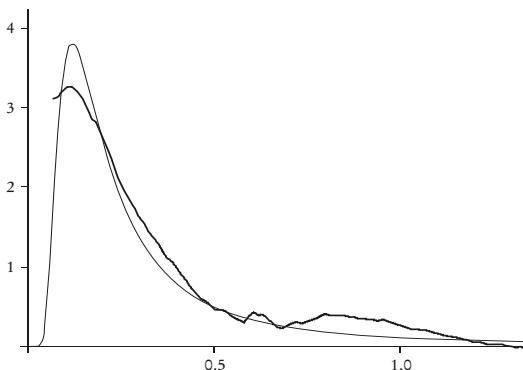
GRÁFICA A3. *Ajuste de una densidad a los datos a un kernel automático  
(la función suave es la ajustada)*



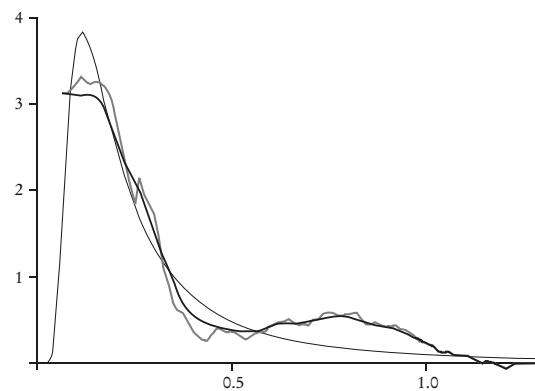
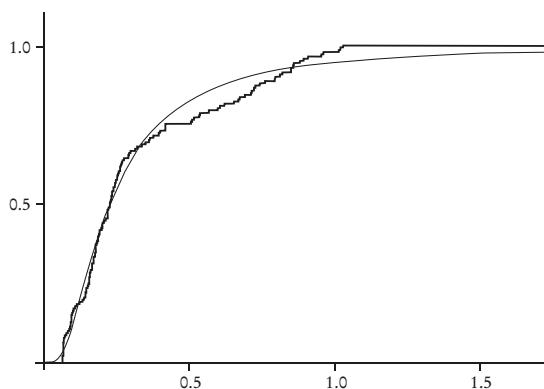
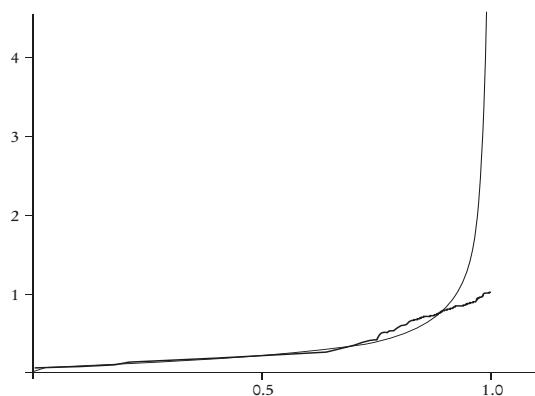
se genera la densidad teórica (Fréchet), a la cual se le sobrepone un *kernel* Epanechnikov con ancho de banda automático (véase la gráfica A3). Esto se hace con la finalidad de mostrar el ajuste de la densidad teórica al conjunto de datos.

El ajuste es todavía mejor si se modifica el ancho de banda a 0.5263, lo que produce la gráfica A4. En la gráfica A5 se realiza un ajuste con el *kernel* 0.125 (9-12Z<sup>2</sup>).

GRÁFICA A4. *Ajuste de una densidad a los datos a un kernel automático  
y ancho de banda a 0.5263 (la función suave es la ajustada)*



Por último se realiza pruebas (cociente de verosimilitud distribuido como  $\chi^2$ ) para indagar de qué tipo de función de valores extremos se trata; siendo la hipótesis nula que se trata de una Gumbell (parámetro de forma  $\theta = 0$ ). Si se prueba LR(EVO/EV1), el valor  $p$  es 2.96 E-09, lo cual rechaza la hipótesis nula,  $\theta = 0$ , en consecuencia se rechaza la distribución Gumbell. Si se prueba LR(EVO/EV1) con corrección Barlett, el valor  $p$  es 4.1907E-09, con lo cual se rechaza la hipótesis nula,  $\theta = 0$ , en-

GRÁFICA A5. *Densidad teórica y kernel de Epanechnikov*GRÁFICA A6. *Distribuciones empíricas y teóricas*GRÁFICA A7. *Funciones de cuantiles empírica y teórica*

tonces se rechaza la distribución Gumbell. Obsérvese (gráfica A6) que primero se obtuvo la función de distribución empírica y luego se sobrepuso la teórica usando los parámetros obtenidos por medio de la función de verosimilitud.

Si se realiza el mismo análisis con las funciones de cuantiles empírica y la teórica, se obtiene la gráfica A7, con lo que se puede observar que los datos se ajustan adecuadamente a una Fréchet.

## 2. Prueba de convergencia del modelo GARCH(1,1)-M a un sistema de ecuaciones diferenciales estocásticas de volatilidad estocástica

En esta subsección se presenta una prueba de convergencia del modelo GARCH(1,1)-M a un sistema de ecuaciones diferenciales estocásticas de volatilidad estocástica. Considérese el proceso

$$\begin{aligned} Y_t &= Y_{t-1} + c - \frac{2}{t} Z_t \\ &+ \frac{2}{t-1} f - \frac{2}{t} (g - u Z_t^2) \end{aligned}$$

en el que  $Z_t \sim \mathcal{N}(0,1)$  y  $f_b, u_b, g_b \rightarrow 0$ . Considérese una partición con  $kb \leq t \leq (k-1)b$  y  $b = 1/N$ , de la forma  $t_k = kb$ , es decir,

$$\begin{aligned} t_0 &= 0 \\ t_1 &= 1 \\ t_2 &= 2b = 2/N \\ &\vdots \\ t_N &= Nb = 1 \end{aligned}$$

Para el proceso  $Y_t$ , se define

$$b Y_{kb} - b Y_{(k-1)b} - c - \frac{2}{kb} - b - kb - b Z_{kb}$$

en consecuencia

$$b Y_{kb} - b Y_{(k-1)b} - c - \frac{2}{kb} - b - kb - b Z_{kb}$$

Esta última expresión converge en

$$dY_t - c - \frac{2}{t} dt - t dB_t$$

en que  $dB_t \sim \mathcal{N}(0, dt)$ . Asimismo, para  $t$  se tiene que

$$b - \frac{2}{(k-1)b} - f_b - b - \frac{2}{kb} [g_b - u_b - b Z_{kb}^2]$$

lo cual implica que

$$\begin{aligned}
 & {}_{b \rightarrow 0}^2 (k-1)h - b \frac{2}{kb} f_b - b \frac{2}{kb} g_b - b \frac{2}{kb} u_b - b Z_{kb}^2 u_b - b \frac{2}{kb} u_b - b \frac{2}{kb} \\
 & f_b (1 - u_b - g_b) b \frac{2}{kb} u_b - b \frac{2}{kb} (b \frac{2}{kb} - 1) \\
 & f_b \tilde{k}_b \frac{2}{kb} u_b - b \frac{2}{kb} (b \frac{2}{kb} - 1)
 \end{aligned}$$

en que  $\tilde{k} = 1 - u_b - g_b$ . Si se utiliza ahora la aproximación  $\ln(x) \approx x - 1$  válida cuando  $x \approx 1$ , se tiene que la ecuación anterior puede ser aproximada de la siguiente forma:

$${}_{b \rightarrow 0}^2 (k-1)h - b \frac{2}{kb} f_b - \tilde{k}_b \frac{2}{kb} u_b - b \frac{2}{kb} \ln(b Z_{kb}^2)$$

Obsérvese que las variables aleatorias  $\ln(b Z_{kb}^2)$  toman valores entre  $-\infty$  y  $\infty$ . Como las variables aleatorias  $\ln(b Z_{kb}^2)$  son independientes con varianza finita, por el teorema del límite central se tiene que  $\ln(b Z_{kb}^2) \approx dW_t \sim \mathcal{N}(0, t)$ , siempre y cuando el número de subintervalos se vaya a infinito. Por tanto se puede escribir

$$d \frac{2}{t} (f - \tilde{k} \frac{2}{t}) dt - u \frac{2}{t} dW_t$$

en que se ha supuesto que

$$\lim_{b \rightarrow 0} b^{-1} f_b = f = 0$$

$$\lim_{b \rightarrow 0} b^{-1} f_b (1 - g_b - u_b) = \tilde{k}$$

### 3. Demostración de que la expresión (47) es solución de la ecuación (46)

En esta subsección se muestra que la expresión (47) es solución de la ecuación (46). En efecto, considérese

$$V(S_t, t) = \mathbb{E}_{n=0} \mathbb{E}_{Y_n} [P_{n,t} V_{BS}^{(n)}] \quad (A1)$$

en que

$$P_{n,t} = \frac{e^{-(T-t)/(\gamma-1)} [(T-t)/(\gamma-1)]^n}{n!}$$

$$V_{BS}^{(n)} = V_{BS}(S_t U_{n,t}, t)$$

y

$$U_{n,t} = Y_n e^{-\mathbb{E}[(\gamma-1)(T-t)]}$$

En lo que sigue, se supone que

$$D_{n,t} - S_t U_{n,t}$$

En tal caso,

$$\frac{V}{S_t} = \sum_{n=0}^{\infty} E \left[ E_{Y_n} P_{n,t} U_{n,t} \frac{V_{BS}^{(n)}}{D_{n,t}} \right] \quad (A2)$$

$$\frac{V^2}{S_t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} E \left[ E_{Y_n} P_{n,t} U_{n,t}^2 \frac{V_{BS}^{(n)}}{D_{n,t}^2} \right] \quad (A3)$$

y

$$\begin{aligned} \frac{V}{t} &= E \left[ \frac{V}{S_t} - 1 \right] = \sum_{n=0}^{\infty} E \left[ E_{Y_n} P_{n,t} U_{n,t} \frac{V_{BS}^{(n)}}{D_{n,t}} \right] \\ &\quad - \sum_{n=0}^{\infty} E \left[ E_{Y_n} P_{n,t} U_{n,t} \frac{V_{BS}^{(n)}}{t} \right] \\ &\quad - \sum_{n=0}^{\infty} E \left[ E_{Y_n} U_{n,t} \frac{P_{n,t} V_{BS}^{(n)}}{1} \right] \\ &\quad - \sum_{n=0}^{\infty} E \left[ E_{Y_n} \frac{e^{-(T-t)/(1-1)} [(T-t)/(1-1)]^{n-1}}{(n-1)!} \frac{V_{BS}^{(n)}}{1} \right] \quad (A4) \end{aligned}$$

En consecuencia, a partir de (A2), (A3) y (A4), se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{V}{t} &= E \left[ \frac{V}{S_t} - 1 \right] = \sum_{n=0}^{\infty} E \left[ E_{Y_n} P_{n,t} \frac{V_{BS}^{(n)}}{t} \right] - E \left[ \frac{V(S_t, t)}{1} \right] \\ &\quad - \sum_{m=0}^{\infty} E \left[ E_{Y_{m-1}} \frac{e^{-(T-t)/(1-1)} [(T-t)/(1-1)]^m}{m!} \frac{V_{BS}^{(m-1)}}{1} \right] \quad (A5) \end{aligned}$$

Obsérvese que el último término en la ecuación A5 se puede reescribir como

$$\begin{aligned} E \left[ \frac{V((1-S_t, t)}{1} \right] &= \sum_{n=0}^{\infty} E \left[ E_{Y_n} P_{n,t} \frac{V_{BS}^{(n)} (D_{n,t}(1-S_t), t)}{1} \right] \\ &\quad - E \left[ E_{Y_{n-1}} P_{n,t} \frac{V_{BS}^{(n-1)} (D_{n-1,t}, t)}{1} \right] \quad (A6) \end{aligned}$$

ya que  $D_{n-1,t}$  y  $D_{n,t}(1 -)$  son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Por tanto, la ecuación (A5) puede ser reescrita como

$$\frac{V}{t} - \sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{E}_{Y_n} P_{n,t} \frac{V_{BS}^{(n)}}{t} = \frac{V(S_t(1 - 1), t) - V(S_t, t) - S_t \frac{V}{S_t}}{1} \quad (A7)$$

De (A2), (A3) y (A7), se sigue que

$$\begin{aligned} \frac{V}{t} - \frac{1}{2} \sigma^2 S_t^2 \frac{2V}{S_t^2} - rS_t \frac{V}{S_t} - rV \\ = \sum_{n=0}^{\infty} P_{n,t} \mathbb{E}_{Y_n} \left[ \frac{V_{BS}^{(n)}}{t} - \frac{1}{2} \sigma^2 D_{n,t}^2 \frac{2V_{BS}^{(n)}}{D_{n,t}^2} - rD_{n,t} \frac{V_{BS}^{(n)}}{D_{n,t}} - rV_{BS}^{(n)} \right] \\ = \frac{V(S_t(1 - 1), t) - V(S_t, t) - S_t \frac{V}{S_t}}{1} \end{aligned} \quad (A8)$$

Debido a que la ecuación

$$\frac{V_{BS}^{(n)}}{t} - \frac{1}{2} \sigma^2 D_{n,t}^2 \frac{2V_{BS}^{(n)}}{S_{n,t}^2} - rD_{n,t} \frac{V_{BS}^{(n)}}{D_{n,t}} - rV_{BS}^{(n)} = 0$$

se cumple para toda  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ , se deduce, inmediatamente, que (47) es solución de (46).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Black, F., y M. Scholes (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *The Journal of Political Economy*, vol. 81, núm. 3, pp. 637-654.
- Calvo, G. A., y A. Drazen (1997), "Uncertain duration of reform: Dynamic Implications", Working Paper núm. 5925, National Bureau of Economic Research.
- Dixit, A. K., y R. S. Pindyck (1994), *Investment under Uncertainty*, Princeton, Princeton University Press.
- Drazen, A., y E. Helpman (1988), "Stabilization with Exchange Rate Management under Uncertainty", E. Helpman, A. Razin y E. Sadka (comps.), *Economic Effects of the Government Budget*, Cambridge, MIT Press.
- Helpman, E., y A. Razin (1987), "Exchange Rate Management: Intertemporal Trade-offs", *American Economic Review*, vol. 77, núm. 1, pp. 107-123.

- Henderson, V., y D. G. Hobson (2002), "Real Options with Constant Relative Risk Aversion", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 27, núm. 2, pp. 329-355.
- Kiguel, M., y N. Liviatan (1992), "The Business Cycle Associated with Exchange-Rate-Based Stabilization", *The World Bank Economic Review*, vol. 6, páginas 279-305.
- Merton, R. C. (1976), "Option Pricing When Underlying Stock Returns Are Discontinuous", *Journal of Financial Economics*, vol. 3, núm. 1-2, pp. 125-144.
- Reiss, R. D., y M. Thomas (2001), *Statistical Analysis of Extreme Values*, segunda edición, Suiza, Birkhäuser-Verlag, Basel.
- Ripley, B. D. (1987), *Stochastic Simulation*, Nueva York, Wiley.
- Schwartz, E. S., y L. Trigeorgis (2001), *Real Options and Investment under Uncertainty*, Cambridge, Massachusetts, Londres, The MIT Press.
- Strobel, F. (2005), "Monetary Integration and Inflation Preferences: A Real Options Analysis", *European Economic Review*, vol. 49, núm. 4, pp. 845-860.
- Uribe, M. (2002), "The Price-Consumption Puzzle of Currency Pegs", *Journal of Monetary Economics*, vol. 49, núm. 3, pp. 533-569.
- , y E. G. Mendoza (2000), "Devaluation Risk and The Business-Cycle Implications of Exchange Rate Management", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, vol. 53, núm. 1, pp. 239-296.
- Venegas-Martínez, F. (2001), "Temporary Stabilization: A Stochastic Analysis", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 25, núm. 9, pp. 1429-1449.
- (2005), "Bayesian Inference, Prior Information on Volatility, and Option Pricing: A Maximum Entropy Approach", *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, vol. 8, núm. 1, pp. 1-12.
- (2006a), "Stochastic Temporary Stabilization: Undiversifiable Devaluation and Income Risks", *Economic Modelling*, vol. 23, núm. 1, pp. 157-173.
- (2006b). "Fiscal Policy in a Stochastic Temporary Stabilization Model: Undiversifiable devaluation Risk", *Journal of World Economic Review*, vol. 1, núm. 1, pp. 13-38.
- (2008), *Riesgos financieros y económicos (productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre*, segunda edición, Cengage Learning (anteriormente International Thomson Editors).